



DR. FR. NACHTIKAL

# TECHNICKÁ FYSIKA

CENA Kč 80.-

# TECHNICKÁ FYSIKA.

SEPSAL

DR. FRANT. NACHTIKAL,

PROFESOR ČES. VYSOKÉHO UČENÍ TECHNICKÉHO  
V PRAZE.

CENA VÁZANÉHO VÝTISKU Kč 80.—.



V PRAZE 1931.

NÁKLADEM SPOLKU POSLUCHAČŮ INŽENÝRSTVÍ CHEMIE  
V PRAZE.

VYCHÁZÍ ZA PODPORY MINISTERSTVA ŠKOLSTVÍ A NÁRODNÍ OSVĚTY  
A ÚSTŘEDNÍ VYDAVATELSKÉ KOMISE PŘI ČES. VYSOKÉM UČENÍ TECHNICKÉM  
V PRAZE.

TISKEM POLYGRAFIE V BRNĚ.

## Předmluva.

Kniha tato vychází jako přepracované a doplněné vydání mých litografovaných přednášek o technické fysice, vyšlých přede dvěma roky. Zkušeností, kterých jsem nabyl při přednáškách i při zkouškách v těchto dvou letech, plně jsem využítkoval při úpravě konečného textu. Snahou mou bylo napsati dobrou učebnici technické fysiky, z níž by moji posluchači (po př. i jiní čtenáři) měli při nejméně namáhavém studiu největší prospěch. K tomu připojím několik vysvětlivek.

Tato učebnice předpokládá předběžné znalosti jen středoškolské fysiky (v rozsahu známé Maškovy Fysiky, jejíž jsem také spolu-autorem) a na tomto podkladě v stejném duchu buduje výklady další. Z matematiky vyžaduje ovšem znalost základů diferenciálního a integrálního počtu, jak se souběžně s fysikou vykládá v I. ročníku na technikách. Je míněna jako doplněk přednášek a ne jako jejich náhrada. Proto nepopisují obsírně jednotlivé pokusy při přednáškách předváděné a spokojují se s pouhými poukazy na ně, což zajisté pro posluchače přítomné v přednášce úplně postačí. Veškeré výklady mohly proto býti podány v knize zhuštěně, neboť porozumění jich bylo již připraveno přednáškovým výkladem. Je známou zkušeností, že stručná, ovšem dobře rozvážená stylisace usnadňuje studium, kdežto rozvláčné výklady a popisy zpravidla odvádějí pozornost čtenářovu od podstaty věci. V knize nepopisují se (nebo jen zcela stručně) měřicí metody fysikální, neboť této důležité části fysiky jsou věnovány „Základy praktické fysiky“, jež napsali Dr. Vlad. Novák a zvěcnělý Dr. B. Macků za mého spolupracovníctví. Na jednotlivých místech knihy jsou odkazy na tyto „Základy“, takže čtenář snadno si najde příslušný doplňující výklad. Mezi tím, co se tato učebnice tiskla, bylo vyprodáno 2. vydání Základů a vyšlo 3. vydání. Tím vznikla nemilá věc, že v první polovici této učebnice (až po nauku o teple) jsou citovány odstavce druhého vydání, v druhé polovici odstavce třetího vydání. Doufám však, že to nebude závada podstatná. Matematické výpočty jsou však uváděny tak obsírně, aby čtenáři matematická stránka výkladu byla co nejsrozumitelnější.



Ve svých celoročních přednáškách při 4 hodinách týdně vyložím asi tři čtvrtiny obsahu celé knihy. Zbývající čtvrtina jest určena přičinlivějším posluchačům, kteří mají snahu hlouběji vniknouti do fysikálního poznání; je to zejména nauka o vlnění (str. 157), akustika (str. 195) a theorie elektromagnetického pole (str. 510). V ostatních oddílech je různým tiskem rozlišeno, co považuji za nezbytné ke studiu a co jsou doplňující poznámky a vysvětlivky, jimiž není třeba si obtěžovati paměť.

Již při sestavování svých dřívějších přednášek a zejména při psaní této knihy jsem se častokrát radil s kolegy profesory praktických nauk technických o tom, co má technická fysika v sobě zahrnovati. Za vhodné podněty jsem jim povinován velkým díkem. Z těchto porad takřka jednomyslně vyplývalo toto stanovisko: Technická fysika má podati budoucímu technikovi jen fysikální podstatu technických problémů, ale nemá se pouštět do technických podrobností, pro něž posluchači I. ročníku nemají dosti porozumění a jež přece patří až do odborných přednášek. Tím jsem se také v celé knize řídil; všude jsou jen poukazy na technické využití fysikálních poznatků a důraz se klade na to, aby čtenář se obeznámil s fysikální stránkou problémů. Ovšem technické různých oborů potřebují dosti různé části z fysiky; na př. nauka o vlnění, velmi důležitá pro elektrotechniku, má pro chemika jen zcela podřadný význam. Snažil jsem se proto, aby každý technický odborník v této knize našel, co pro svůj obor z fysiky potřebuje; co ho nezajímá, může prostě vynechat. Snad jedině v akustice šel jsem ve svých vývodech dále, než co má bezprostřední praktický význam; je to věru zanedbávaný obor, snad neprávem. Aspoň moderní sály pražské po mém soudu svědčí o tom, že čeští architekti nedosti pozornosti věnují akustice.

Větší důraz než na obsah kladu však na fysikální metodu myšlení. Fysika byla kdysi pramáteří všech nauk technických; jenom že tyto dcery se již úplně osamotily, takže vlastní fysika je pro ně dnes již jen průpravnou vědou, nikoli základem. Ale co do metody i dnes veškeré nauky technické spočívají na fysikální metodě myšlenkové práce. Nezáleží proto ani tolik na tom, aby technik znal celou fysiku do podrobností, nýbrž mnohem důležitější je, aby daný odborný problém dovedl fysikálně formulovati do matematického tvaru a výsledek řešení zase uměl fysikálně vyložiti. Tedy každý technik musí umět rovnice fysikálně čísti, přímo viděti z nich, na čem záleží, co je nepodstatné, jaká úprava je nejvýhodnější a čemu se musí věnovati největší pozornost. V tom spatřuji vlastní podstatu tvůrčí práce inženýrské a k tomuto úkolu nejlépe vychovává fysika. Fysikální otázky (aspoň ty, o kterých pojednává tato kniha) jsou celkem jednodušší a průhlednější

než problémy, před které je v praxi vedoucí inženýr postaven; proto na nich se dá snáze myšlenkový pochod vyložit i poznati a jimi se tedy bystří soudnost a podporuje tvůrčí vynalézavost budoucího inženýra. I když moji posluchači mnoho z mých výkladů zapomenou, ale přinesou si do praxe tento smysl pro fyzikální chápání problémů, budu s výsledkem své činnosti zcela spokojen.

Dosti nesnázi při studiu různých knih působí dosud nejednotnost vědecké terminologie. Pro technické vědy záslužnou práci koná Normalizační společnost, pro fysiku (a ostatní vědy přírodní) teprve vlastní práci započala Návoslovná komise při Masarykově Akademii Práce. Za těchto poměrů snažil jsem se dosavadní názvosloví fyzikální (jak je zavedeno v Novákově Fysice) v převážné části podržeti a jen je doplňovati zavedenými názvy technickými. Mnohdy zůstává spornou otázka, má-li se dávat přednost českým názvům či internacionálním termínům. Držel jsem se střední cesty, neboť oba uvedené směry mají své výhody i nevýhody. Český název podporuje ovšem paměť, ale zato mívá širší obsah, takže snadno svádí k nesprávnému výkladu. A ještě něco. Český technik jest odkázán také na studium cizí literatury; je proto dobré, když se záhy seznámí s uznanými mezinárodními názvy. Internacionální termíny tím, že jsou zvláště utvořeny pro určité definované pojmy, přispívají po mém soudu velmi značně k přesnosti myšlení, i když znamenají určité nové zatížení paměti. Ovšem s psaním takovýchto cizích názvů jsou spojeny mnohé nesnáze. Pokud jsou uvedeny v Pravidlech českého pravopisu, přidržel jsem se tam uvedeného způsobu psaní.

Při závěru tohoto spisu musím vysloviti obzvláštní vděčnost svému vzácnému příteli, panu Dr. *Vladimíru Novákovi*, profesorovi české vysoké školy technické v Brně. Za společného působení v Brně často jsme spolu hovořili o otázkách týkajících se technické fyziky, v tom jsme pak po rozchodu našem pokračovali i písemně. Profesor *Novák* četl předem mé Přednášky o technické fysice a také první korekturu tohoto spisu. Jemu vděčím za četné dobré podněty a za upozornění na různá nedopatření. Snažil jsem se, aby se tato kniha doplňovala s jeho chvalně známou Fysikou, v níž čtenář mé učebnice najde požadovaná další poučení. Snažil jsem se všude svoji knihu přizpůsobiti tak, abych přechod z jejího studia k studiu Novákovy Fyziky čtenáři co nejvíce ulhčil. Za všechnu účinnou podporu svých snah i za jeho milé přátelství děkuji tímto profesorovi *Pl. Novákovi* co nejupřímněji.

Pan Dr. *Bohuslav Mašek*, místoředitel Státní hvězdárny, četl velmi pozorně moje původní přednášky o technické fysice a přispěl mi velmi platně k zdokonalení této knihy užitečnými radami jak po obsahové, tak i po slohové stránce; jsem mu za tuto přátelskou službu zavázán upřímnou vděčností. Veškeré korektury četl p. asistent

Dr. Zdeněk Sekera (optickou část též p. asistent Dr. Josef Hrdlička); za jejich obětavou pomoc jim vyslovuji upřímný dík.

Moje vděčnost patří dále *Spolku posluchačů inženýrství chemie* v Praze, z jehož podnětu jak původní litografované přednášky, tak i tato učebnice vzešla a jež je vydává svým nákladem. V uvedeném Spolku nalezl jsem vydatnou podporu ve všech svých snahách; děkuji mu proto srdečně a přeji mu i sobě, aby toto dílo bylo ke cti Spolku a k prospěchu celého inženýrského stavu.

S projevem obzvláštní vděčnosti musím dále vzpomenouti *ministerstva školství a národní osvěty*, jež přispělo na tuto učebnici značnou finanční podporou a tím umožnilo, že její prodejní cena může býti poměrně velmi nízká. Stejným díkem jsem povinován i *Ústřední vydavatelské komisi* při českém vys. učení technickém v Praze za její peněžní podporu na vydání této knihy.

Konečně s díkem musím vzpomenouti tiskařské společnosti *Polygrafie* v Brně za to, že vycházela vstříc všem mým přáním a že vypravila knihu po stránce typografické velmi pěkně; nechť tato kniha je doporučením uvedeného tiskařského závodu!

Převážnou většinu obrázků jsem sám rýsoval a byly z nich zhotoveny štočky Polygrafií. Některé obrázky jsou však přece tištěny ze štočků, jež mi laskavě zapůjčily *Jednota československých matematiků a fysiků v Praze* (obr. 130, 134, 135, 137, 143, 146, 149, 150, 152, 155, 156, 158, 161, 165, 166, 168, 169, 170, 171, 533 a 534) a redakce *Technického Slovníku Naučného* (obr. 174, 185, 191, 192, 195, 196, 204a, 209, 213, 215, 216, 217 a 218). Za tuto laskavou výpomoc děkuji oběma korporacím a zejména p. Dr. *Mil. Valouchovi*, řediteli *Jednoty*, a p. Ing. *VL. Teysslerovi*, redaktoru *Slovníku*, co nejvřeleji.

Snažil jsem se poctivě, aby kniha byla bez věcných i formálních chyb, ale nemohu tvrditi, že jsem tohoto ideálu dosáhl; některé tiskové chyby, na něž jsem dodatečně přišel, jsou uvedeny ve zvláštním seznamu (str. 2). Budu vděčen svým čtenářům za případná upozornění na chyby a na vhodná zdokonalení výkladu, jichž bych, dojde-li kdy k druhému vydání, svědomitě využil.

V Praze 1. června 1931.

*Prof. Dr. Frant. Nachtikal.*

## Obsah.

|   |        |
|---|--------|
| Předmluva . . . . .                                   | III—VI |
| Obsah . . . . .                                       | VII—XI |
| Obecné konstanty fyzikální. Užívané zkratky . . . . . | 1      |
| Tiskové chyby . . . . .                               | 2      |
| Úvod . . . . .  | 3—40   |

1. Obsah a rozdělení fyziky, str. 3. — 2. Měření fyzikální, 4. — 3. Chyby měření, 5. — 4. Soustava měř, 9. — 5. Měření délek, 10. — 6. Měření ploch, 13. — 7. Měření objemu, 14. — 8. Měření úhlů, 15. — 9. Měření časová, 17. — 10. Hmoty, 20. — 11. Váhy a vážení, 21. — 12. Specifická hmota, 27. — 13. Areometry, 31. — 14. Vývoj názorů o stavbě hmoty, 32. — 15. Skaláry a vektory, 34. — 16. Skalární pole, 37. — 17. Vektorové pole, 38.

|                                      |               |
|--------------------------------------|---------------|
| <b>Mechanika . . . . .</b>           | <b>41—156</b> |
| 18. Pohyb absolutní a relativní, 41. |               |

|                                  |               |
|----------------------------------|---------------|
| <b>I. Geomechanika . . . . .</b> | <b>41—121</b> |
|----------------------------------|---------------|

19. Pohyb hmotného bodu, 41. — 20. Skládání pohybů, 44. — 21. Pohyb křivočarý, 45. — 22. Dynamika hmotného bodu, 47. — 23. Skládání sil, 50. — 24. Šikmý vrh, 52. — 25. Pohyb harmonický, 54. — 26. Tlumené kmity, 55. — 27. Pohyb planet, zákon gravitační, 58. — 28. Účinek síly: Impuls a práce, 62. — 29. Impuls, 63. — 30. Práce, 63. — 31. Princip energie, 65. — 32. Výkonnost, 68. — 33. Mechanika tuhého tělesa, 69. — 34. Statický moment síly, 70. — 35. Síly v tuhém tělese, 71. — 36. Těžiště (střed hmotný), 74. — 37. Moment setrvačnosti, 75. — 38. Otáčení kolem pevné osy, 79. — 39. Kyvadlo, 81. — 40. Kyvadlo reverzní, 83. — 41. Síla odstředivá, 85. — 42. Vliv rotace zemské na tíhové zrychlení, 87. — 43. Volná osa, 89. — 44. Pohyby přecesní, 91. — 45. Pružnost, 94. — 46. Pružnost v tahu, 96. — 47. Ohyb tyče, 99. — 48. Pružnost ve smyku, 103. — 49. Pružnost v kroucení, 106. — 50. Průběh velkých deformací. Pevnost, 109. — 51. Pevnost vzpěrná, 110. — 52. Pevnost v ohybu, 111. — 53. Pevnost v kroucení, 112. — 54. Tvrdost, 113. — 55. Ráz, 114. — 56. Tření, 117.

|                                     |                |
|-------------------------------------|----------------|
| <b>II. Hydromechanika . . . . .</b> | <b>121—137</b> |
|-------------------------------------|----------------|

57. Obecné vlastnosti kapalin, 121. — 58. Tlaky v kapalinách, 122. — 59. Povrchové napětí kapalin, 125. — 60. Měření povrchového napětí, 128. — 61. Výtok kapalin, 130. — 62. Proudění kapalin trubicemi, 131. — 63. Vnitřní tření kapalin (viskóznost), 134.

|  |         |
|--|---------|
| III. <i>Aeromechanika</i> . . . . .  | 138—156 |
| 64. Obecné vlastnosti plynů, 138. — 65. Tlak barometrický, 138. — 66. Tlakoměry, 139. — 67. Zákon Boyle-Mariotteův, 141. — 68. Manometry, 143. — 69. Barometrické měření výšek, 144. — 70. Zákon Avogadrův, 146. — 71. Zákon Daltonův, 147. — 72. Vývěvy, 148. — 73. Hustilka, 152. — 74. Výtok plynů úzkým otvorem, 152. — 75. Vnitřní tření plynů, 153. — 76. Odpor vzduchu, 154. — 77. Aeroplány, 155.  |         |
| Nauka o vlnění . . . . .   | 157—194 |
| 78. Vlnění (undulace), 157. — 79. Kmitání (harmonický pohyb kmitavý), 158. — 80. Skládání kmitů stejnosměrných, 160. — 81. Kmitý stejné periody, 164. — 82. Rázy, 166. — 83. Skládání kmitů různosměrných, 167. — 84. Rychlost postupných vln, 169. — 85. Postupné vlnění, 172. — 86. Interference vln, 174. — 87. Vlnění stojaté, 175. — 88. Odraz vln. Chvění, 177. — 89. Vlnění prostorové, 179. — 90. Intensita vlnění, 182. — 91. Huygensův princip, 183. — 92. Odraz a lom rovinné vlny, 184. — 93. Princip Dopplerův, 187. — 94. Vynucené kmity. Resonance, 189. — 95. Vázané (spřažené) oscilátory, 191. |         |
| Akustika . . . . .   | 195—221 |
| 96. Vznik a druhy zvuku, 195. — 97. Výška zvuku, 195. — 98. Barvitost zvuku, 196. — 99. Síla zvuku, 197. — 100. Úkol a rozdělení akustiky, 198.  |         |
| I. <i>Hudební akustika</i> . . . . .   | 198—202 |
| 101. Konsonance a disonance, 198. — 102. Hudební stupnice, 200.  |         |
| II. <i>Fysikální akustika</i> . . . . .  | 202—218 |
| 103. Přičné chvění strun, 202. — 104. Tyče, 205. — 105. Píšťaly, 208. — 106. Desky a blány, 211. — 107. Resonátory, 212. — 108. Šíření zvuku, 213. — 109. Odraz zvuku, 215. — 110. Akustičnost sálů, 215. — 111. Interference zvuku, 217.  |         |
| III. <i>Fysiologická akustika</i> . . . . .  | 218—221 |
| 112. Ústrojí hlasové, 218. — 113. Ucho lidské, 219. — 114. Slyšení, 220. — 115. Kombinační tóny, 221.  |         |
| Nauka o teple (thermika) . . . . .   | 222—322 |
| I. <i>Thermometrie</i> . . . . .   | 222—238 |
| 116. Definice teploty, 222. — 117. Úprava teploměrů, 227. — 118. Tepelná roztažnost látek pevných, 230. — 119. Roztažnost kapalin, 233. — 120. Roztažnost a rozpínavost plynů, 235.  |         |
| II. <i>Kalorimetrie</i> . . . . .  | 239—250 |
| 121. Množství tepla, 239. — 122. Specifické teplo, 240. — 123. Kalorimetry, 240. — 124. Specifické teplo látek pevných, 243. — 125. Specifické teplo kapalin, 246. — 126. Specifická tepla plynů, 246.   |         |



### III. *Thermodynamika* . . . . . 250—276

127. Vývoj názorů o teple, 250. — 128. První hlavní věta thermodynamická, 253. — 129. Vnitřní energie ideálního plynu, 255. — 130. Stavové změny ideálního plynu, 256. — 131. Carnotův ideální kruhový děj, 259. — 132. Druhá hlavní věta thermodynamická, 262. — 133. Entropie, 264. — 134. Entropie při nezvratných změnách, 268. — 135. Jiné funkce stavu, 270. — 136. Gibbsovo fázové pravidlo, 271. — 137. Clapeyronova rovnice, 273. — 138. Kinetická teorie plynů, 274.

### IV. *Soustavy o jedné složce* . . . . . 276—296

139. Tání a tuhnutí, 276. — 140. Nasycené páry, 278. — 141. Vypařování a var, 281. — 142. Sublimace. Trojbod, 283. — 143. Páry přehřáté, 284. — 144. Ideální parní stroj, 285. — 145. Stav kritický, 286. — 146. Zkapalňování plynů, 288. — 147. Stavová rovnice van der Waalsova, 289. — 148. Stav souhlasný, 293. — 149. Vlhkost vzduchu, 294.

### V. *Soustavy o dvou složkách* . . . . . 296—313

150. Roztoky, 296. — 151. Napětí nasycených par nad roztoky, 298. — 152. Snížení bodu mrazu a zvýšení bodu varu roztoků, 300. — 153. Tuhnutí roztoků a slitin, 303. — 154. Absorpce plynů, 307. — 155. Difuze, 308. — 156. Osmosa, 311.

### VI. *Šíření tepla* . . . . . 313—322

157. Šíření tepla prouděním, 313. — 158. Vedení tepla, 314. — 159. Průchod tepla rozhraním, 316. — 160. Tepelné záření, 317. — 161. Zdroje tepla, 320.

## Nauka o elektřině a magnetismu . . . . . 323—523

### I. *Elektrostatika* . . . . . 323—353

162. Vývoj poznatků o elektřině, 323. — 163. Základní pokusy, 324. — 164. Zákon Coulombův, 325. — 165. Intenzita elektrického pole, 327. — 166. Faradayova teorie elektrického pole, 328. — 167. Isolátory a vodiče, 333. — 168. Teorie elektronová, 335. — 169. Potenciál, 336. — 170. Elektrické pole nabitě koule, 339. — 171. Kapacita, 340. — 172. Kondensátory, 341. — 173. Elektrostatická energie, 346. — 174. Elektrostatické přístroje měřící, 348. — 175. Pyroelektrické a piezoelektrické zjevy, 351. — 176. Zemské pole elektrické, 352.

### II. *Nauka o magnetismu* . . . . . 354—369

177. Základní poznatky o magnetismu, 354. — 178. Teorie magnetismu, 355. — 179. Magnetický moment, 359. — 180. Magnetické pole, 360. — 181. Magnetické pole tyčového magnetu, 362. — 182. Magnet v stejnorodém poli magnetickým, 364. — 183. Měření magnetických veličin, 365. — 184. Zemské pole magnetické, 367.

### III. *Elektrokinetika* . . . . . 369—406

185. Zjev Voltův, 369. — 186. Galvanické články, 370. — 187. Vznik elektrického proudu, 372. — 188. Ohmův zákon,

373. — 189. Specifický odpor, 376. — 190. Reostaty, 378. — 191. Spojování proudovodičů, 380. — 192. Měření odporu, 382. — 193. Výkonnost proudu, 383. — 194. Tepelné účinky proudu, 384. — 195. Elektrické žárovky, 385. — 196. Thermo-elektrina, 386. — 197. Zjev Peltierův a Thomsonův, 389. — 198. Chemické účinky proudu, 391. — 199. Faradayovy zákony o elektrolyse, 392. — 200. Coulometry, 394. — 201. Výklad elektrolysy disociací, 395. — 202. Hittorfova převodní čísla, 397. — 203. Výklad dějů v galvanických článcích, 399. — 204. Polarizace elektrod, 401. — 205. Akumulátory, 403. — 206. Ventilové články, 405.

#### IV. *Elektromagnetismus* . . . . . 406—482

207. Biot-Savartův zákon, 406. — 208. Absolutní soustava elektromagnetická, 408. — 209. Magnetické pole proudu, 410. — 210. Rovnomocnost proudu a magnetické dvojvrstvy, 413. — 211. Magnetické pole solenoidu, 416. — 212. Elektromagnet, 417. — 213. Paramagnetismus a diamagnetismus, 420. — 214. Magnetická hysterese, 422. — 215. Tangentová busola, 424. — 216. Galvanometry s pohyblivou magnetkou, 425. — 217. Působení magnetického pole na pohyblivý proud, 426. — 218. Galvanometry s pohyblivou cívkou, 427. — 219. Ampérmetry a voltmetry, 429. — 220. Vzájemné působení dvou proudů, 431. — 221. Elektrodynamometry a wattmetry, 433. — 222. Elektromagnetická indukce, 434. — 223. Foucaultovy vířivé proudy, 437. — 224. Základní zákon indukované elektromotorické síly, 437. — 225. Samoindukce, 439. — 226. Vzorce pro koeficient samoindukce, 443. — 227. Koeficient vzájemné indukce, 445. — 228. Střídavý proud, 446. — 229. Výkonnost střídavého proudu, 450. — 230. Vektorové znázornění střídavých proudů, 452. — 231. Proudový obvod se samoindukcí a kapacitou, 455. — 232. Měření samoindukce a kapacit můstkovou methodou, 457. — 233. Generátory stejnosměrného proudu, 459. — 234. Motory na stejnosměrný proud, 461. — 235. Generátory střídavého proudu, 464. — 236. Transformátory, 465. — 237. Třífázové proudy, 468. — 238. Telefonické přenášení zvuku, 470. — 239. Oscilátor, 471. — 240. Induktor Ruhmkorffův, 475. — 241. Elektromagnetické vlny, 477. — 242. Radiotelegrafie, 479.

#### V. *Elektrické výboje v plynech* . . . . . 483—509

243. Výboj nesamostatný, 483. — 244. Výboj samostatný, 484. — 245. Obloukové světlo, 485. — 246. Výboj ve zředěných plynech, 487. — 247. Záření katodové, 489. — 248. Elektronové lampy, 493. — 249. Paprsky Röntgenovy, 498. — 250. Podstata Röntgenových paprsků, 500. — 251. Röntgenova spektra, 502. — 252. Radioaktivita, 504. — 253. Radioaktivní přeměny, 507.

#### VI. *Theorie elektromagnetického pole* . . . . . 510—523

254. Maxwellovy rovnice, 510. — 255. Elektromagnetické vlnění, 515. — 256. Lorentzovy rovnice, 519.

|   |         |
|---|---------|
| <b>Optika</b>   | 524—641 |
| I. <i>Úvod</i>  | 524—538 |
| 257. Vývoj názorů o světle, 524. — 258. Rychlost světla, 528. — 259. Základní pojmy fotometrické, 532. — 260. Fotometrie, 534.  |         |
| II. <i>Geometrická optika</i>   | 538—580 |
| 261. Základní zákony optické, 538. — 262. Lom světla. Úplný odraz, 539. — 263. Refraktometrie, 543. — 264. Rozklad světla (disperze), 545. — 265. Hranol achromatický a přímohledný, 549. — 266. Geometrické základy optického zobrazování, 550. — 267. Druhy optického zobrazování, 553. — 268. Základní pojmy optického zobrazování, 555. — 269. Dvě centrované soustavy, 558. — 270. Zrcadlo rovné, 560. — 271. Zrcadla kulová (sférická), 561. — 272. Lom na kulové ploše, 564. — 273. Čočka tlustá, 567. — 274. Čočka tenká, 572. — 275. Centrovaná soustava tenkých čoček, 573. — 276. Vady čoček, 575. |         |
| III. <i>Optické přístroje</i>   | 580—601 |
| 277. Oko jakožto optická soustava, 580. — 278. Vidění, 582. — 279. Lupa, 584. — 280. Okuláry, 585. — 281. Mikroskop, 588. — 282. Dalekohledy, 591. — 283. Dalekohledy zrcadlové (reflektory), 594. — 284. Projekční přístroj, 596. — 285. Fotografický přístroj, 597. — 286. Fotografování, 599.  |         |
| IV. <i>Spektrální analýze</i>   | 601—610 |
| 287. Spektroskopy, 601. — 288. Spektra emisní, 603. — 289. Zákonitosti v čárových spektrech, 604. — 290. Spektra absorpční, 607. — 291. Zákony světelné absorpce, 608. — 292. Účinky pohlceného světla, 609.  |         |
| V. <i>Fyzikální optika</i>  | 610—641 |
| 293. Interference světla, 611. — 294. Interference v tenké vrstvě, 614. — 295. Ohyb světla, 616. — 296. Ohyb světla mřížkou, 618. — 297. Polarizace světla, 620. — 298. Dvojlom světla, 623. — 299. Krystaly jednoosé a dvojosé, 626. — 300. Polarizační přístroje, 628. — 301. Interference polarizovaného světla, 631. — 302. Stáčení polarizační roviny, 634. — 303. Polarimetrie, 637.  |         |
| Ukazatel osob   | 643—646 |
| Ukazatel věcný  | 647—656 |







## Obecné konstanty fysikální.

Avogadrovo číslo  $N = 6.06 \cdot 10^{23}$  (odst. 70)

Boltzmannova konstanta  $k = R/N = 1.372 \cdot 10^{-16}$  erg/grad (odst. 124 a 160)

Faradayův náboj  $F = 96494$  C  $= 2.895 \cdot 10^{14}$  abs. j. elst. (odst. 199)

gravitační konstanta  $\kappa = 6.66 \cdot 10^{-8}$  cm<sup>3</sup>/g.sec<sup>2</sup> (odst. 27)

hmota elektronu  $m = 9.00 \cdot 10^{-28}$  g (odst. 168 a 247)

hmota protonu  $M = 1.662 \cdot 10^{-24}$  g  $= 1846$   $m$  (odst. 168)

mechanický ekvivalent tepla  $J = 4.186$  joule/cal  $= 0.427$  kgm/cal (odst. 127)

náboj elektronu  $e = -4.774 \cdot 10^{-10}$  abs. j. elst. (odst. 168, 199 a 247)

Planckova kvantová konstanta  $h = 6.545 \cdot 10^{-27}$  erg. sec. (odst. 160)

plynová konstanta  $R = 1.986$  cal/grad  $= 8.309$  joule/grad  $= 0.08204$  l. atm/grad (odst. 120)

rychlost světla ve vakuu  $c = 2.9985 \cdot 10^{10}$  cm/sec (odst. 258)

---

## Užívané zkratky.

abs. = absolutní,

abs. j. = absolutní jednotka,

el. = elektrický,

elmg. = elektromagnetický,

elst. = elektrostatický,

ems. = elektromotorická síla,

int. = internacionální,

mg. = magnetický,

ohn. = ohniskový,

opt. = optický,

rel. = relativní,

spec. = specifický.

---

## Tiskové chyby.

- Str. 138, ř. 13 shora, místo „Tlak 1 megadyny“ má být „Tlak 1 megadynu...“.
- Str. 146, ř. 19 shora, místo „3<sup>l</sup>“ (ve jmenovateli) má být „3<sup>e</sup>“.
- Str. 187, obr. 152 je vytištěn obráceně.
- Str. 226, ř. 24 shora, místo „440·60<sup>00</sup>“ má být „444·60<sup>00</sup>“.
- Str. 237, ř. 16 shora, místo „ $\frac{\text{grad}}{\text{cal}}$ “ má být „ $\frac{\text{cal}}{\text{grad}}$ “ (dvakrát).
- Str. 241, ř. 11 shora, místo „0·93“ má být „0·093“.
- Str. 281, ř. 9 shora, místo „ $\cdot(v_2 - v_1)$ “ má být „ $\cdot p \cdot (v_3 - v_1)$ “.
- Str. 281, ř. 15 shora, místo „o př.“ má být „po př.“.
- Str. 295, ř. 24 shora, místo „právě zmizi“ má být „počiná mizeti“.
- Str. 306, ř. 1 zdola, místo „24·9 % Cu“ má být „24·9 % Pb“.
- Str. 321, ř. 13 shora, místo „t plo“ má být „teplo“.
- Str. 321, ř. 4 zdola, místo „(CH<sub>2</sub>)“ má být „(C<sub>2</sub>H<sub>2</sub>)“.
- Str. 323, ř. 5 shora, místo „1540“ má být „1544“.
- Str. 337, ř. 13 shora, místo „ $\epsilon r$ “ (ve jmenovateli) má být „ $\epsilon r_0$ “.
- Str. 346, ř. 1 zdola, místo „Z posunut“ má být „Z posunutí“.
- Str. 350, ř. 12 shora, místo „A·2 $\varphi$ ·x“ má být „A·2 $\varphi_1$ ·x“.
- Str. 352, ř. 1 zdola, místo „V m“ má být „V/m“.
- Str. 372, ř. 24 shora, místo „g<sup>3/4</sup>“ v posledním výrazu má být „g<sup>1/2</sup>“.
- Str. 419, ř. 12 zdola, místo „4 $\mu$ ZI“ má být „4 $\pi$ ZI“.
- Str. 427, ř. 11 shora, místo „[d s. B]“ má být „[ds. B]“.
- Str. 467, ř. 17 shora, místo „tolikrát“ má být „kolikrát“.
- Str. 507, ř. 12 zdola, místo „rozpadu“ má být „rozpadu)“.

## Ú v o d.

**1. Obsah a rozdělení fyziky.** Fyzika byla původně společnou vědou o přírodě, jak nasvědčuje její jméno (*φύσις* = příroda). Postupem času odloučily se od ní vědy přírodopisné, jež učí tříditi jedince přírodní, fysiologie, obírající se studiem zjevů souvisících s ústrojenstvím, a posléze i chemie, pojednávající o látkových změnách těles. Zbývá tedy fysice studium neústrojných zjevů přírodních, pokud se jimi nemění látka těles. Rozlišení úkolů mezi fysikou a chemií není však možno důsledně provésti. Je mnoho zjevů, jež patří současně do fyziky i chemie a o těch jedná fysikální chemie. Také některá odvětví jiná, patřící vlastně do fyziky, se osamostatnila, na př. astronomie, astrofyzika, meteorologie. Jako užité vědy přiřadují se k fysice vědy technické, strojnictví, elektrotechnika a pod.

Postup badání fysikálního možno charakterisovati takto: *pozoruje, popisuje a vykládá* zjevy fysikální (t. j. patřící do oboru fyziky).

Fyzika vychází tedy z pozorování, je věda empirická (pokusná). Pokus a zkušenost je východisko, z něhož vytváříme *pojmy fysikální* a jímž stanovíme vztahy mezi fysikálními veličinami, t. zv. *zákony*. Jednotná soustava zákonů fysikálních, jež vyplývají z jednoho nebo několika principů, tvoří *theorii*. Příklady: Newtonova mechanika, Maxwellova theorie elmg. pole, Lorentzova theorie elektronová, Einsteinova theorie relativity. Kde dosavadní naše poznatky nestačí k vybudování theorie, vypomáháme si *domněnkami* (hypothesami), na př. Planckova kvantová domněnka.

Snaha po vědecké přesnosti vede k tomu, že se nespokojíme s pozorováním kvalitativním (na př. Ampèrovo pravidlo o směru, v němž se vychyluje magnetka elektr. proudem), nýbrž domáháme se poznatků kvantitativních (Biot-Savartův zákon o velikosti intensity magn. pole vzbuzeného elektr. proudem). To znamená, že se snažíme všechny fysikální pojmy převést na fysikální *veličiny*, jež měříme. Subjektivní pocit tepla a chladu nahrazujeme objektivně teplotou zjištěnou na stupnici teploměru, neurčité označení barvy (na př. žlutá barva sodíkového plamene) precisujeme stanovením délky vlny příslušného světla.

Podle používané metody můžeme rozeznávat tyto tři stránky fyziky:

1. fyzika *praktická*, jež jedná o měření veličin fyzikálních;
2. fyzika *pokusná*, jež odvozuje z pozorování empirické zákony; postupuje indukci, od zvláštních případů k obecnějším;
3. fyzika *theoretická*, jež hledá obecné principy a z nich odvozuje jednotlivé zákony zvláštní; postupuje zpravidla dedukci, t. j. od obecného k zvláštnímu.

Vzhledem k účelu zavádíme fyziku *technickou* shrnující v sobě všechny poznatky fyzikální, jež mají bezprostřední význam pro technickou praxi. Podobný význam má fyzika lékařská.

Podle obsahu je možno dělit fyziku na dvě hlavní části, jež jsou:

1. nauka o pohybu hmoty (fyzika hmoty), jež obsahuje mechaniku, akustiku a termiku;
2. nauka o elektromagnetickém poli (fyzika étheru), jež v sobě zahrnuje nauku o elektrině a magnetismu a optiku.

**2. Měření fyzikální.** Fyzikální veličiny dají se celkem rozvrhnouti na dva základní druhy, jež jsou:

1. *Množství* (kvantity, veličiny extensivní), na př. hmota, teplo, elektrický náboj. Jejich znakem je, že mohou býti považovány za součet menších částí. Abychom je mohli měřiti, je nutno zvoliti určitou *jednotku* a stanoviti, kolik dané množství obsahuje takovýchto jednotek. Potřebujeme k tomu znáti pouze, jak se pozná rovnost dvou množství.

2. *Stavové veličiny* (intensity, veličiny intenzivní), na př. teplota, elektr. potenciál. Pro jejich měření potřebujeme určitou *stupnici* spojitě proměnlivých stavů téhož druhu (na př. stupnici temperaturní), kterou vyjádříme číselně. Měření znamená pak zjistiti, se kterým stavem stupnice se shoduje stav daný. Je výhodno stanoviti stupnici tak, že jednotlivé stupně jsou určeny velikostí vhodné kvantity. Na př. teplotní stupnice může býti definována buď podle objemu rtuti nebo podle tlaku zvoleného plynu.

Veličiny fyzikální můžeme měřiti různými methodami. Ta metoda, při níž se stanoví veličina přímo podle definice, slove metoda *přímá*. Na př. spec. hmota se stanoví tak, že změříme hmotu i objem, jejichž poměr pak podle definice je hledaná specifická hmota.

Všechny jiné metody jsou *nepřímé* a spočívají na známém vztahu hledané veličiny k jiným veličinám. Příklad: stanovení spec. hmoty užitím Archimedova principu.

**3. Chyby měření.** Každé měření fysikální vede pouze k přibližné hodnotě, jež se liší více nebo méně od hodnoty správné. Rozdíl obou, t. j.

hodnota správná -- hodnota naměřená = *chyba* (to, co naměřené veličině *chybí*). Známe-li přibližnou velikost chyby i její znaménko, nazýváme ji *opravou* (korekcí). Je tedy korekce to, co musíme k naměřené hodnotě přičísti (ovšem se zřetelem k jejímu znaménku), abychom dostali hodnotu správnou. Na př. korekce určitého teploměru mezi  $40^{\circ}$  a  $50^{\circ}$  je  $-0.3^{\circ}$ . Určíme-li tedy na teploměru teplotu  $47.7^{\circ}$ , je správná hodnota  $47.4^{\circ}$ .

Je přirozeným úkolem pozorovatele, aby chyby měření učinil co nejmenší. Jejich odstranění (vlastně jen zmenšení) musí se díti různě podle původu chyb. Celkem můžeme chyby rozvrhnouti na chyby soustavné (systematické) a na chyby nahodilé. Vyložíme to na jednoduchém příkladu měření teploty teploměrem rtuťovým. Měření koná pozorovatel podle určité metody použitím měřicích strojů. To dává vznik třem druhům systematických chyb, jež jsou:

1. *Chyby metody*, jež vznikají z neúplnosti nebo nedokonalosti použitého způsobu měření. Na př. teplotu měříme zpravidla teploměrem rtuťovým, ač je definována podle rozpínavosti ideálního plynu (t. zv. *thermodynamická stupnice*). Abychom takovéto chyby odstranili, zjistíme kritickým rozбором metody jejich původ a možno-li i velikost a zavedeme pak příslušnou opravu. V uvedeném příkladě je třeba znáti objemovou roztažnost rtuti podle *thermodynamické stupnice*, abychom mohli číselně stanovit hledanou opravu. Nebo stanovíme-li zrychlení tíhové reversním kyvadlem, používáme konečného rozkvyu. Ale použitý vzorec předpokládá (v limitě) nulový rozkvy. Musíme tedy naměřenou dobu kvyu opravit na limitní případ nulového rozkvy. Nejlépe je touž veličinu měřiti různými metodami. Souhlas jejich výsledků je pak zárukou správnosti naměřené veličiny (příklad: měření rychlosti světla různými metodami).

2. *Chyby měřicích strojů*, vznikající z jejich nedokonalosti. Na př. skleněná nádobka teploměru se dosti dlouho po zhotovení tlakem vnějšího vzduchu smršťuje. Stupnice brzo po zhotovení nanesená se proto stává nesprávnou a teploměr ukazuje teplotu vyšší. Jiná chyba teploměru vzniká tím, že světlost kapiláry není všude stejná. Takovéto chyby odstraňujeme kontrolou stroje (na př. srovnáváme údaje daného teploměru s teploměrem normálním). Tak stanovíme korekční tabulku daného stroje, podle níž pak údaje stroje opravujeme. Jiné příklady: kontrola závaží, kontrola stupnice ampermetru a voltmetru.



3. *Chyby osobní* mají původ v osobnosti pozorovatele. Zejména při přesném určování časových okamžiků liší se odhady různých pozorovatelů (zkušných o 0·2 sec, méně zapracovaných až o 0·5 sec) podle jejich vnímavosti. Také při odhadování desetin dílku nevědomky zaokrouhluje někdo nahoru, jiný dolů. Chyby tohoto druhu lze vymýtiti tím, že touž veličinu odhadují různí pozorovatelé. Nejlépe se odstraní tím, že se osobní odhad nahradí strojovým záznamem (na př. neosobní mikrometr při astronomickém měření času).

*Chyby nahodilé* se liší od předešlých tím, že neznáme jejich původ. Když týž pozorovatel týž strojem opakuje totéž měření několikráte po sobě, liší se výsledky poněkud od sebe. Mají původ v náhodě (na př. v různé teplotě stroje, v různém přitlačení při měření tloušťky drátu mikrometrem, ve změněné poloze oka při odčítání stupnice a pod.). Jejich vliv zmírňujeme tím, že totéž měření nezávisle na sobě několikrát opakujeme. Protože chyby v jednom směru jsou právě tak možné jako ve směru opačném, je pravděpodobné, že v celkovém součtu se navzájem ruší zcela neb alespoň z největší části. Nejpravděpodobnější hodnotou je pak aritmetický střed (průměr) jednotlivých měření.

Jsou-li tedy naměřené hodnoty  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ , jest nejpravděpodobnější hodnota výsledku

$$a = \frac{1}{n} (a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n).$$

Odchytky  $\Delta_k$  jednotlivých naměřených hodnot  $a_k$  od průměru  $a$  jsou

$$\Delta_1 = a - a_1, \quad \Delta_2 = a - a_2, \quad \dots \quad \Delta_n = a - a_n.$$

Je zřejmé, že algebraický součet těchto odchylek se musí rovnati nule, v čemž spočívá kontrola počítání. Průměr  $a$  má důležitou vlastnost, že pro něj součet čtverců odchylek je nejmenší.

Součet  $S$  dvojmocí odchylek od libovolné hodnoty  $x$

$$S = (x - a_1)^2 + (x - a_2)^2 + \dots + (x - a_n)^2$$

je nejmenší pro takovou hodnotu  $x$ , pro níž platí

$$\frac{dS}{dx} = 0 \text{ čili } 2(x - a_1) + 2(x - a_2) + \dots + 2(x - a_n) = 0.$$

Z toho plyne řešením

$$x = \frac{1}{n} (a_1 + a_2 + \dots + a_n) = a,$$

čímž je důkaz proveden.

Jakožto *směrodatnou odchylku* zavádíme takovou odchylku  $\sigma$  od průměru, jejíž dvojmoc se rovná aritmetickému středu dvojmocí všech odchylek  $\Delta$ , tedy

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum (a - a_0)^2 = \frac{1}{n} \sum A^2, \quad \sigma = \sqrt{\frac{\sum A^2}{n}}.$$

Podle velikosti směrodatné odchylky můžeme dobře posouditi přesnost daných měření, jež je tím větší, čím je  $\sigma$  menší.

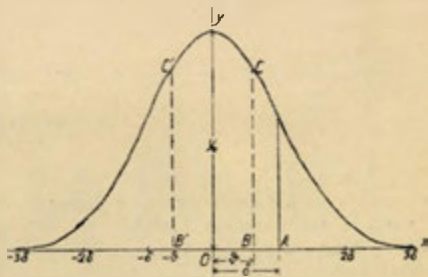
Chyby velké jsou zajisté méně pravděpodobné a proto méně časté než chyby malé. Gauss na základě počtu pravděpodobnosti stanovil t. zv. *normální rozložení chyb*. Budiž všech měření velmi velký počet  $N$ . Pak počet chyb připadajících mezi  $x$  a  $x + \Delta x$  jest úměrný šířce toho intervalu  $\Delta x$ , tedy  $y \cdot \Delta x$ . Veličina  $y$  stanoví četnost chyb o velikosti  $x$  a pro ni platí

$$y = \frac{N}{\delta \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{x^2}{2\delta^2}} = y_0 \cdot e^{-\frac{x^2}{2\delta^2}}.$$

Při tom  $\delta$  znamená směrodatnou odchylku měřenou od správné hodnoty a  $y_0$  největší četnost (pro nulovou chybu).

Z grafického znázornění (obr. 1) této funkce je zřejmé, jak četnost chyb s jejich velikostí na obě strany klesá. Při malém počtu měření platí ovšem Gaussův zákon jen zhruba. Průměr naměřených hodnot se také poněkud liší od správné hodnoty a proto směrodatná chyba  $\delta$  (nazýváme ji *střední chybou* jednotlivého pozorování) čítaná od správné hodnoty je poněkud větší než směrodatná odchylka  $\sigma$ , čítaná od průměru. Počet pravděpodobnosti vede k výsledku, že je třeba jmenovatele  $n$  ve vzorci pro  $\sigma^2$  zmenšiti o 1. Je tedy střední chyba  $\delta$  jednotlivého měření

$$\delta = + \sqrt{\frac{\sum A^2}{n-1}}.$$



Obr. 1. Gaussovo normální rozložení chyb.

Vypočítaný průměr  $a$  z daných měření má ovšem mnohem menší chybu než jediné měření. Zjistili bychom to tím, kdybychom na př. danou veličinu měřili 10krát a vypočetli z toho průměr  $a'$ , pak znovu 10krát a zase vypočetli průměr  $a''$  atd. Průměry  $a'$ ,  $a''$ , ... z těchto desítek měření budou se od sebe mnohem méně lišiti. Kvadratický průměr pravých chyb takto počítaných průměrů



stanoví střední chybu  $\bar{\delta}$  průměru a pro ni platí

$$\bar{\delta} = \pm \sqrt{\frac{\sum \delta^2}{n(n-1)}}.$$

Podle této střední chyby průměru můžeme dobře posouditi, do jaké míry je nalezený výsledek spolehlivý. V něm podržíme jen ta desetinná místa, která jsou měřením zaručena (po př. nejistá jen na jednu jednotku).

Můžeme si ještě položit otázku, jak velická chyba je nejpravděpodobnější, a nazveme ji *pravděpodobnou chybou*  $\vartheta$ . Je to taková chyba, že právě polovička skutečných chyb má menší hodnotu a polovička větší hodnotu, než je pravděpodobná chyba  $\vartheta$ ; v grafickém znázornění (obr. 1) se to jeví tím, že plocha  $BB'C'C$  mezi úsečkami  $\vartheta = OB$  a  $-\vartheta = OB'$  je právě polovičkou celé plochy vymezené Gaussovou křivkou a osou úseček. Z Gaussova rozložení chyb lze odvoditi, že pravděpodobná chyba činí přibližně  $\frac{2}{3}$  chyby střední (přesně 0·67449  $\bar{\delta}$ ). Je tedy

pravděpodobná chyba jednotlivého měření

$$\vartheta = 0\cdot67449 \bar{\delta} \doteq \pm \frac{2}{3} \sqrt{\frac{\sum \delta^2}{n-1}},$$

pravděpodobná chyba výsledku (průměru)

$$\bar{\vartheta} = 0\cdot67449 \bar{\delta} \doteq \pm \frac{2}{3} \sqrt{\frac{\sum \delta^2}{n(n-1)}}.$$

Chceme-li vyznačiti, do jaké míry je výsledek zaručen, připseme k němu jeho pravděpodobnou chybu; při tom ponecháme ovšem i to desetinné místo, na něž má pravděpodobná chyba vliv. Tak na př. pro nulovou polohu sférometru bylo stanoveno z 10 měření

$$(0\cdot1194 \pm 0\cdot0004) \text{ mm.}$$

Znamená to: Průměr všech měření je 0·1194 mm a má pravděpodobnou chybu 0·0004 mm. Je tedy stejně pravděpodobné, že správná hodnota leží mezi 0·1190 a 0·1198 mm, jako že leží v ně toho intervalu. Za zaručená místa pak považujeme 0·119 mm.

Příklad výpočtu střední a pravděpodobné chyby je v Zákł. prakt. fys.\*), str. 12 a další.

Při číselném počítání výsledků je nemístno počítati na více míst, než kolik je pozorováním zaručeno; stačí tedy zkrácené násobení nebo dělení. Mnohdy stačí počítati čtyřmístými log. tabulkami, po př. log. pravítkem. Pro bezpečnost počítáme zpravidla o jedno místo dále, abychom k chybám pozo-

\*) B. Macků, V. Novák a F. Nachtikal. Základy praktické fysiky. 2. vyd. Brno 1927, nákl. vlastním.

rovacím nepřidávali ještě chyby početní, ale výsledek zkrátíme jen na tolik míst, kolik je zaručeno. Tak na př. údaj 3·2745 g znamená, že měřená hmota je mezi 3·27445 a 3·27455 g. Je-li poslední číslice nejistá, píšeme ji menší než ostatní. Tedy 3·274<sub>5</sub> g znamená, že výsledek je přibližný asi na 0·2 až 0·3 mg.

**4. Soustava měř.** Bylo by možné pro každou veličinu fyzikální voliti zcela libovolnou jednotku, jež by ovšem musila býti veličina téhož druhu. To však by vedlo k nepřehlednosti soustavy a k složitosti zákonů (vyskytovaly by se v nich různé číselné konstanty). Proto jen pro několik málo základních veličin stanovíme jednotky libovolně a pro všechny ostatní veličiny volíme jednotky takové, které ze základních jednotek přirozeně vyplývají (na př. jednotka rychlosti z jednotek délky a doby). Tohoto způsobu užil vědomě prvý Gauss 1832 ve své theorii zemského magnetismu; jeho základní jednotky byly mm, mg a sec. Ukázalo se, že v mechanice stačí tři základní jednotky: pro délku, dobu a hmotu. Nauka o teple vyžaduje další jednotku (pro stupeň teploty) a podobně nauka o elektřině (na př. jednotku el. množství).

V mechanice jsou zavedeny základní jednotky pro délku centimetr (cm), pro dobu vteřina (sec) a pro hmotu gram (g).

Jednotky odvozené označujeme početním výrazem utvořeným z jednotek základních, jež vyznačuje vztah nové jednotky k jednotkám základním a jmenuje se *rozměr* této jednotky. Na př. rychlost  $v$  je definována jakožto (limitní) poměr přírůstku dráhy  $ds$  k příslušné době  $dt$ , tedy  $v = ds/dt$ . Tím jest již určena jednotka pro rychlost jakožto taková rychlost, při níž se za vteřinu vykoná dráha 1 cm a kterou tedy označíme cm/sec. Rozměr určité jednotky budeme vyznačovati hranatými závorkami, tedy v daném příkladu

$$\text{rozměr rychlosti} = [v] = \text{cm/sec.}$$

Každý číselný údaj fyzikální musí obsahovati označení jednotky, bez něhož by neměl smyslu. Fyzikální rovnice mají jen tehdy smysl, mají-li obě strany stejné rozměry: není-li tomu tak, jest daná rovnice jistě nesprávná. Podobně každý člen součtu musí míti týž rozměr.

Soustava všech jednotek základních a odvozených slove *absolutní soustava měř.* V praxi užívá se mnohdy násobků nebo dílů (tvořených podle soustavy desítkové) absolutních jednotek a dává se jim určité jméno; na př. jednotka práce jest

$$\text{joule} = 10^7 \text{ ergů} = 10^7 \frac{\text{g} \cdot \text{cm}^2}{\text{sec}^2}.$$

Potřeba přesného stanovení fyzikálních jednotek vynutila si však některé odchylky od absolutní soustavy. Na př. ampér (A) je defi-

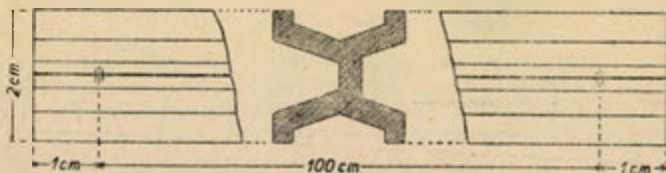
nován podle magnetického pole proudu, což je však pro praksi nevhodné; mnohem lépe a přesněji lze jej určit podle elektrolytického účinku proudu. Takto realizovaný ampér, jenž se sice velmi málo liší od „absolutního“ ampéru, nazývá se *mezinárodní* (internacionální) ampér. Tak je tomu i v některých jiných případech, na př. int. ohm ( $\Omega$ ), int. volt (V).

Soustava jednotek užívaných ve fyzice a v technických vědách není tedy, přísně vzato, vlastně absolutní, nýbrž internacionální. Odechyly obou soustav jsou však tak nepatrné, že v obvyklých měřeních není třeba k nim přihlížeti.

**5. Měření délek.** Bylo původním úmyslem odvoditi jednotku délkovou z rozměrů Země, aby ji bylo možno kdykoliv reprodukovati. Byl pak ideální metr  $10^{-7}$  polednikového kvadrantu zemského. K jeho realizaci změřili Delambre a Méchain v letech 1792—1799 část poledníku pařížského od Dunkerque až k pevnůstce Mont Jouy u Barcelony, což odpovídalo  $9^{\circ}40'25.9''$ . Později (v letech 1806—1808) rozšířili Arago a Biot měření do Středozemního moře až k místu Mola na ostrově Formentera.

|                |                       |
|----------------|-----------------------|
| Původní oblouk | $9^{\circ}40'25.9''$  |
| Dodatek        | $2^{\circ}41'47.5''$  |
| Celkový oblouk | $12^{\circ}22'13.4''$ |

Z těchto měření byl pak zhotoven prvotní metr („mètre primitif“ nebo „m. des archives“) jako platinová tyč průřezu  $2.5\text{ cm} \times 0.4\text{ cm}$ , správná při  $0^{\circ}\text{C}$ . Podle tohoto metru byly zhotoveny kopie ze slitiny  $90\% \text{ Pt} + 10\% \text{ Ir}$ ; jsou to tyče průřezu naznačeného na obr. 2,



Obr. 2. Internacionální metr.

celkové délky 102 cm. Na obou koncích prostřední plochy je vyryto po 3 čárkách; vzdálenost obou prostředních čárek určuje délku metru. Místo metru prvotního je nyní základem všech měřítek tyč označená písmenem M při teplotě  $0^{\circ}\text{C}$  a slove ta délka *metr internacionální* („le prototype international du mètre“).

Normální metr československý je platiniridiová tyč celkové délky 102 cm, označená No. 7 Alliage de 1874 a vzdálenost středních vrypů jest

100·0001 cm při 0° C. Chemické složení tyče jest: 87·7% Pt, 9·4% Ir, 0·4% Rh, 0·1% Pd, 1·4% Ru, 0·2% Cu a 0·8% Fe. Její koeficient teplotní roztažnosti jest

$$\alpha = (8606 + 1·77 t) \cdot 10^{-9},$$

kdež  $t$  znamená teplotu ve vodíkové stupnici. Tento normální metr jest uložen v Čsl. ústředním inspektorátě pro službu cejchovní v Praze-XVI.

Pozdější kontrola původních měření vedla k poznatku, že int. metr jest asi o 0·2 mm kratší než desetimiliontý díl kvadrantu zemského. Přesná měření geodetická vztahují se na t. zv. mezinárodní elipsoid referenční pro tvar Země, stanovený Hayfordem a přijatý na sjezdu geodetů v Madridu r. 1924, podle něhož délka eliptického kvadrantu zemského je 10,002,288 int. metru.

Základní jednotkou délky je setina int. metru, nazvaná centimetr a označená cm; její desetina je milimetr (mm). Menší míry jsou

0·001 mm = 1  $\mu$  (mikron), 0·000001 mm = 1  $\mu\mu$  (milimikron).

Pro optická měření vlnových délek nepostačuje přesnost, s jakou je metr určen. Užívá se při nich jednotky „angström“ (1 Å =  $10^{-8}$  cm), definované tím, že vlnová délka červené čáry kadmiové v suchém vzduchu teploty 15°, tlaku 760 mm Hg je 6438·4696 Å. Pro vlnové délky Röntgenových paprsků jest jednotkou tisícina angströmu, označená X, tedy 1 X = 0·001 Å =  $10^{-11}$  cm. Je definována tak, že mřížková konstanta NaCl (vzdálenost sousedních iontů Na<sup>+</sup> a Cl<sup>-</sup> v kuchyňské soli) je přesně  $d = 2814$  X.

V astronomii je třeba délkových jednotek mnohem větších, jež jsou:

1. *astronomická (planetární) jednotka* = velká poloosa dráhy zemské = 149·5 · 10<sup>6</sup> km = 1·495 · 10<sup>13</sup> cm;

2. *světelný rok* = dráha proběhnutá světlem za rok = 9·4627 · 10<sup>12</sup> km = 0·94627 · 10<sup>16</sup> cm = 63·300 astr. jedn.;

3. *parsec* (hvězdná dálka) = vzdálenost, ze které se jeví velká poloosa dráhy zemské v zorném úhlu 1'' = 30·836 · 10<sup>12</sup> km = 3·0836 · 10<sup>16</sup> cm = 3·2588 svět. roků.

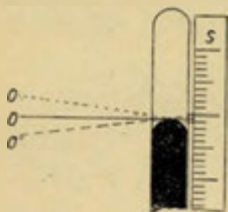
Měřítka se ryjí *delicím strojem*. Je to v podstatě přesně řezaný šroub o výšce závitů 1 mm, zabírající do posuvné matice spojené se sánkami. Na sánky připevníme podklad, na nějž má býti naneseno měřítko; otáčením šroubu posouváme podklad o stejné díly a rydlem (upevněným na podstavci stroje) ryjeme jednotlivé čárky. Hlavice šroubu bývá rozdělena na 100 dílů a je k ní připojen nonius, takže můžeme přesně zastavovati až na 0·001 mm. Při rytí je třeba pamatovati na mrtvý chod šroubu; je proto třeba otáčeti šroubem stále v témž směru. — Podklad měřítek bývá zhotoven z oceli, ze stříbrného pruhu zapuštěného do mosazi, ze skla a pod. Nejpresnější měřítka se hotoví z invaru (ocel obsahující 36% niklu), jež teplotou téměř nemění délky.

Měřítka bývají zpravidla rozdělena na milimetry; dílky menší buď odhadujeme nebo stanovíme *noniém*. Na něm je 9 mm rozděleno



na 10 dílků, takže každý dílek je kratší o 0.1 mm. Když  $n$ -tá čárka nonia splývá s čárkou hlavního měřítka, je nultá čárka nonia vzdálena o  $n$  desetin mm od předcházející čárky měřítka. Tedy: nulu nonia postavíme na konec měřené délky; kolikátá čárka nonia splývá s čárkou hlavního měřítka, tolik desetin mm nutno přidati.

Měřítka i měřená délka mají býti co možná těsně u sebe. Jsou-li v různých rovinách, může vzniknouti *chyba paralakční* (obr. 3) tím,



Obr. 3.

Vznik chyby paralakční.

že konec měřené délky nepromítáme kolmo na měřítka  $S$ . Malá odchylka oka  $O$  od kolmice způsobí tím větší chybu, čím je oko blíže; není tedy dobře dívati se okem příliš zblízka. K odstranění této vady používáme měřítka nanesených na zrcadle. Při kolmém odčítání splývá pak konec měřené délky s obrazem zornice oka. Chyba paralakční se odstraní také tím, že odčítáme z dálky dalekohledem. — Odčítáme-li výšku sloupců kapalinových, zastavujeme vždy na vrchol menisku.

*Měřítka kontaktní* (posuvná měrka) má na jednom konci pevně kolmé rameno; po měřítce se posouvá druhé kolmé posuvné rameno. Velikost posunutí odčítáme na měřítce použitím nonia s posuvným ramenem spojeného. Je zejména výhodné pro měření průměru plných válců. Při měření průměru dutých válců vsuneme obě ramena dovnitř. K odečtení na měřítce je pak nutno přičísti šířku obou ramen, jež bývá přesně 1 cm nebo 2 cm.

Pro odečítání svislých odlehlostí mezi vodorovnými hladinami užíváme *kathetometru*. Je to v podstatě svislá osa, po níž se posouvá vodorovný dalekohled. Svislost osy a vodorovnost dalekohledu kontrolujeme libelami. Posunutí dalekohledu se odčítá na měřítce na ose naneseném.

Větší přesnosti dosahujeme měřítka šroubovými. *Mikrometr* (mikrometrická měrka) je vlastně kontaktní měřítka. Pohyblivá čelist je na šroubu přesně řezaném (výška závitu 1 mm), jehož matice je pevně spojena s pevnou čelistí. Počet celých otoček (mm) odčítáme na postranní stupnici, setiny otočky na děleném obvodu hlavice šroubové. Hodí se zejména pro měření tloušťky desek a průměru drátů. Lepší mikrometry mají šroub o výšce závitu  $\frac{1}{2}$  mm a hlavice je dělena na 50 dílků. Odčítáme zase setiny mm, ale lze odhadnouti i tisíciny. Jsou pro rozměry 0 až 2.5 cm, 2.5 cm až 5.00 cm a pod.; tento má přidán kalibr pro kontrolu základního dílku (2.5 cm).

*Sférometr* (obr. 4). Přesně pracovaný šroub (výška závitu zpravidla  $\frac{1}{2}$  mm), opatřený hrotem  $H_0$  je v matici na třech zahroce-

ných nožkách ( $H_1, H_2, H_3$ ). Hroty nožek tvoří vrcholy rovnostranného trojúhelníku, k jehož středu  $O$  směřuje osa šroubu. Počet celých otoček odečteme na postranním svislém měřítku (dělením na  $\frac{1}{2}$  mm), části otočky na rozděleném kruhu, připojeném k hlavici šroubové.

Sférometrem je možno měřiti poloměr křivosti kulových ploch. Změří se výška  $v$  středního hrotu nad rovinou určenou ostatními hroty. Pak jest podle výkresu:

$$\varrho = \frac{2}{3} \cdot \frac{s}{2} \sqrt{3} = \frac{s}{3} \sqrt{3},$$

$$\varrho^2 = \frac{s^2}{3} = v(2r - v),$$

z čehož plyne:

$$r = \frac{s^2}{6v} + \frac{v}{2}.$$

Pro stanovení výšky  $v$  je třeba znáti nulovou polohu sférometru, jež se určí na dokonale rovné ploše (t. zv. *planum*).

Při všech šroubových měřítkách je třeba přihlížeti k mrtvému chodu; při měření musíme postupovati vždy v témž směru.

Dělicího stroje lze použiti ke kontrole měřítka; rydlo je v tomto případě nahrazeno mikroskopem. Otáčením šroubu zastavujeme mikroskop nad jednotlivými dílky měřítka; z počtu otočení plyne pak přesná vzdálenost jejich. Přístroje, zařízené na kontrolu měřítka, slovou *komparátory*.

Naměřená délka je jen tehdy správná, má-li měřítko touž teplotu  $t_0$ , při které byla nanesena stupnice (obyčejná měřítka při  $t_0 = 20^\circ$ , normální při  $0^\circ$ ). Měříme-li při jiné teplotě  $t$ , je třeba opravit nalezenou délku  $l$  o vlastní roztažení měřítka. Je tedy

$$\text{oprava } \Delta l = \alpha l (t - t_0), \text{ opravená délka } l^* = l [1 + \alpha (t - t_0)].$$

Při tom znamená  $\alpha$  koeficient délkové roztažnosti, jenž jest pro

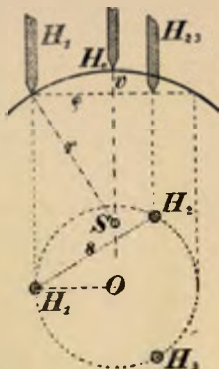
mosaz a stříbro 0·000019

sklo 0·000008

ocel 0·000012

invar (niklová ocel) 0·0000016.

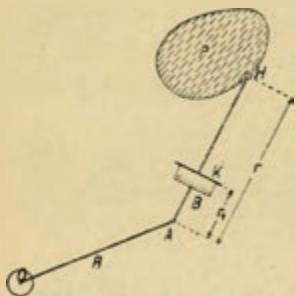
**6. Měření ploch.** Jednotka měr plošných je čtverečný centimetr ( $\text{cm}^2$ ). Plochy pravidelné stanovíme výpočtem, když jsme změřili délky k tomu potřebné. Plochy nepravidelné buď určujeme tím, že zvážíme plochu vystřiženou ze stejnorodého papíru nebo staniolu a srovnáme ji s vahou plochy jednoduchého tvaru



Obr. 4.  
Měření sférometrem.

(na př. obdélníku), jehož plochu výpočtem zjistíme, nebo je stanovíme planimetrem.

*Polární planimetr Amslerův* (obr. 5). Z pevného pólu  $O$  vychází polární rameno  $OA$  délky  $R$ , skloubené s ramenem po-



Obr. 5. Planimetr Amslerův.

jezdňm  $AH$  délky  $r$ . Na tomto rameni je ve vzdálenosti  $r_1$  od kloubu kolečko  $K$ , opatřené děleným bubínkem  $B$ . Při měření postavíme hrot  $H$  na určitý bod na obvodu měřené plochy  $P$  a objedeme hrotem po obvodu plochy. Kolečko odvaluje jen složku dráhy kolmou k pojezdnému rameni; složka rovnoběžná odpadá pro smyk. Dosti složitá theorie tohoto přístroje vede k výsledku, že úplně objatá plocha je úměrná dráze  $d$  odvalené kolečkem,  $P = k \cdot d$ . Počet jeho celých otoček odčítáme na vodorovném číselníku (připojeném k po-

jezdnému ramenu), setiny otočky na obvodu bubínku (po př. ještě tisíciny na noniu). Konstanta úměrnosti  $k$  slove převodní číslo planimetru a bývá zaznamenána u přístroje; můžeme ji určití tím, že objedeme hrotem plochu známé velikosti. Uvedený výsledek platí potud, pokud je pól  $O$  planimetru vně měřené plochy  $P$ . Je-li pól uvnitř plochy  $P$ , je třeba zvětšiti výsledek počítaný podle vzorce  $P = k \cdot d$  o stálou konstantu  $C = \pi(R^2 + r^2 - 2rr_1)$ , takže v tomto případě plocha měří  $P' = k \cdot d + C$ . Hodnota konstanty  $C$  bývá rovněž u planimetru zaznamenána. Délka  $r_1$  znamená vzdálenost kolečka  $K$  od kloubu  $A$ , měřenou směrem ke hrotu  $H$ . Mnohdy bývá kolečko  $K$  na opačné straně od kloubu než hrot; v tomto případě čítáme  $r_1$  záporně.

*Světlost trubice* (plocha vnitřního průřezu) stanoví se ze hmoty kapky rtuťové do trubice vpravené a z délky jejího sloupečku. Posouváním kapky na různá místa kontrolujeme, má-li trubice všude stejnou světlost (*kalibrace*).

**7. Měření objemu.** Jednotkou pro míry objemové je krychlový centimetr ( $\text{cm}^3$ ). Jinou jednotkou je *litr* definovaný jako objem int. kilogramu čisté vody za největší hustoty (při  $4^\circ$ ) a za normálního tlaku atmosférického (760 mm Hg). Pro neúplnou přesnost při zhotovení kilogramu liší se vlastně litr poněkud od  $\text{dm}^3$ , je totiž

$$1 \text{ litr} = 1.000028 \text{ dm}^3.$$

Objem těles pravidelných stanovíme výpočtem z měření délkových. — K hrubšímu, avšak rychlému stanovení objemu kapalin hodí se *odměrné baňky, odměrné válce* (mensury), *pipety, byřety a pyknometry*; podrobnosti o nich najde čtenář v Zákl. prakt. fys., str. 55 a další. Objemy nepravidelných těles pevných zhruba změříme tím, že je ponoříme do kapaliny v menzure nebo, jsou-li to drobná tělíska, že je nasypeme do *volumenometru* (Zákl. prakt. fys., str. 61) z části naplněného kapalinou.

Při těchto měřeních je třeba přihlížeti k teplotní roztažnosti skla. Dutina mění objem s teplotou právě tak, jako by byla z látky stěny (tedy skla). Měříme-li objem  $V$  při teplotě  $t$ , a je-li měrná nádoba správná při teplotě  $t_0$ , pak korekce je

$$\Delta V = \beta \cdot V (t - t_0).$$

( $\beta$  = objemový koeficient látky stěny, pro sklo 0·000025). Správný objem  $V^*$  je pak

$$V^* = V \cdot [1 + \beta (t - t_0)].$$

Tavený křemen (křemenné sklo) má velmi malý objemový koeficient roztažnosti (0·0000015), takže při nádobách z něho zhotovených není třeba přihlížeti k tepelné roztažnosti.

K přesnějšímu výsledkům, než při přímém měření objemu, vede nepřímá metoda, spočívající na Archimedově zákoně. O tom pojednáme v oddíle o stanovení specifické hmoty.

**8. Měření úhlů.** Při praktickém měření úhlů se užívá důsledně míry stupňové;  $1^\circ$  je devadesátý díl pravého úhlu,  $1^\circ = 60'$ ,  $1' = 60''$ . V geodetických měřeních zavádí se nyní dělení setinné na grady; grad (značený  $1^g$  nebo  $1^g$ ) je stý díl pravého úhlu ( $R$ ), tedy

$$1 R = 100^g = 100'; 1^g = 100', 1' = 100''.$$

Převod míry setinné na stupňovou je vyjádřen vztahy

$$100^g = 90^\circ, 1^g = 0\cdot9^\circ = 54', 1' = 0\cdot54' = 32\cdot4'', 1'' = 0\cdot324''.$$

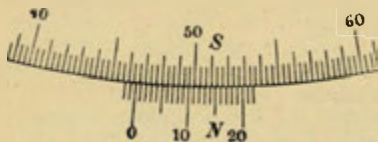
V theoretických úvahách se užívá míry obloukové; jednotkou je *radián* jakožto úhel, jehož oblouk se rovná poloměru. Pravému úhlu přísluší tedy číslo  $\pi/2$  (bez rozměru), plnému úhlu  $2\pi$ . Převodní vztahy jsou

$$\begin{aligned} 1^\circ &= \frac{2\pi}{360} = 0\cdot017453, & 1 \text{ radián} &= \frac{360^\circ}{2\pi} = 57^\circ 17' 45'' \\ & & &= \frac{400''}{2\pi} = 63^\circ 66' 20''. \end{aligned}$$

Pro měření úhlů rýsovaných užíváme úhloměrů. Výhodné jsou úhloměry z průhledného celuloidu, jejichž dělení je naneseno na spodní straně; tím odpadá chyba paralakční.



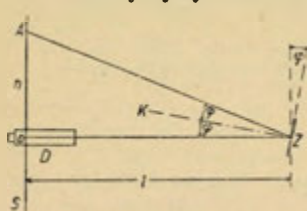
Úhly v poli měříme *theodolitem*. Je to dalekohled otáčivý kolem vodorovné a svislé osy, opatřený dvěma rozdělenými kruhy, vodorovným pro azimut a svislým pro výškový úhel. Pro měření úhlů ve vodorovné rovině stačí *nivelační stroj*, jenž má jen vodorovný dělený kruh.



Obr. 6. Úhlový nonius.

čímž odstraníme chybu vznikající tím, že osa otáčecí nesplývá přesně se středem děleného kruhu. Kruh bývá zpravidla dělen na třetiny stupně ( $20'$ ) a nonius (obr. 6) má 20 dílků, rovnajících se 19 dílkům hlavní stupnice. Odčítáme pak na noniu dvacetiny z dílu hlavní stupnice, tedy minuty; na obr. 6 je odečtení  $46^{\circ} 26'$ .

Malé výchylky úhlové měříme výhodně *metodou zrcadlovou* \*).



Obr. 7. Měření metodou zrcadlovou.

z čehož počítáme  $\varphi$ . Pro dosti malé úhly můžeme nahraditi tangentu úhlem v míře obloukové (při  $4^{\circ}$  je chyba  $0.17\%$ ) a je pak

$$\operatorname{tg} 2\varphi = \frac{n}{l},$$

$$\varphi = \frac{n}{2l}.$$

Malé odchylky od vodorovné roviny zjišťujeme *libelou* (Hooke, 656, obr. 8). Je to skleněná trubice  $T$ , velmi mírně do kruhového oblouku prohnutá nebo lépe soudkovitě vybroušená, naplněná alkoholem nebo étherem až na malou bublinu vzduchovou  $B$ . Skleněná trubice má na horní části rovnoměrné dělení a je uzavřena v mosazné trubici  $V$ , spočívající na dvou nožkách (jedné pevné  $A$ , druhé



Obr. 8. Libela.

\*) Srovn. též Základy prakt. fysiky, str. 37.

na šroubu  $S$ ) na ocelové rovné desce  $D$ . Při správné úpravě libely se zjistí vodorovná poloha desky  $D$  tím, že je bublina  $B$  právě uprostřed dělené stupnice. Správnost libely se kontroluje takto: libela se postaví na pevnou rovinu, opatřenou třemi šroubovými nožkami tak, aby ležela ve spojnici dvou nožek. Pak šroubováním nožek upravíme použitou rovinu tak, aby byla bublina právě uprostřed. Když pak libelu otočíme o  $180^\circ$ , má býti bublina zase uprostřed stupnice. Není-li tomu tak, opravíme polovičku výchylky šroubem  $S$  na libele a druhou polovičku šroubem na použité desce. Tím je libela správně zařízena a použitá deska je ve směru libely postavena do vodorovného směru, což kontrolujeme (po př. ještě upravíme) novým otočením libely. — Zjistíme-li pak (na př. otočením šroubové nožky použité desky), jakému úhlu přísluší změna polohy bubliny o jeden dílec stupnice, můžeme z výchylky libely stanovit úhlovou odchylku roviny (ve směru délky libely) od roviny vodorovné.

Má-li býti rovina postavena tak, aby byla ve všech směrech vodorovná, je třeba vykonati zkoušku libelou ve dvou směrech navzájem kolmých; s výhodou se k tomu užívá dvou spojených a vzájemně kolmých libel nebo (nevyžaduje-li se velké přesnosti) libely kulaté.

**9. Měření časová.** Při měřeních časových narážíme na zvláštní nesnáz, že dvě různé doby, na př. dnes od 9 h. do 10 h. a zítra od 9 h. do 10 h., nemůžeme vůbec přímo o vespolek srovnávat. Stanovíme proto čas nepřímou podle přírodních dějů, které důvodně můžeme považovati za pravidelné. V podstatě měříme čas podle otáčení Země, projevujícího se tím, že se hvězdná obloha zdánlivě otáčí v opačném smyslu. Doba, za kterou se otočí Země o  $360^\circ$  (od vrcholení určité stálice k následujícímu jejímu vrcholení), slove *hvězdný* (siderický) den a trvá 23 h. 56 m. 4·100 s. středního času slunečního. Tato doba je takřka neproměnná, což dosvědčují astronomická pozorování. To je sice velmi výhodné pro definici času, přece však se takováto časomíra nehodí pro praktický život, neboť hvězdný den se liší od slunečního.

V praktické astronomii čtá se hvězdný čas podle zdánlivého pohybu jarního bodu, což je průsek ekliptiky a rovníku. Účinkem přecese posunuje se jarní bod (třebas velmi zvolna) proti ročnímu zdánlivému pohybu Slunce mezi hvězdami a tedy ve směru denního pohybu stálic. Proto je hvězdný den čtáný podle vrcholení jarního bodu o maličko (0·009 sec) kratší než výše uvedená doba otočení Země o  $360^\circ$ .

Příroda vnucuje nám za základ časomíry jiné dvě doby, jež jsou:

1. *Sluneční den* (pravý), což je doba mezi dvěma následujícími spodními kulminacemi Slunce; v této době se střídá tma a světlo. Poněvadž se Slunce pohybuje vzhledem k hvězdné obloze po ekliptice

v opačném smyslu, než je denní pohyb hvězd, je sluneční den delší než hvězdný. Právě sluneční dny nejsou však stále stejné. V důsledku II. Keplerova zákona mění se poněkud rychlost Země v její eliptické dráze a proto zdánlivý pohyb Slunce v ekliptice není rovnoměrný. Mimo to také odchylky ekliptiky od rovníku způsobuje další nepravidelnost v trvání pravých slunečních dnů.

V roce 1931 nejdelší pravý sluneční den je 19. září a trvá o 21·3 sec déle než 24 hodin stř. času; nejkratší den 23. prosince je o 29·8 sec kratší než střední sluneční den.

2. *Tropický rok*, což je doba mezi dvěma průchody Slunce jarním bodem; v této době se střídají roční počasí. Tropický rok (365 d. 5 h. 48 m. 45·82 s.) je kratší než hvězdný (siderický) rok, jenž znamená dobu oběhu Země kolem Slunce anebo dobu, v níž Slunce proběhne v ekliptice 360° a jenž trvá 365 d. 6 h. 9 m. 9·54 s. Příčina toho spočívá v tom, že následkem přecese osy zemské se jarní bod posouvá po ekliptice vstříc Slunci. Účinkem nutace není však posouvání jarního bodu po ekliptice zcela rovnoměrné a proto se jednotlivé pravé tropické roky poněkud od sebe liší; avšak v dlouholetém průměru je střední doba tropického roku (nahore uvedená) takřka neproměnná.

Na střední rok tropický připadá 366·2422 hvězdných dnů, čítaných podle jarního bodu. Za tuto dobu proběhlo Slunce ekliptikou v opačném směru k dennímu pohybu hvězd od jarního bodu zase k jarnímu bodu, takže je slunečních dnů o jeden méně, totiž 365·2422. Definujeme tedy *střední* (průměrný) den sluneční jakožto

$$\frac{366 \cdot 2422}{365 \cdot 2422} = 1 \cdot 002738 \text{ hvězdného dne.}$$

Podle toho je střední sluneční den o 3 m. 56·55 s. hvězdného času delší než hvězdný den. Střední den sluneční se dělí na 24 hodin po 60 minutách po 60 vteřinách. Základní jednotkou doby je vteřina středního slunečního času, označená sec.

Den se počíná spodní kulminací „středního Slunce“, což je myšlený bod, jenž současně se Sluncem prochází jarním bodem, ale pohybuje se vzhledem k rovníku rovnoměrně. Polohou středního Slunce na obloze je stanoven střední čas.

Jak bylo dříve uvedeno, jednotlivé pravé dny se poněkud liší od středního dne. Tyto poměrně malé odchylky stále se sčítají v průběhu řady dní a tím se stává, že pravý čas (stanovený polohou skutečného Slunce na obloze) se může dosti značně lišit od středního času. Rozdíl obou sluje časová rovnice\*), tedy

$$\text{časová rovnice} = \text{střední čas} - \text{pravý čas.}$$

\*) V astronomických efemeridách (na př. The Nautical Almanac) zavádí se nyní čítání časové rovnice s opačným znaménkem; pak znamená opravu, kterou musíme přidati k údajům hodin, abychom dostali pravý čas sluneční.

Podle toho časová rovnice znamená opravu, kterou musíme přidati k pravému času (řídícímu se podle Slunce), abychom dostali střední čas. Průběh časové rovnice (pro rok 1931) je znázorněn na obr. 9. Během roku má dvě maxima

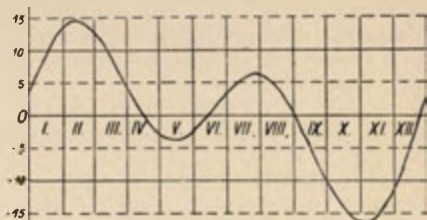
12. II. 1931 + 14 m. 22.5 s.

27. VII. 1931 + 6 m. 22.2 s.

a dvě minima

15. V. 1931 — 3 m. 47.4 s.

4. XI. 1931 — 16 m. 22.7 s.



Obr. 9. Časová rovnice.

Každé místo povrchu zemského má svůj místní čas řídící se místním poledníkem. Pro shodu údajů časových jsou zavedeny pásmové časy, lišící se toliko v hodinách, jejich minuty a vteřiny souhlasí. Základem je universální čas (U. Č.) definovaný podle greenwichského poledníku. U nás je zaveden středoevropský čas (S. E. Č.), příslušný poledníku + 15° na východ od Greenwiche (prochází Jindřichovým Hradcem); platí pro něj

$$\text{S. E. Č.} = \text{U. Č.} + 1 \text{ hod.}$$

Oprava středoevropského času na místní čas v Praze činí — 2 m. 18 s., v Brně + 6 m. 29 s.

Pro měření času užíváme hodin (chronometrů). Čas měří se počtem kyvů kyvadla nebo nepokoje (setrvačniku s pružným pérkem). Hodinový stroj je vlastně počítadlo kyvů.

Při přesném určování času je přihlídnouti ke dvěma chybám hodin:

1. *Stav* (korekce) je oprava, kterou musíme přidati k údajům hodin, abychom dostali správný čas; je tedy

$$\text{stav} = \text{správný čas} - \text{údaj hodin.}$$

2. *Chod* hodin znamená změnu stavu hodin za 1 den, způsobenou předbíháním nebo zpouzdňováním hodin. Při kladném chodu se hodiny zpouzdňují, při záporném předbíhají.

Stav i chod hodin zjišťuje se buď pozorováními astronomickými nebo srovnáváním se signály radiotelegrafickými, které se opírají o astronomická pozorování. *Mezinárodní signál* (podrobnosti v Hvězdářské roence) vysílá pařížská stanice tak, že se končí přesně v 10 h. 30 m. S. E. Č., a stanice Nauen u Berlína (konec signálu přesně v 1 h. a ve 13 h.). Jím lze zjistiti čas na 0.2 sec přesně. Pro nejpresnější kontrolu hodin (na 0.01 sec) vysílají se t. zv. *vědecké* nebo *rytmické* signály. Je to 306 tiků, při čemž mezi prvním a posledním uplyne přesně 300 sec, takže doba mezi dvěma po sobě jdoucími tiky je  $\frac{300}{306}$  sec. Znamená tedy tento signál vlastně časový nonius.



Pro měření krátkých dob až na 0·001 sec užívá se Hippova chronoskopu. Jsou to velmi rychle jdoucí hodiny, při nichž jsou elektromagnetem drženy ručičky vně hodinového stroje. Měření zařídíme tak, aby při začátku doby měřené se proud přerušil (ručičky počnou běžeti) a na konci se spojil (ručičky se zastaví).

Měření dob na  $\frac{1}{10}$  sec, po př. na  $\frac{1}{100}$  sec se koná stopkami (stopwatch). První stisk uvede sekundovou ručičku v běh, druhý stisk ji zastaví a třetí ji vrátí na nulu.

**10. Hmota.** Ve fyzice považujeme hmotu za základní pojem, jehož význam tedy nelze definovati (t. j. vyložiti pomocí jiných pojmů). Je to kvantita (veličina extensivní) a stačí proto úplně určití, co považujeme za jednotku hmoty a jak se určí rovnost dvou hmot.

Za jednotku hmoty (kg) byla původně navržena hmota 1 dm<sup>3</sup> čisté vody za největší hustoty (3·98° C) a za tlaku jedné atmosféry (760 mm Hg).

Rovnost dvou hmot můžeme určovati dvojím způsobem:

1. podle váhy na téže místě gravitačního pole; takto stanovená hmota nazývá se *tíhová hmota* (t. j. gravitačně určená);

2. podle odporu setrvačnosti, jaký klade proti změně svého pohybového stavu. Dvě hmoty jsou tehdy rovné, když stejně velké síly jim udělí stejná zrychlení. Takto stanovená hmota slove *setrvačná hmota*.

Velikost určité hmoty je tedy stanovena dvěma pojmově různými způsoby a mohlo by se očekávat, že tím dojdeme k různým výsledkům. Na př. mosazná a skleněná kulička stejné váhy by mohly za účinku stejných sil nabývatí různých zrychlení. Měly by pak při stejné tíhové hmotě různou setrvačnou hmotu, což by se projevilo, že by padaly ve vakuu různě. Ale již Galilei poznal, že všechna tělesa padají se stejným zrychlením (ovšem pouze ve vakuu). Zkušnost ukazuje, že oboje měření hmoty vede vždy k témuž výsledku. To je důležitý experimentální poznatek, k němuž dospěl Newton ze svých pokusů o kyvadlech s kuličkami z různých látek. Eötvös (1891) zjistil pomocí torsních vah, že setrvačné hmoty dvou stejně těžkých těles jsou též stejné v mezích dosažitelné přesnosti (na  $5 \cdot 10^{-8}$ ). Důležitá tato věta jest východiskem Einsteinova obecného principu relativity, podle něhož gravitace a setrvačnost jsou jen různé stránky téhož zjevu.

Jednotka hmoty (kg) jakožto hmota dm<sup>3</sup> čisté vody za maximální hustoty byla stanovena na základě Archimedova zákona ze ztráty na váze ponořeného tělesa. Podle výsledku byl zhotoven platinový válec téže hmoty (kilogram primitif). Podle něho byly později zhotoveny kopie ze slitiny 90% Pt + 10% Ir; kopie ozna-

čená písmenem K byla prohlášena za vlastní základní jednotku hmoty jakožto *kilogram internacionální*. Dalšími měřeními se zjistilo, že *int. kg* jest o 0·0027 % větší než *kg* ideální.

1 *int. kg* vody má při 4° objem  $1000\cdot027\text{ cm}^3 = 1\text{ litr}$ ,  
1  $\text{dm}^3$  vody má hmotu 999·973 g *int.*

Normální kilogram československý jest označen No. 41 a má hmotu 1000·000504 g; jeho objem při 0°C jest 0·0464959 litru.

Ve fyzice jednotkou hmoty je tisícina *int. kg*, zvaná gram, značka g.

Násobky a díly gramu sestavujeme jako závaží v sádky a to obvykle podle soustavy:

1, 2, 2, 5; 10, 20, 20, 50; atd. nebo:  
1, 1, 1, 2, 5; 10, 10, 20, 50; atd.

Navrhované schema: 1, 2, 3, 4 (podle vzoru reostatů) se neužalo. Závaží větší gramu jsou mosazná a buď poniklovaná nebo pozlacená. Závaží menší gramu jsou buď platinové plíšky nebo aluminiové deštičky. — Pro přesná vážení je třeba kontrolovati závaží (viz Zákl. prakt. fys., str. 53). — Jezdec je drátek platinový hmoty 1 cg vhodného tvaru, aby se mohl posaditi kamkoli na pravítko vahadla.

**11. Váhy a vážení.** Rovnost hmot (tíhových) stanovíme, jak bylo dříve uvedeno, z rovnosti jejich vah, kterou zjistíme vahami. Váhy spočívají na větě, že dvě síly na páce jsou v rovnováze, když jejich momenty se rovnají.

*Váhy rovnoramenné* jsou vlastně rovnoramenná páka (vahadlo), opřená hranou trojbokého hranolu na rovném lůžku. Tato hrana slove osa vahadla. Vahadlo musí míti polohu stálou, t. j. jeho těžiště musí býti pod osou. Po obou stranách jsou ve stejných vzdálenostech ostré břity, na nichž visí misky. Osa i postranní břity mají býti rovnoběžné a ležeti v téže rovině; břity bývají upevněny na šroubkách, aby bylo možno jejich polohu vhodně opravit.

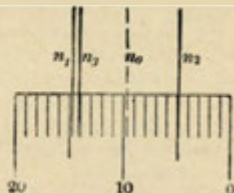
Na vahadle je pravítko s ním rovnoběžné a dělené na obě strany na 100 dílů; po něm se vhodnou úpravou dá zvenčí posunovati jezdec. Kolmo k vahadlu je připojen jazyček ukazující na stupnici. Aby se ušetřilo ostří hranolů, jsou opatřeny váhy *aretací* (zabavovacím zařízením). Obvyklé analytické váhy mají dvojí aretaci, jíž se nadzdvihne vahadlo a pak podeprou misky. Nejjemnější váhy mají ještě třetí aretaci, jíž se podchycují závěsy misek. Váhy aretujeme zvolna a to při průchodu jazyčku středním dílkem, aby břity hranolů netrpěly otřesy. Celé váhy jsou uzavřeny ve skřínce se skleněnými stěnami, aby se chránily před prachem, proudy

vzduchovými a jednostranným oteplováním; přední stěnu skřínky je možno zdvíhati, po př. postranní stěny otvírati. — Váhy mají býti postaveny na konsolě připevněné k hlavní zdi, aby na ně nepůsobily otřesy (na př. při chůzi) a to v místě co možná stejnoměrné teploty (opodál kamen, oken, dveří).

Klidová poloha jazýčku při nezatížených miskách slove *nulová* poloha, při zatížených miskách *rovnovážná* poloha. Předmět  $M$  na levé misce vyvažujeme závažími  $Z$  na pravé misce tak, aby rovnovážná poloha  $\varphi$  (obr. 10) souhlasila s nulovou. Pak musí se váha váženého tělesa udržovati v rovnováze toliko vahou závaží (nehledíme-li ke vztlaku vzduchu). Pokud smíme gravitační pole považovati za stejnorodé (což je v praxi vždy splněno) a jsou-li váhy



Obr. 10.  
Schema rovnoramenných vah.



Obr. 11.  
Obraty jazýčku na stupnici.

přísně rovnoramenné (délka ramen  $l$ ) a neprohýbají-li se, musí pláti rovnost momentů

$$Mgl \cdot \cos \varphi = Zgl \cdot \cos \varphi,$$

z čehož plyne  $M = Z$ . Stanovíme tedy vahami velikost hmoty a ne váhu tělesa, pro jejíž určení by bylo třeba znáti tíhové zrychlení  $g$  pozorovacího místa, jež se v hořejším vzorci krátilo.

Klidovou polohu jazýčku (nulovou i rovnovážnou) stanovíme ze tří po sobě jdoucích obrátů (zastávek) jazýčku na stupnici. Je to rychlejší a také přesnější, než abychom čekali na ustálení vah (malý prášek na ose mohl by způsobiti dosti značnou odchylku). Číslování stupnice (obr. 11) myslíme si z prava (0) přes střed (10) do leva (20); pak přidáním závaží se posunuje rovnovážná poloha k větším číslům. Ze dvou obrátů na téže straně  $n_1, n_2$  vypočteme pak střed  $\frac{n_1 + n_2}{2}$ ; z něho a z obrátu na druhé straně  $n_3$  vypočtený střed stanoví pak klidovou polohu  $n_0$ .

Nulová poloha má býti poblíže středního dílce (asi v rozmezí 8 až 12). Větší odchylky opravíme korekcemi šroubky (rovnoběž-

nými s vahadlem) buď na koncích ramen nebo ve středu vahadla. Pohybem malé matice posunuje se těžiště vahadla vpravo nebo vlevo, až se dosáhne vhodné nulové polohy. Postup při vážení je zevrubně popsán v Zákl. prakt. fys., str. 46 a další.

Váhy (jako vůbec každý měřicí stroj) mají být správné a citlivé. *Správnost* stroje rozumíme obecně požadavek, aby výsledek měření souhlasil se skutečností. *Citlivost* stroje posuzujeme podle nejmenšího rozdílu měřené veličiny, který strojem můžeme bezpečně zjistiti. Mnohdy mluvíme ještě o *přesnosti* měřicího stroje a posuzujeme ji podle toho, do jaké míry je výsledek měření zaručen.

*Správnost vah.* Váhy jsou správné, když při stejném zatížení obou misek souhlasí rovnovážná poloha s polohou nulovou. O správnosti vah se přesvědčíme, vyměníme-li váženou hmotu a závaží; rovnovážná poloha má zase souhlasit s nulovou.

Na vahadle bez misek (obr. 12a) budťež vodorovné vzdálenosti břitů od osy, t. j. ramena vahadla  $OA' = l_1$ ,  $OB' = l_2$ , svislé vzdálenosti břitů od vodorovné roviny jdoucí osou  $AA' = \varepsilon_1$ ,  $BB' = \varepsilon_2$ . Zavěsíme-li misky (hmot  $\mu_1, \mu_2$ ), ustálí se vahadlo v nulové poloze, ukazujíc výchylku  $\varphi$ ; malá různost hmoty misek je kompensována výchylkou těžiště  $T$  vahadla. Má-li po vložení hmoty  $M$  na levou misku být rovnovážná poloha zase  $\varphi$ , je třeba vložit na pravou misku takové závaží, aby moment jeho váhy se rovnal momentu váhy  $M$ , tedy (obr. 12b)

$$Mg(l_2 \cdot \cos \varphi + \varepsilon_2 \sin \varphi) = Zg(l_1 \cos \varphi - \varepsilon_1 \sin \varphi).$$

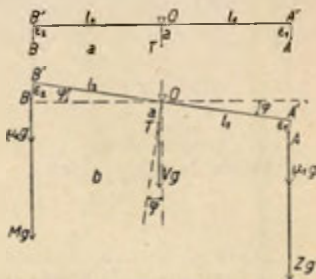
Tíhové zrychlení  $g$  se krátí. Váhy jsou správné, když platí úsudek  $M = Z$ ; to vyžaduje, že se výrazy v závorkách na obou stranách musí rovnati, tedy

$$l_2 \cdot \cos \varphi + \varepsilon_2 \cdot \sin \varphi = l_1 \cdot \cos \varphi - \varepsilon_1 \cdot \sin \varphi.$$

Nulová poloha  $\varphi$  se však teplotou poněkud mění. Aby uvedená rovnice platila pro každé  $\varphi$ , musí

$$l_2 = l_1, \quad \varepsilon_2 = -\varepsilon_1.$$

To znamená: ramena musí být stejně dlouhá a závěsné bříty v téže přímce s osou. Poslední podmínku stačí vyplnit pouze přibližně ( $\varepsilon_1$  a  $\varepsilon_2$  jsou malé), neboť příslušné jim členy jsou malé veličiny



Obr. 12. Vahadlo *a* bez misek.  
*b* s miskami i zatížením.



druhého řádu. Zbývá pak jako základní podmínka správnosti vah rovnost obou ramen.

Dobré váhy této podmínce zpravidla v značné míře vyhovují. Větší odchylky bylo by možno vyrovnati pomocí šroubků, jimiž jsou drženy postranní hranoly; není toho však zpravidla třeba a také to není radno (aby se neuvolnily brity!).

I malou odchylku od správnosti vah zjistíme citlivě tím, že týž předmět (nejlépe některé závaží, aby odpadla oprava na vakuum) zvážíme střídavě na obou miskách. Jsou-li vyvažující závaží v obou případech  $Z_1, Z_2$ , vede rovnováha (nehledíme-li ke členům druhého řádu s  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ ) na podmínky

$$\begin{aligned} M l_2 &= Z_1 l_1, \\ Z_2 l_2 &= M l_1. \end{aligned}$$

Po znásobení obou vztahů  $M$  se krátí a dostáváme

$$\frac{l_1}{l_2} = \sqrt{\frac{Z_2}{Z_1}} = \sqrt{1 + \frac{Z_2 - Z_1}{Z_1}} = 1 + \frac{1}{2} \frac{Z_2 - Z_1}{Z_1}.$$

Známe-li poměr ramen  $l_1/l_2$ , pak jediným vážením stanovíme správnou hmotu  $M$  podle vztahu

$$M = Z_1 \cdot \frac{l_1}{l_2}.$$

Také na vahách ne zcela správných můžeme správně vážit, aniž je třeba stanoviti poměr ramen. V podstatě můžeme tak učiniti dvěma methodami:

1. *Methoda dvojího vážení* (Gauss). Předmět vážíme jako dříve střídavě na obou miskách. Dělením dříve napsaných vztahů krátí se délky ramen, takže

$$\frac{M}{Z_2} = \frac{Z_1}{M}, \text{ z čehož } M = \sqrt{Z_1 \cdot Z_2} = \frac{Z_1 + Z_2}{2}.$$

Poněvadž veličiny  $Z_1$  a  $Z_2$  jsou téměř stejné, můžeme geometrický průměr nahraditi arithmetickým, čímž se počet značně usnadní.

2. *Methoda tárování* (Borda). Předmět nejprve vyvážíme na druhé misce tárou (granátky, skl. kuličkami a pod.). Pak sejmeme předmět a klademe na touž misku tolik závaží, aby váhy měly stejnou rovnovážnou polohu jako dříve. Předmět má pak touž hmotu jako závaží jej nahrazující (až na korekci vakuovou). Při tom není třeba stanoviti nulovou polohu.

Tuto metodu pozměnil Mendělejev tak, aby se vážilo vždy při téměř zatížení. Na levou misku položíme největší dovolené závaží, na pravou misku předmět a tolik táry, až nastane rovnováha. Pak předmět sejmeme a nahradíme závažími na touž rovno-

vážnou polohu. Předností této úpravy je, že vážíme vždy při téžm zatížení a tedy při stejné citlivosti, což jest výhodné pro interpolaci.

Je důležité uvědomiti si, že této korekce na nerovnoramennost vah je třeba jen při vážení absolutním (na př. při stanovení spec. hmoty z vymeřeného objemu, při stanovení intensity proudu z množství vyloučeného stříbra). Převážná většina vážení fysikálních i chemických jsou však relativní (výsledek počítáme z poměru hmot), na př. stanovení spec. hmoty podle Archimedova principu nebo kvantitativní analyza v chemii. V těchto případech odpadá tato korekce (t. j. v poměru hmot se krátí).

*Citlivost vah.* Váhy jsou citlivé, když malý přídavek  $\Delta z$  způsobí značnou výchylku jazyčku  $\Delta \alpha$ ; poměr  $\Delta \alpha / \Delta z$  stanoví pak obecně citlivost vah.

Při odvození vztahu pro citlivost předpokládáme váhy správné ( $l_1 = l_2 = l$ ); jen musíme přihlédnouti k tomu, že při zatížení vahadlo se prohne, takže břity se sníží o malou délku  $\varepsilon$ . Hmota každé misky budiž  $\mu$ , hmota předmětu i závaží  $M$ , hmota vahadla  $V$  a vzdálenost těžiště od osy  $a$ . Přídavkem  $\Delta z$  vychýlí se vahadlo o úhel  $\Delta \alpha$ . Rovnováha vyžaduje (obr. 13), krátíme-li  $g$ :

$$(\mu + M)(l \cos \Delta \alpha + \varepsilon \sin \Delta \alpha) + V \cdot a \sin \Delta \alpha = (\mu + M + \Delta z)(l \cos \Delta \alpha - \varepsilon \sin \Delta \alpha).$$

Označíme-li celkové zatížení vahadla  $R = 2\mu + 2M + \Delta z$ , máme

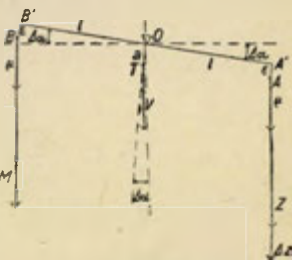
$$(Va + R \cdot \varepsilon) \sin \Delta \alpha = l \cdot \Delta z \cdot \cos \Delta \alpha.$$

Pro malé  $\Delta \alpha$  můžeme tangentu nahraditi úhlem a máme pak:

$$\text{citlivost} = \frac{\Delta \alpha}{\Delta z} = \frac{l}{V \cdot a + R \cdot \varepsilon}.$$

Kdyby  $\varepsilon = 0$  (břity v téže přímce s osou), nezávisela by citlivost na zatížení. Při rostoucím zatížení však se vahadlo prohýbá ( $\varepsilon$  roste) a proto citlivost se zatížením klesá. Je proto třeba, aby vahadlo bylo dostatečně pevné v ohybu, má-li míti zatížení nepatrný vliv na citlivost.

Citlivost je přímo úměrná délce ramen  $l$  a (nehledíme-li k prohnutí vahadla) nepřímo úměrná hmotě vahadla  $V$  a vzdálenosti  $a$  těžiště od osy. Prodlužováním ramen nezískali bychom ničeho na citlivosti, neboť velmi značně by stoupala hmota vahadla. Bývají proto ramena vah poměrně



Obr. 13. Citlivost vah.

krátká (asi 7 cm), ale zato co možná lehká. Pro vahadlo užívá se slitin lehkých kovů (magnalium = 7 dílů Al + 1 díl Mg) a hotoví se ve tvaru vyztuženého rámu, aby při malé hmotě mělo značnou pevnost v ohybu. Velké citlivosti se pak dosahuje tím, že těžiště vahadla je velmi blízko pod osou vahadla. Na jazyčku nebo nad osou je šroubová matice, jejíž zdviháním se zvyšuje těžiště a tím zvětšuje citlivost. Při velké citlivosti kývají však váhy velmi zvolna a vážení se stává nepohodlné.

V praxi se citlivost vah udává výchylkou jazyčku v dílcích stupnice, způsobenou přívázkem 1 mg. Analytické váhy se zařizují na citlivost 2 dílce na mg, což stačí pro zajištění desetin mg. Váhy praktikantské (lékárnické) mívají citlivost asi 1 dílec na centigram.

Při častém vážení doporučuje se předem stanovit si tabulku citlivosti pro různá zatížení, čímž se pak ušetří při vážení času (srov. Zák. prakt. fys., str. 50).

*Přesnost* vah posuzujeme podle nejmenšího rozdílu hmot, jež můžeme vahami zaručiti (na př. váhy přesné na 0.5 mg, na 0.1 mg). Podmínkou přesnosti vah je, aby nulová i rovnovážná poloha byly stálé, o čemž se přesvědčíme opěťovaným jich určováním. Stalost klidových poloh vyžaduje, aby vahadlo bylo neproměnné (brity dostatečně upevněné, ostré a čisté, vahadlo pevné v ohybu). Veliký vliv má nestejnoměrné zahřátí obou ramen. Mělo-li by na př. jedno rameno vah z magnalia (koeficient roztažnosti 0.000024) teplotu o 1° vyšší než druhé, změní se tím poměr ramen o  $24 \cdot 10^{-6}$ . To znamená, že při vážení 100 g za rovnováhy je rozdíl obou vážených hmot  $100 \cdot 24 \cdot 10^{-6} \text{ g} = 2.4 \text{ mg}$ . Přesnost vážení na 0.1 mg vyžaduje tudíž, aby teplota obou ramen byla alespoň na 0.04° stejná.

O přesnosti vah (a obdobně jakéhokoli měřicího přístroje) nabudeme spolehlivého úsudku, když hmotu téhož předmětu stanovíme nezávisle několikrát opakovaným vážením a vypočteme střední chybu z jednoho měření. Čím je  $\delta$  menší, tím je přesnost větší. Za míru přesnosti  $h$  zavádí se výraz

$$h = \frac{1}{\delta \sqrt{2}}.$$

*Oprava vážení na vzduchoprázdný prostor* (redukce na vakuum). Předmět i závaží jsou podle Archimedova zákona nadlehčovány o váhu vytlačeného vzduchu a k tomu musíme tudíž při přesném vážení přihlížeti. Předmět správné hmoty  $M$  nechť má specifickou hmotu  $S$ ; jeho objem je pak  $M/S$ . Závaží  $Z$  má spec. hmotu  $\delta$  (pro mosaz  $8.5 \text{ g/cm}^3$ ) a objem  $Z/\delta$ . Značí-li  $\sigma$  spec. hmotu vzduchu (s dostatečnou přesností  $0.0012 \text{ g/cm}^3$ ), je podmínka rovnováhy (na správných vahách po zkrácení  $g$ )

$$M - \frac{M}{S} \sigma = Z - \frac{Z}{\delta} \sigma.$$

Ve druhém členu levé strany (je to malá korekce) můžeme hmotu  $M$  nahradití téměř stejnou veličinou  $Z$  a pak jest správná hmota

$$M = Z + Z \left( \frac{1}{S} - \frac{1}{\delta} \right) \sigma.$$

Korekce na vakuum tedy činí

$$\Delta Z = + Z \left( \frac{1}{S} - \frac{1}{\delta} \right) \sigma.$$

Pro látky řidší než mosaz ( $S < \delta$ ) je korekce kladná (na př. pro vodu  $+0.106\%$ ); pro látky hustší ( $S > \delta$ ) je záporná (na př. pro rtuť  $-0.0053\%$ ).

**12. Specifická hmota.** Specifická (měrná) hmota nějaké látky znamená hmotu obsaženou v jednotce objemové ( $\text{cm}^3$ ). Je-li tedy hmota tělesa  $M$  (vyjádřená v gramech) a  $V$  jeho objem v  $\text{cm}^3$ , je hledaná spec. hmota  $S$  určena vztahem

$$S = \frac{M}{V}.$$

Rozměr jednotky pro specifickou hmotu je podle předešlého vzorce  $\text{g}/\text{cm}^3$ .

Mnohdy se zavádí též pojem hustoty, což je poměr hmoty dané látky k hmotě stejného objemu vody při její maximální hustotě. Je tedy hustota číselné rovna spec. hmotě, ovšem jakožto poměr stejnorodých veličin je prosté číslo bez rozměru. Různost internacionálního a ideálního kilogramu však má za následek, že spec. hmota čisté vody při max. hustotě je  $s = 0.999973 \text{ g}/\text{cm}^3$ , tedy o  $0.0027\%$  menší. Proto vlastně je hustota (definovaná poměrem  $S/s$ ) o  $0.0027\%$  větší než spec. hmota. K tomuto malému rozdílu není však třeba v praksi přihlížeti.

V technické praxi se zpravidla pro označení spec. hmoty užívá výrazu „měrná váha“; souvisí to s tím, že v technické soustavě (jak později poznáme) bere se za třetí základní jednotku síla (místo hmoty). Proto se váha těles považuje za základní pojem a hmota za pojem odvozený. Ač má tedy název „měrná váha“ v technické soustavě své oprávnění, dlužno přece ve fyzice, oprávnějí se o absolutní soustavu měr, držeti se správného označení spec. (měrná) hmoty.

Specifický objem  $v$  určité látky znamená objem  $1 \text{ g}$  té látky, tedy za dřívějšího označení

$$v = \frac{V}{M} = \frac{1}{S}.$$

Stanovení spec. hmoty methodou přímou vyžaduje určení hmoty  $M$  (vážením se zřetelem ke korekci na vakuum) a objem  $V$ . Objem pravidelných pevných těles počítáme z vyměřených délek (srovn. Zákl. prakt. fys., str. 59). Objem nepravidelných těles pev-

ných (zejména drobných) můžeme určit zhruba ponořením do kapaliny v mensuře nebo ve volumenometru (srovn. Zákl. prakt. fys., str. 61). U kapalin odměřujeme stálý objem buď pipetou nebo pyknometrem.

Přímé stanovení objemu je však zpravidla málo přesné. Nahrazujeme je proto nepřímým určením z hmoty stejného objemu vody (po př. jiné kapaliny).

*Methody nepřímé.* Daná látka budiž vyvážena závažím  $M$ , stejný objem vody (po př. jiné kapaliny) závažím  $m$ . Označme neznámý objem  $V$ , hledanou spec. hmotu  $S$ , spec. hmotu vody při její teplotě  $s$  (podle tabulek), spec. hmotu závaží  $\delta$ , vzduchu  $\sigma$  (stačí vzít přibližnou hodnotu  $0.0012 \text{ g/cm}^3$ ). Rovnováha na vahách v obou případech se zřetelem na vztlak vzduchu vyžaduje:

$$V(S - \sigma) = \frac{M}{\delta} (\delta - \sigma),$$

$$V(s - \sigma) = \frac{m}{\delta} (\delta - \sigma).$$

Z toho plyne dělením

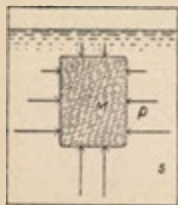
$$\frac{S - \sigma}{s - \sigma} = \frac{M}{m}$$

a tudíž

$$S = \frac{M}{m} (s - \sigma) + \sigma.$$

Podle tohoto vzorce počítáme spec. hmotu při všech nepřímých methodách.

Některé z nich spočívají na zákonu Archimedově: *těleso ponořené do kapaliny jest nadlehčováno silou, rovnající se váze vytlačené kapaliny*. Správnost tohoto zákona odvodíme touto jednoduchou úvahou: Těleso  $M$  (obr. 14) ponořené do kapaliny podléhá se všech stran hydrostatickým tlakům  $p$  úměrným hloubce pod hladinou. Vodorné složky těchto tlaků se ruší, nikoli však složky svislé; shora jsou tlaky menší než zdola. Má proto výslednice všech tlaků směr svisle vzhůru. Kdyby místo tělesa byla kapalina, existovaly by na jednotlivých místech jejího rozhraní stejné tlaky. Z toho, že by v tomto případě byla kapalina v rovnováze, usuzujeme,



Obr. 14.  
Zákon Archimedův.

že výslednice všech tlaků (*vztlak*) se rovná právě váze kapaliny těleso nahrazující. Stejný vztlak působí i na ponořené těleso a rovná se váze kapaliny tělesem vytlačené (t. j. váze stejného objemu kapaliny).



Archimedův zákon demonstrujeme tím, že na kratší miskou vah (hydrostatických) zavěsíme dutý válec a pod něj na drátku plný válec stejného objemu a vše vyvážíme. Ponoříme-li pak válec do kapaliny, poruší se vztlakem kapaliny rovnováha, jež zase nastane, když dutý válec naplníme kapalinou (má právě stejný objem jako kapalina plným válcem vytlačená).

Jestliže do nádoby s kapalinou ponoříme těleso zavěšené drátkem na zvláštním stojanu, stoupne hladina kapaliny tak, jako kdybychom do nádoby přilili stejný objem kapaliny. Váha nádoby se proto zvětší o váhu kapaliny tělesem vytlačené, což lze rovněž snadno demonstrovati.

V dalším popisu, jak stanovíme spec. hmotu různými způsoby, bude znamenati  $M$  závaží vyvažující daný předmět ve vzduchu a  $m$  závaží vyvažující stejný objem vody (po př. jiné kapaliny), jejíž spec. hmotu  $s$  při její teplotě vyčteme z tabulek. Spec. hmota  $S$  zkoumané látky se pak počítá podle vzorce

$$S = \frac{M}{m} (s - \sigma) + \sigma,$$

v němž  $\sigma = 0.0012 \text{ g/cm}^3$  znamená průměrnou spec. hmotu vzduchu. — Při hrubších měřeních můžeme zanedbat opravu na vakuum a položit pro spec. hmotu vody  $s = 1$ , takže je přibližně  $S = M/m$ .

**A. Látky pevné.** 1. *Methoda vážení ve vzduchu a ve vodě.* (Srovn. Zák. prakt. fys., str. 60). Daný předmět zvážíme ve vzduchu ( $M$ ); pak jej zavěsíme na miskou vah tenoučkým drátkem a zvážíme jednou ve vzduchu ( $M_1$ ), po druhé ( $M_2$ ), když je ponořen v destilované vodě; dbáme při tom, aby se na něm nezachytily bublinky vzduchu. Pro závaží vyvažující stejný objem vody dostáváme podle Archimedova zákona  $m = M_1 - M_2$ ; hledanou spec. hmotu  $S$  vypočteme dosazením do hořejšího vzorce.

Rozdíl  $M_1 - M_2$  stanoví vlastně vodu vytlačenou předmětem i ponořenou částí drátku; tato poslední část bývá však zanedbatelně malá. Při nejpresnějším měření jest ovšem třeba odhadnouti hmotu vody vytlačenou drátkem a odečísti ji od rozdílu  $M_1 - M_2$ .

2. *Methoda pyknometrická* (vhodná pro drobná tělíska, srovn. Zák. prakt. fys., str. 61). *Pyknometr* je skleněná nádobka, již se dá odměřiti vždy též objem kapaliny. Hotoví se ve tvaru baňky uzavřené zabroušenou skleněnou zátkou; zátka bývá provrtána, aby vzniklou kapilární trubicí mohla přebytečná kapalina odtéci.

Vyvážíme na vahách po sobě drobná tělíska ( $M$ ), pyknometr s vodou ( $M_1$ ) a pyknometr s tělísky ve vodě ( $M_2$ ); pro závaží vyvažující vodu tělísky z pyknometru vytlačenou dostáváme  $m = M_1 + M - M_2$ . Výpočet  $S$  je stejný jako dříve.

**B. Kapaliny.** 1. *Methoda pyknometrická* (srovn. Zák. pr. fys., str. 63). Na vahách vyvážíme suchý pyknometr ( $M_1$ ), pyknometr s vyšetřovanou kapalinou ( $M_2$ ) a pyknometr s dest. vodou ( $M_3$ ).

Je pak

$$M = M_2 - M_1, \quad m = M_3 - M_1$$

a dál se počítá jako dříve.

2. *Metoda ponorného tělíska* (srovn. Zákl. prakt. fys., str. 64). Ponorné tělísko je skleněný dutý váleček zatížený rtutí (nejlépe malý teploměr, abychom současně stanovili teplotu kapaliny), zavěšený na tenkém drátku. Vyvážíme jej na vzduchu závažím  $M_1$ , v zkoumané kapalině závažím  $M_2$  a v destilované vodě závažím  $M_3$ . Je pak podle Archimedova zákona

$$M = M_1 - M_2, \quad m = M_1 - M_3,$$

což dosadíme do vzorce dříve uvedeného. Při přesných měřeních je třeba přihlížeti k tomu, aby v obou případech byl drátek ponořen ve stejné délce.

3. *Mohrovy vážky* (srovn. Zákl. prakt. fys., str. 65). Jedno rameno vah, rozdělené na 10 dílků, nese skelné tělísko (malý teploměr), jež je na druhém rameni vyváženo pevným závažím. K vážkám jsou připojeny jezdce, z nichž základní (zpravidla dva) má stejnou hmotu jako voda 4° tělískem vytlačena; další jezdce mají hmoty rovné 0.1 a 0.01 téže hmoty. — Skelné tělísko se ponoří do zkoumané kapaliny a její vztlak na tělísko se vyrovná vhodným rozložením jezdců po rozděleném rameni. Z rozložení jezdců odčítáme pak přímo hustotu a tím i spec. hmota kapaliny.

Specifická hmota látek pevných i kapalin závisí na teplotě. Daná látka hmoty  $M$  nechť má při teplotě  $t_0$  objem  $V_0$ , spec. hm.  $S_0 = M/V_0$ ; pak při teplotě  $t$  jest její objem

$$V = V_0 [1 + \beta(t - t_0)]$$

a tedy spec. hmota

$$S = \frac{M}{V_0 [1 + \beta(t - t_0)]} = S_0 [1 - \beta(t - t_0)].$$

Při tom  $\beta$  jest objemový koeficient roztažnosti dané látky (pro látky pevné rovný trojnásobnému koeficientu lineárnímu). Odvozený vzorec platí jen pro malé změny teplotní; při velkých změnách teploty je závislost spec. hmoty na teplotě složitější.

Na tlaku závisí spec. hmota látek pevných i kapalných velmi málo, takže k tomu není třeba v praxi přihlížeti.

Specifická hmota plynů a par závisí velmi značně jak na teplotě, tak i na tlaku. V tabulkách uvádí se spec. hmota pro t. zv. normální poměry, t. j. teplotu 0° a tlak 1 atm. (760 mm Hg 0°).

U plynů a par rozumíme *hustotou* (hutností) poměr hmoty nějakého plynu k hmotě stejného objemu suchého vzduchu za téže teploty a téhož tlaku. Poněvadž se plyny a páry řídí velmi při-

blízně týmiž zákony, je hustota plynů téměř nezávislá na teplotě i na tlaku.

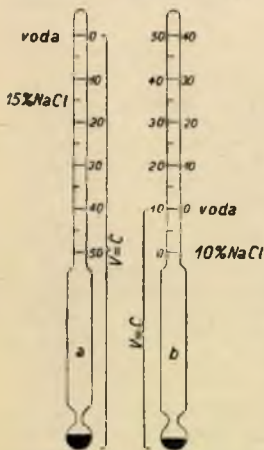
**13. Areometry.** Těleso plovoucí na povrchu kapaliny vytlačí (podle zákona Archimedova) tolik kapaliny, kolik samo váží. Ponořuje se tudíž totéž těleso v různých kapalinách tak, že ponořený objem je nepřímě úměrný spec. hmotě kapaliny. Na tom spočívá rychlé stanovení spec. hmoty pomocí *areometru* (obr. 15). Jsou to delší skleněné trubice, dole rozšířené a zatížené rtutí; je výhodné, obsahují-li současně teploměr  $T$  pro stanovení teploty kapaliny.

Budiž hmota areometru  $M$ , ponořený jeho objem  $v$  a spec. hmota zkoumané kapaliny  $S$ . Pak podle uvedeného zákona o plování platí:

$$M = v \cdot S, \text{ z čehož } S = \frac{M}{v}.$$

Spec. hmota je nepřímě úměrná ponořenému objemu. Na Gay-Lussacově *volumenometru* je nanášena stupnice (rovnoměrná), vyjadřující objem ponořené části v % objemu po *vodní bod*, t. j. až kam se ponoří v čisté vodě max. hustoty. Vodní bod je tedy značen číslem 100 a dělení postupuje zdola nahoru rovnoměrně. Pak jest

$$S = \frac{100}{v}.$$



Obr. 16. Areometry Bauméovy.  
a pro hustší, b pro řidší kapaliny.



Obr. 15.  
Areometr.

Zpravidla nebývá na areometru dělení podle objemů, nýbrž je nanášena stupnice, určující přímo spec. hmotu; stupnice jest ovšem nerovnoměrná (dolů hustší, nahoru řidší). Areometry tyto (zvané též densimetry nebo hustoměry) hotoví se ve dvou družích, pro kapaliny řidší vody (vodní bod označený 1'000 je dole) a pro kapaliny hustší než voda (vodní bod nahoře). Stupnici odčítáme skrze kapalinu, stavíce oko tak, aby hladina kapaliny splynula v přímku. Měření areometrem je rychlé a pohodlné; jeho přesnost však je zmenšována tím, že povrchové napětí kapaliny stahuje areometr poněkud hlouběji do kapaliny. V technické praxi se někdy po-

užívá areometrů s rovnoměrným dělením na t. zv. stupně Bauméovy (značka Bé). Areometr pro kapaliny hustší než voda (obr. 16 a) má nulu v místě, kam se ponoří ve vodě určité teploty (zpravidla 15°) a dílek 15 v místě, kam se ponoří v 15% ním roztoku kuchyňské soli téže teploty. Tím je stanoven význam jednoho dílku. Budiž  $C$  objem ponořené části ve vodě, vyjádřený v těchto dílcích. Ponoří-li se areometr v zkoumané kapalině po dílek  $n$ , je ponořený objem  $C - n$  a tedy specifická hmota (nepřímo úměrná ponořenému objemu)

$$S = \frac{C}{C - n}$$

Konstanta  $C$  je poněkud různá podle zvolené základní teploty. Pro novější t. zv. racionální areometry jest  $C = 144.3$ .

Areometr pro kapaliny řidší než voda (obr. 16 b) má nulu na místě, kam se ponoří v 10% ním roztoku kuchyňské soli a dílek 10 na místě ponoru ve vodě (stupnice vlevo). Číslování postupuje obráceným směrem (nahoru). Převodní vzorec je

$$S = \frac{C}{C + n - 10} \quad C = 146.3.$$

U novějších areometrů pro řidší kapaliny začíná číslování (na obr. 16 b stupnice vpravo) od vodního bodu jako nuly; pak platí převodní vztah

$$S = \frac{C}{C + n}.$$

Areometry pro zvláštní účely mívají empirické stupnice, z nichž lze přímo stanovit složení kapaliny. Tak na př. alkoholometry jsou opatřeny stupnicí, určující procentový obsah ethylalkoholu ve vodném roztoku a to buď podle hmoty (stupnice Richterova, označená  $R$ ) nebo podle objemu (stupnice Trallesova, označená  $T$ ). Je zřejmé, že Trallesova objemová procenta jsou vždy větší než Richterova procenta podle hmoty.

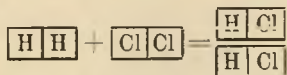
**14. Vývoj názorů o stavbě hmoty.** Hmoty stejnorodé (homogenní) nazývají se *látky*. Mohou býti trojího skupenství: pevného, kapalného a plynného. Látky pevné mají buď ve všech směrech stejné vlastnosti a jsou *isotropické*; nebo mají v různých směrech různé vlastnosti (na př. štípatelnost, dvojlom) a slovou *anisotropické*. Kapaliny a plyny jsou vždy isotropické (uměle lze ovšem i v kapalinách vzbudit anisotropii).

Starořecký filosof Anaxagoras (v V. stol. před Kr.) vyslovil názor o nezničitelnosti hmoty. V nové době Lavoisier na základě četných pokusů zjistil správnost tohoto názoru a učinil jej jako princip zachování hmoty základem všeho badání chemického. Správnost tohoto principu v novější době velmi pečlivě



zkoušel a potvrdil Landolt; odchylky od toho principu byly vždy v mezích pozorovacích chyb.

Jiná závažná otázka o hmotě jest, zdali vyplňuje prostor spojitě či se skládá z jednotlivých diskretních částic. Ve starověku Leukippos a zejména jeho žák Démokritos poukázali na to, že lze neprostupnost hmoty a možnost směšování hmot v jednotné látky pochopiti jen při diskretním složení hmot. Podle Démokrita skládá se hmota z částic dále nedělitelných, jež nazval atomy (nedělitelné). Náзор ten upadl však v zapomenutí a v středověku a ranném novověku jen ojediněle se setkáváme s atomistickou představou hmoty. Teprve Daltonovy zákony (z r. 1805) o stálých a násobných poměrech při slučování vedly k všeobecnému uznání atomistického složení prvků. Pro sloučeniny bylo třeba zavést nový pojem molekuly jakožto shluku několika atomů různých druhů. Gay-Lussac poznal, že plyny za téhož tlaku i téže teploty slučují se buď ve stejných nebo v násobných objemech. Avogadro pak ukázal, že tuto pravidelnost možno uspokojivě vyložiti předpokladem, že stejné objemy plynů za téhož tlaku i téže teploty obsahují stejný počet molekul (zákon Avogadrův). Ovšem je pak třeba zavést i molekuly u plyných prvků, jež se skládají buď z jednoho nebo ze dvou nebo z více atomů. Tak na př. z poznatku, že stejné objemy vodíku a chloru (za téhož tlaku i téže teploty) se slučují na dvojnásobný objem chlorovodíku, plyne, že jak vodík, tak chlor se skládají z dvojatomových molekul. Obrazně znázorněno



Po příkladu Daltonově v celém minulém století se předpokládalo, že atomy jsou již dále nedělitelné a že atomy různých prvků se liší netoliko velikostí a hmotou, nýbrž i látkově. Tomu nasvědčoval poznatek, že přeměna jednoho prvku ve druhý se nikdy nepodařila. Teprve po objevu radioaktivity koncem minulého století bylo poznáno, že radioaktivní prvky se rozpadají v prvky jiné (Rutherford a Soddy). Tím bylo zahájeno nové období v badání o atomech, spočívající zejména na Moseleyových experimentálních pracích o Röntgenových spektrech prvků a na hlubokých úvahách theoretických N. Bohra.

Dnešní názory o atomech jsou tyto: Atom se skládá z kladně nabitého jádra, v němž je skoro celá hmota atomu obsažena, a z elektronů (atomů záporné elektriny), obíhajících kolem jádra asi jako planety kolem Slunce. Protože je atom na venek elektricky neutrální, rovná se kladný náboj jádra celkovému náboji všech



obíhajících elektronů a dá se vyjádřiti celým číslem. To plynulo již z pokusů Moseleyových, jenž ono číslo nazval „atomovým číslem“; mnohdy užívá se názvu pořadové číslo, neboť stanoví řadové místo prvku v Mendělejevě periodické soustavě a určuje vůbec jeho chemické vlastnosti. Vodíku přísluší 1, nejvyššímu prvku uranu 92.

Obíhající elektrony jsou zčásti sdruženy v jednotlivé sféry pevně poutané k atomu. Zbývající pak elektrony jsou mnohem volněji vázány na jádro; jejich počet stanoví mocenství prvku a určuje jeho chemické vlastnosti.

Atomová hmota prvku je velmi přibližně stanovena hmotou jádra; celková hmota elektronů obíhajících je proti hmotě jádra zanedbatelná. Aston z nejnovějších svých měření zjistil, že i hmoty jader lze vyjádřiti celými čísly (až na některé výjimky). Prvky, jejichž chemicky určené atomové hmoty se liší od celých čísel, skládají se vlastně ze směsi t. zv. isotopů, t. j. prvků stejných sice vlastností chemických, lišících se však atomovou hmotou. Na př. chlor at. hmoty 35.457 je směsí dvou isotopů s atomovými hmotami 35 a 37. Tento důležitý objev činí pravděpodobným předpoklad, že jádra atomů jsou složena z jader vodíkových a z elektronů. Podle toho veškeré hmoty jsou vybudovány jen ze dvou základních „skutečných atomů“ (t. j. již dále nedělitelných), jež jsou:

1. kladné nabitě jádro vodíkové, zvané *proton*,
2. záporně nabitý *elektron*.

Tím názory o hmotě nabývají podivuhodné jednoduchosti a jednotnosti.

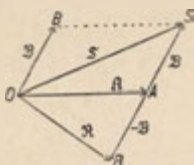
**15. Skaláry a vektory.** Mnohé fyzikální veličiny (na př. hmota, energie, množství tepla) jsou úplně určeny velikostí a nelze při nich mluvit o směru. Takové veličiny nazýváme *skaláry* a budeme je označovati latinskými nebo řeckými písmeny. Pro počítání s nimi platí obvyklá pravidla aritmetiky.

Jiné veličiny (na př. rychlost, síla) jsou dokonale určeny teprve tehdy, když vedle jejich velikosti stanovíme i jejich směr. Tyto veličiny slují *vektory*. Je zvykem označovati vektory gotickými písmeny ( $\mathfrak{A}$ ,  $\mathfrak{a}$ ,  $\mathfrak{B}$ , ...); jejich prostou velikost bez zřetele ke směru vyznačujeme souhlasnými písmeny latinskými ( $A$ ,  $a$ , ...). Máme-li na př. v úvaze o rychlosti na mysli netoliko její velikost, ale i směr, označíme ji písmenem  $v$ ; prostou velikost rychlosti (bez zřetele k směru) označíme pak  $v$ . — Vektory znázorňujeme usměrněnými úsečkami; délka úsečky stanoví velikost vektoru ve zvolených jednotkách a směr úsečky určuje směr vektoru.

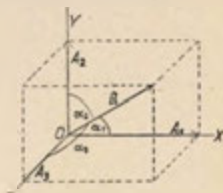
*Vektorový součet* dvou vektorů  $\mathfrak{A}$  a  $\mathfrak{B}$  znamená vektor  $\mathfrak{S}$  (obr. 17) určený tak, že úsečky znázorňující  $\mathfrak{A}$  a  $\mathfrak{B}$  připojíme k sobě, hledíce

ke směru i velikosti; úsečka spojující počátek prvního a konec druhého vektoru vyznačuje pak vektorový součet  $S = A + B$ . Podobně definujeme součet několika vektorů.

Vektorový rozdíl  $R = A - B$  (obr. 17) definujeme jako součet vektorů  $A$  a  $-B$  (vektor  $B$  vzatý v opačném smyslu).



Obr. 17. Vektorové sčítání.



Obr. 18. Složky vektoru.

Určitý vektor  $A$  svírá s pravouhlými osami souřadnicovými (obr. 18) úhly  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ . Složky  $A_1, A_2, A_3$  daného vektoru ve směru os jsou jeho průměty na souřadnicové osy, tudíž

$$A_1 = A \cdot \cos \alpha_1, A_2 = A \cdot \cos \alpha_2, A_3 = A \cdot \cos \alpha_3.$$

Známe-li složky  $A_1, A_2, A_3$  určitého vektoru můžeme z nich vypočísti jak velikost vektoru  $A$ , tak i jeho směrové úhly  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  podle vztahů:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + A_3^2}, \cos \alpha_1 = \frac{A_1}{A}, \cos \alpha_2 = \frac{A_2}{A}, \cos \alpha_3 = \frac{A_3}{A}.$$

Jednotkové vektory (t. j. vektory, jejichž prostá velikost se rovná jedničce) ve směru souřadnicových os  $OX, OY, OZ$  budeme značiti  $i_1, i_2, i_3$ . Pak  $A_1 \cdot i_1$  značí vektor velikosti  $A_1$  a směru  $OX$  a vyznačuje tudíž  $X$ -ovou složku vektoru  $A$ ; podobně  $A_2 i_2, A_3 i_3$  znamenají  $Y$ -ovou a  $Z$ -ovou složku téhož vektoru. Jejich vektorový součet se rovná (srovn. obr. 18) právě vektoru  $A$  a máme tudíž pro analytické znázornění daného vektoru

$$A = A_1 i_1 + A_2 i_2 + A_3 i_3.$$

*Součiny vektorů rozeznáváme dvojího druhu:*

1. *Skalární součin* dvou vektorů  $A$  a  $B$ , označený kulatou závorkou  $(A \cdot B)$ , znamená součin z velikosti  $A$  jednoho vektoru a složky  $B \cdot \cos \omega$  druhého vektoru, připadající do směru prvního vektoru, tedy

$$(A \cdot B) = A \cdot B \cdot \cos \omega,$$

při čemž  $\omega$  znamená úhel sevřený oběma vektory. Tento součin je skalár a vyskytuje se na př. při počítání práce. Jestliže působí síla  $P$  posune se po přímé dráze  $s$ , svírající se směrem síly úhel  $\omega$ , je vykonaná práce

$$L = P \cdot s \cdot \cos \omega = (P \cdot s).$$

Při skalárním součinu nezáleží na pořadí vektorů, neboť

$$(A \cdot B) = A \cdot B \cdot \cos \omega = B \cdot A \cos \omega = (B \cdot A).$$

Jsou-li oba vektory téhož směru, tedy  $\omega = 0$ ,  $\cos \omega = 1$ , skalární součin se rovná prostému součinu jejich velikostí.  $(\mathbf{A} \mathbf{B}) = A \cdot B$ . Skalární součin dvou vektorů vzájemně kolmých ( $\omega = 90^\circ$ ,  $\cos \omega = 0$ ) je nulou.

Užijeme-li předcházejících pravidel na jednotkové vektory  $i_1, i_2, i_3$  ve směru pravouhlých souřadnicových os, platí vztahy

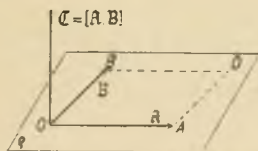
$$(i_1 i_1) = (i_2 i_2) = (i_3 i_3) = 1, \quad (i_1 i_2) = (i_2 i_3) = (i_3 i_1) = 0.$$

Na základě těchto vztahů snadno odvodíme analytický výraz pro skalární součin

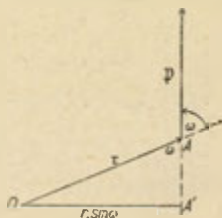
$$(\mathbf{A} \mathbf{B}) = (A_1 i_1 + A_2 i_2 + A_3 i_3) \cdot (B_1 i_1 + B_2 i_2 + B_3 i_3) = A_1 B_1 + A_2 B_2 + A_3 B_3.$$

2. *Vektorový součin* vektorů  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ , označovaný hranatou závorkou  $[\mathbf{A} \mathbf{B}]$ , znamená vektor  $\mathbf{C}$  (obr. 19), jehož velikost  $C$  je určena plochou rovnoběžníku  $OADB$ , majícího za strany dané vektory  $\mathbf{A} = \mathbf{OA}$  a  $\mathbf{B} = \mathbf{OB}$ , tedy  $C = A \cdot B \cdot \sin \omega$ .

Jeho směr je kolmý na rovinu  $\rho$  obou daných vektorů a směřuje na tu stranu, s níž otočení od  $\mathbf{A}$  k  $\mathbf{B}$  vidíme v kladném



Obr. 19. Vektorový součin.



Obr. 20. Moment síly.

smyslu (proti ručičkám hodinovým). Jestliže tedy vyměníme pořadí vektorů, má jejich vektorový součin stejnou sice velikost, ale opačný směr, tudíž

$$[\mathbf{B} \mathbf{A}] = -[\mathbf{A} \mathbf{B}].$$

Vektorový součin se vyskytuje na př. při počítání momentu  $\mathbf{D}$  síly  $\mathbf{P}$ , působící v bodě  $A$  (obr. 20), vzhledem k pevnému bodu  $O$ . Značí-li vektor  $\mathbf{r}$  velikostí i směrem úsečku  $OA$ , je velikost momentu síly

$$D = P \cdot r \cdot \sin \omega$$

a otáčí v kladném smyslu kolem osy jdoucí před nákresem. Píšíme proto vektoru  $\mathbf{D}$  směr před nákresem a je tedy

$$\mathbf{D} = [\mathbf{r} \mathbf{P}], \text{ nikoli } [\mathbf{P} \mathbf{r}].$$

Jsou-li oba vektory  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$  téhož směru ( $\omega = 0$ ,  $\sin \omega = 0$ ), jest jejich vektorový součin rovný nule. Vektorový součin dvou kolmých vektorů  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$  ( $\omega = 90^\circ$ ,  $\sin \omega = 1$ ) má velikost rovnou součinu velikostí obou vektorů, tedy  $A \cdot B$  a ovšem směřuje kolmo k rovině obou vektorů (v kladném smyslu).

Podle předešlých pravidel platí pro vektorové součiny jednotkových vektorů  $i_1, i_2, i_3$

$$[i_1, i_1] = [i_2, i_2] = [i_3, i_3] = 0,$$

$$[i_1, i_2] = i_3, [i_2, i_3] = i_1, [i_3, i_1] = i_2, [i_2, i_1] = -i_3, [i_3, i_2] = -i_1, [i_1, i_3] = -i_2.$$

Užitím těchto vzorců snadno odvodíme analytický výraz pro vektorový součin

$$\mathcal{L} = [A, B] = [(A_1 i_1 + A_2 i_2 + A_3 i_3) \cdot (B_1 i_1 + B_2 i_2 + B_3 i_3)] = \\ = (A_2 B_3 - A_3 B_2) i_1 + (A_3 B_1 - A_1 B_3) i_2 + (A_1 B_2 - A_2 B_1) i_3.$$

Jsou tudíž složky vektoru  $\mathcal{L} = [A, B]$

$$C_1 = A_2 B_3 - A_3 B_2, \quad C_2 = A_3 B_1 - A_1 B_3, \quad C_3 = A_1 B_2 - A_2 B_1.$$

**16. Skalární pole.** V okolí elektricky nabitého vodiče vzniká elektrické pole, v němž potenciál  $V$  (skalár) má v každém místě zcela určitou hodnotu, je tedy funkcí polohy  $V = f(x, y, z)$ . Takovéto prostorové rozložení hodnot skalární veličiny nazýváme *skalární pole*. Jiným příkladem skalárního pole je rozložení teploty v nedokonalém vodiči při jednostranném jeho zahřátí. V další úvaze předpokládáme, že skalární pole je jednoznačné (každému bodu přísluší jediná hodnota skaláru) a spojitě (blízkým bodům přísluší hodnoty málo odlišné).

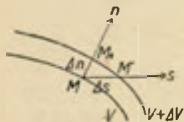
Je-li skalární pole dáno vztahem  $V = f(x, y, z)$ , pak rovnice

$$f(x, y, z) = \text{konst.} = C$$

značí plochu, v jejíž všech bodech má uvažovaný skalár  $V$  touž hodnotu  $C$ . Tato plocha se nazývá obecně *hladina* (v elektrickém poli je to ekvipotenciální plocha). Celé pole skalární můžeme si mysliti prostoupeno takovýmito hladinami, příslušnými různým hodnotám skaláru. Dvě různé hladiny se nikdy neprotínou (důsledek jednoznačnosti skalárního pole); dvě velmi blízké hladiny jsou (aspoň v prvním přiblížení) všude rovnoběžné.

Uvažujme dvě blízké hladiny (obr. 21), příslušné hodnotám skaláru  $V$  a  $V + \Delta V$ . Stoupání skaláru v určitém směru znamená (v limitě) přírůstek skaláru, přepočtený na jednotkovou vzdálenost, a je tedy ve směru  $s$  dáno, značí-li  $\Delta s = MM'$ , výrazem

$$\lim \frac{\Delta V}{\Delta s} = \frac{\partial V}{\partial s}.$$



Obr. 21.

Výklad gradientu.

Toto stoupání je největší v kolmém směru  $n$  k hladině, neboť v tom směru je vzdálenost hladin  $\Delta n = MM'$  nejmenší.

Poněvadž  $\Delta n = \Delta s \cdot \cos \alpha$  ( $\alpha = \angle M'MM_1$ ), je stoupání ve směru  $s$

$$\frac{\partial V}{\partial s} = \lim \frac{\Delta V}{\Delta s} = \cos \alpha \cdot \lim \frac{\Delta V}{\Delta n} = \frac{\partial V}{\partial n} \cdot \cos \alpha$$

určeno složkou největšího stoupání, připadající do daného směru.

Největší stoupání v daném místě  $M$  je dáno netoliko velikostí  $(\partial V / \partial n)$ , nýbrž i směrem (kolmým k hladině); považujeme je proto za vektor, zvaný *gradient* (označení *grad*). Složky gradientu ve směru os souřadnicových jsou dány výrazy

$$\frac{\partial V}{\partial x}, \quad \frac{\partial V}{\partial y}, \quad \frac{\partial V}{\partial z},$$

takže můžeme gradient jako vektor vyjádřit ve tvaru

$$\text{grad } V = i_1 \frac{\partial V}{\partial x} + i_2 \frac{\partial V}{\partial y} + i_3 \frac{\partial V}{\partial z},$$

kdež  $i_1, i_2, i_3$  jsou jednotkové vektory ve směru pravouhlých souřadnicových os.

Postupujeme-li z určitého bodu  $M$  stále ve směru gradientu, dostáváme čáru maximálního stoupání, jež je všude kolmá k hladinám. V předcházejícím případě elektrického pole jest intensita pole  $E$  jako vektor dána maximálním klesáním potenciálu  $V$ , takže platí  $E = -\text{grad } V$ . Elektrické siločáry, jež souhlasí (až na opačný směr) s čarami maximálního stoupání, jsou všude kolmé k plochám ekvipotenciálních.

Uvedený analytický výraz pro gradient můžeme formálně psát ve tvaru součinnu

$$\text{grad } V = \left( i_1 \frac{\partial}{\partial x} + i_2 \frac{\partial}{\partial y} + i_3 \frac{\partial}{\partial z} \right) V = \nabla V,$$

při čemž výraz v závorce považujeme za vektorový operátor  $\nabla$  (čtený někdy „del“), totiž

$$\nabla = i_1 \frac{\partial}{\partial x} + i_2 \frac{\partial}{\partial y} + i_3 \frac{\partial}{\partial z},$$

jenž použit na skalární pole  $V$  přiřazuje k němu jeho gradient. Z toho, že je tento operátor lineární, plyne, že pro něj platí stejná pravidla jako pro obyčejné diferencování. Jsou-li  $U(x, y, z)$  a  $V(x, y, z)$  dvě skalární funkce polohy a  $C$  konstanta, platí

$$\nabla(U + V) = \nabla U + \nabla V, \quad \nabla(CU) = C \cdot \nabla U, \quad \nabla(UV) = V \cdot \nabla U + U \cdot \nabla V$$

nebo jinak psáno

$$\begin{aligned} \text{grad}(U + V) &= \text{grad } U + \text{grad } V, & \text{grad}(CU) &= C \cdot \text{grad } U, \\ \text{grad}(UV) &= V \cdot \text{grad } U + U \cdot \text{grad } V. \end{aligned}$$

**17. Vektorové pole.** Rozložení elektrických sil kolem nabitého vodiče nebo rozložení magnetických sil v okolí elektrického proudu jsou příklady vektorových polí. Obecně vektorové pole znamená takový prostor, v jehož každém bodě je dán určitý vektor  $H$  velikostí i směrem, tedy, značí-li  $f$  vektorovou funkci,

$$H = f(x, y, z) \text{ anebo } A_1 = f_1(x, y, z), \quad A_2 = f_2(x, y, z), \quad A_3 = f_3(x, y, z).$$

při čemž zase  $H = A_1 \cdot i_1 + A_2 \cdot i_2 + A_3 \cdot i_3$ . O vektorovém poli zase předpokládáme, že je všude jednoznačné a spojitě.

Na vektor  $H$  můžeme (prozatím ryze formálně) použítí právě uvedeného vektorového operátoru, tím že je kombinujeme ve formální součin. Jako při vektorovém násobení musíme rozeznávat dva součiny, skalární a vektorový, jež oba mají ve fyzice velký význam. Jsou to:

skalární součin  $(\nabla H) = \text{div } H$ , zvaný *divergence* a

vektorový součin  $[\nabla H] = \text{curl } H = \text{rot } H$ , zvaný buď *curl* (víř) nebo *rotor* nebo *rotace*. Vyšetříme v dalším fyzikální význam obou.

1. *Divergence* je podle předešlého definována jako skalár

$$\begin{aligned} \text{div } H = (\nabla H) &= \left( i_1 \frac{\partial}{\partial x} + i_2 \frac{\partial}{\partial y} + i_3 \frac{\partial}{\partial z} \right) (A_1 \cdot i_1 + A_2 \cdot i_2 + A_3 \cdot i_3) \\ &= \frac{\partial A_1}{\partial x} + \frac{\partial A_2}{\partial y} + \frac{\partial A_3}{\partial z}, \end{aligned}$$

jak plyne z pravidel o skalárním násobení jednotkových vektorů.



Význam divergence poznáme touto úvahou: představme si, že vektor  $H$  znamená rychlost nějakého fluida. Množství fluida protékající určitou plochou

$\Delta p$  (obr. 22a) za vteřinu jest  $\Delta p \cdot A \cdot \cos \alpha = \Delta p \cdot A_n$  kdež  $A_n$  znamená složku  $A$  ve směru normály  $n$ .

V určitém bodě pole  $M$  (obr. 22b) myslíme si vymezen hranolový prostor, jehož rozměry ve směru os jsou  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$ . Levou plochou vtéká dovnitř za vteřinu  $\Delta y \cdot \Delta z \cdot A_1$ , pravou plochou vytéká  $\Delta y \cdot \Delta z \cdot A'_1$ , znamená-li  $A'_1$  hodnotu složky  $A_1$  v místě o  $\Delta x$

vzdáleném od  $M$ . Celkový výtok oběma plochami je tedy  $\Delta y \cdot \Delta z (A'_1 - A_1)$ . Podobně pro výtok horní a dolní plochou dostaneme  $\Delta x \cdot \Delta z (A'_2 - A_2)$  a pro výtok přední a zadní plochou  $\Delta x \cdot \Delta y (A'_3 - A_3)$ . Dohromady za vteřinu vyteče z uvažovaného hranolového prostoru

$$\Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z \left( \frac{A'_1 - A_1}{\Delta x} + \frac{A'_2 - A_2}{\Delta y} + \frac{A'_3 - A_3}{\Delta z} \right).$$

Výraz v závorce znamená výtok z jednotkového objemu a dá se (v limitě pro  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$  blížících se nule) psáti ve tvaru

$$\frac{\partial A_1}{\partial x} + \frac{\partial A_2}{\partial y} + \frac{\partial A_3}{\partial z} = \operatorname{div} H.$$

Podle toho divergence znamená výtok daného vektoru z jednotkového objemu. Při toku nestlačitelné kapaliny musila by ovšem divergence býti nulou, při stlačitelné kapalině znamená úbytek kapaliny v jednotkovém objemu za vteřinu. Můžeme si však představit i hypotetické fluidum, jež v kladných zřídlech vzniká a z nich se šíří (diverguje) na všechny strany a naopak v záporných zřídlech (norech) se pohlcuje a zaniká. Vydatnost zřídla (kladného) posuzujeme pak podle množství fluida, jež vydá za vteřinu. V tomto smyslu divergence znamená vydatnost zřídla jednotkového objemu.

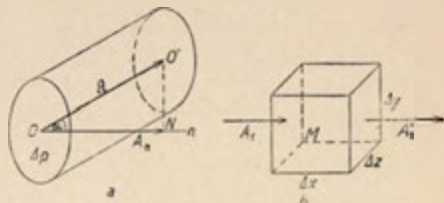
Takové vektorové pole, jež má všude nulovou divergenci, nazývá se nezřídlové: na př. rozložení rychlosti při toku nestlačitelné kapaliny představuje nezřídlové pole vektorové.

Při odvození významu divergence jsme předpokládali zvolený objem ve tvaru elementárního hranolu  $\Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$ . Dá se však ukázat, že při tom nezáleží na tvaru uvažovaného objemu. Značí-li obecně  $p$  malou v sebe uzavřenou plochu, jež uzavírá objem  $V$ , jest výtok z části povrchu  $dp$  dán výrazem  $dp \cdot A_n$ , kdež  $A_n$  znamená složku vektoru  $H$  ve směru normály  $n$  ven směřující. Divergence jakožto výtok z jednotkového objemu je pak obecně definována

$$\operatorname{div} H = \lim_{V \rightarrow 0} \frac{1}{V} \int_p dp \cdot A_n.$$

2. *Curl* (vír, rotor, rotace) je definován jako vektorový součin vektorového operátoru  $\nabla$  a vektoru  $H$ ; je to tedy vektor

$$\operatorname{curl} H = [\nabla \cdot H] = \left[ \left( i_1 \frac{\partial}{\partial x} + i_2 \frac{\partial}{\partial y} + i_3 \frac{\partial}{\partial z} \right) \cdot (A_1 \cdot i_1 + A_2 \cdot i_2 + A_3 \cdot i_3) \right],$$



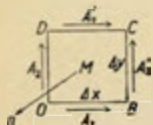
Obr. 22. Výklad divergence.

což podle pravidel o vektorovém násobení jednotkových vektorů dává

$$\text{curl } H = i_1 \left( \frac{\partial A_3}{\partial y} - \frac{\partial A_2}{\partial z} \right) + i_2 \left( \frac{\partial A_1}{\partial z} - \frac{\partial A_3}{\partial x} \right) + i_3 \left( \frac{\partial A_2}{\partial x} - \frac{\partial A_1}{\partial y} \right).$$

Výrazy v závorkách jsou složky  $\text{curl } H$  ve směru os souřadnicových. Jejich význam vysvětlíme touto úvahou:

Předpokládejme, že vektor  $H$  znamená sílu, na př. magnetickou, kterou pole působí v daném místě  $M$  na jednotku magnetismu, a vyšetřujeme práci, kterou pole vykoná, když jednotka magnetismu se pohybuje kolem bodu  $M$  po obvodu malé rovinné plochy  $\Delta p$ . Tato práce závisí obecně jak na velikosti plochy  $\Delta p$ , tak i na její prostorové orientaci, kterou si myslíme vyznačenu vektorově její normálou  $n$ . Pro jednoduchost výpočtu volme předešlou plochu  $\Delta p$  v podobě obdélníku  $OBCD$  (obr. 23) o stranách  $\Delta x$  a  $\Delta y$ . Její normála má směr osy  $OZ$ , proto označíme vykonanou práci  $\Delta L_3$ , jež jest



Obr. 23.  
Výklad curlu.

$$\begin{aligned} \Delta L_3 &= A_1 \cdot \Delta x + A_2' \cdot \Delta y - A_1' \cdot \Delta x - A_2 \cdot \Delta y = \\ &= \Delta x \cdot \Delta y \cdot \left( \frac{A_2' - A_2}{\Delta x} - \frac{A_1' - A_1}{\Delta y} \right). \end{aligned}$$

Limitní hodnota této práce  $L_3$ , vztahovaná na jednotkovou plochu, je tudíž

$$L_3 = \lim \frac{\Delta L_3}{\Delta x \cdot \Delta y} = \frac{\partial A_2}{\partial x} - \frac{\partial A_1}{\partial y},$$

což je právě třetí složka (připadající do osy  $OZ$ ) vektoru  $\text{curl } H$ . Dá se dokázat, že úvaha předešlá platí i v případě, když zvolená plocha  $\Delta p$  má jiný tvar než obdélníkový.

Podle předešlého složka  $\text{curl } H$ , připadající do určitého směru  $n$ , znamená práci, kterou silové pole vykoná při pohybu po jednotkové ploše kolmé k směru  $n$ . Jestliže tři složky  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $L_3$ , vztahované k osám souřadnicovým, složíme ve výsledný vektor  $L$ , platí  $L = \text{curl } H$ . Směr tohoto vektoru značí směr kolmý k jednotkové ploše, po jejímž obvodu se vykoná největší práce, a velikost  $\text{curl } H$  značí tuto maximální práci. Kdyby hypotetické magnetické fluidum bylo volné, vířilo by kolem osy  $\text{curl } H$  a mírou toho víru by právě byla velikost  $\text{curl } H$ . Proto se tento vektor označuje vír, anglicky curl.

Znamená-li vektor  $H$  rychlost kapaliny, pak  $\text{curl } H$ , jak se dá obdobnou úvahou dokázat, vyznačuje svým směrem směr osy, kolem které se malý obor kapaliny v okolí uvažovaného bodu otáčí jako celek, a svou velikostí určuje dvojnásobnou rotační rychlost příslušného oboru kapaliny.

Takové vektorové pole, pro něž  $\text{curl } H$  je ve všech místech nulou, nazývá se nevírové. Jestliže z daného skalárního pole  $V$  vytvoříme v každém místě gradient

$$\text{grad } V = i_1 \frac{\partial V}{\partial x} + i_2 \frac{\partial V}{\partial y} + i_3 \frac{\partial V}{\partial z},$$

pak toto gradientové pole je nevírové. Vytvoříme-li totiž vektor  $\text{curl grad } V$ , jsou všechny jeho složky identicky nulou, na př. pro třetí složku jest

$$(\text{curl grad } V)_3 = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial V}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial V}{\partial x} \right) = \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 V}{\partial y \partial x} = 0.$$

## Mechanika.

**18. Pohyb absolutní a relativní.** Mechanika je nauka o pohybu hmot. Při tom pohybem rozumíme změnu polohy tělesa vzhledem k jiným tělesům, jež považujeme za klidná. Cestujeme-li vlakem, je naše zavazadlo v klidu vzhledem k vagonu, ale v pohybu vzhledem k okolní krajině; křída, ležící na stole, je v klidu vzhledem k Zemi, avšak v pohybu vzhledem k Slunci (otáčí se kolem osy zemské a obíhá se Zemí kolem Slunce). Takto tedy každý pohyb vztahujeme k určité soustavě, již toliko považujeme za klidnou, nemajíce možnosti přesvědčiti se o jejím absolutním klidu. Byla dříve domněnka, že by se mohl dáti zjistiti absolutní pohyb pomocí šíření světla. Soustava absolutně klidná by byla ta, v níž by se světlo všemi směry šířilo stejnou rychlostí. Pak by absolutní klid (nebo pohyb) znamenal „klid (nebo pohyb) vzhledem k světelnému étheru“. Avšak pokusy Michelsonovy o šíření světla ukázaly, že se světlo šíří na všechny strany stejně ve všech soustavách, které se navzájem pohybují přímočaře a rovnoměrně. Všechny tyto soustavy mohli bychom tedy stejným právem považovati za absolutně klidné. To znamená ovšem, že se absolutní klid a tedy též absolutní pohyb nedá ani definovati ani experimentálně zjistiti. Musíme proto každý pohyb považovati za relativní, t. j. vztažený k určité soustavě považované za klidnou. Pro převážnou většinu pozorovaných pohybů stačí za tuto klidnou soustavu považovati povrch Země; jen při několika zjevech (na př. stáčení pasátních větrů nebo Foucaultova kyvadla, ubývání zrychlení tíhového) je třeba za vztahovou soustavu voliti Slunce.

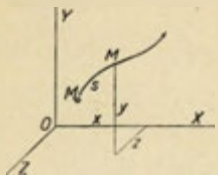
Z praktických důvodů dělí se mechanika podle skupenství uvažovaných hmot na tři části, jež jsou:

1. mechanika těles pevných neboli *geomechanika*,
2. mechanika kapalin neboli *hydromechanika* a
3. mechanika plynů neboli *aeromechanika*.

### I. Geomechanika.

**19. Pohyb hmotného bodu.** Pro jednoduchost přihlédneme nejprve k pohybu hmotného bodu, což je ovšem pouhá

abstrakce. Pohyb hmotného bodu  $M$  (obr. 24) je dokonale popsán, známe-li pro každý čas  $t$  jeho polohu v určité soustavě, na př. tří k sobě kolmých os  $X, Y, Z$  čili jsou-li dány jeho souřadnice  $x, y, z$  jako spojité funkce času  $t$ :



Obr. 24. Dráha hmotného bodu.

$$x = f_1(t), \quad y = f_2(t), \quad z = f_3(t).$$

Soubor všech poloh, jimiž bod probíhá, sluje jeho *dráha*. Podle tvaru dráhy rozeznáváme pohyb *přímočarý* a *křivočarý*.

Při pohybu *přímočarém* stačí, známe-li, jak se jeho vzdálenost  $s = M_0 M$  mění s časem, tedy  $s = f(t)$ . Proběhne-li bod za dobu  $\Delta t$  dráhu  $\Delta s$ , stanoví poměr  $\Delta s / \Delta t$  jeho průměrnou rychlost (t. j. dráhu přepočtenou na jednotkovou dobu). Mezní hodnota průměrné rychlosti pro  $\lim \Delta t = 0$  určuje jeho okamžitou rychlost  $v$ , jež je:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt} = f'(t).$$

Pravíme, že rychlost je určena časovým vzrůstem dráhy. Za jednotku rychlosti je tím definována taková stálá rychlost, při níž za 1 sec se urazí dráha 1 cm. Označujeme ji důsledně cm/sec.

Rychlost se může ovšem časově měnit. Průměrné zrychlení znamená zase vzrůst rychlosti  $\Delta v$ , přepočtený na jednotkovou dobu, tedy  $\Delta v / \Delta t$ . A zase mezní hodnota tohoto průměrného zrychlení nazývá se okamžitě zrychlení  $a$ , jež je

$$a = \lim \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{ds}{dt} \right) = \frac{d^2 s}{dt^2} = f''(t).$$

Za jednotkové zrychlení volíme takové, při němž za 1 sec se zvětší rychlost o jednotkovou rychlost (1 cm/sec) a označujeme ji cm/sec<sup>2</sup>.

Pohyb, při němž je rychlost stálá, slove *rovnomerný*. Z podmínky  $v = ds/dt = c$  plyne  $s = ct + s_0$ . Dráhy přibývá úměrně s dobou. Pro  $t = 0$  plyne  $s = s_0$ , tedy integrační konstanta  $s_0$  znamená počáteční polohu hmotného bodu. Příklad: pohyb udržovaný jen setrvačností, beze všech překážek pohybu.

Pohyb, při němž zrychlení jest stálé, slove *rovnomerné zrychlený*. Označíme-li stálé zrychlení  $g$ , platí podmínka

$$\frac{dv}{dt} = g, \quad \text{z čehož } v = gt + v_0.$$

Integrační konstanta  $v_0$  znamená počáteční rychlost. Další integraci

rovnice

$$v = \frac{ds}{dt} = gt + v_0 \text{ plyne } s = \frac{1}{2}gt^2 + v_0 \cdot t + s_0.$$

Konstanta  $s_0$  znamená počáteční polohu hmotného bodu (pro  $t = 0$  vychází  $s = s_0$ ). Tento pohyb je proto důležitý, že se vyskytuje při volném pádu ve vakuu. Pro volný pád, jestliže čítáme čas od puštění z klidu ( $v_0 = 0$ ) a dráhu měříme od této klidové polohy, platí tudíž

$$s = \frac{1}{2}gt^2, \quad v = gt, \quad a = g = \text{stálé}.$$

Stálé zrychlení  $g$  slove zrychlení tíhové a měří v Praze  $g = 981.0 \text{ cm/sec}^2$ .

Abychom snáze přehlédlí průběh pohybu, vyznačíme dráhu jako funkci času v pravouhlých souřadnicích; to jmenujeme časovým rozvinutím nebo grafem pohybu. V případě pohybu rovnoměrně zrychleného (tedy i volného pádu) je grafem parabola.

*Pohyb harmonický* je definován vztahem, že zrychlení jest úměrné výchylce z rovnovážné polohy a má opačný směr, tedy

$$\frac{d^2s}{dt^2} = -\omega^2 \cdot s.$$

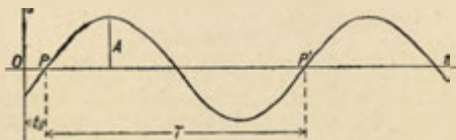
Této rovnici vyhovuje vztah

$$s = C_1 \cdot \sin \omega t + C_2 \cdot \cos \omega t,$$

což lze psát ve tvaru

$$s = A \cdot \sin (\omega t - \varphi).$$

Veličina  $A$  nazývá se *amplituda* neboli *rozkmit* a znamená největší výchylku z rovnovážné polohy. Argument  $(\omega t - \varphi)$  se jme-



Obr. 25. Graf pohybu harmonického.

nuje *fáze*,  $\varphi$  je *fázová konstanta*. Zvětší-li se fáze o  $2\pi$ , má hmotný bod touž výchylku i stejnou rychlost. To znamená, že pohyb je periodický; jeho perioda  $T$  (doba kmitová) jest určena vztahem

$$\omega T = 2\pi, \text{ tedy } T = \frac{2\pi}{\omega}.$$

Převratná hodnota doby kmitové určuje počet kmitů vykonaných



za vteřinu a jmenuje se *kmitočet*

$$N = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}.$$

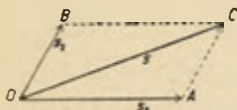
Konstanta  $\omega = 2\pi \cdot N$  značí tedy  $2\pi$ -násobný kmitočet a nazývá se *kruhová frekvence*.

Graf harmonického pohybu (obr. 25) jest sinusoida, v níž každý kmit je znázorněn jednou periodou sinusoidy. Zvětší-li se fáze o celistvý násobek  $2\pi$ , má kmitající bod stejnou výchylku a stejnou rychlost a pravíme, že je zase ve stejné fázi (tedy k rozdílu o celistvý počet  $2\pi$  nepřihlížíme). Kmitající bod prochází střední polohou v kladném směru v době  $t_0$  určené vztahem

$$t_0 = \frac{\varphi}{\omega}$$

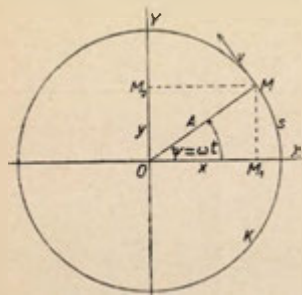
a zvané *fázové zpoždění*.

**20. Skládání pohybů.** Má-li hmotný bod konati současně dva různé pohyby, koná ovšem jen jediný pohyb z nich výsledný, jenž jest určen vektorovým sčítáním (obr. 26). Konečná poloha  $C$ , určená vektorem  $s = OC$ , je taková, jako kdyby oba pohyby ( $s_1 = OA$ ,  $s_2 = OB$ ) konal po sobě,  $s = s_1 + s_2$ . To jest známé pravidlo o *rovnoběžníku pohybů*, jež znal již Heron (130 let př. Kr.); zřetelně je vyslovil Huygens.



Obr. 26. Skládání pohybů.

Toto pravidlo považujeme za axiom, t. j. větu nedokazatelnou, jíž však důvěřujeme proto, že všechny důsledky z ní plynoucí se shodují se zkušeností. Stejně pravidlo platí pro skládání tří nebo více současných pohybů. Rovněž rychlosti a zrychlení se skládají vektorovým sčítáním.



Obr. 27. Rozklad rovnoměrného kruhového pohybu.

Užívající tohoto pravidla, můžeme zase daný pohyb rozložit v několik současných pohybů. Užíváme toho, abychom pohyb křivočarý převedli v soustavu dvou nebo tří pohybů přímočarých. Tak na př. rovnoměrný pohyb kruhový hmotného bodu  $M$  (obr. 27) je dán úhlovou výchylkou

$$\psi = \omega \cdot t = \frac{2\pi}{T} \cdot t.$$

Při tom znamená  $\omega$  úhlovou rychlost a  $T$  dobu oběžnou. Jeho složky ve směru dvou k sobě kolmých os jsou

$$x = A \cdot \cos \omega t, \quad y = A \cdot \sin \omega t.$$

Obě složky rovnoměrného pohybu kruhového jsou tedy harmonické pohyby, navzájem se lišící ve fázi o čtvrtinu doby kmitové. Je totiž

$$x = A \cdot \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right) = A \cdot \sin \omega \left( t + \frac{T}{4} \right).$$

Tedy pohyb ve směru osy  $X$  je o  $\frac{1}{4}$  periody napřed před pohybem ve směru osy  $Y$ .

**21. Pohyb křivočarý.** Obecný křivočarý pohyb (obr. 24) můžeme rozložit na tři pohyby ve směru tří os souřadnicových; částečné pohyby (přímočaré) dány jsou vztahy

$$x = f_1(t), \quad y = f_2(t), \quad z = f_3(t).$$

Rychlosti těchto tří pohybů

$$v_1 = \frac{dx}{dt} = f'_1(t), \quad v_2 = \frac{dy}{dt} = f'_2(t), \quad v_3 = \frac{dz}{dt} = f'_3(t)$$

stanoví složky rychlosti původního křivočarého pohybu. Výsledná rychlost (jakožto limitní dráha přepočtená na jednotku doby) má směr dráhy určený tečnou v daném bodě a její velikost je

$$v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2}.$$

Podobně zrychlení částečných pohybů

$$a_1 = \frac{dv_1}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = f''_1(t), \quad a_2 = \frac{dv_2}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2}, \quad a_3 = \frac{dv_3}{dt} = \frac{d^2z}{dt^2}$$

znamenaají složky výsledného zrychlení, jež jest

$$a = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}.$$

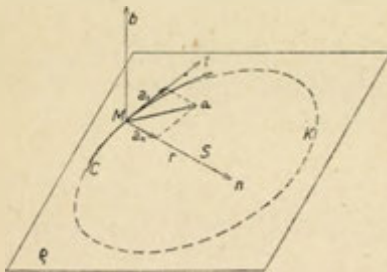
Při skutečném křivočarém pohybu má výsledné zrychlení směr odchýlný od směru tečny. Zrychlením rozumíme obecně časovou změnu rychlosti, a to netoliko její velikosti, ale i jejího směru. Abychom vyznačili, že při rychlosti přihlížíme netoliko k její velikosti, nýbrž i k jejímu směru, označíme ji jakožto vektor gotickým písmenem  $v$  ( $OA$  v obr. 29 na str. 46). Po krátké době  $\Delta t$  nechť je určena co do velikosti i směru vektorem  $v' = OB'$ . Jejich vektorový rozdíl budiž  $\Delta v = AB'$ . Zrychlení  $a$  pak definujeme jako mezní hodnotu poměru  $\Delta v / \Delta t$ , tedy

$$a = \lim \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}.$$

Jen tehdy, když má rychlost stále týž směr (tedy při pohybu přímočarém) má i přírůstek rychlosti  $\Delta v$  souhlasný směr a pak ovšem zrychlení a souhlasí se směrem dráhy. Při pohybu nepřímocharém má  $\Delta v$  a tedy i a směr odchylný od tečny dráhy.

*Některé geometrické pomocné pojmy.* Poddajnou přímkou (na př. měděný drát) můžeme zakřiviti do tvaru rovinné křivky a pak ji ještě zkroutiti tak, aby vybočovala z té roviny. To je pak obecný tvar prostorové čáry, jíž přisuzujeme křivost a kroucenost.

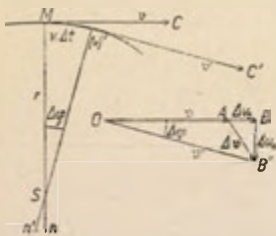
Spojnice dvou blízkých bodů je sečna čáry; její mezní poloha, když oba body se neomezeně přibližují, stanoví *tečnu* čáry  $Mt$  (obr. 28). Třemi blízkými body jest určena jistá rovina, v níž můžeme těmi třemi body vésti určitou kružnici. Mezní poloha oné roviny sluje *oskulační rovina*  $\rho$  čáry. Mezní poloha uvažované kružnice jest *kružnice křivosti*  $K$  dané čáry; její střed  $S$  slove *střed křivosti* a leží přirozeně na kolmici vedené k tečně v oskulační rovině. Tato kolmice  $Mn$  se nazývá *hlavní normála* čáry. Poloměr  $r = MS$  kružnice křivosti se jmenuje zkrátka *poloměr křivosti* čáry v daném bodě; jeho převrtná hodnota je *křivost* čáry. Kolmice  $Mb$  vedená v bodě čáry na oskulační rovinu slove *binormála*; je kolmá i na tečnu i na hlavní normálu.



Obr. 28. Hlavní pojmy při křivočarém pohybu.

Dvě sousední tečny čáry, jež určují směry rychlostí  $v$  a  $v'$  v příslušných bodech, leží v oskulační rovině. Proto také vektorový rozdíl  $\Delta v = v' - v$  leží rovněž v oskulační rovině. Důsledkem toho jest, že i zrychlení  $a = \Delta v / \Delta t$  má směr ležící rovněž v oskulační rovině a je tedy kolmé na binormálu. Výsledné zrychlení  $a$  můžeme tudíž rozložit pouze na dvě složky, a to v směru tečny  $a_t$  (zrychlení *tečné* nebo *tangenciální*) a ve směru hlavní normály  $a_n$  (zrychlení *dostředivé* nebo *centripetální*, neboť směřuje ke středu křivosti). Složka zrychlení ve směru binormály je nulou.

Budíž nákretna oskulační rovinou čáry. Přenesme si rychlosti  $v$  a  $v' = v + \Delta v$  ve dvou sousedních bodech  $M$  a  $M'$  (obr. 29) do téhož bodu  $O$ ; spojnice jejich koncových bodů stanoví jejich vektorový rozdíl  $\Delta v = AB'$ . Tuto změnu rychlosti můžeme rozložit na dvě složky:



Obr. 29. Zrychlení dostředivé.

ve směru tečny o velikosti  $\Delta v_t = AB$  a  
ve směru hlavní normály o velikosti  $\Delta v_n = BB'$ . Jest

$$\Delta v_t = v' \cos \Delta \varphi - v.$$

Poněvadž pro  $\lim \Delta t = 0$  jest  $\lim \Delta \varphi = 0$  a tedy  $\lim \cos \Delta \varphi = 1$ , dostáváme pro zrychlení tangenciální

$$a_t = \lim \frac{\Delta v_t}{\Delta t} = \lim \frac{v' \cos \Delta \varphi - v}{\Delta t} = \lim \frac{v' - v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}.$$

Zrychlení tangenciální (tečné) je dáno časovým vzrůstem velikosti rychlosti. — Dostředivé zrychlení  $a_n$  je definováno:

$$a_n = \lim \frac{\Delta v_n}{\Delta t}.$$

Z obr. 29 plyne

$$\Delta \varphi = \frac{v}{r} \cdot \Delta t, \quad \Delta v_n = v' \cdot \Delta \varphi = \frac{v' \cdot v}{r} \cdot \Delta t,$$

takže po dosazení máme

$$a_n = \lim \frac{v' \cdot v}{r} = \frac{v^2}{r}.$$

Zrychlení dostředivé (centripetální) je tedy určeno dvojnásobkem okamžité rychlosti, dělenou poloměrem křivosti.

Pro složky zrychlení ve směru tečny, hlavní normály a binormály máme tudíž

$$a_t = \frac{dv}{dt}, \quad a_n = \frac{v^2}{r}, \quad a_b = 0$$

a výsledné zrychlení má velikost

$$a = \sqrt{\left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + \frac{v^4}{r^2}}.$$

Při pohybu rovnoměrném ( $v = \text{stálé}$ ) po křivé dráze je

$$a_t = 0, \quad a_n = \frac{v^2}{r}.$$

Při pohybu přímočarém ( $r = \infty$ ) libovolně zrychleném je

$$a_t = \frac{dv}{dt}, \quad a_n = 0.$$

**22. Dynamika hmotného bodu.** Dosavadní úvahy zabývaly se pouhým popisem pohybu vzhledem k času a tvořily *kinematiku* hmotného bodu. Když však přiblížíme k příčinám pohybu, t. j.

k souvislosti pohybu se vnějším působením, máme *dynamiku*. Moderní dynamika stále spočívá na třech principech Newtonových.

1. *Princip setrvačnosti*. Newton praví: *Každé těleso setrvává ve stavu klidu nebo rovnoměrného přímočarého pohybu, pokud vnějšími silami není nuceno stav onen změnit.*

Tento princip nalézáme (třebas nejasně vyjádřený) již u Keplera; výslovně jej odvodil Galilei, ač si nebyl jeho základního významu plně vědom. Teprve Newton učinil z něho základ celé mechaniky. Newton vlastně neodvozuje tento princip, jež považuje za samozřejmý; pouze ukazuje, že zdánlivé odchylky od tohoto principu mají vždy vnější příčiny (odpor vzduchu, tření). Soustava souřadnicová, ve které platí princip setrvačnosti, nazývá se soustava inerciální. Každá soustava, která se pohybuje rovnoměrně přímočaře vzhledem k soustavě inerciální, je také inerciální (t. j. platí v ní rovněž princip setrvačnosti).

Tímto principem je dáno přímočarému rovnoměrnému pohybu význačné postavení mezi všemi pohyby. Pokud se hmota pohybuje přímočaře rovnoměrně, nepředpokládáme žádného vnějšího působení. Teprve každá odchylka od tohoto pohybu vyžaduje vnější příčiny, síly.

Newton dále definuje jako „velikost pohybu“ neboli *hybnost*  $G$  součin ze hmoty a rychlosti, tedy  $G = m \cdot v$ , anebo, abychom vyznačili hybnost jako vektor,

$$\vec{G} = m \cdot \vec{v}.$$

2. *Časová změna hybnosti jest úměrná vnější síle a děje se ve směru této síly* (zákon síly).

Tato věta by byla principem, kdyby už napřed „vnější síla“ byla nějak jinak definována. Lépe je však považovati tuto větu za definici síly, již jako vektor označíme  $P$ . Pak druhá věta znamená:

$$\frac{dG}{dt} = \frac{d}{dt}(mv) = \text{konst. } P.$$

Jednotku pro sílu volíme tak, aby  $\text{konst.} = 1$  (dynamické měření sil). Takto určená jednotka síly slove *dyn*; je to síla udělující hmotě 1 g jednotkové zrychlení ( $\text{cm/sec}^2$ ). Rozměr jednotky síly je  $\text{g} \cdot \text{cm/sec}^2$ . Větší jednotka je megadyn =  $10^6$  dynů.

Od dob Newtonových až do dob Einsteinových považovalo se za samozřejmé, že hmota (setrvačná) nezávisí na rychlosti. Teprve Einsteinův *princip relativity* vede k důsledku, že setrvačná hmota  $m$  za pohybu je poněkud větší než za klidu  $m_0$  a to podle vzorce

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$



při čemž  $c \approx 3 \cdot 10^{10}$  cm/sec  $= 300.000$  km/sec znamená rychlost světla ve vakuu. Změna setrvačné hmoty se podle tohoto vzorce uplatňuje však jen za rychlostí srovnatelných s rychlostí světelnou, (na př. při pohybu elektronů v katodových paprscích); při obvyklých pozorovatelných pohybech hmoty je mizivě nepatrnou. Proto můžeme při skutečných pohybech považovati hmotu za neproměnnou a je pak

$$P = m \frac{dv}{dt} = m \cdot a.$$

To je obvyklá definice síly, podle níž se rovná součinu hmoty a zrychlení. Je pozoruhodné, že původní věta Newtonova  $P = d(mv)/dt$  platí i v theorii relativity, kde už věta  $P = m \cdot dv/dt$  přesně neplatí. — Poněvadž zrychlení jako vůbec pohyby skládají se vektorovým sčítáním, je důsledkem této definice, že i síly se skládají vektorovým sčítáním.

3. *Ke každé akci přísluší opačná a stejně veliká reakce neboli vzájemná působení dvou těles na sebe jsou vždy rovná a opačná.* (Princip akce a reakce.)

Newton uvádí tyto příklady: prst tlačí kámen, ale kámen tlačí touže silou i prst. Na plovoucím korku je magnet a ve skle-ničce železo. Soustava je v klidu, což je možno jen tehdy, jestliže síla působící od magnetu na železo je právě tak velká jako síla od železa na magnet a mají-li obě síly opačný směr.

Princip setrvačnosti a princip akce a reakce považujeme za ověřené tím, že všechny důsledky z nich plynoucí shodují se s pozorováním. Druhou větu Newtonovu považujeme za definici síly.

Nejdůležitější silou je váha těles, t. j. síla, již daná hmota  $m$  podléhá v gravitačním poli zemském. Poněvadž hmota  $m$  touto silou nabývá za volného pádu ve vakuu zrychlení tíhového  $g$  (v Praze  $981.0$  cm/sec<sup>2</sup>), je její váha  $P = m \cdot g$ .

Zrychlení tíhové je však v různých místech různé (na rovníku  $g_0 = 978.0$  cm/sec<sup>2</sup>, na pólu  $g_{90} = 983.2$  cm/sec<sup>2</sup>); proto je také váha těles různá, největší na pólu, nejmenší na rovníku. V Praze je:

$$\begin{aligned} \text{váha } 1 \text{ kg} &= 981000 \text{ dynů;} \\ 1 \text{ dyn} &= \text{váha } 1.02 \text{ mg.} \end{aligned}$$

V technické praxi zavádí se pro měření sil jednotka „váha  $1 \text{ kg}^a$ “ na určitém místě, za něž se volí  $45^\circ$  severní šířky při hladině mořské, kdež je zrychlení tíhové (t. zv. normální)  $g = 980.665$  cm/sec<sup>2</sup>. Jednotka tato se v praxi označuje kg; pro její rozlišení od hmoty  $1 \text{ kg}$  doporučuje se značiti ji kg\*. Při praktických měřeních se zpravidla nehledí k proměnlivosti tíhového zrychlení, čímž mohou vzniknouti odchylky od normální hodnoty až  $0.5\%$ ; v středoevropských krajinách nepřesahují však tyto odchylky  $0.1\%$ .

Jiné síly se srovnávají s vahou těles na základě principu akce a reakce; na př. síla, kterou se napjatý drát hledí zkrátiti, jest určena vahou hmoty, která jej právě v daném prodloužení udrží. Poněvadž tedy měření síly se děje za klidu (staticky), nazývá se též měřením statickým.

Volíme-li za základní jednotky: pro délku 1 m, pro dobu 1 sec pro sílu 1 kg\* (t. j. váhu 1 kg), lze z těchto jednotek rovněž odvoditi soustavu jednotek pro všechna měření mechanická. To je soustava statická nebo technická, na rozdíl od soustavy absolutní. V této soustavě je hmota jednotkou odvozenou. Má-li i v této soustavě platiti Newtonův zákon síly  $P = m \cdot g$  (konstanta úměrnosti rovná 1), plyne pro hmotu  $m$  tělesa vážícího  $P$  kg\*

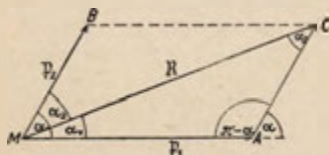
$$m = \frac{P}{g} = \frac{P}{9.81} = 0.102 P,$$

neboť tíhové zrychlení je třeba vyjádřiti v metrech,  $g = 9.80665 \text{ m/sec}^2$ . Technickou jednotku hmoty má těleso vážící 9.80665 kg\* (zhruba 9.81 kg\*).

Místo pojmu spec. hmoty užívá se v technické soustavě důsledně pojmu „měrná (spec.) váha“, což je váha objemové jednotky (krychlového metru); stanoví se v kg\*/m<sup>3</sup>, po případě v t\*/m<sup>3</sup> (t\* = tuna = váha 1000 kg). Měrná váha v t\*/m<sup>3</sup> je dána týmž číslem jako spec. hmota v g/cm<sup>3</sup> v absolutní soustavě (nehledí-li se k malým odchylkám tíhového zrychlení).

Uvedli jsme již, že měření hmoty na základě setrvačnosti (hmota setrvačná) i na základě gravitace (hmota tíhová) vede k týmž výsledkům. Proto také dynamické i statické měření sil v podstatě úplně souhlasí (až na to, že se užívá jiných jednotek). Tomu je rozuměti tak, že síla staticky na př. dvakrát větší než jiná je i dynamicky přesně dvakrát větší a pod.

**23. Skládání sil.** Síla je vektor, neboť má velikost i směr. Můžeme ji tudíž graficky znázorniti nejjednodušším vektorem, totiž úsečkou daného směru, jejíž počátek značí působiště a jejíž délka jest úměrná velikosti síly. Důsledkem II. zákona Newtonova



Obr. 30. Skládání sil.

(dynamické definice síly) jest, že pro skládání sil působících v témž bodě platí vektorové sčítání právě tak, jako pro skládání zrychlení. Prakticky to provádíme buď jako geometrický součet složek nebo pomocí známého rovnoběžníku sil (obr. 30). Výslednice R

složek  $P_1$  a  $P_2$  je tedy

$$\bar{R} = P_1 + P_2.$$

Velikost výslednice, svírají-li složky úhel  $\alpha$ , jest

$$R = \sqrt{P_1^2 + P_2^2 + 2P_1P_2 \cdot \cos \alpha}$$

a úhly  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ , jež svírá se složkami, jsou dány vztahem

$$\sin \alpha_1 : \sin \alpha_2 : \sin \alpha = P_2 : P_1 : R.$$

Výslednice je tedy méně odchýlena od síly větší.

Výslednice je největší pro  $\alpha = 0$  (složky stejnosměrné), kdy

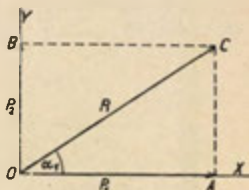
$$R = P_1 + P_2,$$

a nejmenší je pro  $\alpha = 180^\circ$  (složky protisměrné), kdy

$$R = P_1 - P_2 \quad (P_1 > P_2).$$

Nejdůležitější je případ dvou sil kolmých ( $\alpha = 90^\circ$ )  $P_1 \perp P_2$  (obr. 31), kdy platí

$$R = \sqrt{P_1^2 + P_2^2}, \quad \operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{P_2}{P_1}.$$



Obr. 31. Rozklad síly na kolmé složky.

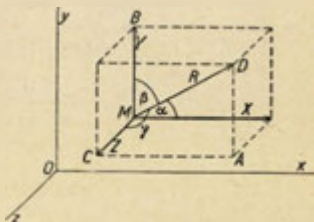
Při několika silách působících na jeden bod sestrojujeme výslednici jako geometrický (vektorový) součet všech složek.

Jako skládáme síly, tak je můžeme také rozkládati ve složky podle daných směrů. V případě rozkladu síly na dvě kolmé složky (obr. 31) platí

$$P_1 = R \cdot \cos \alpha_1, \quad P_2 = R \cdot \sin \alpha_1,$$

značí-li  $\alpha_1$  úhel sevřený mezi danou silou  $R$  a první složkou  $P_1$ .

Téhož způsobu užíváme, chceme-li danou sílu  $R$  rozložit ve tři složky rovnoběžné s pravoúhlými souřadnicemi prostorovými (obr. 32). Buďtež úhly, jež svírá daná síla se směry os,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  (t. zv. směrové úhly); pak jsou složky  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  ve směru os souřadnicových průměty dané síly na osy, tedy



Obr. 32. Rozklad síly ve tři kolmé složky.

$$X = R \cdot \cos \alpha, \quad Y = R \cdot \cos \beta, \\ Z = R \cdot \cos \gamma.$$

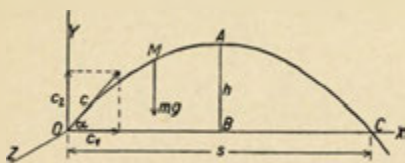
Podle II. zákona Newtonova jsou pak pohybové rov-

nice hmotného bodu  $m$ , na nějž působí vnější síla  $R$ ,

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = X, \quad m \frac{d^2 y}{dt^2} = Y, \quad m \frac{d^2 z}{dt^2} = Z.$$

Známe-li vnější sílu  $R$  a počáteční pohybový stav hmotného bodu (jeho polohu a rychlost), pak integrací těchto tří rovnic najdeme rovnice určující celý jeho další pohyb. — Je-li naopak dán pohyb hmotného bodu, můžeme podle předešlých rovnic určití sílu, jež na něj v každém okamžiku působila.

**24. Šikmý vrh.** Jako jednoduchý příklad stanovení pohybu hmotného bodu, je-li dána v každém okamžiku síla na něj působící, odvodíme zákony šikmého vrhu ve vzduchoprázdnu. Hmotný bod



Obr. 33. Šikmý vrh.

(prakticky malá kulička) hmoty  $m$  budiž vržen rychlostí  $c$ , svírající s vodorovnou rovinou úhel  $\alpha$  (úhel výstupu  $n$ i, obr. 33). Položíme rovinu  $OXY$  do svislé roviny, v níž leží směr rychlosti, při čemž osa  $OX$  je vodorovná, osa  $OY$  je svislá, osa  $OZ$

vodorovná a k oběma předešlým kolmá. Pohybové rovnice jsou

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = 0; \quad m \frac{d^2 y}{dt^2} = -mg; \quad m \frac{d^2 z}{dt^2} = 0.$$

Ve všech rovnicích  $m$  se krátí; na hmotě vrženého hmotného bodu tedy nezáleží. Všechna tělesa pohybují se podle týchž zákonů (jako tomu je při volném pádu ve vakuu). Poněvadž složky rychlosti jsou  $v_1 = dx/dt$  atd., je možno pohybové rovnice psáti ve tvaru:

$$\frac{dv_1}{dt} = 0, \quad \frac{dv_2}{dt} = -g, \quad \frac{dv_3}{dt} = 0.$$

Jim vyhovují integrály:

$$v_1 = C_1; \quad v_2 = -gt + C_2; \quad v_3 = C_3.$$

Integrační konstanty znamenají složky rychlosti na počátku pohybu ( $t=0$ ); je tudíž

$$C_1 = c \cdot \cos \alpha; \quad C_2 = c \cdot \sin \alpha; \quad C_3 = 0.$$

Dostáváme takto

$$v_1 = \frac{dx}{dt} = c \cdot \cos \alpha, \quad v_2 = \frac{dy}{dt} = -gt + c \cdot \sin \alpha, \quad v_3 = \frac{dz}{dt} = 0.$$

Další integrací plyne

$$x = c \cdot t \cdot \cos \alpha + D_1, \quad y = -\frac{1}{2}gt^2 + c \cdot t \cdot \sin \alpha + D_2, \quad z = D_3.$$

Na počátku ( $t=0$ ) bylo  $x=y=z=0$ , musí tudíž  $D_1=D_2=D_3=0$ . Je pak

$$\begin{aligned} x &= c \cdot t \cdot \cos \alpha \\ y &= -\frac{1}{2}gt^2 + c \cdot t \cdot \sin \alpha \\ z &= 0. \end{aligned}$$

Poslední rovnice znamená, že celá dráha leží v rovině  $OXY$ , neboť  $z$  je stále nulou.

Rovnici dráhy v rovině  $OXY$  dostaneme, když z prvních dvou rovnic vyloučíme čas  $t$ . Z první rovnice plyne  $t = x/c \cdot \cos \alpha$  a po dosazení do druhé rovnice máme

$$y = -\frac{g}{2c^2 \cdot \cos^2 \alpha} \cdot x^2 + x \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

anebo stručně psáno

$$y = -ax^2 + bx,$$

což je rovnice paraboly, jejíž hlavní osa směřuje svisle dolů.

Rozborem daných rovnic můžeme zodpovědět všechny otázky šikmého vrhu se týkající:

1. *Výška  $h$  a doba  $t_0$  výstupu.* Těleso je v nejvyšším bodě, když svislá složka rychlosti  $v_2$  se rovná nule, tedy v čase  $t_0$ , pro něž platí

$$-gt_0 + c \sin \alpha = 0, \quad \text{z čehož } t_0 = \frac{c \cdot \sin \alpha}{g}.$$

Dosadíme-li tuto dobu do rovnice pro svislou odlehlost  $y$ , dostaneme výšku výstupu

$$y_0 = h = -\frac{c^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2g} + \frac{c^2 \sin^2 \alpha}{g} = \frac{c^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2g}.$$

Výška výstupu při téže počáteční rychlosti  $c$  je největší pro  $\alpha = 90^\circ$ , což je při svislém vrhu vzhůru.

2. *Dálka  $s$  a doba  $t_1$  dostřelu* se stanoví z podmínky, že je pak hmotný bod v téže vodorovné rovině jako na počátku, čili  $y = 0$ , což vede ke vztahu

$$-\frac{1}{2}gt^2 + c \cdot \sin \alpha \cdot t = 0.$$



Kořen  $t = 0$  odpovídá začátku pohybu. Druhý kořen

$$t_1 = \frac{2c \cdot \sin \alpha}{g} = 2t_0$$

znamená dobu dostřelu, jež je rovná dvojnásobné době výstupu  $t_0$ . Dálku vrhu  $s$  vypočteme, dosadíme-li dobu  $t_1$  do vzorce pro  $x$ . Jest pak

$$s = \frac{2c^2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{g} = \frac{c^2 \sin 2\alpha}{g}.$$

Maximální dostřel nastane pro  $2\alpha = 90^\circ$ , tedy pro  $\alpha = 45^\circ$ . Pro úhly výstupu  $(45^\circ + \varepsilon)$  a  $(45^\circ - \varepsilon)$  je dostřel stejně veliký, neboť

$$\sin 2(45^\circ + \varepsilon) = \sin 2(45^\circ - \varepsilon).$$

Pro souřadnice  $x_0, y_0$  vrcholu  $A$  paraboly plyne

$$x_0 = \frac{s}{2} = \frac{c^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}, \quad y_0 = h = \frac{c^2 \cdot \sin^2 \alpha}{g}.$$

Odvozené vztahy platí přísně jen pro vrh ve vzduchoprázdném prostoru. Odporem vzduchu se rychlost ustavičně zmenšuje a proto se dráha čím dále tím více křiví směrem dolů. S počátku dráha skutečná dosti přiléhá k dráze theoretické; největší výška nastane však dříve a je menší. Druhá polovice dráhy je mnohem silněji zakřivena, takže dráha je nesoúměrná. Dálka dostřelu je značně menší.

Otáčení Země způsobuje, že dráha není přesně rovinná; vržené těleso maličko vybočuje z původní roviny vrhu. — Střely pušek a děl jsou tvaru podlouhlého válce vpředu zašpičatělého, neboť pak je odpor vzduchu proti jejich pohybu malý. Odpor vzduchu má však snahu postavit je napříč k směru pohybu, čímž by odpor značně vzrostl; aby se tak nestalo, udílí se střelám v hlavní, jež je vrtána v podobě táhlého závitu šroubového, rychlý pohyb otáčivý. Ze všech uvedených příčin (odpor vzduchu, vlastní rotace střely, vliv otáčení Země) jest přesné vyšetření dráhy střel značně složité; tímto úkolem, důležitým ve vojenství, zabývá se vnější balistika, kdežto o pohybu střely v hlavní jedná vnitřní balistika.

**25. Pohyb harmonický.** Známe-li časový průběh pohybu, můžeme z toho určit, jakými vnějšími silami byl způsoben. Objasníme věc na pohybu harmonickém v přímce (srovn. odst. 19), při němž dráha  $y$  je dána vztahem

$$y = A \cdot \sin \frac{2\pi}{T} \cdot t;$$

čas  $t$  čítáme od průchodu rovnovážnou polohou, takže fázová konstanta je nulou. Protože je to pohyb přímočarý, výsledné zrychlení

je téhož směru a síla pohyb tento způsobující má směr dráhy. Dvojím derivováním podle času dostaneme zrychlení

$$a = \frac{d^2 y}{dt^2} = -A \cdot \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot \sin \frac{2\pi}{T} \cdot t = -\frac{4\pi^2}{T^2} \cdot y.$$

Síla  $P$ , způsobující pohyb harmonický, je tudíž, značí-li  $m$  hmotu kmitajícího bodu,

$$P = m \cdot a = -\frac{4\pi^2 m}{T^2} \cdot y = -k^2 \cdot y.$$

Pohyb harmonický tedy vzniká, působí-li na hmotný bod síla úměrná okamžité výchylce a směřující k nulové (rovnovážné) poloze hmotného bodu ( $P$  má totiž vždy opačné znaménko než výchylka  $y$ ). V nauce o pružnosti poznáme, že síla vzbuzená malou deformací pružného tělesa vyhovuje této podmínce: směřuje k rovnovážné poloze a jest úměrná výchylce (zákon Hookeův). Proto hmotný bod, vázaný na rovnovážnou polohu pružností, koná pohyb harmonický, jenž se v tomto případě nazývá *kmitání*.

Známe-li konstantu úměrnosti  $k^2$  mezi silou  $P$  a výchylkou  $y$ , plyne z předešlé rovnice vztah

$$k^2 = \frac{4\pi^2 m}{T^2},$$

z něhož můžeme vypočísti dobu kmitovou

$$T = \frac{2\pi}{k} \cdot \sqrt{m}.$$

V tomto vzorci se nevyskytuje amplituda  $A$ . To znamená, že doba kmitová nezávisí na amplitudě (je stejná při malém i velkém rozkmitu). — Kruhová frekvence  $\omega$  harmonického pohybu (srovn. odst. 19) jest

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{k}{\sqrt{m}}.$$

**26. Tlumené kmity.** Předešlé úvahy platí toliko pro kmitání ve vzduchoprázdnu. Při kmitání ve vzduchu nebo v jiném prostředí tlumí se kmity odporem prostředí. V prvním přiblížení můžeme předpokládati, že odpor prostředí jest úměrný okamžité rychlosti a má směr opačný. K síle  $P = -k^2 \cdot y$  vznikající pružností přistupuje pak síla  $P_1 = -B \cdot dy/dt$  vznikající odporem prostředí. Pohybová rovnice jest pak

$$m \cdot \frac{d^2 y}{dt^2} = P + P_1 = -k^2 \cdot y - B \cdot \frac{dy}{dt},$$

anebo dosadíme-li za  $B/m = 2b$  a  $k^2/m = \omega^2$ ,

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + 2b \cdot \frac{dy}{dt} + \omega^2 \cdot y = 0.$$

Této rovnici vyhovuje integrál tvaru

$$y = C \cdot e^{\alpha t},$$

v němž  $C$  je libovolná konstanta; za  $\alpha$  musíme voliti takovou hodnotu, aby pohybová rovnice byla v každém čase splněna. Po dosazení a zkrácení dostáváme podmínku pro  $\alpha$  (t. zv. charakteristickou rovnici)

$$\alpha^2 + 2b\alpha + \omega^2 = 0$$

neobsahující čas  $t$ . Kořeny této rovnice

$$\alpha_{1,2} = -b \pm \sqrt{b^2 - \omega^2}$$

poskytují tudíž dva integrály

$$y = C_1 \cdot e^{\alpha_1 t}, \quad y = C_2 e^{\alpha_2 t}$$

vyhovující pohybové rovnici v každém čase. Vzhledem k tomu, že jest ona diferenciální rovnice lineární, vyhovuje jí i součet obou integrálů, jenž představuje obecný integrál uvažované rovnice

$$y = C_1 \cdot e^{\alpha_1 t} + C_2 \cdot e^{\alpha_2 t}.$$

Jaký pohyb vznikne, závisí podstatně na jakosti kořenů  $\alpha_1, \alpha_2$  charakteristické rovnice. Při malém tlumení, pokud jest  $b^2 < \omega^2$ , jsou oba kořeny soujenné a můžeme je psáti ve tvaru

$$\alpha_{1,2} = -b \pm \omega_1 i, \quad \text{kdež} \\ \omega_1 = \sqrt{\omega^2 - b^2}, \quad i = \sqrt{-1}.$$

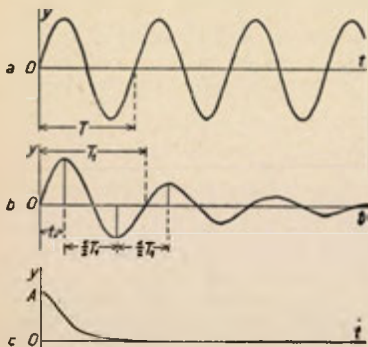
Obecný integrál v tomto případě jest

$$y = e^{-bt} (C_1 \cdot e^{i\omega_1 t} + C_2 \cdot e^{-i\omega_1 t})$$

a lze jej (užitím Moivreovy poučky) uvést do tvaru

$$y = C \cdot e^{-bt} \cdot \sin(\omega_1 t + \gamma),$$

kdež  $C$  a  $\gamma$  jsou integrační konstanty. Tento výsledek znamená: koná se pohyb harmonický, mající kruhovou frekvenci  $\omega_1$ , ale



Obr. 34. Graf kmitů netlumených (a) a tlumených (b) a pohybu aperiodického (c).

jeho amplituda

$$A = C \cdot e^{-bt}$$

není stálá, nýbrž se s časem zmenšuje. Takovýto pohyb nazývá se *tlumené kmitání* (obr. 34 b). — Kruhová frekvence tlumeného kmitání

$$\omega_1 = \sqrt{\omega^2 - b^2}$$

jest menší, než jaká by byla při kmittech netlumených ( $\omega$ ); tedy doba kmitová

$$T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega^2 - b^2}}$$

se tlumením zvětšuje.

Čítáme-li čas  $t$  od okamžiku, kdy kmitající bod prochází rovnovážnou polohou v kladném směru, jest  $\gamma = 0$  a máme

$$y = C e^{-bt} \cdot \sin \omega_1 t = C e^{-bt} \cdot \sin \frac{2\pi}{T_1} t.$$

Největší výchylky nabude kmitající bod v tom čase  $t_1$ , v němž se jeho rychlost  $dy/dt$  rovná nule, což vede k podmínce

$$-C b e^{-bt_1} \sin \frac{2\pi}{T_1} t_1 + C \cdot \frac{2\pi}{T_1} \cdot e^{-bt_1} \cdot \cos \frac{2\pi}{T_1} \omega_1 t_1 = 0,$$

z níž vychází

$$\operatorname{tg} \frac{2\pi}{T_1} t_1 = \frac{2\pi}{T_1} b.$$

Kdyby nebylo tlumení ( $b=0$ ), pravá strana by byla nekonečně velkou, takže by z této rovnice plynulo

$$\frac{2\pi}{T_1} t_1 = \frac{\pi}{2}, \quad t_1 = \frac{T_1}{4};$$

kmitající bod procházel by svou krajní polohou v čase právě uprostřed mezi dvěma po sobě jdoucími průchody rovnovážnou polohou (obr. 34 a). Při tlumení (obr. 34 b) je však pravá strana konečná a proto pro dobu  $t_1$  plyne hodnota menší než  $\frac{1}{4} T_1$ ; pohyb z rovnovážné polohy do krajní polohy trvá kratčeji než pohyb z krajní polohy do rovnovážné. Označíme-li první dobu průchodu krajní polohou  $t_1 (< \frac{1}{4} T_1)$ , jsou další kořeny předcházející rovnice  $t_1 + \frac{T_1}{2}$ ,  $t_1 + 2 \frac{T_1}{2}$ ,  $t_1 + 3 \frac{T_1}{2}$ ... Doby od jedné krajní polohy do druhé jsou stejné a rovnají se poloviční periodě.

Krajní výchylky  $y_1, y_2, y_3$ ... jsou dány vztahy

$$y_1 = C e^{-bt_1} \cdot \sin \omega_1 t_1$$

$$y_2 = C e^{-b\left(t_1 + \frac{T_1}{2}\right)} \cdot \sin \omega_1 \left(t_1 + \frac{T_1}{2}\right) = -y_1 \cdot e^{-\frac{b T_1}{2}}$$

$$y_3 = C \cdot e^{-b\left(t_1 + 2 \frac{T_1}{2}\right)} \cdot \sin \omega_1 \left(t_1 + 2 \frac{T_1}{2}\right) = +y_1 \cdot e^{-b T_1} \text{ atd.}$$

Nehledíme-li ke znaménku, je poměr po sobě jdoucích krajních vý-

chylek

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{y_2}{y_3} = \dots = e^{\frac{\delta T_1}{2}} = \lambda$$

stálý a nazývá se *útlum*. Jeho přirozený logaritmus

$$\delta = \ln \lambda = \frac{1}{2} \delta T_1$$

se jmenuje *logaritmický dekrement*.

Při velmi značném tlumení, když

$$b^2 - \omega^2 > 0,$$

jsou oba kořeny  $\alpha_1, \alpha_2$  charakteristické rovnice reálné různé a to záporné; označme je  $-l_1$  a  $-l_2$  (při tom  $l_1$  a  $l_2$  jsou kladná čísla). Obecný integrál pohybové rovnice je pak

$$y = C_1 \cdot e^{-l_1 t} + C_2 \cdot e^{-l_2 t}.$$

To znamená: Byl-li hmotný bod v čase  $t=0$  vychýlen a pak puštěn, jeho výchylka se časově zmenšuje na nulu, ale hmotný bod nepřejde vůbec na druhou stranu a tedy nenastává kmitání. Takovýto pohyb se nazývá *aperiodický* a jeho průběh je znázorněn na obr. 34c. Této vlastnosti užíváme u měřicích přístrojů elektrických; značným elektromagnetickým tlumením dosahujeme toho, že se ukazovatel ustálí v konečné poloze bez kmitání (stroje aperiodické).

**27. Pohyb planet, zákon gravitační.** Velkolepým příkladem takovýchto úvah, při nichž z daného pohybu se odvodí směr a velikost působící síly, jest Newtonovo odvození gravitačního zákona z Keplerových zákonů o pohybu planet. Kepler, pomocník a nástupce slavného hvězdáře Tychona Brahe, odvodil z pečlivých pozorování Tychonových známé tři zákony:

1. Planety obíhají kolem Slunce v elipsách (od kruhu se málo lišících), v jejichž společném ohnisku je Slunce.
2. Plochy průvodičem opsané jsou úměrné příslušným dobám.
3. Dvojmocí oběžných dob planet jsou v témže poměru jako trojmocí jejich velkých poloos.

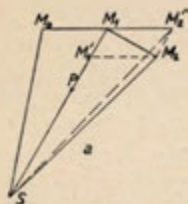
Tyto tři zákony úplně popisují pohyb planet. Prvý zákon podává tvar dráhy, druhý určuje, známe-li oběžnou dobu (úměrnou ploše elipsy), jak se planeta ve své dráze pohybuje, a třetí dovoluje určit oběžné doby všech planet, jakmile známe jednu z nich, oběžnou dobu Země. Jimi je tedy v každém čase stanoveno zrychlení planety a tím i síla, které planeta podléhá.

Poněvadž je dráha planety rovinná, musí zrychlení a tedy i síla ležeti v rovině oběžné dráhy. V ní mohla by míti směr odlišný od spojnice planety se Sluncem i od směru okamžité rychlosti, ale



můžeme ji rozložit na dvě složky, centrální (směřující ke Slunci) a tečnou.

Uvažujme nejprve účinek centrální složky  $P$  (obr. 35a)



Obr. 35. Účinek  $a$  centrální a  $b$  tečné složky.

směřující ke Slunci  $S$ . Za krátkou dobu  $\Delta t$  nechť vykoná planeta (setrvačností i účinkem centrální složky) dráhu  $M_0M_1$ . Za další stejnou dobu setrvačností by vykonala planeta dráhu  $M_1M'_2$  stejně dlouhou a v téměř směru; ale účinkem centrální složky pohybuje se současně o dráhu  $M_1M'_1$  ve směru k Slunci, takže výsledná dráha je  $M_1M_2$  ( $M'_2M_2 \parallel M'_1M_1$ ). Z rovnosti trojúhelníků o stejné základně a výšce plyne:

$$\Delta SM_0M_1 = \Delta SM_1M'_2 = \Delta SM_1M_2.$$

Tedy ve dvou stejných krátkých dobách  $\Delta t$  opíše průvodič  $SM$  vedený ze Slunce k planetě stejně velké plochy, což platí ovšem i pro všechny další stejné doby  $\Delta t$ . Důsledkem toho jest, že plochy opsané v konečných dobách jsou úměrné těmto dobám, jak žádá druhý zákon Keplerův.

Síla tečná (obr. 35b) by způsobovala vzrůst rychlosti, takže by i plochy opsané průvodičem ve stejných dobách se zvětšovaly,

$$\Delta SM_0M_1 < \Delta SM_1M_2.$$

Poněvadž to odporuje II. zákonu Keplerovu, soudíme, že tečná složka je nulou. Síla působící na planetu směřuje tedy stále ke Slunci a způsobuje, že se dráha planety křiví na stranu Slunce.

Zbývá vyšetřiti, jak závisí tato síla na okamžité vzdálenosti  $r$  planety od Slunce. Za předpokladu eliptických drah vyžaduje odvození výpočtu delšího. Tomu se však vyhneme touto úvahou. Třetí zákon Keplerův platí nezávisle na tom, jakou výstřednost má dráha planety, tedy i pro výstřednost nulovou čili pro dráhu kruhovou. Místo velké poloosy máme pak poloměr té dráhy  $r$ . V kruhové dráze pohybuje se planeta ve smyslu druhého zákona Keplerova rovnoměrně rychlostí  $v = 2\pi r/T$ , značí-li  $T$  dobu oběžnou. Při rovnoměrném kruhovém pohybu je dostředivé zrychlení (odst. 21)

$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{4\pi^2 r}{T^2}.$$

Podle III. zákona Keplerova platí

$$T^2 = \text{konst. } r^3$$

a po dosazení máme

$$a = \frac{4\pi^2 r}{\text{konst. } r^3} = k \cdot \frac{1}{r^2}.$$

Síla působící na planetu je pak

$$P = m \cdot a = k \cdot \frac{m}{r^2},$$

tedy úměrná hmotě planety  $m$  a nepřímo úměrná dvojmoci vzdálenosti  $r$  od Slunce.

Avšak planeta přitahuje také Slunce silou, jež obdobně jest

$$P' = k' \cdot \frac{M}{r^2},$$

značí-li  $M$  hmotu Slunce. Tato síla je podle principu akce a reakce stejně velká jako prvá síla, takže

$$k \cdot m = k' \cdot M = \kappa \cdot M \cdot m.$$

Z toho plyne obecný vzorec pro přitažlivou sílu mezi Sluncem ( $M$ ) a planetou ( $m$ )

$$P = \kappa \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}.$$

Newton zobecnil tento výsledek na jakékoliv dvě hmoty a tím dospěl k svému proslulému zákonu všeobecné gravitace: Kterékoliv dvě hmotné částice se přitahují silou, jež je přímo úměrná součinu jejich hmot a nepřímo úměrná dvojmoci jejich vzdálenosti. Konstanta úměrnosti  $\kappa$  se nazývá gravitační konstanta a má v abs. soustavě hodnotu

$$\kappa = 6.66 \cdot 10^{-8} \frac{\text{cm}^3}{\text{g sec}^2}.$$

Pohyby planet jsou ve skutečnosti složitější, než jak je stanoví jednoduché zákony Keplerovy. Kdyby existovala vedle Slunce jediná planeta (t. zv. problém dvou těles), účinkem přitažlivých sil by se pohybovala jak planeta, tak i Slunce kolem společného střediska (těžiště) v drahách sobě podobných. Se zřetelem k pohybu Slunce vyžaduje pak třetí zákon Keplerův opravu. Podle Keplerova je stálým poměr  $T^2/a^3$  ( $T$  = doba oběžná,  $a$  = poloosa oběžné elipsy), ve skutečnosti je však

$$\frac{T^2}{a^3} \left( 1 + \frac{m}{M} \right) = \text{konst.},$$

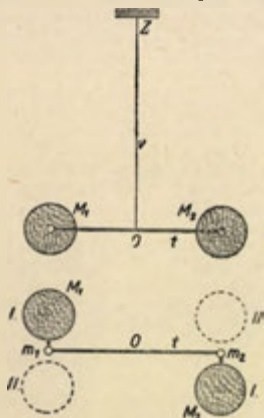
kdež  $m$  značí hmotu planety a  $M$  hmotu Slunce. — Jednotlivé planety však působí na sebe též gravitačními silami (t. zv. problém tří těles), jež způsobují odchylky v jejich pohybech, zvané *poruchy*.

Bod dráhy, v němž planeta je nejbližší Slunci, nazývá se *perihél*, bod na opačné straně dráhy, nejvíce vzdálený od Slunce, sluje *afél*. Výstřednost  $e$  dráhy zemské je velmi malá  $(e = 0.0167 a \approx \frac{1}{60} a)$ , přece však se podle II. zákona Keplerova zřetelně projevuje v pohybu Země. Perihélem prochází Země počátkem ledna (na př. 3. I. 1931), což má za následek, že podzimní a zimní oblouk dráhy zemské je kratší než jarní a letní a že Země, jsouc Slunci blíže, pohybuje se po něm rychleji než na jaře a v létě. Podzim a zima jsou proto zřetelně kratší než jaro a léto. Na př. podzim a zima 1930/31 trvaly 178 dní 20 hodin, kdežto jaro a léto 1931 trvaly 186 dní 10 hodin, tedy více než o týden déle.

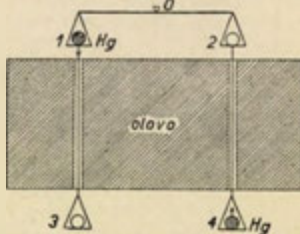
Gravitační konstanta  $\kappa$  má velikou důležitost pro astronomii. Známe-li ji, můžeme ze zrychlení tíhového stanovit hmotu Země jakož i její průměrnou spec. hmotu ( $5.50 \text{ g/cm}^3$ ), dále hmotu Slunce i hmoty planet (zejména těch, jež mají měsíčky). Gravitační konstanta byla stanovena v podstatě dvěma metodami:

1. *Torsními vahami* (Cavendish, 1798). Na dlouhém jemném vlákně  $v$  (obr. 36) je zavěšena lehká tyčinka  $t$  nesoucí dvě stejné hmotné kuličky  $m_1, m_2$ . Za prvou a před druhou vloží se velmi hmotné koule  $M_1, M_2$  (poloha I.); jejich přitažlivostí se tyčinka poněkud vychýlí ve směru k hmotným koulím. Pak se dají koule na opačné strany kuliček (poloha II.) a nastane výchylka na druhou stranu. Z toho lze pak určití sílu v dynech, kterou velká koule přitahuje malou a, poněvadž známe hmotu obou, tedy i gravitační konstantu  $\kappa$ .

2. *Rovnoramennými vahami*. Popíšeme úpravu (obr. 37), již použili Richarz a Krigar-Menzel ve špandavské zbrojnici. Váhy mají čtyři



Obr. 36. Stanovení gravitační konstanty torsními vahami.



Obr. 37. Stanovení gravitační konstanty vážením.

misky, z nichž dvě jsou zavěšeny na delších drátech, které jdou otvory ve velké olověné zdi. Na miskách jsou 4 skleněné koule

stejného objemu (aby vztlak vzduchu byl stále stejný), ale dvě z nich jsou naplněny rtutí a dvě jsou prázdné. Váží se dvakrát:

1. Koule se rtutí jsou vlevo nahoře a vpravo dole, jak je naznačeno na obr. 37.

2. Koule se rtutí jsou vlevo dole a vpravo nahoře.

Rozdíl obou vážení podává čtyřnásobnou přitažlivou sílu mezi rtutí a olovenou zdí, z čehož lze vypočísti gravitační konstantu.

Newtonův gravitační zákon vyhovuje s neobyčejnou přesností pozorováním astronomickým. Přece však obsahuje v sobě záhadu, již si byl Newton vědom, totiž předpokládá „bezprostřední působení na dálku“. Newton viděl ve svém zákonu pouhý popis; sám se vyjadřoval, že planety se pohybují tak, jako by na ně působila ona gravitační síla, o jejíž původu odmítl uvažovati svým známým výrokem „domněnek nevymýšlím“. — Mimo to je věru podivuhodno, že hmota setrvačná i tíhová jsou vždy stejné, jak se Newton sám pokusy přesvědčil, ač pro tuto naprostou shodu není nijakého zřejmého důvodu.

Obě tyto záhady dostávají vysvětlení teprve v moderní Einsteinově theorii gravitace (obecné relativitě). V dalším stručně naznačíme její myšlenkový postup.

Kdyby vůbec ve světě nebylo hmoty, nemělo by smyslu mluvit o jeho prostorových vlastnostech (jedno místo nebylo by ničím vyznačeno proti druhému) ani o plynutí času (nic by se nedálo). Tedy teprve přítomností hmoty a jejích změn prostor a čas nabývají smyslu. Mohli bychom říci, že prostor a čas bez hmoty neexistují, nýbrž že teprve hmota je vytváří. V tom smyslu je zřejmo, že vlastnosti prostoru i času jsou závislé od množství hmoty. Daleko od velkých hmot (kde tedy není pole gravitační) je vliv hmoty na prostor a čas malý a tam má soubor obou (*prostorčas* čili „svět“ podle Minkowského) vlastnosti, jaké jim příkládá geometrie Euklidova; fyzikálně se to projevuje tím, že malá hmota se tam pohybuje přímočaře rovnoměrně, tedy platí tam princip setrvačnosti. Ale poblíž velkých hmot (kde je tedy silné gravitační pole) má prostorčas odlišné vlastnosti, což se někdy vyjadřuje výrokem, že prostorčas je hmotou zakřivován. A jako na zakřivené ploše nastupují na místo přímek nejkratší spojnice dvou bodů, t. zv. čáry geodetické, tak i v zakřiveném *prostorčasu* je přímočarý rovnoměrný pohyb (setrvačný) nahrazen pohybem podle zakřivených geodetických světočar a tato odchylka se nám pak jeví jako gravitační působení okolních hmot. Ve skutečnosti volný hmotný bod se pohybuje vždy podle geodetických světočar. Daleko od hmoty jsou světočáry „přímé“ a vzniká tak pohyb přímočarý a rovnoměrný, jež přisuzujeme setrvačnosti hmoty. Poblíž velkých hmot jsou světočáry „krivé“ a proto pohyb není ani přímočarý ani rovnoměrný; odchylky vykládáme působením gravitace. Podle této theorie, jež je pojmově velmi obtížná a matematicky složitá a jejíž obsah jen zhruba naznačujeme, je tedy setrvačnost i gravitace výrazem jediné vlastnosti hmoty, že se totiž pohybuje podle geodetické světočáry. Z tohoto stanoviska je zřejmé, že setrvačná hmota i tíhová hmota musí býti stejné. Z Einsteinovy theorie plyne jako první přiblížení Newtonův gravitační zákon, jenž při pohybu planet vyhovuje s dalekosáhlou přesností. Jedinou zjistitelnou odchylku poskytuje pohyb Merkurova perihélu a tato odchylka souhlasí s Einsteinovou teorií.

**28. Účinek síly: Impuls a práce.** Asi před třemi sty lety byl veden mezi Descartesem a Leibnizem velký spor o to, podle čeho se má posuzovati účinek síly za pohybu. Des-

cartes tvrdil, že podle hybnosti  $mv$ , kdežto Leibniz zastával názor, že podle t. zv. „živé síly“  $mv^2$ . Oba uváděli dobré důvody pro svůj názor a tak tehdy vlastně spor zůstal nerozhodnut. Dnes známe příčinu toho. Každý z nich měl na mysli jiný účinek síly, Descartes podle doby, Leibniz podle dráhy a proto přirozeně každý z nich dospěl k jinému výsledku. Aby nebylo nedorozumění, dáváme každému z obou účinků síly jiné jméno:

dobový účinek síly sluje *impuls* (popud),  
dráhový účinek síly se jmenuje *práce*.

**29. Impuls.** Nechť působí síla  $P$  po dobu  $dt$  na volný hmotný bod  $m$ . Pak impuls  $d\mathcal{G}$  udělený za tu dobu hmotnému bodu definujeme součinem

$$d\mathcal{G} = P \cdot dt.$$

Impuls je tudíž vektorem a rozměr jeho jednotky je

$$\frac{\text{g} \cdot \text{cm}}{\text{sec}^2} \cdot \text{sec} = \frac{\text{g} \cdot \text{cm}}{\text{sec}}.$$

Z definice impulsu plyne

$$d\mathcal{G} = P \cdot dt = m \cdot \frac{dv}{dt} \cdot dt = d(mv).$$

Vektor  $mv$  sluje hybnost. Impuls síly rovná se tudíž vektorové změně hybnosti. To platí i pro každou další dobu a tedy i pro konečnou dobu, takže

$$\mathcal{G} = m(v - v_0),$$

značí-li  $v_0$  počáteční a  $v$  konečnou rychlost. Tedy impuls síly rovná se vektorové změně hybnosti. Působí-li síla ve směru rychlosti (vzniká přímočarý pohyb zrychlený), impuls síly se rovná prostému zvětšení hybnosti

$$G = m(v - v_0).$$

**30. Práce.** K pojmu práce jakožto dráhového účinku síly jsme vedeni zkušeností, na př. při zvedání břemene. Práce se tu koná tím, že působíště síly zdvíhající břemeno se posunuje ve směru síly, tedy vzhůru. Pokud má síla i dráha též směr, definujeme práci  $L$  jako součin ze síly  $P$  a dráhy  $s$ , tedy

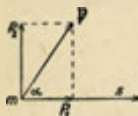
$$L = P \cdot s.$$

Vyžaduje však úvahy, jak máme definovati práci, když síla a dráha mají různé směry. Ze zkušenosti je známo, že na posunutí ve směru kolmém k síle není třeba práce. Na př. koule na vodorovné rovině, byla-li postrčena, pohybuje se rovnoměrně a není k tomu třeba práce,



ač na ni působí její váha ve svislém směru. Proto práci při posunutí kolmém ke směru síly považujeme za nulovou.

Působí-li obecně síla  $P$  šikmo k posunutí  $s$  (obr. 38), myslíme si ji rozloženu na dvě složky,  $P_1$  ve směru posunutí a  $P_2$  kolmo k posunutí. Tato druhá složka práce nekoná, jen složka prvá  $P_1$ , takže máme



Obr. 38.  
Definice práce.

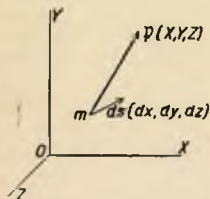
$$L = P_1 \cdot s = P \cdot s \cdot \cos \alpha = (Ps),$$

což je skalární součin obou vektorů  $P$  a  $s$  (odst. 15). Definujeme tudíž práci jakožto součin z dráhy  $s$  a složky síly  $P_1 = P \cdot \cos \alpha$  ve směru dráhy. Stejným způsobem můžeme definovat práci jako součin ze síly  $P$  a složky dráhy  $s \cdot \cos \alpha$  ve směru síly.

Uvedená definice platí, pokud síla zůstává stálou. Při proměnlivé síle musíme počítati práci pro každé elementární posunutí  $ds$  zvláště; práce  $dL$  je pak

$$dL = (P \cdot ds) = P \cdot ds \cdot \cos \alpha.$$

V pravouhlých souřadnicích (obr. 39) nechť má posunutí  $ds$  složky  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$  a síla  $P$  složky  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ . Uvážíme-li, že každá složka síly koná práci jen po složce dráhy ve svém směru, dostáváme pro práci  $dL$  obecně



Obr. 39. Práce v pravouhlých souřadnicích.

$$dL = X \cdot dx + Y \cdot dy + Z \cdot dz.$$

Absolutní jednotka práce slove *erg*; je to práce vykonaná silou jednoho dynu po dráze 1 cm v jejím směru. Rozměr této jednotky je tudíž

$$1 \text{ erg} = \frac{\text{g} \cdot \text{cm}}{\text{sec}^2} \cdot \text{cm} = \frac{\text{g} \cdot \text{cm}^2}{\text{sec}^2}.$$

Tato jednotka je příliš malá (přibližně práce na zvednutí 1 mg do výšky 1 cm). Větší jednotky jsou

$$\text{megaerg} = 10^6 \text{ ergů}, \quad \text{joule} = 10^7 \text{ ergů},$$

kteroužto poslední jednotku považujeme za praktickou jednotku práce.

James Joule (1818—1889), původně sládek, zabýval se později fyzikou. Svými pokusy prokázal rovnomocnost práce a tepla. To vedlo k zobecnění pojmu práce na všechny obory fyziky a dále na princip energie. Fyzika ctí památku takovýchto pracovníků tím, že jejich jménem označí příslušnou jednotku fyzikální, což je věru „pomník kovů trvalejší“.

V technické soustavě jednotkou práce je 1 kgm, což je práce potřebná na vyzdvižení 1 kg (za normálního zrychlení tíhového) do

výše 1 m. Převodní vztahy obojích jednotek práce jsou

$$1 \text{ kgm} = 1000 \text{ g} \cdot 980 \cdot 665 \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2} \cdot 100 \text{ cm} = 9 \cdot 80665 \cdot 10^7 \text{ ergů} \doteq \\ \doteq 9 \cdot 81 \text{ joule.}$$

$$1 \text{ joule} = 0 \cdot 101971 \text{ kgm} \doteq 0 \cdot 102 \text{ kgm.}$$

Nejčastěji potřebujeme znáti práci na vyzdvižení hmoty  $M$  gramů do výšky  $h$  (cm); v absolutní soustavě jest

$$L = m \cdot g \cdot h \text{ (ergů).}$$

V technické soustavě je práce v kgm potřebná na vyzdvižení tělesa vážícího  $Q$  kg\* do výšky  $H$  metrů

$$L = Q \cdot H \text{ (kgm).}$$

Působí-li na volný hmotný bod  $m$  (obr. 40) síla  $P$  po dráze  $ds = AA'$ , je příslušná práce

$$dL = (P \cdot ds) = P \cdot ds \cdot \cos \alpha = P_t \cdot ds.$$

Práci koná pouze tečná složka

$$P_t = m \cdot a_t = m \frac{dv}{dt};$$

složka normální  $P_n = m \cdot a_n = m \cdot v^2/r$  práce nekoná. Je tudíž dále

$$dL = m \frac{dv}{dt} \cdot v \cdot dt = \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} m v^2 \right) \cdot dt.$$

To znamená, že vykonaná práce se rovná přírůstku výrazu  $\frac{1}{2} m \cdot v^2 = W$ , jenž podle Leibnize se nazývá živá síla; správnější název je *kinetická energie*. Týž vztah platí pro kterékoliv doby, takže obecně práce vnější síly vykonaná při pohybu volného hmotného bodu se rovná přírůstku jeho kinetické energie:

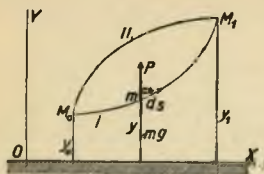
$$L = \int (P \cdot ds) = \frac{1}{2} m (v^2 - v_0^2),$$

značí-li  $v_0$  jeho počáteční rychlost a  $v$  rychlost konečnou.

**31. Princip energie.** Mějme hmotný bod  $m$  v gravitačním poli zemském (obr. 41). Abychom jej z počáteční polohy  $M_0$  přenesli do konečné polohy  $M_1$ , musíme na to dodat práci

$$L = \int_{M_0}^{M_1} (P \cdot ds) = \int_{M_0}^{M_1} mg \cdot ds \cos \alpha = mg \int_{y_0}^{y_1} dy = mg(y_1 - y_0),$$

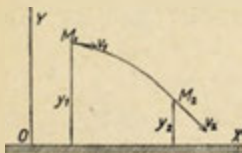
jež nezávisí na cestě. Při zpátečním přechodu z polohy  $M_1$  do  $M_0$  dostaneme tutéž práci zpět. Není tudíž možno získati přebytek práce tím, že bychom po jedné cestě zdvihli hmotný bod a po jiné cestě jej zase přivedli zpět do původní polohy (nemožnost „perpetua mobile“, t. j. stroje, kterým bychom z ničeho získali práci). Práce hmotnému bodu dodaná zůstává tudíž zachována (je podmíněna vyšší polohou toho bodu), což vyjadřujeme tím, že se zvýšila jeho *energie polohy* (potenciální). Obecně defini-



Obr. 41. Práce v gravitačním poli.

nujeme energii polohy  $U$  tím, že její přírůstek  $U - U_0$  se rovná práci hmotnému bodu dodané, tudíž

$$U - U_0 = m \cdot g (y - y_0).$$



Obr. 42. Přeměna energie potenciální v kinetickou.

Jestliže pak volný bod hmotný (obráz. 42) se pohybuje jakkoliv z polohy  $M_1$  (výška  $y_1$ , rychlost  $v_1$ ) do jiné polohy  $M_2$  (výška  $y_2$ , rychlost  $v_2$ ), vykoná tíže práci  $L$ , jež se rovná úbytku jeho energie polohy, ale tato práce se projeví jako stejně veliký přírůstek jeho kinetické energie. Je totiž

$$\begin{aligned} L &= m g (y_1 - y_2) = U_1 - U_2 \\ &= \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) = W_2 - W_1. \end{aligned}$$

Z rovnosti obou výrazů plyne

$$U_1 - U_2 = W_2 - W_1 \quad \text{aneb} \quad U_1 + W_1 = U_2 + W_2.$$

Tedy součet obou energií (polohy i pohybu) zůstává stálý. Nemožnost perpetua mobile v gravitačním poli vede k důsledku, že celková energie volného hmotného bodu zůstává stálá. Toho byl si vědom (třebas ne v nynějším smyslu) již Galilei, jak dosvědčuje známý jeho pokus s kyvadlem.

Tutéž úvahu můžeme zobecniti pro jakékoliv pole silové, v němž na hmotný bod působí v určité poloze  $(x, y, z)$  síla  $P$  závislá toliko na poloze toho bodu. Jsou-li  $X, Y, Z$  složky síly  $P$  daného silového pole, musíme za rovnováhy působení ze zevnějšíku na hmotný bod silou právě opačnou  $-P$  o složkách  $-X, -Y, -Z$ . Práce, kterou musíme vykonati na převedení hmotného bodu z polohy  $M_0$  do polohy  $M_1$ , je tudíž

$$L_{01} = - \int_0^1 (P \cdot ds) = - \int_0^1 (X \cdot dx + Y \cdot dy + Z \cdot dz).$$

Tato práce může obecně býti závislá na cestě, po níž hmotný bod převádíme z počáteční polohy do polohy konečné. Kdyby na př. práce dodaná na cestě  $\bar{M}_0$  I  $\bar{M}_1$  byla menší než na cestě  $\bar{M}_0$  II  $\bar{M}_1$ , pak bychom při pohybu po uzavřené dráze  $\bar{M}_0$  I  $\bar{M}_1$  II  $\bar{M}_0$  získali přebytek práce, což bychom mohli opakovati a měli bychom „perpetuum mobile“, schopné stále dodávati práci. Nemožnost perpetua mobile vede tudíž k důsledku, že práce při pohybu z téže počáteční polohy do téže konečné polohy musí býti vždy stejná, nezávislá na cestě, tedy závislá pouze na počáteční a konečné poloze. Velikost této práce stanoví pak přírůstek energie polohy  $U$

$$-\int_0^1 (\mathbf{P} d\mathbf{s}) = -\int_0^1 (X \cdot d\mathbf{x} + Y \cdot d\mathbf{y} + Z \cdot d\mathbf{z}) = U_1 - U_0.$$

Pro malé posunutí  $d\mathbf{s}$  tudíž platí

$$-(X d\mathbf{x} + Y d\mathbf{y} + Z d\mathbf{z}) = dU,$$

při čemž  $dU$  musí býti úplný diferenciál; z toho plyne

$$X = -\frac{\partial U}{\partial x}, \quad Y = -\frac{\partial U}{\partial y}, \quad Z = -\frac{\partial U}{\partial z}.$$

V takovémto silovém poli jsou tudíž složky sil rovné záporně vzatým diferenciálním kvocientům energie polohy  $U$ . Z matematiky je známo, že musí býti splněny podmínky

$$\frac{\partial X}{\partial y} = -\frac{\partial^2 U}{\partial y \cdot \partial x} = -\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} = \frac{\partial Y}{\partial x}$$

a podobně

$$\frac{\partial X}{\partial z} = \frac{\partial Z}{\partial x}, \quad \frac{\partial Y}{\partial z} = \frac{\partial Z}{\partial y}.$$

Takovéto pole silové nazývá se *nevírové* a příslušná soustava sil slove *konservativní*.

Pohybuje-li se volný hmotný bod v nevírovém poli silovém (tedy v takovém, v němž je perpetuum mobile nemožné), je práce vykonaná při pohybu silami pole rovná úbytku energie polohy a táž práce se rovná přírůstku energie pohybu

$$L = U_1 - U_2 = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) = W_2 - W_1$$

a tedy zase

$$U_1 + W_1 = U_2 + W_2,$$

čili celková energie zůstává stálá.

Při skutečných pohybech, při nichž působí překážky pohybové (tření, odpor vzduchu), je přírůstek kinetické energie menší, než

činí úbytek energie polohy, takže celková mechanická energie se zmenšuje. Avšak Joule ukázal, že při tom vzniká teplo rovnomocné ztrátě mechanické energie. Považujeme proto teplo také za určitý druh energie. Přiblížíme-li tedy i k tepelné energii při pohybu vzniklé, platí zase věta, že celková energie zůstává stálá.

Německý lékař R. Mayer první upozornil na to, že nemožnost perpetua mobile, veškerou dosavadní zkušeností potvrzená, vede k tomu, že celková energie jakožto schopnost konati práci zůstává při všech dějích fyzikálních co do velikosti stálá. Kolik energie jednoho druhu ubude, právě tolik energie jiného druhu se nově získá. Poznaték tento nazýváme *princip energie*. Úvahy Mayerovy byly po mnohých stránkách ještě nejasné. Zcela zřetelně tento princip vyslovil a rozšířil na všechny obory fyziky Helmholtz.

Energii definujeme jako schopnost konati mechanickou práci a její velikost určujeme prací, kterou lze z ní získati. Pak zní princip energie: *celková energie zůstává při všech dějích fyzikálních stálá*. Děje fyzikální spočívají tudíž v tom, že energie jednoho druhu mizí, ale při tom vzniká právě tak velká energie jiného druhu.

Princip energie je založen na poznatku o nemožnosti perpetua mobile, t. j. o nemožnosti získati práci bez náhrady. Jeho potvrzení spatřujeme v tom, že všechny důsledky, plynoucí z principu energie, se shodují se zkušeností. Princip energie se vztahuje na všechny obory fyziky a pro tuto svou obecnost je základním principem fyziky.

**32. Výkonnost.** Výkonnost strojů posuzujeme podle práce vykonané za jednotkovou dobu. Vykoná-li stroj za dobu  $dt$  práci  $dL$ , jest jeho výkonnost  $N$

$$N = \frac{dL}{dt}.$$

Při pohybu hmotného bodu za působení síly  $P$  (obr. 40) jest výkonnost

$$N = \frac{(P \cdot ds)}{dt} = (P \cdot v) = P \cdot v \cdot \cos \alpha = P_t \cdot v.$$

Absolutní jednotkou výkonnosti jest

$$1 \frac{\text{erg}}{\text{sec}} = 1 \frac{\text{g} \cdot \text{cm}^2}{\text{sec}^3}.$$

V praxi používá se jednotky  $10^7$  krátě větší, jež se nazývá *watt* (značka  $W$ )

$$1 W = 10^7 \frac{\text{erg}}{\text{sec}} = 1 \frac{\text{joule}}{\text{sec}},$$

$$\text{kilowatt} = 1 \text{ kW} = 10^3 W.$$



Technická jednotka výkonnosti je 1 kgm/sec. V praxi se používá jednotky 75krát větší, jež se nazývá koňská síla nebo lépe *kůň* a označuje se HP (horse-power).

$$1 \text{ HP} = 75 \text{ kgm/sec} = 75 \cdot 9 \cdot 80665 \text{ W} = 735 \cdot 5 \text{ W}.$$

Práce  $L$  vykonaná při stálé výkonnosti  $N$  za dobu  $t$  jest

$$L = N \cdot t.$$

Proto může se práce vyjádřiti součinem výkonnosti a doby. Jest

$$\text{W} \cdot \text{sec} = \text{joule},$$

$$\text{watthodina} = \text{Wh} = 3600 \text{ joule} = 367 \text{ kgm},$$

$$\text{kilowatthodina} = \text{kWh} = 3 \cdot 6 \cdot 10^6 \text{ joule} = 367000 \text{ kgm}.$$

Těmito jednotkami se měří zejména energie odebraná ze sítě elektrického proudu.

**33. Mechanika tuhého tělesa.** Skutečná pevná tělesa za účinku vnějších sil netoliko konají určitý pohyb jako celek, ale též mění poněkud svůj tvar. Tyto změny tvarové jsou podmíněny pružností těles a bývají zpravidla malé. Abychom při úvahách o pohybu těles nemusili přihlížeti k těmto změnám tvarovým, zavádíme abstrakci pojem *tuhého* tělesa. Je to takové těleso, jež za účinku libovolných sil nemění tvaru.

Základní druhy pohybu tuhého tělesa jsou:

1. Pohyb *postupný* (translace), při němž těleso (a tedy i každá v něm vytčená přímka nebo rovina) zůstává stále rovnoběžné s původní polohou. Pohyb postupný může býti ovšem jak přímočarý, tak i křivočarý. Dráhy jednotlivých bodů jsou navzájem shodné a ve všech částech rovnoběžné.

2. Pohyb *otáčivý* (rotace). Body osy rotační zůstávají v klidu. Všechny ostatní body opisují kruhové oblouky, jejichž středy leží na ose a jejichž příslušné středové úhly jsou stejné. Rotace je úplně popsána, je-li dán středový úhel  $\varphi$  (čítaný od jisté základní polohy) jako funkce času, tedy

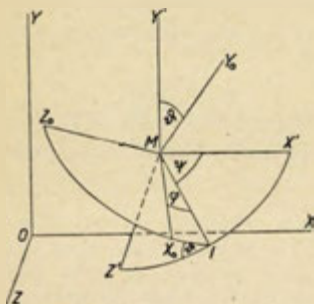
$$\varphi = f(t).$$

Úhlová rychlost  $\omega$  a úhlové zrychlení  $\alpha$  jsou pak dány vztahy

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}, \quad \alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}.$$

Lze dokázati, že libovolný pohyb tuhého tělesa se dá nahraditi jednou translací a jednou rotací. Takovýto pohyb koná šroub v pevné matici a proto obecný pohyb tuhého tělesa se nazývá *šroubový*.

Počet stupňů volnosti jakékoliv soustavy znamená počet na sobě nezávislých veličin, jimiž je poloha soustavy jednoznačně určena. Volné tuhé těleso má šest stupňů volnosti, což nahlédneme touto úvahou. V tuhém tělese zvolme si určitý bod  $M$  (střed) a jím proložíme tři osy souřadnicové  $X_0, Y_0, Z_0$  navzájem kolmé a pevně s tělesem spojené. Známe-li polohu těchto os, je tím již určena poloha každého bodu tuhého tělesa. Pro stanovení polohy středu  $M$  potřebujeme znáti jeho souřadnice  $x, y, z$  v určité klidné soustavě souřadnicové  $OXYZ$  (obr. 43). Středem



Obr. 43. Eulerovy úhly.

$M$  proložíme tři souřadnicové osy  $X', Y', Z'$  rovnoběžné s původními klidnými osami  $X, Y, Z$ . Roviny  $MX'Z'$  a  $MX_0Z_0$  se protínají v uzlové přímce  $MI$  a svírají spolu úhel  $\delta$ ; též úhel  $\delta$  svírají také osy  $Y'$  a  $Y_0$  (neboť jsou k předešlým rovinám kolmé). Poloha uzlové přímky  $MI$  je stanovena úhlem  $\psi = \angle IMX'$ . Oběma úhly  $\psi$  a  $\delta$  jest již stanovena poloha jak roviny  $MX_0Z_0$ , tak i k ní kolmé osy  $Y_0$ . Zbývá ještě určit polohu osy  $X_0$  v rovině  $MX_0Z_0$ , jež je dána úhlem  $\varphi$  mezi osou  $X_0$  a uzlovou přímkou  $MI$ , tedy  $\varphi = \angle X_0MI$ ; poloha třetí osy  $Z_0$  k oběma dřívějším  $X_0, Y_0$  kolmé je pak rovněž stanovena. Tyto tři úhly  $\delta, \psi, \varphi$  jmenují se Eulerovy úhly. Celkem tedy pro stanovení polohy tu-

hého tělesa potřebujeme znáti 6 na sobě nezávislých veličin

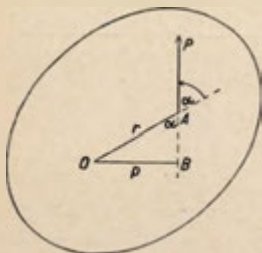
$$x, y, z, \delta, \psi, \varphi$$

a má tedy volné tuhé těleso šest stupňů volnosti.

Tuhé těleso jehož jeden bod je pevný ( $x, y, z$  mají stálou hodnotu), má tři stupně volnosti, neboť nezávisle na sobě se mohou měniti tři Eulerovy úhly  $\delta, \psi, \varphi$ .

Tuhé těleso, jehož dva body jsou pevné, má jen jeden stupeň volnosti. Volfme-li totiž prvý bod za střed  $M$  a spojnicí obou za osu  $Y$ , mají veličiny  $x, y, z, \delta, \psi$  stálou hodnotu a může se měniti toliko úhel  $\varphi$ . Těleso může se pouze otáčet kolem spojnice pevných bodů.

Tuhé těleso, jehož tři body neleží v téže přímce jsou pevné, nemá vůbec volnosti pohybové.



Obr. 44. Moment síly vzhledem k pevné ose.

### 34. Statický moment síly.

Uvažujme tuhé těleso opatřené pevnou osou  $O$  (v obr. 44 kolmou k nákrese), jež má jeden stupeň volnosti a může se toliko otáčet. Síla rovnoběžná s osou, jež působí v libovolném bodě tělesa, nezpůsobuje otáčení (její účinek se ruší pevností osy). Ke vzniku otáčení je třeba síly  $P$  kolmé k ose, jejíž působíště je mimo osu. Její účinek otáčivý jest úměrný

i její velikosti  $P$  i kolmé vzdálenosti  $p$  (zvané *rameno*). Zavádíme proto součin  $P \cdot p$  jako míru otáčivého účinku síly vzhledem k ose a nazýváme jej *statický moment*  $D$ . Je tedy

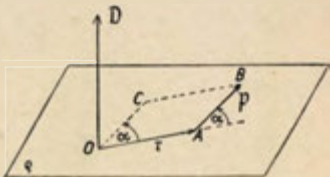
$$D = P \cdot p = P \cdot r \cdot \sin \alpha,$$

znamená-li  $\alpha$  úhel mezi prodlouženým průvodičem  $r = OA$  a směrem síly  $P$ .

Pojem statického momentu (třebas nejasně) vyskytuje se již u Herona (2. stol. po Kr.), zřetelně u Stevina (1548—1620) a Huygense (1629—1695).

Obdobně zavádíme statický moment dané síly  $P$  vzhledem k libovolnému (třebas neupevněnému) bodu  $O$  (obr. 45) v tuhém tělese a rozumíme tím otáčivý účinek, jímž by se těleso otáčelo kolem pevné osy, jdoucí bodem  $O$  kolmo i k průvodiči  $r$  i síle  $P$ . Jeho velikost  $D$  je zase

$$D = P \cdot r \cdot \sin \alpha,$$



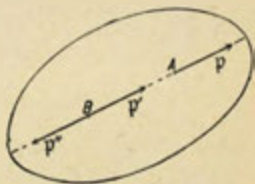
Obr. 45. Moment síly vzhledem k bodu.

a je mu přiřazen směr osy, kolem níž se snaží tělesem otáčet. Ze dvou protivných směrů osy považujeme za směr momentu ten, z něhož se vidí vzniklá rotace v kladném smyslu (t. j. proti ručičkám hodinovým). Můžeme tudíž statický moment považovati za vektor  $D$ , určený podle definice vektorového součinu (odst. 15) vztahem

$$D = [r \cdot P].$$

Jeho velikost  $D$  jest určena plochou rovnoběžníku  $OABC$  sestrojeného z průvodiče  $r$  a síly  $P$  a má kolmý směr k ploše tohoto rovnoběžníku.

**35. Síly v tuhém tělese.** Působí-li v témž paprsku tuhého tělesa dvě stejně velké síly opačného směru ( $P$  a  $P''$  na obr. 46), jejich účinek se vzájemně ruší. Mohlo by totiž nastati pouze protažení (po př. zkrácení) spojnice  $AB$  jejich působišť, to je však tuhostí tělesa zamezeno. Z tohoto poznatku se dá souditi, že můžeme působišťe  $A$  dané síly  $P$  přenášeti do kteréhokoliv bodu (na př.  $B$ ) na jejím paprsku, aniž by se tím její účinek změnil. V uvažovaném bodě  $B$  připojme dvě stejně velké síly  $P'$  a  $P''$  působící v opačných směrech da-



Obr. 46. Přenesení síly v jejím paprsku.



ného paprsku, jež se ovšem vzájemně ruší. Avšak také původní síla  $P$  a připojená  $P''$  se vzájemně ruší, takže místo dané síly  $P$  zbývá přenesená síla  $P'$ , úplně nahrazující sílu danou. Tím je uvedená věta dokázána.

Touž úvahu můžeme opakovati při přenesení dané síly  $P$  (obr. 47) do bodu  $C$  ležícího mimo její paprsek. Vedle přenesené síly  $P'$  zbývá však ještě *dvojice sil*  $P$  a  $P''$  stejně velikých, opačného směru a působících v různých paprscích. Tyto dvě síly  $P$  a  $P''$  se však neruší, nýbrž způsobují otáčení. Otáčivý účinek této dvojice, měřený jich statickým momentem  $D$ , jest vzhledem k libovolnému bodu  $O$  v jejich rovině

$$D = P(x + p) - P \cdot x = P \cdot p.$$

Nezávisí tudíž na  $x$  a tím i na poloze zvoleného bodu  $O$  a rovná se momentu dané síly  $P$  vzhledem k novému působišti  $C$ .

Obr. 47. Přenesení síly mimo její paprsek.

Statický moment dvojice sil nebo stručněji *dvojice* je vektor  $D$ , jehož velikost jest  $D = P \cdot p = P \cdot r \cdot \sin \alpha$  (rovná se ploše rovnoběžníku sestrojeného z obou složek) a jenž má směr kolmý k průvodiči  $r$  i k oběma silám  $P$  a  $P''$  a to na tu stranu, s níž se vidí otáčení v kladném smyslu. Podle dřívějšího je tudíž dvojice sil  $D$  vektorovým součinem průvodiče  $r$  a složky  $P$ ,

$$D = [r \cdot P].$$

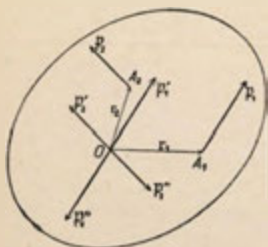
Poněvadž otáčivý účinek dvojice sil je pro každou osu kolmou k její rovině stejný, plynou z toho tyto věty o dvojicích:

1. Danou dvojici můžeme libovolně posunouti buď v její rovině nebo do roviny rovnoběžné; vektor určující dvojici směne tudíž přenést do libovolného bodu v tuhém tělese.

2. Danou dvojici můžeme libovolně stočiti v její rovině.

3. Danou dvojici  $P \cdot p$  můžeme nahraditi jinou dvojicí  $P_1 \cdot p_1$  v téže rovině, jejíž moment se rovná původní dvojici, tedy když  $P \cdot p = P_1 \cdot p_1$ , obecně  $[r P] = [r_1 P_1]$ .

To znamená: kolikrát zvětšíme rameno dvojice, tolikrát musíme zmenšiti velikost složek nebo naopak.



Obr. 48. Redukce prostorové soustavy sil.

Pro skládání dvojic jakožto vektorů platí rovněž pravidlo o vektorovém sčítání, jak se dá snadno dokázati.

Výsledkem předcházející úvahy jest: V tuhém tělese smíme působící sílu  $P$  přenést do jiného libovolného bodu  $C$ , připojíme-li zároveň příslušnou doplňkovou dvojici  $D = [rP]$ , jejíž moment se rovná momentu dané síly vzhledem k novému působišti  $C$ .

Na základě této věty můžeme libovolnou prostorovou soustavu sil, působících v různých bodech tuhého tělesa, nahraditi jedinou výslednicí a jedinou dvojicí.

V bodech  $A_1, A_2 \dots$  (obr. 48) nechť působí síly  $P_1, P_2 \dots$ . Zvolme si v tělese libovolný bod  $O$  a do něho přenesme všechny síly, připojujice ovšem příslušné doplňkové dvojice. Tedy

sílu  $P_1$  nahradíme silou  $P'_1$  a dvojicí  $P_1, P''_1, D_1 = [r_1 \cdot P_1]$ ,  
 "  $P_2$  " " "  $P'_2$  " "  $P_2, P''_2, D_2 = [r_2 \cdot P_2]$  atd.

Všechny přenesené síly  $P'_1, P'_2 \dots$  působící v témž bodě dávají vektorovým sečtením výslednici

$$R = P'_1 + P'_2 + \dots = \Sigma P'_n = \Sigma P_n,$$

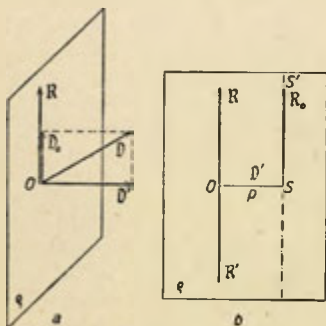
jež působí ve zvoleném bodě  $O$ .

Všechny doplňkové dvojice  $D_1, D_2, \dots$  vektorově složený dávají výslednou dvojici

$$D = D_1 + D_2 + \dots = \Sigma D_n = \Sigma [r_n P_n],$$

kterou jako vektor si myslíme rovněž přenesenou do bodu  $O$ . Obecně směr výslednice  $R$  a výsledné dvojice  $D$  bude různý.

Tuto soustavu  $R$  a  $D$  můžeme ještě zjednodušiti. Výslednou dvojici  $D$  (obr. 49a) rozložíme na dvě složkové dvojice,  $D_0$  s osou ve směru výslednice  $R$  a  $D'$  s osou kolmou k  $R$ . Kolmou dvojici  $D'$  (jejíž složky jsou tedy v rovině  $\varrho$  jdoucí výslednicí  $R$ ) nahradíme dvojicí stejného momentu, jejíž složky  $R'$  a  $R_0$  (obr. 49b) jsou stejně veliké jako výslednice  $R$ . Pak  $R$  a  $R'$  se navzájem ruší a zbývá pouze stejně veliká výslednice  $R_0$  působící v bodě  $S$  a mimo to ovšem dvojice  $D_0$ , mající osu



Obr. 49. Centrální osa soustavy.



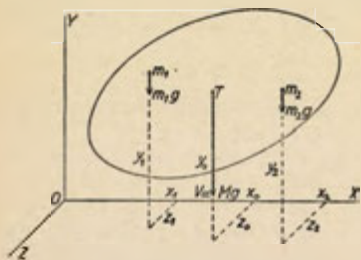
téhož směru jako výslednice  $R_0$ . Tedy obecná prostorová soustava sil se dá nahraditi:

1. výslednicí  $R_0$ , rovnou vektorovému součtu daných sil a působící v zcela určitém paprsku  $SS'$ , jenž se nazývá *centrální osa* dané soustavy;

2. dvojicí sil  $D_0$ , jejíž osa má směr výslednice (tedy směr centrální osy) a jež se rovná vektorovému součtu momentů všech sil vzhledem k centrální ose.

V případě technicky nejdůležitějším, že vnější síly jsou způsobeny tíží, mají veškeré síly též směr. Výslednice  $R_0$  rovná se pak jejich součtu a má směr s nimi rovnoběžný. Výsledná dvojice  $D_0$  je nulou, neboť moment každé síly svislé kolem svislé centrální osy je nulou a tedy i jejich součet je nulou. Změní-li rovnoběžné stejnosměrné síly svůj směr (zůstávajíce zase rovnoběžnými), změní směr i výslednice a je s nimi rovnoběžná. Nová centrální osa protíná původní centrální osu v bodě, který se nazývá *střed rovnoběžných sil*. O něm platí, že závisí pouze na velikosti rovnoběžných sil a na poloze působišť, avšak nezávisí na směru rovnoběžných sil.

**36. Těžiště (střed hmotný).** Pojem těžiště zavedl do fyziky Archimedes (287—212 př. Kr.). Tuhé těleso, podrobené tíži,



Obr. 50. Těžiště tuhého tělesa.

můžeme považovati za soubor hmotných bodů  $m_1, m_2, \dots$  (obr. 50), na něž působí síly  $m_1g, m_2g, \dots$  svisle dolů směřující, tedy rovnoběžné a stejnosměrné. Výslednice všech těchto sil rovná se jejich součtu a je to váha  $V$  celého tělesa

$$V = m_1g + m_2g + \dots = \\ = g \sum m_n = Mg,$$

je s nimi rovnoběžná a její paprsek prochází i po změně polohy tělesa vždy týmž bodem  $T$ , jenž

se nazývá *těžiště*. Paprsek, procházející těžištěm, slove *těžnice*.

Souřadnice těžiště budtež  $x_0, y_0, z_0$ . Vzorce pro ně odvodíme nejrychleji z poznatku, že výslednice  $V = Mg$  nahrazuje účinek všech sil jednotlivých  $m_1g, m_2g, \dots$  atd. Statický moment výslednice vzhledem k libovolné ose musí se tudíž rovnati součtu statických momentů složek vzhledem k téže ose. Na př. vzhledem k ose  $OZ$  platí:

$$Mgx_0 = m_1gx_1 + m_2gx_2 + \dots = g \sum m_n x_n.$$

V této rovnici se zrychlení tíhové  $g$  krátí; poloha těžiště nezávisí

tedy vlastně na tíži, nýbrž toliko na rozložení hmoty. Proto se také těžiště správněji nazývá *střed hmotný* (středisko). Z hořejší rovnice plyne:

$$x_0 = \frac{1}{M} \sum m_n x_n$$

a z důvodů souměrnosti platí též

$$y_0 = \frac{1}{M} \sum m_n y_n, \quad z_0 = \frac{1}{M} \sum m_n z_n.$$

Představujeme-li si hmotu rozloženou spojitě, můžeme jednotlivé hmotné body nahraditi hmotou  $dm$  prostorového elementu; místo sumace nastupuje pak integrace pro celý objem tělesa. Je tudíž

$$x_0 = \frac{1}{M} \int x \cdot dm, \quad y_0 = \frac{1}{M} \int y \cdot dm, \quad z_0 = \frac{1}{M} \int z \cdot dm.$$

O těžišti platí známé věty:

1. Těžiště stejnorodé hmotné přímky jest v jejím středu.
2. Těžiště stejnorodého pravidelného tělesa je v jeho středu souměrnosti.

3. Těžiště stejnorodé trojúhelníkové desky je v jedné třetině spojnice vrcholu s půlícím bodem základny.

4. Těžiště stejnorodého kužele nebo jehlanu jest v jedné čtvrtině spojnice vrcholu s těžištěm podstavy.

Položíme-li počátek souřadnic do těžiště, jest  $x_0 = y_0 = z_0 = 0$  a tedy ze vzorců pro těžiště plyne

$$\sum m_n x_n = 0 \quad \text{nebo} \quad \int x \cdot dm = 0$$

a podobné další rovnice.

Početní stanovení těžiště se projednává v matematice a v technické mechanice. Pokusné stanovení těžiště spočívá na větě, že těleso zavěšené v jednom bodě je jen tehdy v rovnováze, jestliže spojnice závěsného bodu s těžištěm je svislá. Zavěsíme těleso postupně ve dvou různých bodech a poznamenáme si na něm v obou případech svislé těžnice; průsečík obou těžnic určuje pak hledané těžiště. Pro pohyb volného tuhého tělesa platí tato důležitá věta:

Těžiště tuhého tělesa za účinku libovolných sil se pohybuje tak, jako kdyby všechna hmota byla soustředěna v těžišti a jako by tam působily všechny síly. Ovšem účinkem sil, rozložených prostorově, vzniká vedle toho otáčení tělesa kolem osy jdoucí těžištěm.

**37. Moment setrvačnosti.** Tuhé těleso nechť se otáčí okamžitou úhlovou rychlostí  $\omega$  kolem pevné osy  $O$  (v obr. 51

kolmé k nárysně). Myslíme-li si je složeno z hmotných bodů  $m_1, m_2, \dots$ , jichž kolmé vzdálenosti od osy jsou  $r_1, r_2, \dots$ , pak jsou okamžité rychlosti jednotlivých bodů

$$v_1 = r_1 \omega, v_2 = r_2 \omega, \dots$$

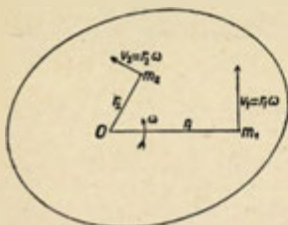
a tedy jeho kinetická energie  $W$

$$W = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 + \dots = \frac{1}{2} m_1 r_1^2 \omega^2 + \frac{1}{2} m_2 r_2^2 \omega^2 + \dots = \\ = \frac{1}{2} \omega^2 (m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \dots) = \frac{1}{2} J \cdot \omega^2.$$

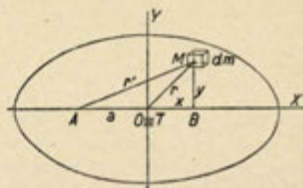
Veličina

$$J = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \dots = \sum m_n r_n^2$$

nazývá se *moment setrvačnosti* vzhledem k dané ose (závisí na poloze



Obr. 51. Otáčení kolem pevné osy.



Obr. 52. Momenty setrvačnosti vzhledem k rovnoběžným osám.

i směru dané osy). Za předpokladu spojitě rozložené hmoty jest moment setrvačnosti stanoven integrálem

$$J = \int r^2 \cdot dm,$$

při čemž integrace se vztahuje na celý objem tělesa. Moment setrvačnosti má rozměr  $g \cdot \text{cm}^2$ .

Poloměr gyrační (nebo poloměr setrvačnosti) je vzdálenost  $R$  od osy, ve které by musila být soustředěna celá hmota  $M$ , aby měla stejný moment setrvačnosti. Z této definice plyne

$$J = MR^2 \text{ a tedy } R = \sqrt{\frac{J}{M}}.$$

Moment setrvačnosti jakož i gyrační poloměr závisí jednak na rozložení hmoty, jednak též na poloze a směru osy. Z momentů pro všechny rovnoběžné osy je nejmenší moment setrvačnosti pro osu procházející těžištěm  $T$  (obr. 52), jež nazveme  $J_0$

$$J_0 = \int r^2 \cdot dm.$$

Moment setrvačnosti vzhledem k rovnoběžné ose jdoucí bodem  $A$  ( $AT = a$ ) jest

$$J = \int r'^2 \cdot dm = \int [(a+x)^2 + y^2] \cdot dm = \int (a^2 + 2ax + r^2) dm,$$

neboť  $x^2 + y^2 = r^2$ . Pro těžiště platí (odst. 36)

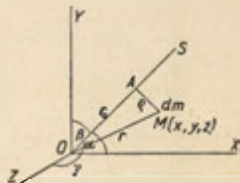
$$\int x \cdot dm = 0,$$

takže máme

$$J = a^2 \int dm + \int r^2 \cdot dm = J_0 + Ma^2.$$

Moment setrvačnosti kol osy neprocházející těžištěm rovná se momentu setrvačnosti kol rovnoběžné osy jdoucí těžištěm, zvětšenému o moment, jaký by měla celá hmota  $M$  umístěná v těžišti. Z toho plyne, že vždy  $J_0 < J$ , jak bylo tvrzeno nahoře. — Stačí tudíž znáti momenty setrvačnosti kol os procházejících těžištěm; ostatní momenty setrvačnosti lze pak z nich podle předešlého vzorce vypočítati.

Libovolným bodem  $O$  v tuhém tělese proložíme 3 navzájem kolmé osy souřadnicové (obr. 53). Jak jednoduchý matematický rozbor ukáže, moment setrvačnosti  $J_s$  kolem osy  $S$ , svírající s osami souřadnicovými úhly  $\alpha, \beta, \gamma$ , lze vypočítati, známe-li tři momenty setrvačnosti kolem os souřadnicových



Obr. 53. Moment setrvačnosti vzhledem k libovolné ose.

$$J_x = \int (y^2 + z^2) dm, \quad J_y = \int (z^2 + x^2) dm, \quad J_z = \int (x^2 + y^2) dm$$

a mimo to tři *deviační momenty*, definované vzorci

$$U_{yz} = \int yz \cdot dm, \quad U_{zx} = \int zx \cdot dm, \quad U_{xy} = \int xy \cdot dm.$$

Pak platí vztah

$$J_s = J_x \cdot \cos^2 \alpha + J_y \cdot \cos^2 \beta + J_z \cdot \cos^2 \gamma - 2 U_{yz} \cos \beta \cdot \cos \gamma + \\ - 2 U_{zx} \cos \gamma \cdot \cos \alpha - 2 U_{xy} \cos \alpha \cdot \cos \beta.$$

Moment setrvačnosti  $J_s$  kolem osy  $S$  (obr. 53) je dán výrazem

$$J_s = \int \rho^2 \cdot dm = \int (r^2 - r_0^2) dm,$$

znamená-li  $\rho = MA$  kolmou vzdálenost hmotného elementu  $dm$  od osy  $S$ ;  $r = OM$  je průvodič hmotného elementu  $dm$  a  $r_0 = OA$  jest jeho kolmý průmět na osu  $S$ . Jsou-li  $\alpha, \beta, \gamma$  úhly mezi osou  $S$  a osami souřadnicovými, platí vztahy

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \quad r_0 = x \cdot \cos \alpha + y \cdot \cos \beta + z \cdot \cos \gamma.$$

Po dosazení do vzorce pro  $J_s$  dostaneme

$$J_s = \int [x^2 + y^2 + z^2 - (x \cdot \cos \alpha + y \cdot \cos \beta + z \cdot \cos \gamma)^2] \cdot dm.$$

Pro směrové kosinusy platí vztah

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1.$$

Vzhledem k tomuto vztahu lze vzorec pro  $J_s$  upravit do tvaru

$$J_s = \cos^2 \alpha \cdot \int (y^2 + z^2) dm + \cos^2 \beta \cdot \int (x^2 + z^2) dm + \cos^2 \gamma \cdot \int (x^2 + y^2) dm + \\ - 2 \cos \beta \cdot \cos \gamma \cdot \int yz \cdot dm - 2 \cos \gamma \cos \alpha \int zx \cdot dm - 2 \cos \alpha \cos \beta \int xy \cdot dm,$$

což je vzhledem k významu  $J_x, \dots, U_{yz}, \dots$  dříve zavedenému právě vztah v hlavním textu pro  $J_s$  uvedený.

Abychom přehlédlí, jak jsou momenty setrvačnosti  $J_s$  vzhledem k různým osám  $S$ , procházejícím tímž bodem  $O$ , rozloženy, uijíme tohoto znázornění. Na obě strany každé osy  $S$  nanesme od počátku délku  $s$  rovnou převrácené hodnotě poloměru setrvačnosti  $R$ , tedy

$$s = \frac{1}{R} = \sqrt{\frac{M}{J_s}}, \text{ takže jest } J_s = \frac{M}{s^2}.$$

Koncové body těchto úseček mají souřadnice

$$x_1 = s \cdot \cos \alpha, y_1 = s \cdot \cos \beta, z_1 = s \cdot \cos \gamma$$

a vyplňují jistou plochu souměrnou k počátku a celou obsaženou v konečnu. Její rovnici dostaneme, dosadíme-li do výrazu pro moment  $J_s$  právě nalezenou hodnotu  $J_s = M/s^2$ ; násobením  $s^2$  nabývá rovnice tvaru

$$J_x \cdot x^2 + J_y \cdot y^2 + J_z \cdot z^2 - 2 U_{yz} \cdot yz - 2 U_{zx} \cdot zx - 2 U_{xy} \cdot xy = M.$$

Uvažovaná plocha je druhého stupně; poněvadž má střed souměrnosti (v počátku) a je celá konečná, musí to býti elipsoid (po př. koule) a nazývá se *elipsoid setrvačnosti*. Tento elipsoid má tři hlavní osy  $X_0, Y_0, Z_0$ ; jestliže souřadnice bodů elipsoidu vztahujeme na tyto hlavní osy (označíme tyto souřadnice  $x_0, y_0, z_0$ ), nabývá jeho rovnice jednoduššího tvaru

$$J_1 \cdot x_0^2 + J_2 \cdot y_0^2 + J_3 \cdot z_0^2 = M,$$

v němž smíšené členy (na př.  $x_0 y_0$ ) se nevyskytují. Pro moment setrvačnosti  $J_s$  pro osu svírající s hlavními osami úhly  $\alpha_0, \beta_0, \gamma_0$  dostáváme

$$J_s = \frac{M}{s^2} = J_1 \cdot \left(\frac{x_0}{s}\right)^2 + J_2 \cdot \left(\frac{y_0}{s}\right)^2 + J_3 \cdot \left(\frac{z_0}{s}\right)^2 = J_1 \cdot \cos^2 \alpha_0 + J_2 \cdot \cos^2 \beta_0 + J_3 \cdot \cos^2 \gamma_0.$$

V tomto výrazu znamenají  $J_1, J_2, J_3$  momenty setrvačnosti vzhledem k hlavním osám elipsoidu setrvačnosti; nejmenší poloosa přísluší ovšem největší moment setrvačnosti, největší poloosa nejmenší moment setrvačnosti. Poněvadž se smíšené členy v předcházejícím vztahu nevyskytují, znamená to, že deviační momenty, vztahované na hlavní osy setrvačnosti, jsou nulové,  $U_{yz} = U_{zx} = U_{xy} = 0$ .

Předcházející úvahy platí pro libovolný bod  $O$  tělesa; největší význam má však elipsoid setrvačnosti vztahovaný na těžiště jako počátek. Tento elipsoid setrvačnosti se nazývá *centrální elipsoid setrvačnosti* a jeho osy jsou *centrální hlavní osy setrvačnosti*.



Z předcházejících úvah vyplývá, že můžeme vypočítati všechny momenty setrvačnosti, jakmile známe polohu tří hlavních os setrvačnosti jdoucích těžištěm a velikosti tří hlavních momentů setrvačnosti  $J_1, J_2, J_3$  jim příslušných. Jedna z hlavních os je stanovena tím, že příslušný moment setrvačnosti  $J_1$  jest největší, pro druhou osu (k předešlé kolmou) je moment setrvačnosti  $J_2$  nejmenší; třetí hlavní osa má směr k oběma předešlým kolmý. Pro osu  $S$ , svírající s hlavními osami setrvačnosti úhly  $\alpha_0, \beta_0, \gamma_0$  a procházející těžištěm, je moment setrvačnosti

$$J_s = J_1 \cdot \cos^2 \alpha_0 + J_2 \cdot \cos^2 \beta_0 + J_3 \cdot \cos^2 \gamma_0.$$

Pro rovnoběžnou osu  $S'$ , jejíž vzdálenost od těžiště je  $a$ , je moment setrvačnosti

$$J_s' = J_s + M \cdot a^2.$$

O výpočtu momentů setrvačnosti pravidelných stejnorodých těles se jedná v matematice a v technické mechanice. V dalším uvádíme bez odvození některé výsledky, jež budeme v pozdějších výkladech potřebovati; v nich znamená  $M$  celkovou hmotu a  $R$  poloměr setrvačnosti.

1. Hmotná přímka délky  $l$ ; moment setrvačnosti pro osu jdoucí těžištěm kolmo k přímce

$$J = \frac{1}{12} M l^2, \quad R = \frac{l}{2\sqrt{3}}.$$

2. Pravoúhlý hranol o stranách  $a, b, c$ ; moment setrvačnosti pro osu jdoucí těžištěm rovnoběžně s hranou  $c$

$$J = \frac{1}{12} M (a^2 + b^2); \quad R = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2\sqrt{3}}.$$

3. Válec (nebo kruhová deska) délky (tloušťky)  $l$  a poloměru  $r$ . Moment setrvačnosti pro rotační osu válce jest

$$J = \frac{1}{2} M r^2, \quad R = \frac{r}{\sqrt{2}}.$$

Moment setrvačnosti pro osu jdoucí těžištěm kolmo k rotační ose

$$J = \frac{M}{4} \left( r^2 + \frac{l^2}{3} \right); \quad R = \frac{1}{2} \sqrt{r^2 + \frac{l^2}{3}}.$$

4. Koule poloměru  $r$ ; moment setrvačnosti pro osu jdoucí středem

$$J = \frac{2}{5} M r^2; \quad R = r \sqrt{\frac{2}{5}}.$$

**38. Otáčení kolem pevné osy.** Těleso roztočené rychlostí  $\omega$  kolem pevné osy, má kinetickou energii  $W$  (odst. 37)

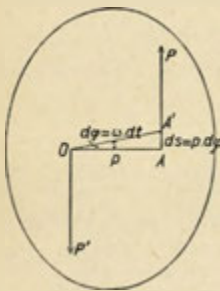
$$W = \frac{1}{2} J \omega^2,$$

kdež  $J$  znamená příslušný moment setrvačnosti. Není-li podrobena

vnějším silám, jest jeho kinetická energie a tedy i úhlová rychlost stálá; otáčení je rovnoměrné.

Ke každé změně rotační rychlosti je třeba vnějšího působení. Příslušný pohybový zákon odvodíme z principu energie: vzrůst kinetické energie se rovná práci vnějších sil. Vzrůst  $dW$  kinetické energie za dobu  $dt$  jest

$$dW = J\omega \cdot \frac{d\omega}{dt} \cdot dt.$$



Obr. 54. Práce dvojice sil.

Všechny vnější síly, působící v různých bodech tělesa, můžeme přenést (srovn. odst. 35) do téhož bodu na ose a složit je ve výslednici R; příslušné doplňkové dvojice skládají se ve výslednou dvojici  $D_1$ , jejíž osa jest obecně šikmá k pevné ose rotační. Výslednice R práce nekoná, neboť její působíště setrvává v klidu. Výslednou dvojici  $D_1$  rozložme na dvě složky, z nichž prvá  $D$  má osu souhlasnou s osou rotační a druhá  $D'$  má osu k ní kolmou. Je zřejmé, že tato druhá složková dvojice  $D'$  nekoná práce, neboť otáčení v jejím smyslu je pevností osy zamezeno. Zbývá stanovit práci vykonanou dvojicí  $D$ , již si myslíme znázorněnu (obr. 54) dvojicí sil  $P, P'$  ve vzdálenosti  $p$ , tedy  $D = P \cdot p$ , při čemž jedna složka  $P'$  působí v ose. Za krátkou dobu  $dt$  otočilo se těleso o úhel  $d\varphi = \omega \cdot dt$ , působíště síly  $P$  se posunulo o dráhu  $ds = p \cdot d\varphi = p \cdot \omega \cdot dt$ , takže práce  $dL$  vykonaná složkou  $P$  jest

$$dL = P \cdot ds = Pp\omega dt = D \cdot \omega \cdot dt.$$

Z principu energie plyne  $dW = dL$ , tudíž

$$J\omega \frac{d\omega}{dt} \cdot dt = D \cdot \omega \cdot dt \quad \text{anebo} \quad J \cdot \frac{d\omega}{dt} = D.$$

Stanovíme-li polohu tělesa úchylkou  $\varphi$  od jisté základní polohy, jest úhlová rychlost  $\omega$  a úhlové zrychlení  $\varepsilon$  dáno vztahy

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}, \quad \varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}.$$

Pohybový zákon pro otáčení kolem pevné osy je tedy

$$J \cdot \varepsilon = J \cdot \frac{d^2\varphi}{dt^2} = D.$$

To znamená: moment setrvačnosti násobený úhlovým zrychlením se rovná statickému momentu dvojice kol dané osy působící. Tento

výsledek platí jen pro rotaci kolem pevné osy. Zákony pro otáčení volného tělesa jsou složitější.

**39. Kyvadlo.** Kyvadlo fyzické (obr. 55) je hmotné těleso otáčivé kolem vodorovné osy, neprocházející těžištěm. Rovnovážná poloha kyvadla nastává tehdy, je-li těžiště  $S_0$  svisle pod osou  $O$ . Vychýlíme-li kyvadlo z jeho rovnovážné polohy o úhel  $\varphi$ , působí jeho váha  $Mg$  (soustředěná v těžišti  $S$ ) statickým momentem  $D$  kolem osy  $O$  v opačném smyslu výchylky. Jest

$$D = Mg \cdot a \cdot \sin \varphi = D_0 \cdot \sin \varphi,$$

při čemž  $D_0 = M \cdot g \cdot a$  je největší moment (pro  $\varphi = \frac{1}{2}\pi$ ) a nazývá se *direkční moment*. Pohybová rovnice kyvadla je pak podle předešlého odstavce

$$J \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = -Mga \cdot \sin \varphi = -D_0 \cdot \sin \varphi.$$



Obr. 55.  
Kyvadlo fyzické.

Abstrakcí zavádíme pojem *matematického* kyvadla, jímž rozumíme hmotný bod zavěšený na bezvážné tuhé niti (délky  $l$ ). Jeho moment setrvačnosti je  $J = Ml^2$  a tudíž po dosazení

$$Ml^2 \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = -Mgl \sin \varphi \quad \text{anebo} \quad \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = -\frac{g}{l} \cdot \sin \varphi.$$

Délka  $l$  kyvadla matematického, jež kýve stejně jako kyvadlo fyzické, nazývá se *redukovaná délka* kyvadla fyzického. Srovnáním obou odvozených vzorců plyne pro ni

$$l = \frac{J}{Ma}.$$

Integrace pohybové rovnice pro kývání vede obecně na eliptické integrály. Omezíme-li se však na malé úhly, je přibližně  $\sin \varphi \approx \varphi$ , takže pohybová rovnice přechází do tvaru

$$\frac{d^2 \varphi}{dt^2} = -\omega^2 \cdot \varphi,$$

kdež jsme položili

$$\omega^2 = \frac{Mga}{J} = \frac{D_0}{J} = \frac{g}{l}.$$

Tato pohybová rovnice je shodná s rovnicí pohybu harmonického. Kývání za malých rozkyvů je tedy přibližně pohyb harmonický. Dané rovnici vyhovuje obecný integrál

$$\varphi = \alpha \cdot \sin (\omega t - \gamma).$$

Integrační konstanta  $\alpha$  znamená největší výchylku a nazývá se *rozkyv*;  $\gamma$  je fázová konstanta. Značí-li  $T_1$  periodu tohoto harmonického pohybu, pak platí

$$\omega T_1 = 2\pi \quad \text{a tedy} \quad T_1 = \frac{2\pi}{\omega}.$$

Jedna perioda  $T_1$  obsahuje dva kyvy. Pro dobu kyvu  $T$  tudíž máme

$$T = \frac{\pi}{\omega} = \pi \sqrt{\frac{J}{Mga}} = \pi \sqrt{\frac{J}{D_0}} = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Závislost doby kyvu na zrychlení tíhovém demonstrujeme Machovým kyvadlem (po př. metronomem), skláníme-li jeho rovinu kyvů. Svírá-li rovina kyvů se svislou rovinou úhel  $\delta$ , působí v rovině kyvů pouze složka zrychlení tíhového  $g' = g \cdot \cos \delta$  a doba kyvu se zvětší.

Poněvadž zrychlení tíhové je v různých místech různé, jest i doba kyvu téhož kyvadla na různých místech různá, na pólu nejkratší (kyvadlo kýve nejrychleji), na rovníku nejdelší. Naopak redukovaná délka kyvadla vteřinového je v různých místech různá (úměrná zrychlení tíhovému), na rovníku 99.10 cm, v Praze 99.40 cm a na pólu 99.62 cm. — Doba kyvu matematického kyvadla nezávisí na hmotě kývajícího bodu a jest úměrná odmocnině z jeho délky.

Za malých rozkyvů (t. j. pokud kývání můžeme považovati za pohyb harmonický) nezávisí doba kyvu  $T$  na rozkyvu  $\alpha$ . To však není splněno při větších rozkyvech. Označíme-li mezní dobu kyvu  $T_0$  pro nulový rozkyv, je doba kyvu  $T_\alpha$  pro rozkyv  $\alpha$  dána vzorcem \*)

$$T_\alpha = T_0 \left[ 1 + \left( \frac{1}{2} \right)^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} + \left( \frac{1.3}{2.4} \right)^2 \sin^4 \frac{\alpha}{2} + \dots \right].$$

Doba kyvu tedy s rostoucím rozkyvem roste, ovšem s počátku velmi mírně, jak je zřejmé z připojené tabulky.

Závislost doby kyvu  $T$  na rozkyvu  $\alpha$ .

| $\alpha$ | $T$     | $\alpha$ | $T$     |
|----------|---------|----------|---------|
| 0°       | 1.00000 | 15°      | 1.00430 |
| 1°       | 1.00002 | 20°      | 1.00767 |
| 2°       | 1.00008 | 30°      | 1.01741 |
| 4°       | 1.00030 | 40°      | 1.03134 |
| 6°       | 1.00069 | 50°      | 1.04978 |
| 8°       | 1.00122 | 60°      | 1.07318 |
| 10°      | 1.00191 | 90°      | 1.18034 |

\*) Viz Dr. J. Vojtěch, Základy matematiky, II., str. 606.

Je-li změřena doba kyvu  $T$  při rozkyvu  $\alpha$ , můžeme ji redukovati na mezní dobu kyvu  $T_0$  pro nulový rozkyv podle vzorce právě odvozeného. Při nepřilíš velkém rozkyvu stačí se omeziti na první dva členy a pak je

$$T_0 = \frac{T}{1 + \frac{1}{4} \sin^2 \frac{1}{2} \alpha} = T (1 - \frac{1}{4} \sin^2 \frac{1}{2} \alpha).$$

Kyvadla užíváme v hodinách pro měření času; hodinový stroj je vlastně počítadlo kyvů. Klesající závaží hodinové udílí prostřednictvím stoupacího kolečka a kotvy malé nárazy kyvadlu a tak udržuje stálý rozkyv. Pro správný chod hodin je nezbytnou podmínkou, aby se redukovaná délka kyvadla neměnila s teplotou a též aby byl rozkyv stálý. Pro obyčejné účely se dosti osvědčuje kyvadlo s tyčí ze suchého jedlového dřeva. U přesných hodin bývá kyvadlová tyč buď z invaru nebo z taveného křemene, jichž délka se s teplotou téměř nemění. Nebo se vhodnou úpravou (kompensací roštovou nebo rtuťovou) zařídí vše tak, aby redukovaná délka kyvadla i za různých teplot zůstávala stejná. Kyvadlo, kývající ve vzduchu, má dobu kyvu poněkud závislou na tlaku vzduchu, jednak pro odpor vzduchu, jednak pro vrstvu vzduchu přilnavostí lpící na kyvadle. Nejpresnější hodiny kyvadlové bývají za tím účelem uzavřeny v neprodyšné skříni, v níž se vývěvou udržuje mírně zředěný vzduch stálého tlaku (na př. 600 mm Hg).

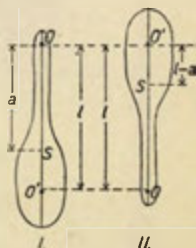
Z doby  $T$  (pro větší přesnost redukované na nulový rozkyv) je možno stanoviti moment setrvačnosti  $J$  kývajícího tělesa vzhledem k ose, na níž kýve. Určí se hmota tělesa  $M$  a vzdálenost  $a$  těžiště od osy; mimo to je třeba znáti zrychlení tíhové  $g$  místa pozorovacího. Pak ze vzorce

$$T = \pi \sqrt{\frac{J}{Mga}} \quad \text{plyne} \quad J = \frac{T^2}{\pi^2} \cdot Mga.$$

Zpravidla chceme znáti moment setrvačnosti  $J_0$  vzhledem k rovnoběžné ose procházející těžištěm. Podle vztahu dříve odvozeného jest

$$J_0 = J - M \cdot a^2.$$

**40. Kyvadlo reversní.** Na svislou těžnici kyvadla v jeho rovnovážné poloze (obr. 56, I) nanese od osy  $O$  vzdálenost  $l$  rovnou redukované délce kyvadla. Koncový bod  $O'$  sám pro sebe kýval by tedy stejně jako dané kyvadlo a nazývá se *střed kyvu*. Zavěsíme-li dané kyvadlo ve středu kyvu  $O'$  (obr. 56, II), kýve se stejnou



Obr. 56. Reversní kyvadlo.



dobou kyvu jako na původní ose  $O$ . Budiž  $J_0$  moment setrvačnosti vzhledem k ose kolmé k nákrese a jdoucí těžištěm  $S$ . Pak jsou momenty setrvačnosti  $J$  a  $J'$  vzhledem k rovnoběžným osám  $O$  a  $O'$

$$J = J_0 + Ma^2, \quad J' = J_0 + M(l-a)^2.$$

Redukovaná délka  $l$  kyvadla v původní poloze jest (odst. 39)

$$l = \frac{J}{Ma} = \frac{J_0}{Ma} + a$$

z čehož

$$\frac{J_0}{M} = a(l-a).$$

Počítejme nyní redukovanou délku  $l'$  kyvadla v převrácené poloze, tedy pro osu  $O'$ ; jest

$$l' = \frac{J'}{M(l-a)} = \frac{J_0}{M(l-a)} + (l-a)$$

a po dosazení za  $J_0/M$  z předešlého vzorce

$$l' = \frac{a(l-a)}{l-a} + l-a = l.$$

Tato redukovaná délka  $l'$  je tedy táž jako pro původní osu a proto kyvadlo v obou těchto sdružených osách  $O$  a  $O'$  kýve se stejnou dobou kyvu. Jestliže najdeme takové dvě rovnoběžné osy (nesouměrné k těžišti), v nichž kyvadlo kýve se stejnou dobou kyvu, jest jejich vzdálenost redukovaná délka kyvadla. Na tom spočívá absolutní měření tíhového zrychlení  $g$  reversním kyvadlem.

*Reversní kyvadlo* je kovová tyč se dvěma osami  $O, O'$  (trojboké ocelové hranoly, ostřími k sobě obrácené, obr. 57), na níž se může posunovati těžká čočka  $C$  (po př. dvě). Vyhledáme takovou polohu čočky, při níž kýve kyvadlo na obou osách  $O$  i  $O'$  se stejnou dobou kyvu  $T$ . Pak vzdálenost os  $OO' = l$  určuje redukovanou délku, příslušnou době kyvu  $T$ . Ze vzorce

$$T = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

můžeme pak počítati zrychlení tíhové

$$g = \frac{\pi^2 l}{T^2}.$$

Obr. 57.  
Reversní  
kyvadlo.

Tímto způsobem se stanoví absolutní hodnota tíhového zrychlení. Jakmile známe tuto hodnotu pro určitou základní

stanici, můžeme zjistiti tíhové zrychlení na kterémkoliv jiném místě tím, že změříme doby kyvu téhož neproměnného kyvadla v obou místech. Užívá se k tomu zpravidla půlsekundového kyvadla invarového. Základní stanice je ve střední Evropě Postupim, v němž je

$$g_0 = 981.274 \pm 0.003 \text{ cm/sec}^2.$$

Doba kyvu v základní stanici budiž  $T_0$ , v srovnávaném místě  $T$ . Pak se ze vztahů

$$g = \frac{\pi^2 l}{T^2}, \quad g_0 = \frac{\pi^2 l}{T_0^2}$$

vypočítá

$$g = g_0 \cdot \frac{T_0^2}{T^2}.$$

**41. Síla odstředivá.** Při pohybu po zakřivené dráze má hmotný bod  $m$  (obr. 58) zrychlení tečné  $a_t$  a normální  $a_n$  stanovené vzorci (odst. 21)

$$a_t = \frac{dv}{dt}, \quad a_n = \frac{v^2}{r}.$$

Musí tudíž na něj působiti síla  $P$  šikmá k směru okamžité rychlosti, jejíž složky jsou

$$P_t = m \frac{dv}{dt}, \quad P_n = \frac{mv^2}{r}.$$

Síla tečná  $P_t$  zvětšuje velikost rychlosti.

Síla normální  $P_n$  mění směr rychlosti.

Tato normální síla musí tudíž existovati

vždy, když hmotný bod svým upevně-

ním (vázaností) jest nucen konati pohyb zakřivený; v tomto případě

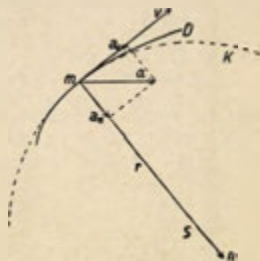
nazývá se síla dostředivá, neboť směřuje ke středu křivosti  $S$

jeho dráhy. Síla dostředivá je tedy akce upevnění na hmotný bod.

Podle principu akce a reakce působí hmotný bod na své upevnění

silou stejně velikou, ale opačného směru (tedy od středu křivosti)

a tato síla  $P$  se nazývá silou *odstředivou*



Obr. 58. Zrychlení při pohybu křivočarém.

$$P = \frac{mv^2}{r}.$$

Při rovnoměrném pohybu kruhovém (poloměr  $r$ ) budiž doba oběžná  $T$  a úhlová rychlost  $\omega$ . Pak jest

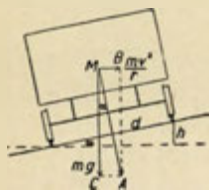
$$v = \frac{2\pi r}{T} = r\omega.$$

Dosazením dostáváme v tomto případě pro sílu odstředivou další vztahy

$$P = \frac{4\pi^2 m r}{T^2} = m r \omega^2.$$

Při výkladu nuceného pohybu křivočarého můžeme se postavit na dvojí stanovisko, jak ukážeme na příkladu hmotné koule, zavěšené na ocelové spirále a roztočené kolem pevného středu:

1. Vyšetřujeme podmínku hmoty nucené konati křivočarý pohyb; od vázanosti musí na ni působiti síla dostředivá. V daném případě hmota se pohybuje po kruhové dráze proto, že napjatá spirála ji táhne stále směrem k středu.



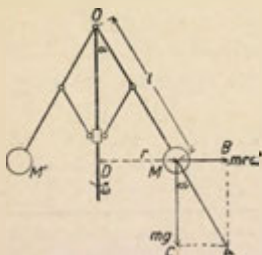
Obr. 59. Vůz na kolejkách v zatáčce.

2. Vyšetřujeme podmínky upevnění; hmota za křivočarého pohybu působí na své upevnění silou odstředivou. Spirála je protažena proto, že hmotná koule za svého nuceného pohybu kruhového ji táhne silou odstředivou.

K účinku síly odstředivé je třeba přihlížeti vždy, když upevněním nutíme danou hmotu konati pohyb zakřivený. Železniční vůz (obr. 59) v zatáčce poloměru  $r$  působí na koleje dvěma silami, vlastní vahou  $mg$  ve směru svislém a silou odstředivou  $mv^2/r$  ve směru vodorovném.

Výslednice  $MA$  obou sil je odchýlena o úhel  $\alpha$  od směru svislého a platí

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\frac{mv^2}{r}}{mg} = \frac{v^2}{rg}.$$



Obr. 60. Wattův regulátor.

Nemají-li na koleje působiti stranné tlaky, je třeba trať upravit tak, aby tato výslednice byla kolmá k rovině kolejí. Je tedy třeba v nejší kolej zvýšiti o výšku  $h$ , stanovenou vzorcem

$$h = d \cdot \sin \alpha \approx d \cdot \operatorname{tg} \alpha = \frac{v^2 d}{rg}.$$

Při tom znamená  $d$  (151,5 cm) vzdálenost kolejí; předpokládá se, že sklon kolejí  $\alpha$  je tak malý, že  $\sin \alpha$  lze přibližně nahraditi  $\operatorname{tg} \alpha$ .

Ve známém Wattovu regulátoru (obr. 60) se užívá odstředivé síly k regulaci přítoku páry do parního válce. Za otáčení úhlovou rychlostí  $\omega$  postaví se hmotné koule  $M, M'$  tak, aby výslednice  $MA$  z váhy koule  $mg$  a z odstředivé síly  $mr\omega^2$  se rušila pevností tyče  $OM$ .

Pro odchylku  $\alpha$  platí tudíž (nehledíme-li k váze tyčí)

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{mr \omega^2}{mg} = \frac{l \omega^2 \cdot \sin \alpha}{g},$$

z čehož plyne

$$\cos \alpha = \frac{g}{l \omega^2}.$$

S rostoucí úhlovou rychlostí  $\omega$  se tedy zmenšuje  $\cos \alpha$  a proto odchylka  $\alpha$  roste.

Na účinku odstředivé síly se zakládají centrifugální dmychadlo a čerpadlo, čištění zakalených kapalin a pod. — Pokusy o síle odstředivé.

## 42. Vliv rotace zemské na tíhové zrychlení. Otáčením

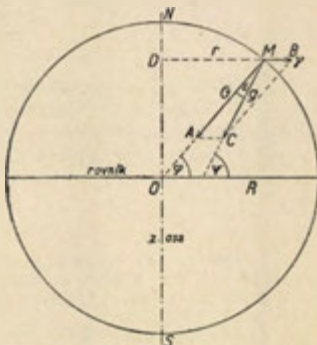
Země vzniká síla odstředivá, již se pozměňuje tíhové zrychlení. Považujeme nejprve Zemi za kouli poloměru  $R$  (obr. 61). Kdyby Země byla v klidu, bylo by tíhové zrychlení  $G$ . Země se však otáčí jednou dokola za hvězdný den, jenž jest 24 h. — 3 m. 56 s. = 86164 sec, takže její úhlová rychlost jest

$$\omega = \frac{2\pi}{86164} = 7.292 \cdot 10^{-5} \text{ radiánů} = 15.04'' \text{ sec}^{-1}.$$

Otáčením Země vzniká tedy odstředivé zrychlení  $\gamma = r \omega^2$ . Obě zrychlení  $G = \overline{MA}$  a  $\gamma = \overline{MB}$  se vektorově skládají v pozorované zrychlení  $g = \overline{MC}$ , jehož směr určuje pravou vertikálu. Úhel  $\psi$ , který svírá pravá vertikála s rovinou rovníku, stanoví zeměpisnou (geografickou) šířku pozorovacího místa, jež je tudíž větší než zeměstředná (geocentrická) šířka  $\varphi$  (až na rovníkové a polární body, kde obě šířky souhlasí). Rozdíl obou označíme  $\varepsilon = \psi - \varphi$ . Z obr. 61 plynou vztahy

$$\begin{aligned} g &= G \cos \varepsilon - \gamma \cdot \cos \psi = G \cdot \cos \varepsilon - R \omega^2 \cos \psi = \\ &= G \cdot \cos \varepsilon - R \omega^2 \cdot \cos \psi \cdot \cos (\psi - \varepsilon), \\ G \cdot \sin \varepsilon &= \gamma \cdot \sin \psi = R \omega^2 \sin \psi \cdot \cos (\psi - \varepsilon). \end{aligned}$$

Z druhé rovnice můžeme vypočítati odchylku  $\varepsilon$ , jež je velmi malá; největší je pro  $\psi = 45^\circ$  a činila by pak (za předpokladu kulového tvaru Země)  $\varepsilon = 5' 56''$  (necelou desetinu stupně). V prvním přiblí-



Obr. 61. Vliv otáčení Země na zrychlení tíhové.

žení můžeme položit  $\varepsilon \doteq 0$  a pak pro pozorované zrychlení tíhové  $g$  plyne z první rovnice

$$g = G - R \omega^2 \cos^2 \psi.$$

Na rovníku ( $\psi = 0$ ) budiž pozorované zrychlení tíhové  $g_0$ , tedy

$$g_0 = G - R \omega^2.$$

Vyloučením neznámé hodnoty  $G$  z obou rovnic dostaneme po jednoduché úpravě

$$g = g_0 + R \omega^2 (1 - \cos^2 \psi) = g_0 + R \omega^2 \cdot \sin^2 \psi = g_0 (1 + \alpha \cdot \sin^2 \psi).$$

Podle tohoto vzorce by přibývalo zrychlení tíhového od rovníku k pólům na kulové Zemi, při čemž by bylo

$$\alpha = \frac{R \omega^2}{g_0} = 0.00346.$$

Avšak v dávných dobách, kdy Země byla plastická, změnil se její tvar účinkem odstředivých sil tak, aby povrch její byl v každém místě kolmý na směr výsledného zrychlení tíhového, a tím se Země zploštila. Označíme-li poloměr rovníkový  $a = 6378.4$  km a točnový  $b = 6356.9$  km, měří zploštění Země

$$\frac{a - b}{a} = \frac{1}{297.0}.$$

Zploštění velkých planet je větší; u Jupitera činí  $1/15$ , u Saturna  $1/10$ . Vznik zploštění planet jejich otáčením lze pěkně demonstrovati na odstředivém stroji; koule z plastické hlíny se otáčením zřetelně zploští.

Zploštění Země způsobuje, že gravitační zrychlení  $G$  i na klidné Zemi je na rovníku nejmenší (pro největší vzdálenost od středu Země) a na pólu největší. Proto také pozorované zrychlení  $g$  (výsledné z gravitačního a odstředivého) přibývá od rovníku k pólu rychleji než podle odvozeného vzorce. Pro výpočet normálního zrychlení tíhového užívá se Helmertova vzorce

$$g = 978.030 (1 + 0.005302 \sin^2 \psi - 0.000007 \sin^2 2\psi) - 0.0003086 H,$$

značí-li  $\psi$  zeměpisnou šířku pozorovacího místa a  $H$  nadmořskou výšku v metrech. Skutečné zrychlení tíhové může se poněkud lišiti od počítaného normálního, což jest způsobeno různou hustotou kůry zemské. Odchylky ty se nazývají *anomalie tíže* a jsou zpravidla menší než  $0.1 \text{ cm/sec}^2$  (jen výmínečně dosahují hodnoty  $0.3 \text{ cm/sec}^2$ ). Normální zrychlení tíhové je na rovníku  $978.030 \text{ cm/sec}^2$ , na pólu  $983.216 \text{ cm/sec}^2$ , v Praze ( $\psi = 50^\circ 5'$ ,  $H = 215 \text{ m}$ )  $981.007 \text{ cm/sec}^2$ .



Otáčením Země vzniká vedle odstředivé síly ještě t. zv. *síla Coriolisova*, jež působí na pohybující se bod hmotný. Značí-li  $r$  vzdálenost bodu od osy zemské, je Coriolisova síla  $P$  (obr. 62) dána vztahem

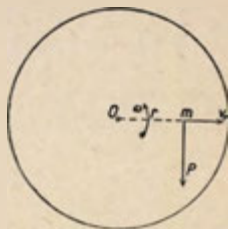
$$P = 2m\omega \frac{dr}{dt} = 2m\omega \cdot v_r,$$

kdež  $v_r$  je složka rychlosti ve směru kolmém k ose zemské  $O$ . Síla tato jest kolmá k  $v_r$  i k ose  $O$  a na severní polokouli směřuje vždy napravo od rychlosti  $v_r$ . Účinkem síly této stáčí se směr pasátních větrů (napravo na severní polokouli, nalevo na jižní), podobně též dráha střel. — Volně padající těleso odchyluje se poněkud na východ od svislého směru.

Působením této síly stáčí se rovina kyvadla zavěšeného v jediném bodě a to úhlovou rychlostí

$$\omega' = \omega \cdot \sin \psi,$$

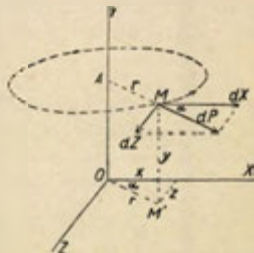
je-li  $\omega$  úhlová rychlost Země a  $\psi$  zeměpisná šířka. Tento důsledek otáčení zemského potvrdil známým pokusem Foucault r. 1851 v pařížském Pantheonu, což je tedy přímý důkaz rotace zemské. Na rovníku stáčení neexistuje, v Praze činí za hodinu  $11^{\circ} 5'$ , na pólu  $15^{\circ}$  za hodinu.



Obr. 62. Síla Coriolisova.

**43. Volná osa.** Otáčí-li se tuhé těleso rovnoměrně kolem pevné osy, vzniká v každém jeho hmotném bodě síla odstředivá kolmá k ose. Všechny tyto síly odstředivé mají obecně určitou výslednici  $R$  kolmou k ose, jež způsobuje tlak na ložiska, a mimo to výslednou dvojici  $D$  (její osa je rovněž kolmá k ose), jež se snaží vytočiti rotační osu z její polohy. Jen tehdy, když jak výslednice, tak i výslední dvojice je nulová, osa rotační nepodléhá účinku odstředivých sil a sluje pak *osa volná*.

Vyšetříme podmínky, které musí býti splněny, aby rotační osa byla osa volná. Budiž  $OY$  (obr. 63) rotační osa. Pak hmotný element  $dm$  v bodě  $M(x, y, z)$  podléhá odstředivé síle  $dP = r\omega^2 \cdot dm$ , značí-li  $r = MA$  kolmou vzdálenost bodu  $M$  od osy  $OY$ . Její složky  $dX$ ,  $dY$ ,  $dZ$  ve směru souřadnicových os jsou



Obr. 63. Odstředivé síly při otáčení.

$$dX = dP \cdot \cos \alpha = r\omega^2 \cdot dm \cdot \frac{x}{r} = x \cdot \omega^2 \cdot dm,$$

$$dY = 0,$$

$$dZ = dP \cdot \sin \alpha = r\omega^2 \cdot dm \cdot \frac{z}{r} = z \cdot \omega^2 \cdot dm.$$

Integrací pro celou hmotu daného tělesa dostaneme velikost složek  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  výslednice,

$$X = \omega^2 \int x \cdot dm, \quad Y = 0, \quad Z = \omega^2 \int z \cdot dm.$$

Mají-li býti tyto složky nulové, musí

$$\int x \cdot dm = 0, \quad \int z \cdot dm = 0.$$

Pro souřadnice těžiště ( $x_0$ ,  $y_0$ ,  $z_0$ ) jsme odvodili (odst. 36) vztahy

$$x_0 = \frac{1}{M} \int x \cdot dm, \quad y_0 = \frac{1}{M} \int y \cdot dm, \quad z_0 = \frac{1}{M} \int z \cdot dm.$$

Musí býti tudíž  $x_0 = 0$ ,  $z_0 = 0$ ; to znamená, že těžiště musí ležeti na rotační ose.

Vypočteme ještě složku výsledné dvojice kolem osy  $OX$ . K ní přispívá uvažovaný hmotný element  $dm$  příspěvkem

$$y \cdot dZ = yz \cdot \omega^2 \cdot dm.$$

Složka  $D_x$  výsledné dvojice je pak

$$D_x = \omega^2 \cdot \int yz \cdot dm = \omega^2 \cdot U_{yz},$$

kdež  $U_{yz}$  znamená deviační moment (srovn. odst. 37) příslušný ose  $OX$ . Podobně najdeme pro složku dvojice  $D_z$  kolem osy  $OZ$

$$D_z = -\omega^2 \int xy \cdot dm = -\omega^2 \cdot U_{xy}.$$

Jsou-li deviační momenty  $U_{yz}$  a  $U_{xy}$  různé od nuly, snaží se výslední dvojice vznikající odstředivými silami vychýliti (deviovati) rotační osu z její polohy; odtud název deviačních momentů. Má-li býti výsledná dvojice nulová, musí

$$U_{yz} = 0, \quad U_{xy} = 0.$$

To znamená, že rotační osa musí býti hlavní osou setrvačnosti.

Při nerovnoměrném otáčení vznikají vedle uvažovaných odstředivých sil ještě t. zv. síly setrvačnosti, úměrné rotačnímu zrychlení. Také tyto síly dávají určitou výslednici a výslední dvojici, jež však rovněž vymizí, prochází-li rotační osa těžištěm a je-li hlavní osou setrvačnosti.

Daná rotační osa, má-li býti volnou osou, t. j. nepůsobiti při otáčení tlakem na ložiska, musí procházeti těžištěm a býti hlavní osou setrvačnosti. To má důležitý význam pro části strojové rychle se otáčející. Nejsou-li obě podmínky při tom přesně splněny, vytloukají se účinkem odstředivých sil ložiska.

Otáčeli-li se volné těleso kolem neupevněné osy, může se tato rotace sama sebou (bez vnějšího působení) udržeti jen tehdy, když jak výslednice, tak i výsledný dvojice vznikající odstředivými silami jsou nulové. To je splněno pro volnou osu, již mohou být toliko tři hlavní osy setrvačnosti jdoucí těžištěm; volná osa při rotaci zachovává svou polohu jak v tělese, tak i v prostoru (nepůsobí-li ovšem na těleso vnější síly nebo dvojice). Ve všech jiných případech rotační osa mění svou polohu jak v tělese, tak i v prostoru.

Zevrubný rozbor ukazuje, že rotace kolem hlavní osy buď největšího nebo nejmenšího momentu setrvačnosti je stabilní, kdežto rotace kolem prostřední hlavní osy setrvačnosti je labilní. V posledním případě po malé výchylce nabývá totiž osa rotační sama sebou značně různých poloh.

**44. Pohyby přecesní.** Otáčeli-li se těleso, na něž nepůsobí ani vnější síly ani vnější dvojice, kolem volné osy, udržuje se tato rotace sama sebou a rotační osa zachovává svou polohu. Jestliže však na těleso roztočené kolem volné osy působí vnější dvojice, jež se snaží vytočiti rotační osu z její polohy, mění rotační osa svou polohu v prostoru, avšak v jiném směru, než ve kterém působí rušivá dvojice. Tento pohyb osy se nazývá *pohyb přecesní*. Lze jej pěkně demonstrovati roztočeným setrvačnickem, jež postavíme šikmo na vodorovnou podložku. Tíže snaží se osu setrvačnicku skláněti dolů, avšak osa setrvačnicku opisuje kužel kolem svislé přímky jdoucí podepřeným bodem tak, že těžiště zůstává stále v téže výšce, což je pohyb přecesní; při tom osa vykonává ještě malé vlnky kolem své dráhy, kterýžto pohyb slove *nutací*. Přesná theorie těchto pohybů je značně složitá; v dalších výkladech omezíme se na případ čisté přecese (bez nutace).

Pro rotační pohyb kolem upevněné hlavní osy nalezi jsme pohybovou rovnici (odst. 38)

$$J \cdot \frac{d\omega}{dt} = D,$$

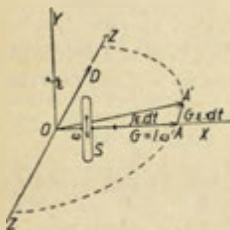
v níž znamená  $\omega$  úhlovou rychlost,  $J$  moment setrvačnosti a  $D$  moment vnější dvojice kolem té osy. Výraz  $J\omega = G$  nazývá se v daném případě *rotační impuls*. Považujeme jej za vektor, jehož směr jest určen kladným směrem rotační osy (z něhož se tedy spatřuje rotace ve smyslu proti ručičkám hodinovým); v tomto smyslu budeme jej značiti  $G$ . Předešlou pohybovou rovnici můžeme pak psáti ve tvaru

$$\frac{dG}{dt} = D.$$

To znamená, že časový vzrůst rotačního impulsu se rovná výsledné dvojici na těleso působící. V tomto smyslu platí tato věta obecně.

Není-li uvažovaná rotační osa hlavní osou, je třeba rotační impuls poněkud jinak definovati a má pak směr odlišný od okamžité osy rotační; k tomu však v dalším nebudeme přihlížeti.

Vyšetříme, jaké vnější dvojice  $D$  je třeba, aby setrvačnický kol měl ke své ose rotační. Setrvačnický (obr. 64)



Obr. 64. Výklad přecese.

nechť má moment setrvačnosti  $J$  a nechť se otáčí úhlovou rychlostí  $\omega$ ; jeho rotační impuls  $G = J \cdot \omega$  má směr rotační osy a nechť splývá na začátku pohybu se směrem osy  $OX$ . Současně má se osa setrvačnicku otáčeti přecесní úhlovou rychlostí  $\varepsilon$  kolem osy  $OY$ .

Ve skutečnosti koná tedy setrvačnický současně dvě rotace (vlastní rotaci a přecesi), k čemuž bychom měli při výpočtu výsledního rotačního impulsu přihlížeti. Pro zjednodušení však předpokládáme, že přecесní rychlost  $\varepsilon$  je velmi malá proti vlastní rotační rychlosti  $\omega$ , takže její příspěvek k rotačnímu impulsu je zanedbatelně malý.

Za dobu  $dt$  opíše osa setrvačnicku úhel  $\omega \cdot dt$  směrem za ná-kresnu a tím vznikne složka rotačního impulsu  $AA'$  kolem osy  $Z$ , tedy

$$AA' = G \cdot \sin(\varepsilon \cdot dt) \approx G \cdot \varepsilon \cdot dt.$$

Časový vzrůst rotačního impulsu je tedy  $G\varepsilon$  a musí se podle dřívější věty rovnati vnější dvojici  $D$  kolem téže osy; máme tak

$$D = G\varepsilon = J\omega\varepsilon.$$

Ovšem osa této dvojice musí stále měniti směr, aby trvale byla kolmá i k rotační ose setrvačnicku i k ose přecese  $OY$ .

Vypočtená dvojice  $D$  je potřebná k tomu, aby přecesi jednou už vzniklou trvale udržovala. Nebyl-li setrvačnický předem už do dané přecese uveden, je pohyb složitější; vedle přecese vzniká též nutace.

Za účinku dvojice  $D$  kolmé k ose rotační vzniká tudíž (nehledíme-li k malým pohybům nutačním) přecese kolem osy kolmé i k ose rotační i k ose dvojice a to v tom smyslu, že kladná rotační osa se stáčí směrem ke kladné ose dvojice. Příslušná přecесní rychlost  $\varepsilon$  je pak

$$\varepsilon = \frac{D}{J\omega}.$$

V případě naznačeném na obr. 64, je-li bod  $O$  pevný, vzniká tížící dvojice sil  $D = Mga$  ( $a$  vzdálenost těžiště od bodu  $O$ ), mající kladnou osu ve směru vodorovném dozadu. Vznikající přecесní rychlost je v tomto případě

$$\varepsilon = \frac{Mga}{J\omega}.$$

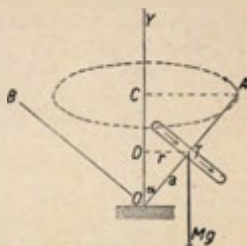
Je-li roztočený setrvačník postaven šikmo na vodorovnou podložku (obr. 65), jeho váha  $Mg$  působící v těžišti  $T$  vzbuzuje statický moment (dvojici)

$$D = Mg \cdot a \sin \alpha$$

kolem osy jdoucí podepřeným bodem  $O$  kolmo za nákresnu. Vzniká tedy přecесní rychlost

$$\varepsilon = \frac{Mga \cdot \sin \alpha}{J \omega}$$

kolem osy  $OB$  kolmé k ose rotační  $OA$  a ležící v nákresně. Jakmile se pootočí osa setrvačníku, ustupuje před ní osa dvojice, takže těžiště zůstává stále ve stejné výši a osa setrvačníku opisuje plášť kužele kolem svislé osy. Chceme určit přecесní rychlost úhlovou  $\varepsilon'$  kolem svislé osy. Za krátkou dobu  $dt$  opíše těžiště malý oblouk  $ds = a \cdot \varepsilon dt$  kolem osy  $OB$ , jemuž přísluší středový úhel kolem svislé osy  $OY$



Obr. 65. Roztočený setrvačník šikmo postavený.

$$\varepsilon' \cdot dt = \frac{ds}{a \cdot \sin \alpha} = \frac{a \cdot \varepsilon \cdot dt}{a \cdot \sin \alpha},$$

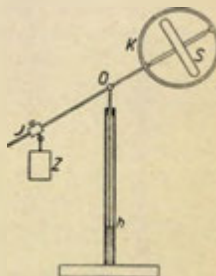
takže přecесní rychlost  $\varepsilon'$  kolem svislé osy  $OY$  jest

$$\varepsilon' = \frac{\varepsilon}{\sin \alpha} = \frac{Mga}{J \omega}.$$

Přecесní rychlost kolem svislé osy je tedy tím menší, čím větší je rotační rychlost setrvačníku, avšak nezávisí na sklonu  $\alpha$  jeho osy. Hledíme-li shora na setrvačník, koná přecесi v témž smyslu, ve kterém se sám otáčí. Vnější moment (tíží způsobený) v tomto případě se snaží osu skláněti.

Ve Fesselově přístroji (obr. 66) je možno osu zatížit závažím  $Z$  tak, že se snaží setrvačník vzpřimovati. V tomto případě má vnější dvojice opačný směr než dříve a proto musí se i přecесe změnit v opačnou. Hledíme-li shora, koná setrvačník přecесi v opačném smyslu, než ve kterém se točí.

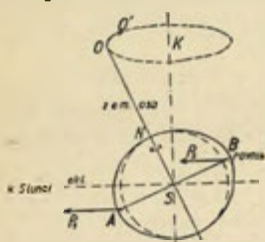
Tento případ nastává při přecесi osy zemské. Kdyby Země byla přesně kulatá, měly by přitažlivé síly od Slunce a Měsíce výslednici právě ve středu Země a osa zemská by



Obr. 66. Schema Fesselova přístroje.



zachovávala stále též směr. Ale Země je zploštělá (zploštění =  $1/297$ ) a její osa je odchýlena o úhel  $23^{\circ} 27'$  od kolmice na ekliptiku. Uvažujme Zemi na př. v letním slunovratu. Přitažlivé síly na vnitřní kulovou část mají výslednici ve středu Země. Ale přitažlivé síly na vypuklý pás podél rovníku nejsou stejně veliké ( $P_1 > P_2$ ) pro různou vzdálenost od Slunce. Jejich výslednice působí pod středem Země a snaží se osu vzpřimovati. Proto vzniká přecесní pohyb v opačném směru, než ve kterém se Země otáčí a obíhá kolem



Obr. 67. Vznik přecесe lunisolární.

Slunce. Ovšem dvojice, vzpřimující osu zemskou, se během roku mění; je největší v dobách slunovratu letního i zimního a nulou v dobách rovnodennosti. Proto celkový průběh přecесe je mnohem složitější. Vedle Slunce také Měsíc způsobuje přecесi v témž smyslu, dokonce dvakrát větší než Slunce. V důsledku přecесe opisuje osa zemská plášť kužele, jehož osou je kolmice SK na ekliptiku a to jednou za 25.700 let. Přecесi objevil starověký astronom Hipparch (II. stol. př. Kr.). V jeho dobách byl severní pól vzdálen o  $12^{\circ}$  od Polárky, k níž se od té doby stále přibližuje; nyní je vzdálen  $1^{\circ} 6'$  a nejbližší bude r. 2100 (asi  $27.5'$ ). Následkem přecесe mění se také poloha jarního bodu (průsečíku ekliptiky s rovníkem), jenž za rok se pohybuje o  $50.26''$  v opačném smyslu, než ve kterém obíhá Země kolem Slunce. Proto Země, vyšedši z jarního bodu, vrátí se do něho za kratší dobu (rok tropický = 365 d. 5 h. 48 m. 46 s.), než kolik činí úplný oběh (rok siderický 365 d. 6 h. 9 m. 10 s.).

Vzhledem k proměnlivé poloze Slunce a zejména Měsíce není dráha popisovaná osou zemskou hladká kružnice, nýbrž má tvar vlnitý. Je to tak, jako by osa zemská vedle přecесe opisovala kolem své střední polohy několik elips s různými periodami; tyto pohyby slují nutace. Největší nutace má periodu 18.6 roku a amplitudu  $9.22''$ .

K přecесi je třeba přihlížeti vždy, když prudce roztočené těleso má změnit směr své osy. Proto letadla nesmí se prudce zatáčet, aby účinkem přecесe, vznikající roztočenou vrtulí, nenastala porucha jeho stability. — Velkým setrvačником (t. zv. Schlickovým) lze naopak zmírniti kolébavé a houpavé pohyby lodí.

**45. Pružnost.** Těleso tuhé bylo definováno jako takové, které se účinkem jakýchkoli sil nemění. Skutečná tělesa jsou pouze pevná; za účinku vnějších sil mění se jejich tvar, nastává de-

formace (přetvoření). Jako příklad uvažujeme tyč  $OA_0$  (obr. 68) napínanou podélně. Účinkem vnějšího tahu  $P$  protáhne se o délku  $A_0A$ , což je celková deformace. Jakmile přestane tah  $P$  působiti, tyč se opětně zkrátí o délku  $AA'_0$  (deformace pružná, elastická, dočasná), ale zpravidla zbývá ještě určitá deformace  $A_0A'_0$ , jež se nazývá trvalá nebo nepružná (plastická). Za míru pružnosti považujeme poměr deformace pružné k deformaci celkové:

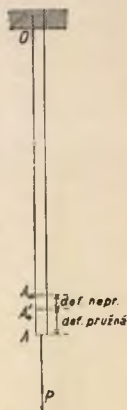
$$\text{míra pružnosti} = \frac{\text{def. pružná}}{\text{def. celková}} = \frac{A'_0A}{A_0A}$$

Tělesa, jež po změně tvaru se vrátí úplně do původního tvaru (deformace trvalá je nulová), nazýváme tělesa dokonale pružná (velmi přibližně ocel). Tělesa, jež vnucený jim tvar podržují (deformace pružná je nulou), slují dokonale nepružná (velmi přibližně plastická hlína). Skutečné látky za malých napětí jsou téměř dokonale pružné; teprve když napětí přestoupí určitý stupeň (t. zv. mez pružnosti), počíná se jeviti zřetelná trvalá deformace a látky jsou pak jen nedokonale pružné.

Mnohdy nenabude těleso hned, jak začaly působiti vnější síly, své konečné deformace; největší část deformace vznikne sice hned, ale deformace se pak ještě po delší dobu zvolna zvětšuje, až nastane ustálený stav. Když naopak přestanou působiti vnější síly, vymizí sice největší část deformace, ale malý zbytek zůstává a teprve během další doby pozvolna mizí. Těmto zjevům říkáme *doprůžování* (elastická hysteréze).

Pro pružnou deformaci podává nám zkušenost obecný zákon: „*Deformace jest úměrná napětí materiálu*“. Zákon tento proslovil prvý r. 1678 Robert Hooke (1635—1703) slovy: „*Ut tensio, sic vis*“ a proto se nazývá zákon Hookeův. Tento zákon platí pro celkovou deformaci, pokud je napětí pod mezí pružnosti (a tedy trvalá deformace nulová). Pouze některé látky (na př. litina) jeví malé odchylky od tohoto zákona již pod mezí pružnosti. V takovémto případě rozlišujeme mez pružnosti, pod níž nenastává trvalá deformace, a mez úměrnosti, pod níž platí přísně úměrnost mezi napětím a deformací. Zpravidla však obě tyto meze jsou stejné.

*Napětím* látky rozumíme sílu (zpravidla v  $\text{kg}^*$ ) působící na jednotku plošnou; jeho jednotka je tedy  $\text{kg}^*/\text{cm}^2$ , což se též nazývá technická atmosféra (atm). Obecně může napětí  $N$  působiti v libovolném směru k dané ploše; rozkládáme je pak ve dvě složky,



Obr. 68.  
Deformace  
napjaté tyče.

napětí normální  $\nu$  a napětí tečné  $\tau$ . Budeme vyšetřovati účinek každé z obou složek zvlášť.

**46. Pružnost v tahu.** Počneme s nejjednodušším případem napjatosti přímkové. Tyč délky  $l$  a průřezu  $q$  (obr. 69) budiž napjata celkovým zatížením  $P$  ( $\text{kg}^*$ ); prodloužení  $\Delta l$  je pak podle Hookeova zákona:

$$\Delta l = k \cdot \frac{P}{q} \cdot l.$$

Konstanta úměrnosti  $k$  slove koeficient protažení (na př. pro ocel je  $k = 0.0000005 \text{ cm}^2/\text{kg}^*$ ) a znamená, oč se protáhne jednotka délková napětím  $1 \text{ kg}^*/\text{cm}^2$ . V uvažovaném případě jest normální napětí

$$\nu = \frac{P}{q}.$$

Relativní (poměrné) prodloužení nebo zkrátka *protážení*  $\lambda$  je definováno jakožto prodloužení jednotky délkové, tedy

$$\lambda = \frac{\Delta l}{l}.$$

Jako poměr dvou délek je to prosté číslo (bez rozměru). Pro pružnost v tahu platí pak podle předešlého

$$\lambda = k \cdot \nu = \frac{1}{E} \cdot \nu, \text{ z čehož } \nu = E \cdot \lambda.$$

Obr. 69.  
Napjatost  
přímková.

Místo koeficientu protažení  $k$  zavádí se zpravidla jeho převratná hodnota  $E = 1/k$ , což je konstanta úměrnosti mezi napětím  $\nu$  a protažením  $\lambda$  a nazývá se *modul pružnosti v tahu*. Pro ocel je  $E = 2,000.000 \text{ kg}^*/\text{cm}^2$ . Z druhé rovnice plyne význam modulu pružnosti. Je to takové (myšlené) napětí, které by způsobilo protažení o celou délku původní (kdyby ovšem materiál takové napětí vůbec snesl). — Původní délka  $l$  nabývá tedy účinkem napětí  $\nu$  délky  $l'$ , určené vztahem

$$l' = l(1 + \lambda) = l \left( 1 + \frac{\nu}{E} \right).$$

Protažení tyče je vždy provázeno zmenšením jejího průřezu. Cagniard de la Tour dokázal to pokusem o protahování drátu v úzké trubici s vodou; při protažení drátu hladina vody v trubici klesla na znamení, že se průřez drátu zmenšil. Zřetelně se jeví toto zmenšování průřezu na kaučukovém vlákne při jeho protažení. Jako míru příčného zkrácení zavádíme relativní příčné zkrá-

cení  $\eta$ , jež znamená, oč se zmenší původní délková jednotka v průřezu tyče. Podle Hookeova zákona jak  $\eta$  tak i  $\lambda$  jsou úměrné normálnímu napětí  $\nu$  a jsou tedy i úměrné vespolek,

$$\eta = \sigma \cdot \lambda = \frac{1}{m} \cdot \lambda.$$

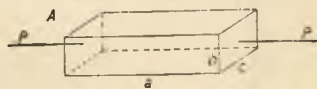
Konstanta úměrnosti  $\sigma$  slove koeficient příčné kontrakce a znamená poměr příčného zkrácení k protažení; její hodnota je mezi  $\frac{1}{4}$  a  $\frac{1}{2}$ , průměrně bývá asi  $\frac{1}{3}$ . V technických spisech se zavádí její převratná hodnota  $m = 1/\sigma$ , jež se nazývá Poissonova konstanta a má průměrnou hodnotu 3. Je tedy

$$\eta = \frac{1}{m} \cdot \lambda = \frac{\nu}{mE}.$$

Za normálního napětí  $\nu$  nabývá původní příčná délka  $b$  délky  $b'$  určené vzorcem

$$b' = b(1 - \eta) = b \left(1 - \frac{\nu}{mE}\right).$$

Veškeré tyto úvahy platí i pro záporné napětí čili tlak, ovšem pokud tyč je dosti krátká, aby při zatížení nenastalo vybočení na stranu; krátká tyč se tlakem ve směru délky zkracuje a napříč roztahuje. Tyč poměrně dlouhá proti průřezu se za značného normálního tlaku též poněkud prohne na stranu; mluvíme v tomto případě o pružnosti v zpěrné, jež je vlastně ohybem.



Obr. 70. Jednostranný tah.

*Změna objemu při jednostranném tahu.* Trámeček objemu  $V = abc$  (obr. 70) budiž podroben tahu  $P$ , takže normální napětí je  $\nu = P/bc$ . Po deformaci mají jeho strany rozměry

$$a' = a(1 + \lambda) = a \left(1 + \frac{\nu}{E}\right), \quad b' = b(1 - \eta) = b \left(1 - \frac{\nu}{mE}\right),$$

$$c' = c(1 - \eta) = c \left(1 - \frac{\nu}{mE}\right).$$

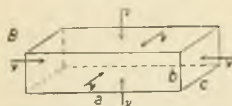
Má tedy po deformaci objem

$$V' = V \left(1 + \frac{\nu}{E}\right) \left(1 - \frac{\nu}{mE}\right)^2 \doteq V \left[1 + \frac{m-2}{mE} \nu\right],$$

vynecháme-li veličiny druhého a třetího řádu. Veličina  $(m-2)/mE$  znamená zvětšení objemu při jednotkovém napětí a sluje objemový koeficient při jednostranném tahu. Poněvadž není

myslitelno, že by se objem mohl tahem zmenšovati, musí onen koeficient býti kladný a tudíž  $m > 2$ .

*Změna objemu při všestranném tlaku.* Hranol o stranách  $a, b, c$  (obr. 71) budiž podroben všestrannému kolmému tlaku  $\nu$  (na  $\text{cm}^2$ ). Jeho strany budou



Obr. 71. Všestranný tlak.

$$\begin{aligned} a' &= a(1 - \lambda + 2\eta) = a\left(1 - \frac{\nu}{E} + \frac{2\nu}{mE}\right) \\ &= a\left(1 - \frac{m-2}{mE}\nu\right) \end{aligned}$$

a podobně  $b'$  a  $c'$ . Celkový objem po deformaci bude

$$V' = V\left(1 - \frac{m-2}{mE}\nu\right)^3 = V\left[1 - \frac{3(m-2)}{mE}\nu\right],$$

vynecháme-li zase veličiny druhého a třetího řádu. Relativní zmenšení objemu je tedy

$$\frac{V - V'}{V} = \frac{3(m-2)}{mE} \cdot \nu = \gamma \cdot \nu$$

a jest zase úměrné tlaku  $\nu$ . Koeficient

$$\gamma = \frac{3(m-2)}{mE}$$

slove koeficient stlačitelnosti. Jeho převrtná hodnota se nazývá *modul pružnosti objemové*

$$C = \frac{1}{\gamma} = \frac{mE}{3(m-2)}.$$

Má význam hlavně pro pružnost kapalin.

Přímá metoda pro stanovení modulu pružnosti v tahu  $E$  používá této úpravy: Drát všude stejného průřezu  $q$  ( $\text{cm}^2$ ) na horním konci upevníme a na volný dolní konec připojíme misku, na niž dáme mírné stálé zatížení, aby se drát narovnal. Poblíž dolního konce opatříme drát ostrou značkou (na př. vrypem), jejíž polohu pozorujeme mikroskopem vodorovně upevněným. Pak vložíme na misku závaží  $P$  (kg), jež je menší než mez pružnosti drátu, a stanovíme ze změny polohy značky prodloužení  $\Delta l$  původní délky  $l$  (od horního závěsu ke značce). Ze vzorce pro relativní prodloužení

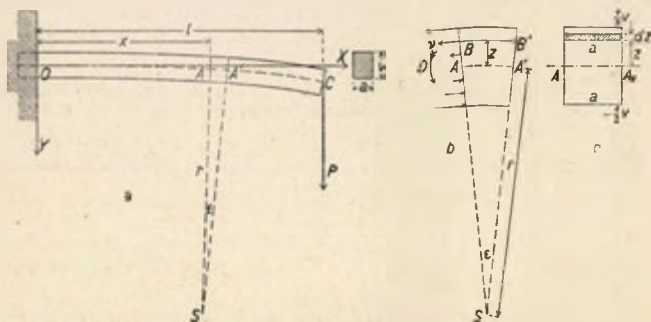
$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{E} \cdot \frac{P}{q} \quad \text{plyne} \quad E = \frac{l}{\Delta l} \cdot \frac{P}{q}.$$

Tato úprava předpokládá, že horní upevněný konec se po zatížení vůbec nevychýlí, což je nesnadno zaručiti. Doporučuje se proto při přesnějších měřeních



opatřiti drát dvěma značkami (jednou při horním konci, druhou při dolním konci) a pozorovati pak dvěma mikroskopy posunutí obou značek. Rozdíl těchto posunutí znamená pak prodloužení  $\Delta l$  drátu mezi oběma značkami. Podrobnosti viz Zákł. prakt. fys., str. 90.

**47. Ohyb tyče.** Trám (na př. obdélníkového průřezu, šířky  $a$ , výšky  $v$  a délky  $l$ , obr. 72a) budiž na jednom konci  $O$  upevněn (vetknut) a na druhém volném konci  $C$  zatížen závažím  $P$  (kg). K vlastní váze trámu nebudeme přihlížeti. Účinkem zatížení se trám prohne tak, že původní jeho vodorovná osa tvoří ohybovou křivku. Horní vlákna se prodlouží, dolní vlákna se zkrátí. Mezi nimi je vlákno, které při ohybu zachová svou původní délku a to se nazývá *neutrální vlákno* neboli střednice (ukáže se, že prochází



Obr. 72. Ohyb nosníku.

těžištěm průřezu). Neutrální vlákno nechť má v bodě  $A$  (vzdáleném o  $x$  od vetknutého konce  $O$ ) poloměr křivosti  $r$ . V malém výseku trámce (v obr. 72b zvětšeně narýsovaném), příslušném středovému úhlu  $\varepsilon$ , má neutrální vlákno délku  $r \cdot \varepsilon$ , stejnou jako před prohnutím. Ale vlákno  $BB'$ , jež je o  $z$  nad neutrálním vláknem, má délku  $(r+z) \cdot \varepsilon$ ; jeho prodloužení je  $(r+z) \cdot \varepsilon - r \cdot \varepsilon = z \cdot \varepsilon$  a tedy protažení  $\lambda$

$$\lambda = \frac{z \cdot \varepsilon}{r \cdot \varepsilon} = \frac{z}{r}.$$

Normální napětí tohoto vlákna je tudíž

$$\nu = E \cdot \lambda = \frac{Ez}{r}.$$

Vlákno, jež je o  $z$  pod neutrálním vláknem, je v stejném poměru zkráceno a podléhá stejné velikému normálnímu tlaku  $\nu$ . Za rovno-

vážného stavu, poněvadž nepůsobí žádná vnější síla směrem neutrálního vlákna, musí být výslednice  $R$  všech napětí a tlaků v celém průřezu nulová, tedy

$$R = \int_{-\frac{v}{2}}^{+\frac{v}{2}} \nu \cdot a \, dz = \frac{E}{r} \int_{-\frac{v}{2}}^{+\frac{v}{2}} a \cdot z \, dz = 0.$$

Pro výšku  $z_0$  těžiště průřezu nad neutrálním vláknem dostali bychom výraz

$$z_0 = \frac{1}{av} \int_{-\frac{v}{2}}^{+\frac{v}{2}} a \cdot z \cdot dz.$$

Ze srovnání obou těchto rovnic plyne  $z_0 = 0$ , což znamená, že neutrální vlákno prochází těžištěm průřezu, jak jsme již dříve uvedli.

Avšak napětí a tlaky vláken způsobují v uvažovaném průřezu určitou dvojici kolem ohybové osy  $AA_1$  (obr. 72c), pro jejíž moment  $D$  vychází

$$D = \int_{-\frac{v}{2}}^{+\frac{v}{2}} z \cdot \nu \cdot a \cdot dz = \frac{E}{r} \int_{-\frac{v}{2}}^{+\frac{v}{2}} z^2 \cdot a \cdot dz.$$

Integrál v tomto výrazu znamená moment setrvačnosti  $J$  průřezu (na němž si myslíme rozestřenu jednotkovou hmotu na každé jednotce průřezu) vzhledem k ohybové ose  $AA_1$ , jež je kolmá k nákrese v levé části obr. 72 a prochází bodem  $A$  neutrálního vlákna. Je tedy

$$D = \frac{E \cdot J}{r}.$$

Lze dokázat, že odvozený výraz platí i pro jiný tvar průřezu, jen když ohybová osa je hlavní osou setrvačnosti průřezu; v tomto případě neutrální vlákno se prohne do rovinné křivky, ležící v nákrese. — Není-li však ohybová osa hlavní osou setrvačnosti, pak vedle vypočtené dvojice vzniká ještě další dvojice kolem svislé osy; jejím účinkem vybočuje trám z původní svislé roviny, takže neutrální vlákno není rovinnou křivkou.

Abychom dostali rovnici ohybové čáry, vyjádříme podmínku rovnováhy pro kus trámu  $AC$ , jenž sahá od uvažovaného průřezu  $A$  k jeho konci  $C$ . Moment dvojice  $D$  způsobený napětími v průřezu  $A$  musí se zrušit otáčivým momentem síly  $P$ , působící na konci. Předpokládáme-li jen velmi malý průhyb trámu,

musí platiti rovnost

$$\frac{EJ}{r} = P(l - x).$$

Pro poloměr křivosti  $r$  platí vztah známý z geometrie

$$r = \frac{(1 + y'^2)^{3/2}}{y''},$$

v němž za malého ohybu můžeme dvojnásobek  $y'$  (určující směrnici tečny v bodě  $A$ ) zanedbat vedle jedničky. Po dosazení dostáváme podmíněnou diferenciální rovnici, jež musí platiti pro všechny body ohybové čáry, ve tvaru

$$\frac{d^3 y}{dx^3} = \frac{P}{EJ}(l - x).$$

Z toho plyne integrací

$$\frac{dy}{dx} = \frac{P}{EJ} \left( lx - \frac{x^2}{2} \right) + C_1.$$

Konstanta  $C_1$  znamená směrnici ohybové čáry ve vetknutém místě  $x = 0$ ; tam však trám zachovává původní vodorovný směr, jeho směrnice je tam nulová, takže  $C_1 = 0$ . Další integrací plyne

$$y = \frac{P}{EJ} \left( \frac{lx^2}{2} - \frac{x^3}{6} \right).$$

Obecně by měla k předešlému výrazu býti připojena integrační konstanta  $C_2$ , jež by znamenala výchylku trámu na vetknutém konci (pro  $x = 0$ ); tam je však výchylka nulová a proto  $C_2 = 0$ . — Ohybová čára je křivka třetího stupně.

Na volném konci  $x = l$  je tedy snížení  $y_1$  trámu a sklon  $\alpha_1$  jeho osy

$$y_1 = \frac{Pl^3}{3EJ}, \quad \alpha_1 = \operatorname{tg} \alpha_1 = \left( \frac{dy}{dx} \right)_{x=l} = \frac{Pl^2}{2EJ}.$$

Tyto vzorce platí obecně pro trám libovolného průřezu, pokud ovšem ohybová osa  $AA_1$  je hlavní osou setrvačnosti a tedy ohybová čára je křivkou rovinnou. V nejčastějším případě trámu s průřezem pravouhlým ( $a, v$ ) jest moment setrvačnosti  $J$  průřezu

$$J = \frac{1}{12} a v^3,$$

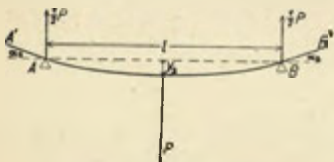
takže uvedené vzorce nabývají tvaru

$$y_1 = \frac{4Pl^3}{Eav^3}, \quad \alpha_1 = \frac{6Pl^2}{Eav^3}.$$



Prohnutí  $y_1$  i sklon  $\alpha_1$  volného konce jsou úměrné zatížení, nepřímo úměrné šířce trámu a třetí mocnině výšky trámu; prohnutí roste úměrně s třetí mocninou délky, sklon jen s druhou mocninou délky.

Horní protažená vlákna se snaží napříč se zkrátiti, dolní zkrácená vlákna se naopak napříč protahují. Proto trám při ohybu nezůstane napříč rovný, nýbrž se uprostřed mírně prohlubuje do tvaru žlábků.



Obr. 73. Nosník prostý.

*Nosník prostý* (obr. 73) je nosník u obou konců podepřený. Působí-li na něj jediné zatížení  $P$  uprostřed, lze odvoditi snížení  $y_2$  nosníku jakož i odchylku  $\alpha_2$  přechýlujících konců přímo z předešlých vzorců. Věc se má totiž právě tak, jako by byl uprostřed vetknut a na obou koncích vzdálených o  $\frac{1}{2} l$  působily reakce  $\frac{1}{2} P$ . Je tedy třeba v předešlých vzorcích  $P$  nahraditi  $\frac{1}{2} P$  a za  $l$  dosaditi  $\frac{1}{2} l$ . Prohnutí je 16krát menší, odchylka 8krát menší. Pro trámec libovolného průřezu platí

$$y_2 = \frac{Pl^3}{48 EJ}, \quad \alpha_2 = \frac{Pl^2}{16 EJ}.$$

V případě trámece s pravoúhlým průřezem je

$$y_2 = \frac{Pl^3}{4 E a v^3}, \quad \alpha_2 = \frac{3 Pl^2}{4 E a v^3}.$$

Uvedených vzorců lze s výhodou použiti k tomu, aby se stanovil modul pružnosti  $E$ . Změříme buď prohnutí  $y_2$  trámece uprostřed zatíženého nebo odchylku  $\alpha_2$  přechýlujících konců a pak je

$$E = \frac{1}{4} \cdot \frac{l^3}{a v^3} \cdot \frac{P}{y_2} \quad \text{nebo} \quad E = \frac{3}{4} \cdot \frac{l^3}{a v^3} \cdot \frac{P}{\tan \alpha_2}.$$

Podrobnosti o tomto měření viz v Zákł. prakt. fys., str. 94.

Zajímavý je případ, že trám vetknutý na jednom konci (obr. 72) podléhá na druhém volném konci místo síly  $P$  v bodě  $C$  stálé dvojici momentu  $D$ , jejíž osa je kolmá k nákrešné. Rovnováha kusu  $AC$  vyžaduje pak

$$\frac{EJ}{r} = D,$$

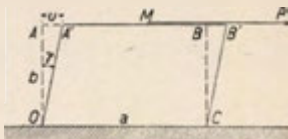
kdež  $D$  má stálou hodnotu. Je tudíž i poloměr křivosti

$$r = \frac{EJ}{D}$$

ve všech bodech ohybové čáry stálý, což znamená, že se trám prohne do tvaru kruhového oblouku.

**48. Pružnost ve smyku** (v posouvání). Pravoúhlý hranol (obr. 74, rozměry  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ) budiž na jedné straně upevněn a na protější stěnu necht působí tečný tah  $P$  (ve směru stěny). Výšku  $b$  předpokládáme dostatečně malou, aby nenastával ohyb. Účinkem tečného tahu  $P$  se posouvají (smýkají) po sobě jednotlivé průřezy, takže horní stěna je celkem posunuta o  $u$ , pro kteréžto posunutí platí podle Hookeova zákona

$$u = k \cdot \frac{P}{a c} \cdot b.$$



Obr. 74. Posunutí vzniklé tečnou silou.

Konstanta úměrnosti  $k$  slove koeficient smyku (nebo též stříhu, poněvadž podobné posouvání se vyskytuje při stříhání tyčí nebo plechů). Její převratná hodnota

$$G = \frac{1}{k}$$

slove *modul pružnosti ve smyku* (nebo v posouvání). Mnohdy se též nazývá stručně *modul torse*.

Výraz  $P/a \cdot c = \tau$  znamená napětí přepočtené na jednotku plochy a nazývá se napětí tečné (nebo též střížné). — Relativní (poměrné) posunutí  $\gamma$  je vzájemné posunutí dvou průřezů vzdálených o jednotkovou délku, tedy

$$\gamma = \frac{u}{b}.$$

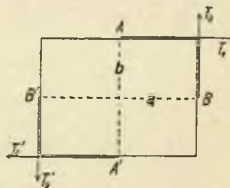
Z výkresu je zřejmé, že  $\gamma$  znamená též změnu pravého úhlu (v míře obloukové).

Předešlý vztah je možno psát ve tvaru

$$\gamma = k \cdot \tau = \frac{1}{G} \cdot \tau \quad \text{nebo} \quad \tau = G \cdot \gamma.$$

Modul pružnosti ve smyku  $G$  je tedy koeficient úměrnosti mezi tečným napětím a poměrným posunutím. Znamená (myšlené) tečné napětí, kterým by se horní stěna hranolu posunula o tolik, kolik činí její vzdálenost od dolní stěny, takže by se původní pravý úhel změnil na úhel  $45^\circ$ , kdyby ovšem materiál zůstal i při této deformaci dokonale pružným.

Není-li uvažovaný hranol upevněn, musí na jeho 4 boky (obr. 75) působiti tečná napětí toho druhu, aby i jejich vý-



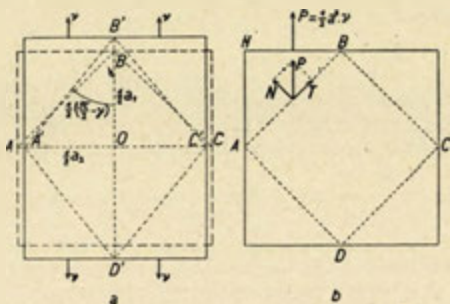
Obr. 75. Rovnováha hranolu za účinku tečných sil.



slednice i výsledná dvojice se navzájem rušily. To nastane tehdy, když všechna čtyři tečná napětí jsou stejná. Pak jsou celkové tečné síly na protější boky stejně velké a opačného směru a mají nulovou výslednici. Momenty obou dvojic jsou

$$T_1 \cdot b = ac \tau \cdot b, \quad T_2 \cdot a = bc \tau \cdot a,$$

tudíž stejné a opačného smyslu a vzájemně se ruší.



Obr. 76. Protážení krychle.

Známe-li modul pružnosti v tahu  $E$  a Poissonovu konstantu  $m$ , můžeme z nich vypočítati modul pružnosti ve smyku  $G$  a to touto úvahou:

Uvažujme krychli o straně  $a$ , jejíž dvě protější stěny jsou podrobeny normálnímu napětí  $\nu$  (obr. 76a). Účinkem tohoto napětí změní se původní čtvercový průřez na obdélníkový o stranách

$$a_1 = a \left( 1 + \frac{\nu}{E} \right), \quad a_2 = a \left( 1 - \frac{\nu}{mE} \right).$$

Úhel, který svíraly spojnice středů stran a jenž byl původně pravý ( $\frac{1}{2}\pi$ ), zmenší se, po př. zvětší o úhel  $\gamma$ , takže  $\angle A'B'C' = \frac{1}{2}\pi - \gamma$ . Z obr. 76a je zřejmé

$$\operatorname{tg} \frac{1}{2} \left( \frac{\pi}{2} - \gamma \right) = \frac{\frac{1}{2}a_2}{\frac{1}{2}a_1} = \frac{1 - \frac{\nu}{mE}}{1 + \frac{\nu}{E}} = \left( 1 - \frac{\nu}{mE} \right) \left( 1 - \frac{\nu}{E} \right) = 1 - \frac{m+1}{mE} \nu.$$

Za předpokladu, že úhel  $\gamma$  je malý, jest

$$\operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\gamma}{2} \right) = \frac{1 - \operatorname{tg} \frac{1}{2} \gamma}{1 + \operatorname{tg} \frac{1}{2} \gamma} = 1 - 2 \operatorname{tg} \frac{1}{2} \gamma = 1 - \gamma.$$

Ze srovnání obou výrazů plyne

$$\gamma = \frac{m+1}{mE} \cdot \nu.$$

Vyšetříme ještě, jakému tečnému napětí  $\tau$  podléhají stěny uvažované vnitřní části  $ABCD$  (obr. 76b) v původní krychli. Na stěnu  $HB$ , mající plochu  $\frac{1}{2}a^2$ , působí celková síla  $P = \frac{1}{2}a^2 \cdot \nu$ ; stejně velká síla působí i na stěnu  $AB$ , jež má plochu  $p = \frac{1}{2}a^2\sqrt{2}$ . Tuto sílu  $P$  myslíme si rozloženu na složky normální  $N$  a tečnou  $T$ , jež jsou obě stejné (předpokládáme, že změna  $\gamma$  úhlu  $ABC$  je zanedbatelně malá) a měří

$$T = N = P \cdot \cos 45^\circ = \frac{P}{\sqrt{2}} = \frac{a^2 \nu}{2\sqrt{2}}.$$

Je tedy tečné napětí  $\tau$  na stěně  $AB$

$$\tau = \frac{T}{p} = \frac{\frac{a^2 \nu}{2\sqrt{2}}}{\frac{a^2}{2}\sqrt{2}} = \frac{\nu}{2}.$$

Dosadíme-li tedy do vzorce pro  $\gamma$  za  $\nu = 2\tau$ , máme

$$\gamma = 2 \frac{m+1}{mE} \cdot \tau = \frac{1}{G} \cdot \tau,$$

neboť koeficient úměrnosti mezi poměrným posunutím  $\gamma$  a tečným napětím  $\tau$  znamená podle definice převratnou hodnotu modulu pružnosti ve smyku  $G$ . Je tedy

$$G = \frac{mE}{2(m+1)}.$$

Poissonova konstanta  $m$  musí být větší než 2; pro  $m=2$  plyne  $G = \frac{1}{3}E$ . Pro  $m=\infty$  (kdyby se při tahu látka napříč vůbec nezkracovala) bylo by  $G = \frac{1}{2}E$ . Je tedy obecně

$$\frac{E}{3} < G < \frac{E}{2}.$$

Obecně isotropické látky mají dvě konstanty, jimiž je charakterisována jejich pružnost. Za tyto základní konstanty se volí zpravidla oba moduly pružnosti a to  $E$  v tahu a  $G$  ve smyku. Pro Poissonovu konstantu  $m$  plyne pak řešením hořejší rovnice

$$m = \frac{2G}{E - 2G}.$$

Dosadíme-li do vzorce pro modul objemové pružnosti  $C$  (odst. 46), máme

$$C = \frac{m E}{3(m-2)} = \frac{E G}{3(3G - E)}.$$

Z obou těchto vzorců plyne, že musí

$$3G > E > 2G,$$

což souhlasí s tím, co jsme právě před tím odvodili.

**49. Pružnost v kroucení (torsí).** Tyč kruhového průřezu o poloměru  $r$  (obr. 77) budiž na jednom konci upevněna a na druhém zkrucována určitou dvojicí  $D$ . Tím se koncový průřez zkrouť o úhel  $\varphi$ ; na jednotku délky připadá tedy zkroucení o úhel  $\varphi/l$ . Vlákna tyče původně přímá a rovnoběžná s osou se změni ve šroubovice. Vlákno  $A$  ve vzdálenosti  $x$  od osy má tudíž poměrné posunutí  $\gamma$  (změnu původního pravého úhlu)

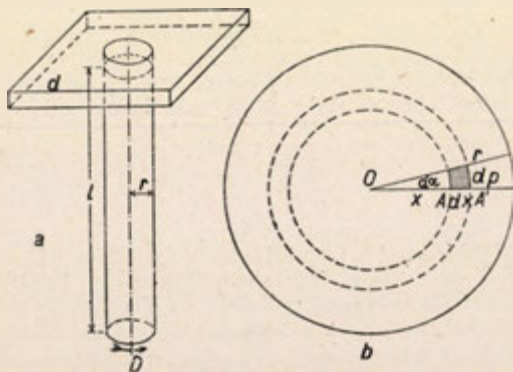
$$\gamma = x \cdot \frac{\varphi}{l}.$$

V bodě  $A$  vzniká tedy tečné napětí  $\tau$  o velikosti

$$\tau = G \cdot \gamma = \frac{G x \varphi}{l}.$$

Na element plochy (v obr. 77 vyčárkované)  $dp = x \cdot d\alpha \cdot dx$  působí tečná síla

$$dT = \tau \cdot dp = \frac{G \cdot \varphi}{l} x^2 \cdot dx \cdot d\alpha$$



Obr. 77. Kroucení tyče.

a její statický moment d  $D$  vzhledem k ose jest

$$dD = x \cdot dT = \frac{G \cdot \varphi}{l} \cdot x^3 dx \cdot d\alpha.$$

Statický moment od celého mezikruží šířky  $dx$  je pak

$$2\pi \frac{G\varphi}{l} \cdot x^3 \cdot dx$$

a tedy celkový moment  $D$  od celého průřezu

$$D = 2\pi G \cdot \frac{\varphi}{l} \int_0^r x^3 \cdot dx = \frac{\pi G \varphi r^4}{2l}.$$

Tento statický moment se musí právě rovnati momentu vnější dvojice  $D$ . Je-li naopak dána vnější dvojice  $D$ , působící na volném konci, můžeme z předešlého vztahu počítati stočení  $\varphi$  koncového průřezu, pro něž dostáváme

$$\varphi = \frac{2}{\pi G} \cdot \frac{l}{r^4} \cdot D.$$

Stočení  $\varphi$  je tedy přímo úměrné délce  $l$  a použité dvojici  $D$  a nepřímo úměrné čtvrté mocnině poloměru. Proto tenká vlákna (na př. křemenová) se i malou dvojicí značně stočí z původní polohy. Na tom jsou založeny Coulombovy *torsní váhy*, jimiž lze měřiti i velmi malé dvojice. Coulomb (1780) jimi stanovil, jak závisí odpudivé síly elektrické na vzdálenosti. Cavendish (1798) torsními vahami stanovil gravitační konstantu, jak již bylo dříve vyloženo.

Na kroucení drátu spočívají jednoduché metody pro měření modulu pružnosti ve smyku  $G$ .

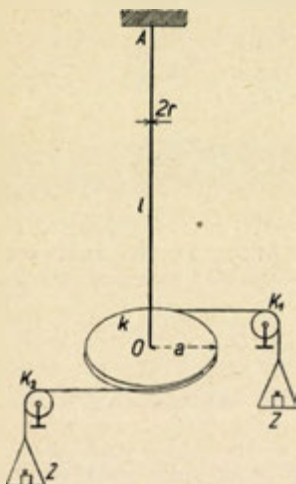
*Metoda statická.* Drát délky  $l$  a poloměru  $r$  (obr. 78) je na horním konci upevněn, na dolním konci nese vodorovný kruhový kotouč  $k$  poloměru  $a$ , opatřený úhlovým dělením a mající na obvodu žlábek. Ode dvou protějších konců téhož průměru jsou navinuta ve žlábků vlákna, jež jdou přes dvě pevné kladky  $K_1, K_2$  a mají na koncích stejné misky. Na misky dáme stejná závaží  $Z$  ( $\text{kg}^*$ ), což znamená zkrucovací dvojici  $D = 2a \cdot Z$  ( $\text{kg}^* \cdot \text{cm}$ ). Účinkem této dvojice zkroutí se konec drátu i kotouč o úhel  $\alpha^\circ$ , jež změříme na děleném kruhu. Velikost tohoto úhlu v míře obloukové jest

$$\varphi = 2\pi \frac{\alpha}{360}.$$

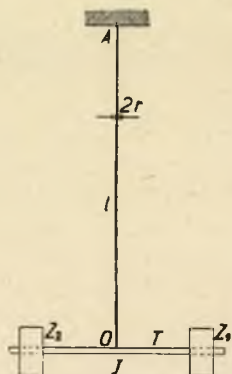
Ze vzorce pro zkroucení  $\varphi$  dříve odvozeného plyne

$$G = \frac{2lD}{\pi r^4 \varphi} = \frac{720laZ}{\pi^2 r^4 \alpha}.$$

Podrobnosti viz v Zákł. prakt. fys., str. 97.



Obr. 78. Statická metoda pro měření modulu torse.



Obr. 79. Dynamická metoda pro stanovení modulu torse.

*Metoda dynamická.* Na drát délky  $l$  a poloměru  $r$  (obr. 79) zavěsíme hmotu značného momentu setrvačnosti  $J$  g. cm<sup>2</sup> (na př. tyč  $T$  s dvěma posunovatelnými závažími  $Z_1, Z_2$ ). Vytočíme-li zavěšenou hmotu o úhel  $\varphi$ , je tažena do rovnovážné polohy dvojicí

$$D = \frac{\pi G r^4}{2l} \cdot \varphi,$$

tedy úměrnou vytočení  $\varphi$ . To znamená, že byvši puštěna koná přibližně harmonické kmity, pro něž platí

$$J \cdot \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = -D = -\frac{\pi G r^4}{2l} \cdot \varphi$$

anebo

$$\frac{d^2 \varphi}{dt^2} = -\omega^2 \cdot \varphi, \text{ při čemž } \omega^2 = \frac{\pi G r^4}{2lJ}.$$



Integrál této rovnice jest

$$\varphi = A \cdot \sin (\omega t - C).$$

Doba kmitová  $T'$ , rovná dvěma dobám kyvu  $T$ , je stanovena podmínkou

$$\omega T' = 2\omega T = 2\pi,$$

z níž plyne

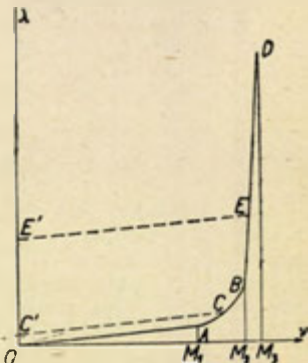
$$T^2 = \frac{\pi^2}{\omega^2} = \frac{2\pi l J}{G r^4}.$$

Změříme-li tedy dobu kyvu  $T$  těchto torsních kyvů, dostáváme pro modul torse  $G$  vztah

$$G = \frac{2\pi l J}{T^2 r^4},$$

ovšem v míře absolutní, t. j. v dynech na  $\text{cm}^2$ . Poněvadž  $1 \text{ kg}^* = 981000 \text{ dynů}$ , převedeme nalezený výsledek na míru technickou ( $\text{kg}/\text{cm}^2$ ), dělíme-li jej číslem 981000. Podrobnosti viz v Zákl. prakt. fys., str. 99.

**50. Průběh velkých deformací. Pevnost.** Dosavadní úvahy o pružnosti platí jen tehdy, je-li napětí (ať normální či tečné) pod mezí pružnosti (úměrnosti). Je však důležité znáti, jak se chová materiál při napětích větších. Vysvětlíme věc na protahování tyče (prutu) rostoucím zatížením. Na osu úseček (obr. 80) nanášejme normální napětí  $\nu$ , na osu pořadnic protažení  $\lambda$ . Pokud je napětí pod mezí pružnosti  $M_1$ , je  $\lambda$  úměrné  $\nu$ ; tato část napínání je v diagramu vyznačena jako přímka  $OA$ . Povolí-li napětí, vrací se tyč po téže čáře zpět do původní délky. Jakmile napětí překročí mez pružnosti, stoupá protažení urychleně s napětím, jak naznačuje čára  $AB$ . Povolí-li pak napětí (na př. při dosažení bodu  $C$ ), zmenšuje se protažení tyče podle přímky  $CC'$ , t. j. vymizí pružná část deformace, ale zbývá malá trvalá deformace  $OC'$ . Při látkách tažných dospějeme dalším zvyšováním napětí až k *mezi průtažnosti*  $M_2$ . Po jejím překročení počíná tyč se trvale protahovati, křivka stoupá téměř svisle vzhůru (část  $BD$ ). Pře-



Obr. 80. Protahování prutu.

rušíme-li v určitém stavu (vyznačeném bodem  $E$ ) napínání, zkrátí se tyč maličko podle přímky  $EE'$ , rovnoběžné s pružným protažením  $OA$  a zůstává značná trvalá deformace  $OE'$ . Pokračujeme-li však v napínání, tyč se v některém místě náhle zúží a praskne. Dospěli jsme k *mezi pevnosti*  $M_3$ .

Látky, u nichž se poměrně snadno dosáhne meze průtažnosti, slují *tažné* (na př. měď, platina). Mnohdy však dostoupí se meze pevnosti ještě dříve, než by se dala tyč protahovati. Nastane-li to v části  $AB$ , zůstává po přetržení malá trvalá deformace. U některých látek nastane přetržení již v části  $OA$ , takže takové látky jsou až do přetržení dokonale pružné a po přetržení nezbude vůbec trvalá deformace. Takovéto látky jsou *křehké* (na př. sklo, ocel).

Podobné poměry jsou při stlačování tyče poměrně krátké (aby nenastal ohyb). Mez pružnosti v tahu i v tlaku je zpravidla stejná, ale pevnost v tlaku bývá jiná než pevnost v tahu. Tak na př. litina má mnohem vyšší pevnost v tlaku (5500 až 7000 kg/cm<sup>2</sup>) než v tahu (jen 1000 až 1600 kg/cm<sup>2</sup>).

Třetí hlavní druh pevnosti je *pevnost ve smyku*. Znamená největší tečné napětí, které materiál ještě vydrží. Po jeho překročení se materiál smykem oddělí (na př. při stříhání plechu). Mnohé látky se trvale poddávají dosti velkému napětí tečnému a mění pak svůj tvar, aniž by se oddělily; takové látky nazýváme *tvárnivé* (na př. plastická hlína, vosk).

Při technických konstrukcích musí ovšem z důvodů bezpečnosti býti pevnost materiálu mnohem větší, než jaké je jeho skutečné namáhání. Číslo určující, kolikrát větší pevnost vyžadujeme, než je dovolené namáhání, nazývá se *míra bezpečnosti*  $\mu$  a bývá 3 až 10, někdy i více. Má-li tedy materiál mez pevnosti určenou napětím  $\nu$ , jest jeho dovolené napětí

$$\kappa = \frac{\nu}{\mu}.$$

Hodnoty mezi pružnosti, tažnosti a pevnosti jakož i míry bezpečnosti jsou uvedeny v technických tabulkách.

**51. Pevnost vzpěrná.** Tyč poměrně krátká proti svému průřezu smí býti tlakem namáhána jen do jisté míry, aby napětí tlakové nepřestoupilo dovolené napětí v tlaku. Je-li však tyč dosti dlouhá proti průřezu (prut), pak při jistém zatížení tlakovém vysune se její osa z původního směru a prut se ohýbá a po př. zlomí. Mluvíme v tomto případě o *pevnosti vzpěrné*.

Uvažujme svislý prut (obr. 81) dole vetknutý, nahoře volný. Po vychýlení volného konce na stranu vrací se prut svou pružností

do původní polohy a po př. kmitá. Podrobujeme-li horní volný konec rostoucímu tlaku  $P$ , zmenšují se síly, jimiž je prut tažen po vychýlení do rovnovážné polohy, víc a více, prut kmitá volněji, až při jistém tlaku  $P'$  ty síly vymizejí. Tento tlak  $P'$  měří vzpěrnou pevnost prutu; po malém vychýlení na volném konci zůstává prut trvale vychýlen. Při ještě větším tlaku než  $P'$  prut se sám od sebe vychyluje na stranu a po př. se zlomí. Pro vzpěrnou pevnost prutu odvodil Euler vztah

$$P' = \frac{\pi^2}{4} \frac{EJ}{l^2},$$

v němž  $l$  značí délku prutu a  $J$  moment setrvačnosti průřezu kolem osy ohybové. Pevnost vzpěrná je přímo úměrná momentu setrvačnosti průřezů; proto se dělají vysoké sloupy duté, neboť pak při téže váze má sloup o mnoho větší moment setrvačnosti a tedy i větší pevnost vzpěrnou.

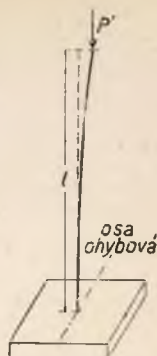
Podobná úvaha platí i pro prut jinak upevněný. Vzpěrná pevnost  $P'_n$  jest dána obdobným vzorcem

$$P'_n = C_n \cdot \frac{EJ}{l^2}.$$

Jsou-li oba konce zkloubeny (obr. 82 *a*), jest jeho vzpěrná pevnost 4 násobná ( $C_1 = \pi^2$ ). Při jednom konci vetknutém a druhém zkloubeném (obr. 82 *b*) má pevnost 8 násobnou ( $C_2 = 2\pi^2$ ), při obou vetknutých koncích (obr. 82 *c*) 16 násobnou ( $C_3 = 4\pi^2$ ).

**52. Pevnost v ohybu.** Vyšetříme nejjednodušší případ (srovn. obr. 72 na str. 99): trámec průřezu obdélníkového (rozměry  $a, v, l$ ) je na jednom konci zatížen osamělým břemenem  $P$  a na druhém vetknut. Jak jsme již odvodili v nauce o pružnosti (odst. 47), neutrální vlákno (střednice) prohne se do tvaru čáry

$$y = \frac{P}{EJ} \left( \frac{lx^2}{2} - \frac{x^3}{6} \right),$$



Obr. 81. Pevnost vzpěrná.



$$\begin{array}{ccc} C_1 = \pi^2, & C_2 = 2\pi^2, & C_3 = 4\pi^2 \\ P'_1 = 4P', & P'_2 = 8P', & P'_3 = 16P'. \end{array}$$

Obr. 82.

Různé případy pevnosti vzpěrné.

kdež  $J = \frac{1}{12} a v^3$  je moment setrvačnosti průřezu kolem osy ohybové. Napětí  $\nu$  (v tahu nebo v tlaku) v bodě  $A$ , určeném souřadnicemi  $x$  a  $z$ , jest

$$\nu = \frac{E z}{r},$$

kdež  $r$  znamená poloměr křivosti. Pro něj platí za předpokladu malého prohnutí (srovn. odst. 47)

$$\frac{1}{r} = \frac{y''}{(1 + y'^2)^{3/2}} \approx y'' = \frac{P}{EJ} \cdot (l - x),$$

takže pro napětí  $\nu$  dostáváme vzorec

$$\nu = \frac{P}{J} \cdot z (l - x).$$

Z tohoto vzorce poznáváme, že největší napětí v tahu  $\nu_{\max}$  je nahoře u vetknutého konce, totiž pro  $z = \frac{1}{2}v$  a  $x = 0$ , tedy

$$\nu_{\max} = \frac{P v l}{2J} \leq \kappa.$$

Stejně velké napětí v tlaku je dole u vetknutého konce. Toto maximální napětí smí býti nejvýše rovné dovolenému napětí  $\kappa$ . Z toho plyne pro největší dovolené zatížení

$$P_{\max} = \frac{2\kappa J}{lv} = \frac{\kappa a v^3}{6l}.$$

*Nosník prostý* (obr. 73 na str. 102), na obou koncích podepřený a uprostřed zatížený osamělým břemenem  $P$ , můžeme považovati za dva poloviční trámce uprostřed vetknuté a na koncích zatížené polovičními reakčními silami  $\frac{1}{2}P$ . Jeho pevnost je tudíž čtyřnásobná proti předešlému případu, takže

$$P_{\max} = \frac{8\kappa J}{lv} = \frac{2\kappa a v^3}{3l}.$$

Zatížení, při němž se trám přelomí, dostaneme z předešlých vzorců, když za dovolené napětí  $\kappa$  dosadíme mez pevnosti v tahu (po př. v tlaku, podle toho, která je menší). Jiné případy pevnosti v ohybu vyžadují řešení mnohem složitějšího.

**53. Pevnost v kroucení.** Přímý hřídel kruhového průřezu (poloměr  $r$ , délka  $l$ ) budiž na jednom konci upevněn a na druhém konci namáhán dvojicí  $D$  (srovn. obr. 77 na str. 106). Pro tečné napětí  $\tau$  v bodě vzdáleném od osy o  $x$  jsme odvodili (odst. 49)

$$\tau = \frac{Gx}{l} \cdot \varphi,$$

kdež  $\varphi$  znamená stočení koncového průřezu a jest

$$\varphi = \frac{2}{\pi G} \cdot \frac{l}{r^4} \cdot D.$$

Největší napětí ve smyku  $\tau_{\max}$  je na obvodu ( $x=r$ ) a dostáváme pro ně po dosazení a krácení

$$\tau_{\max} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{D}{r^3} \leq \vartheta.$$

Toto největší tečné napětí smí být nejvýše rovné dovolenému napětí smykovému  $\vartheta$ . Pro největší dovolenou dvojici  $D_{\max}$  plyne z předešlého vztahu

$$D_{\max} = \frac{\pi}{2} \cdot r^3 \cdot \vartheta.$$

**54. Tvrdost.** Tvrdostí rozumíme odpor proti porušení povrchu jiným tělesem. V mineralogii se stanoví tvrdost rýpáním a to na základě Mohsovy stupnice:

1. mastek, 2. kamenná sůl, 3. vápenec, 4. kazivec, 5. apatit,
6. živec, 7. křemen, 8. topas, 9. korund, 10. diamant.

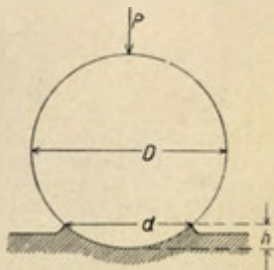
V technické praxi se stanoví tvrdost kovů zkouškou Brinellovou (obr. 83). Kalená kulička z chromové oceli (průměr  $D$  mm) vtlačí se tlakem  $P$  (kg\*) do zkoumaného kovu a změří se průměr  $d$  vtlačené plochy, po př. i její hloubka  $h$ . Plocha vtlačeného vrchlíku je  $p = \pi Dh$ , při čemž

$$h = \frac{1}{2} [D - \sqrt{D^2 - d^2}].$$

Brinellovo číslo tvrdosti  $T$  je pak tlak v kg\*, připadající na 1 mm<sup>2</sup> vtlačené sférické plochy (vrchlíku), tedy

$$T = \frac{P}{\pi Dh} = \frac{2P}{\pi D [D - \sqrt{D^2 - d^2}]}.$$

Praxe ukázala, že tato zkouška podává poněkud různá čísla tvrdosti při různých průměrech  $D$  použité kuličky a při různých tlacích  $P$ . Pro určitost údajů bere se kulička průměru  $D = 10$  mm a užívá se tlaku pro ocele 3000 kg, pro měkké kovy 500 kg.



Obr. 83. Brinellova zkouška tvrdosti.

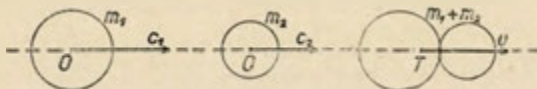


Podle Ludwika může se Brinellova kulička nahraditi ocelovým kuzelem, jenž má při hrotu úhel  $90^\circ$ . Pak číslo tvrdosti takto zjištěné téměř nezávisí na použitém tlaku.

**55. Ráz.** Setkají-li se za postupného pohybu dvě pevná tělesa, takže si vzájemně ve svých pohybech překážejí, vzniká *ráz*. Na stykové ploše působí na sebe tělesa tlakem kolmým k stykové ploše, tedy ve směru společné normály. Prochází-li normála v stykové ploše oběma těžišti, vzniklé tlaky nevzbuzují statické momenty na obě tělesa, takže pohyby rázem pozměněné zůstávají postupnými (nevzniká otáčení); takový ráz slove středový (centrální). Jestliže však společná normála neprochází oběma těžišti (ráz v ýstředný, excentrický), mění se netoliko postupný pohyb obou těles, ale statické momenty tlaku vzbuzují též otáčení obou těles. K tomuto složitému případu nebudeme přihlížeti.

Pohybují-li se těžiště obou těles v témž paprsku (buď souhlasným směrem nebo opačným, po př. jedno je v klidu), vzniká ráz přímý; jinak byl by ráz šikmý. V dalším omezíme se na přímý ráz koulí, jenž je vždy středový.

*Přímý ráz koulí nepružných* (obr. 84). Narazí-li na sebe dvě dokonale nepružné koule (o hmotách  $m_1$  a  $m_2$  a rychlostech  $c_1$  a  $c_2$  čítaných kladně v témž směru), tlačí na sebe účinkem různých



Obr. 84. Přímý ráz koulí.

rychlostí až do té doby, kdy se jejich rychlosti vyrovnají na stejnou rychlost  $u$ . Podle principu akce a reakce jsou tyto tlaky na obě koule vždy stejné (třebas časově proměnlivé) a proto též úhrnná změna hybností obou koulí je stejná, tedy

$$m_1 (c_1 - u) = m_2 (u - c_2),$$

z čehož plyne pro společnou rychlost  $u$  vztah

$$u = \frac{m_1 c_1 + m_2 c_2}{m_1 + m_2}.$$

Společná rychlost počítá se podle pravidla směšovacího. Obě koule se při rázu deformovaly; ježto jsou však dokonale nepružné, přestanou po dosažení společné rychlosti na sebe působiti a pohybují se pak jako jedno těleso. Úhrnná pohybová energie po rázu je menší než před rázem; pro úbytek energie  $\Delta W$  plyne

$$\Delta W = \frac{1}{2} m_1 c_1^2 + \frac{1}{2} m_2 c_2^2 - \frac{1}{2} (m_1 + m_2) u^2 = \frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (c_1 - c_2)^2,$$

což je výraz vždy kladný (není-li ovšem  $c_1 = c_2$ ). Tato část energie spotřebovala se na deformaci koulí (přemáhání vnitřních sil) a projeví se jejich zahřátím.

Pohybují-li se koule proti sobě, je třeba ve vzorcích změnit znaménko rychlosti  $c_2$ . — Narazí-li koule na nehybnou nepružnou stěnu, jest  $m_2 = \infty$ ,  $c_2 = 0$  a vychází pak  $u = 0$ ; nepružná koule se zastaví, neodrážejíc se. V tomto případě celá kinetická energie dopadající koule se spotřebuje na deformaci; na tom se zakládá zpracování látek kováním, zatloukání kůlů do země bera-  
nem a podobně.

*Prímý ráz koulí pružných.* Koule dokonale pružné při rázu se nejprve deformují, až nabudou stejné rychlosti  $u$ ; ale pak se zase vzpruží (nastává restituce) a při tom působí na sebe ještě jednou stejnými silami. Je tedy celková změna hybnosti a tedy i rychlosti každé koule dvakrát větší, než tomu bylo při koulích nepružných. Jejich rychlosti  $v_1$  a  $v_2$  po rázu jsou tudíž

$$v_1 = c_1 - 2(c_1 - u) = 2u - c_1 = \frac{2m_2 c_2 + (m_1 - m_2)c_1}{m_1 + m_2},$$

$$v_2 = c_2 + 2(u - c_2) = 2u - c_2 = \frac{2m_1 c_1 - (m_1 - m_2)c_2}{m_1 + m_2}.$$

Pro kinetickou energii  $W$  po rázu dostáváme po dosazení a úpravě

$$W = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 c_1^2 + \frac{1}{2} m_2 c_2^2;$$

zůstává tudíž stejná, jako byla před rázem, neboť práce spotřebovaná na pružnou deformaci se při vzpružení obou koulí zase vrátí.

Mají-li obě pružné koule stejnou hmotu,  $m_1 = m_2$ , vychází z obecných vzorců

$$v_1 = c_2, \quad v_2 = c_1.$$

Stejně hmotné pružné koule si při rázu vyměňují své rychlosti.

Je-li druhá koule v klidu,  $c_2 = 0$ , plyne z obecných vzorců

$$v_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot c_1, \quad v_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} c_1.$$

Druhá koule se po rázu pohybuje vždy ve směru původní rychlosti. Avšak pohyb první koule závisí na velikosti obou hmot. Je-li  $m_1 > m_2$ , jest  $v_1 > 0$ ; hmotnější koule, narazivši na klidnou, méně hmotnou kouli, pohybuje se dále tímž směrem, ovšem zmenšenou rychlostí. — V případě  $m_1 < m_2$ , jest  $v_1 < 0$ , tedy méně hmotná koule po nárazu na hmotnější klidnou kouli odráží se od ní zpět.

— Při kolmém dopadu pružné koule na klidnou pružnou stěnu jest  $m_2 = \infty$  a vychází  $v_1 = -c_1$ , koule odráží se od pevné stěny stejnou rychlostí zpět.

Pokusy o rázu pružných koulí konáme rázostrojem, na němž jsou bifilárně zavěšeny různé koule ze slonoviny. — Začerníme-li jednu z koulí sazemi, objeví se na druhé kouli černá skvrna kruhového tvaru jako stopa míst, až kam dostoupila deformace při rázu.

Skutečné pružné koule jsou vždy jen nedokonale pružné; proto při vzpružení koulí nevrátí se úplně práce na deformaci spotřebovaná, nýbrž jen její část a zbytek se mění v teplo. Změna rychlosti při vzpružení (restituci) je tedy menší (v poměru  $k < 1$ ), než jaká byla v první části rázu (při deformaci). Jsou pak konečné rychlosti

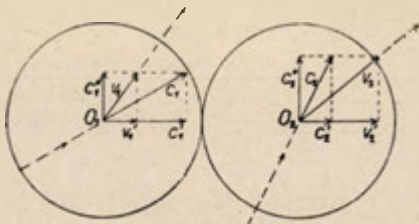
$$\begin{aligned} v_1 &= c_1 - (c_1 - u) - k(c_1 - u) = u - k(c_1 - u), \\ v_2 &= c_2 + (u - c_2) + k(u - c_2) = u + k(u - c_2). \end{aligned}$$

Konstanta  $k$  nazývá se podle Newtona koeficient restituce; z pokusů zjistíme, že je pro slonovinu  $k = 0.81$ , pro olovo jen  $k = 0.20$ .

*Šikmý ráz.* Úlohu šikmého rázu hladkých pružných koulí převedeme na případ přímého rázu, rozložíme-li rychlosti  $c_1$  a  $c_2$  obou koulí (obr. 85) na složky normální  $c'_1$  a  $c'_2$ , mající směr spojnice  $O_1 O_2$  obou středů, a na složky paralelní  $c''_1$  a  $c''_2$ , kolmé k předešlým. Rázem mění se toliko složky normální, jež jsou po rázu

$$v'_1 = 2u - c'_1, \quad v'_2 = 2u - c'_2, \quad \text{kdež } u = \frac{m_1 c'_1 + m_2 c'_2}{m_1 + m_2},$$

kdežto složky paralelní  $c''_1$  a  $c''_2$  zůstávají nezměněny. Na obr. 85



Obr. 85. Šikmý ráz.

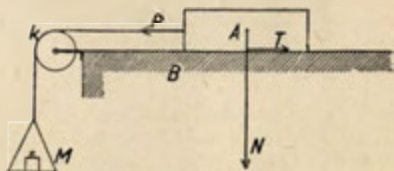
je konstruktivně řešen případ dvou koulí stejně hmotných; v tomto případě normální složky se vymění,  $v'_1 = c'_2$ ,  $v'_2 = c'_1$ , takže po

složení jich s příslušnými paralelními rychlostmi  $c'_1$  a  $c'_2$  dostáváme směry i velikosti rychlostí  $v_1$  a  $v_2$  po rázu.

Stejným způsobem řešíme šikmý ráz pružné koule na pružnou stěnu. Paralelní složka rychlosti se rázem nemění, kolmá složka k stěně se mění v opačnou, takže směr rychlosti po rázu je vzhledem ke kolmici dopadu souměrný k směru rychlosti před rázem. Úhel odrazu, jež svírá směr rychlosti po rázu s kolmicí dopadu, rovná se tudíž úhlu dopadu podobně definovanému. Směr rychlosti po rázu je v rovině dopadu, určené směrem rychlosti před rázem a kolmicí dopadu.

**56. Tření.** Dvě tělesa  $A$  a  $B$  (obr. 86) stýkají se na hladké ploše. Působí-li na jedno z nich  $A$  dosti malá síla  $P$ , nenastane, jak bychom očekávali, pohyb, což si vykládáme tím, že na stykové ploše vzniká tečná síla opačného směru, udržující vnější sílu  $P$  v rovnováze. Teprve když vnější síla přestoupí určitou hodnotu  $T_0$ , dostane se těleso do pohybu. Tato síla  $T_0$  stanoví tření za klidu neboli statické.

Také za pohybu působí na stykové ploše tečná síla  $T$  (menší než  $T_0$ ) v opačném směru k rychlosti; její velikost sluje tření vlečné nebo klouzavé. Tření vlečné stanovíme tím způsobem, že zjistíme vnější sílu  $P$  potřebnou k tomu,



Obr. 86. Tření vlečné.

aby po malém postrčení těleso  $A$  konalo pohyb rovnoměrný; pak  $T = P$ . Z pokusů Coulombových (1781) a Morinových (1833) plyne, že tření vlečné je úměrné normálnímu tlaku  $N$  na stykové ploše, avšak nezávisí na velikosti styčné plochy a za mírných rychlostí (0.5 až 5 m/sec) přibližně nezávisí ani na rychlosti, tedy

$$T = f \cdot N.$$

Konstanta úměrnosti  $f$  nazývá se koeficient tření a závisí na jakosti stýkajících se látek a na hladkosti styčných ploch. Stanovíme-li tedy sílu  $P$  potřebnou na udržení rovnoměrného pohybu na vodorovné ploše, normální tlak  $N$  rovná se váze tělesa a je tedy

$$f = \frac{T}{N}.$$

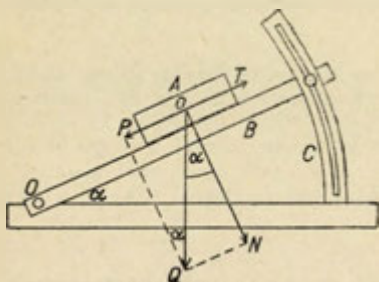
Koeficient tření lze také stanovit tak, že stykovou plochu naklááme do takového úhlu  $\alpha$  (t. zv. úhel tření), až po malém po-

strčení se pohybuje těleso  $A$  rovnoměrně. Pak jest (obr. 87)

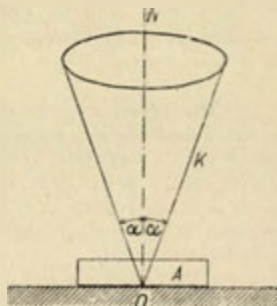
$$P = T = Q \cdot \sin \alpha, \quad N = Q \cdot \cos \alpha,$$

znamená-li  $Q$  váhu tělesa  $A$ . Pro koeficient tření z toho plyne

$$f = \frac{T}{N} = \operatorname{tg} \alpha.$$



Obr. 87. Úhel tření.



Obr. 88. Kužel tření.

Úhel tření  $\alpha$  má ještě tento další význam. Kolem normály  $ON$  (obr. 88) v místě dotyku dvou těles jako osy sestrojme t. zv. kužel tření, jehož povrchové přímky svírají s osou úhel  $\alpha$ . Spadá-li směr síly  $P$ , působící na těleso  $A$ , do pláště kužele tření, rovná se paralelní složka  $P \cdot \sin \alpha$  právě tření  $T = f \cdot N = \operatorname{tg} \alpha \cdot P \cdot \cos \alpha = P \cdot \sin \alpha$ , takže se obě síly drží v rovnováze. Je-li tedy směr síly  $P$  uvnitř kužele tření, je paralelní složka menší než tření a pohyb nenastane. Teprve když směr síly  $P$  leží vně kužele tření, nastane posouvání tělesa  $A$  po podložce.

Některé koeficienty tření  $f$  a úhly tření  $\alpha$  (za sucha):

|                |                        |   |
|----------------|------------------------|---|
| dřevo na dřevě | $f = 0.25$ až $0.50$ , | $\alpha = 14.0^\circ$ až $26.5^\circ$ , |
| dřevo na kovu  | $f = 0.20$ až $0.60$ , | $\alpha = 11.3^\circ$ až $31.3^\circ$ , |
| kov na kovu    | $f = 0.15$ až $0.25$ , | $\alpha = 8.5^\circ$ až $14.0^\circ$ ,  |
| kůž na kovu    | $f = 0.56$ ,           | $\alpha = 29.3^\circ$ .                 |

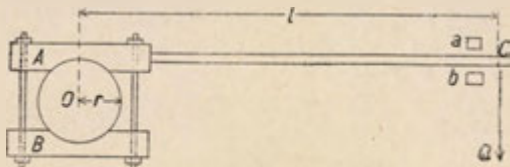
Koeficient tření je při mírných rychlostech skoro stálý, při velkých rychlostech se však zmenšuje. K tomu je třeba přihlížeti při brzdění prudce rozjetého vlaku. Náhlé zabrzdění kol způsobí, že se kola sice přestanou otáčet, avšak kloužou dále po kolejkách. Účelnější je proto brzditi vlak povlovně.

Tření způsobuje, že se část mechanické energie ztrácí. Za pohybu buzeného silou  $P$  po dráze  $s$  vykoná vnější síla práci  $P \cdot s$ ,



ale přírůstek kinetické energie se rovná toliko  $(P-T) \cdot s$ , takže část práce  $T \cdot s$  se maří třením; mění se ovšem v jinou energii (zpravidla v teplo). Proto se snažíme v praxi zmírniti tření tím, že troucí se kovy mažeme olejem (dřeva mýdlem); velké tření za sucha mění se v menší vnitřní tření kapalinové.

Tření se užívá při Pronyově brzdě (obr. 89) k tomu, aby



Obr. 89. Pronyova brzda.

se stanovila výkonnost stroje. Hnací hřídel (poloměru  $r$ ) jest sevřena dvěma dřevěnými brzdami  $A$  a  $B$  tak, aby při otáčení hřídele vzniklo značné tření vlečné  $T$ . Na volný konec páky  $C$  spojené s brzdou vkládáme takové zatížení  $Q$ , aby při normálním chodu stroje ( $n$  otáček za vteřinu) tato páka volně hrála mezi ochrannými nárazníky  $a$  a  $b$ . Při jednom otočení hřídele se maří třením práce  $T \cdot 2\pi r$ ; výkonnost  $N$  stroje je tedy

$$N = 2\pi n r \cdot T.$$

Poněvadž se tření  $T$  právě udržuje v rovnováze závažím  $Q$  (nehledíme-li k vlastní váze brzdy), musí se momenty obou rovnati,

$$T \cdot r = Q \cdot l,$$

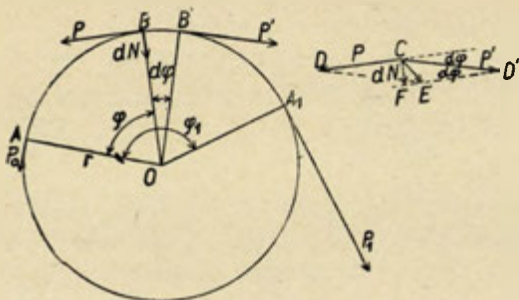
takže pro výkonnost stroje vychází

$$N = 2\pi n Q \cdot l.$$

Měříme-li  $Q$  v kg a  $l$  v metrech, jest výkonnost vyjádřena v kgm/sec, takže dělením 75 dostáváme ji stanovenou v koních (HP).

Na tření spočívá přenášení síly z hnacího hřídele řemenovými koly. Řemen (po př. provaz) nechť obepíná řemenové kolo (obr. 90) v středovém úhlu  $\varphi_1$ . Kdyby nebylo tření, řemen by klouzal po obvodu kola a byl by všude napiat stejnou silou  $P_0$ . Se zřetelem ke tření musí však býti konečný tah  $P_1$ , jímž by byl řemen smýkán po upevněném kole, značně větší, než je tah  $P_0$  v místě  $A$ , kde řemen vstupuje ve styk s kolem. V určitém bodě  $B$  budiž potřebný tah  $P$ ; v sousedním bodě  $B'$  je tah  $P' = P + dP$  větší o tření  $dP = f \cdot dN$ , značí-li  $dN$  normální tlak části řemenu

$BB'$ . Složíme-li obě síly  $P = CD$  a  $P' = CD'$ , působící na část  $BB'$ , ve výslednici  $CE$ , jest její normální složka  $CF = dN = P' \cdot d\varphi = P \cdot d\varphi$ . Po dosazení dostáváme vztah



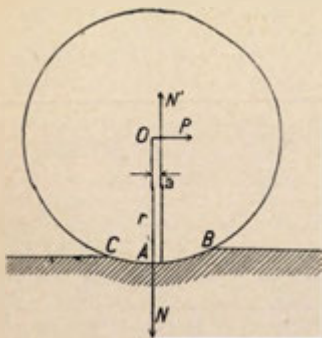
Obr. 90. Řemenové kolo.

$$dP = f \cdot P \cdot d\varphi \quad \text{anebo} \quad \frac{dP}{P} = f \cdot d\varphi.$$

Integrací této rovnice od  $\varphi = 0$  do  $\varphi = \varphi_1$  plyne

$$\ln \frac{P_1}{P_0} = f \cdot \varphi_1 \quad \text{anebo} \quad P_1 = P_0 \cdot e^{f \cdot \varphi_1}.$$

Síla  $P_1$ , potřebná na smýkání řemene po obvodu kola, vzrůstá exponenciálně, tudíž velmi urychleně se středovým úhlem stykovým  $\varphi_1$ . V daném případě největší statický moment, který je možno přenášeti řemenem, aniž by nastalo smýkání, jest  $(P_1 - P_0) \cdot r$ .



Obr. 91. Tření valivé.

Také při valení oblého tělesa po pevné ploše vzniká určitý odpor proti pohybu, jež nazýváme tření valivé. Technicky nejdůležitější je případ, že se vozové kolo (poloměru  $r$ ) valí po vodorovné rovině (obr. 91). Vyšetříme velikost síly  $P$ , působící v ose válce, které je třeba na udržení rovnoměrného valení. Kolo, působící na půdu normálním tlakem  $N$ , stlačuje pod sebou půdu (samo se ovšem také poněkud deformuje) tak, že reakcí půdy vzniká tlak  $N'$  opačného směru a stejně velký

jako  $N$ . Za klidu půda byla by souměrně stlačena po obou stranách; za pohybu stlačuje však kolo před sebou půdu do větší vzdálenosti  $AB$  a půda se za kolem zvedá jen do menší vzdálenosti  $AC$ , jak dobře můžeme pozorovati při válcování silnice parním válcem. Proto výslednice  $N'$  reakce půdy působí před osou  $O$  kola ve vzdálenosti  $a$ . Obě síly  $N$  a  $N'$  vzbuzují tudíž dvojici  $D = N \cdot a$  protivící se valení kola, jež můžeme považovati za okamžité otáčení kolem bodu  $A$ . Při rovnoměrném pohybu musí býti tato dvojice přemáhána stejně velkým momentem síly  $P$ , jenž jest  $P \cdot r$ . Z rovnosti

$$P \cdot r = N \cdot a \quad \text{plyne} \quad P = \frac{a}{r} \cdot N = f' \cdot N,$$

při čemž  $f' = a/r$  slove koeficient tření valivého. Z výkladu je zřejmé, že tento koeficient  $f'$  je tím menší, čím je kolo i půda tvrdší a pružnější. Pro kolo obvyklého tvaru na dobré silnici jest  $f' = 0.03$ , na asfaltové půdě jen  $0.01$ .

Za dokonalé pružnosti kola i půdy bylo by  $AB = AC$  a tedy  $a = 0$ ,  $D = 0$ ; i v tomto případě zbývá malé tření valivé způsobené tím, že při stlačení kola i půdy nastávají příčné dilatace a tím tření vlečné mezi kolem a půdou. Tak je tomu přibližně při litinovém kole, válci se po železniční koleji, kdy koeficient tření valivého má velmi malou hodnotu  $0.002$ . V kuličkovém ložisku méně se vlečné tření ve valivé tření (kuliček nebo válečků), jež je velmi malé.

## II. Hydromechanika.

**57. Obecné vlastnosti kapalin.** Kapaliny jsou látky, jež mají při téže teplotě téměř stálý objem, ale snadno proměnlivý tvar. Společně s pevnými látkami jsou tudíž velmi málo stlačitelné. Stlačitelnosti  $\gamma$  rozumíme relativní zmenšení objemu při jednotkovém zvýšení tlaku (vyjádřením zpravidla v  $\text{kg}^*/\text{cm}^2$  čili v techn. atm.). Jestliže původní objem  $V$  zvýšením tlaku o  $\Delta P$  se zmenší o  $\Delta V$ , jest stlačitelnost

$$\gamma = \frac{1}{V} \cdot \frac{\Delta V}{\Delta P}.$$

Převratná hodnota stlačitelnosti jest modul objemové pružnosti  $C = 1/\gamma$ . Stlačitelnost kapalin se měří *piezometrem* (obr. 92); je to skleněná nádobka  $V$ , přecházející v kapiláru  $K$ , v níž je sloupcem rtuťovým  $s$  uzavřen určitý objem zkoumané kapaliny. Piezometr se vloží do druhé silnostěnné nádoby naplněné vodou a všestranně uzavřené, v níž podrobujeme piezometr značnému všestrannému tlaku.



Obr. 92.  
Piezometr.

Z pozorovaného stoupnutí menisku v kapiláře můžeme stanovit zmenšení objemu  $\Delta V$  (s opravou na vlastní stlačitelnost skleněné nádoby), z čehož se pak počítá stlačitelnost  $\gamma$  podle uvedeného vzorce. V následující tabulce jsou uvedeny stlačitelnosti některých kapalin a pevných látek v miliontinách  $\text{cm}^2/\text{kg}$  za obvyklé teploty  $18^\circ$ , tedy  $\gamma \cdot 10^6$ :

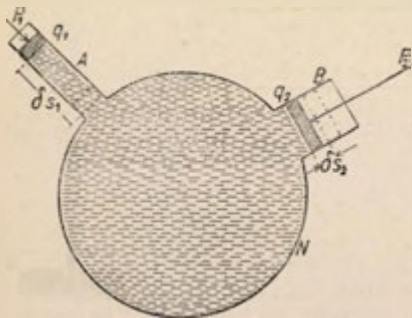
|                   |     |                  |     |
|-------------------|-----|------------------|-----|
| rtuť . . . . .    | 4   | olovo . . . . .  | 2.3 |
| voda . . . . .    | 49  | cín . . . . .    | 1.9 |
| alkohol . . . . . | 100 | měď . . . . .    | 0.7 |
| ether . . . . .   | 188 | železo . . . . . | 0.6 |

Z tabulky je zřejmé, že kapaliny jsou stlačitelnější než kovy. Za velikých tlaků stlačitelnost kapalin se vždy zmenšuje; na př. pro vodu je  $\gamma \cdot 10^{-6}$  při 500 at 39, při 1000 at 33, při 2500 at 9. S rostoucí teplotou se stlačitelnost kapalin zpravidla zvětšuje.

Jakmile povolí vnější tlak na kapalinu, vrátí se přesně do původního objemu. Kapaliny jsou tudíž dokonale pružné.

Důsledkem snadné pošpinutelnosti částic kapaliny jest, že za účinku sebe menších tečných napětí mění kapalina tvar. Za rovnovážného stavu jsou proto tečná napětí nulou a mohou existovati v kapalině pouze síly kolmé k uvažované ploše; síla působící kolmo na jednotkovou plochu slove *hydrostatický tlak*. Za účinku vnějších sil má proto kapalina povrch všude kolmý k působícím silám (pokus o prohloubení povrchu kapaliny účinkem odstředivých sil v nádobě roztočené na odstředivém stroji). Podléhá-li klidná kapalina pouze tíži, jest její povrch vodorovný (jenom poblíž stěn vznikají odchylky způsobené povrchovým napětím). — Rtuťový horizont pro měření astronomická.

Při pohybu kapalin působí však v kapalině též tečná napětí (poměrně malá); jejich účinek se jeví jakožto *vnitřní tření* neboli *viskozita*. Abstrakci tvoříme si pojem ideální kapaliny, již rozumíme kapalinu nestlačitelnou a dokonale tekutou (bez vnitřního tření).



Obr. 93. Rovnoměrné šíření tlaku.

**58. Tlaky v kapalinách.** Uvažujme kapalinu uzavřenou v nádobě  $N$  (obr. 93) se dvěma válci  $A$  a  $B$ , v nichž jsou

těsně přiléhající písty o plochách  $q_1$  a  $q_2$ . Odmyslíme si prozatím tíži. Působí-li na první píst síla  $P_1$ , musí na druhý píst působiti určitá síla  $P_2$ , aby nastala rovnováha. Při virtuálním posunutí prvního pístu o  $\delta s_1$  vykoná vnější síla práci  $P_1 \cdot \delta s_1$ , která se musí právě rovnati práci vykonané proti druhé síle, jež jest  $P_2 \cdot \delta s_2$ , tedy

$$P_1 \cdot \delta s_1 = P_2 \cdot \delta s_2.$$

Ze stálosti objemu uzavřené kapaliny plyne

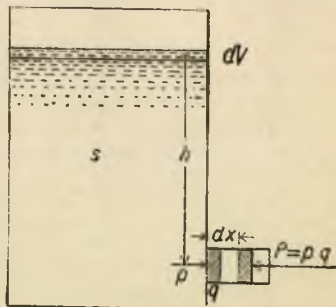
$$q_1 \cdot \delta s_1 = q_2 \cdot \delta s_2.$$

Dělením obou rovnic dostáváme

$$\frac{P_1}{q_1} = \frac{P_2}{q_2} = p,$$

což vyjadřuje poznatek, že hydrostatický tlak  $p$  (vztahovaný na jednotkovou plochu) je všude v kapalinách stejný. To jest Pascalův zákon o rovnoměrném šíření tlaku v kapalině. Na tomto poznatku zakládá se hydraulický lis.

V kapalině podrobené tíži vzniká hydrostatický tlak účinkem váhy jednotlivých vodorovných vrstev kapaliny (vedle tlaku barometrického, působícího na volný povrch kapaliny, k němuž v dalším nepřiblížíme). V nádobě s kapalinou (obr. 94) mějme v hloubce  $h$  pod povrchem kapaliny úzký válec uzavřený pístem plochy  $q$ . Je-li v této hloubce hydrostatický tlak  $p$ , musí za rovnováhy na vnější stěnu pístu působiti síla  $P = p \cdot q$ . Posune-li se zvolna píst o dráhu  $dx$ , vykoná kapalina práci  $P \cdot dx = p \cdot q \cdot dx$ , jež se podle principu energie rovná úbytku její potenciální energie. Výsledek je týž, jako kdyby objem kapaliny  $dV = q \cdot dx$  klesl z hladiny do hloubky  $h$ , v níž je uvažovaný válec. Je tedy zmenšení potenciální energie  $s \cdot dV \cdot g \cdot h$  anebo  $s \cdot g \cdot h \cdot q \cdot dx$ , značí-li  $s$  spec. hmotu kapaliny a  $g$  zrychlení tíhové. Z rovnosti



Obr. 94. Tlak vzbuzený v kapalině tíží.

$$p \cdot q \cdot dx = sgh \cdot q \cdot dx$$

plyne

$$p = sgh \text{ (v dynech na cm}^2\text{).}$$

Táž úvaha platí pro kterékoliv místo v téže vodorovné rovině, tedy v téže hloubce pod povrchem; nalezený výraz určuje velikost hydro-



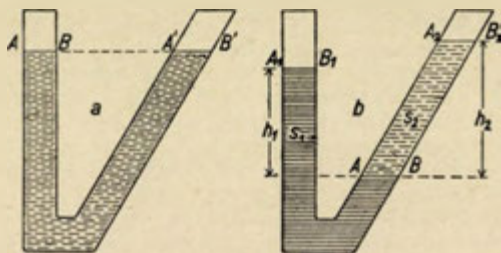
statického tlaku v hloubce  $h$ . Jest úměrný specifické hmotě kapaliny a roste úměrně s hloubkou pod povrchem. Z této příčiny musí mít hráze pevnost rostoucí s hloubkou pod povrchem kapaliny.

Celkový tlak  $P$  na vodorovné dno plochy  $q$  je podle toho

$$P = p \cdot q = s \cdot g \cdot h \cdot q$$

a nezávisí ani na tvaru stěn ani na množství kapaliny (Pascalovo hydrostatické paradoxon).

Nalijeme-li kapalinu do spojitých nádob (obr. 95a) dosti širokých, musí být hydrostatický tlak v téže vodorovné rovině všude stejný, což je splněno jen tehdy, když povrchy kapalin v obou ramenech jsou v téže vodorovné rovině.



Obr. 95. Spojité nádoby.

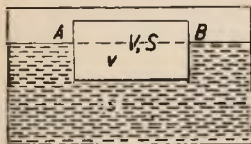
Jsou-li však v obou ramenech spojitých nádob (obr. 95b) různé kapaliny nemísící se (spec. hmoty  $s_1$  a  $s_2$ ), nastane rovnováha tehdy, když hydrostatické tlaky v společném rozhraní jsou od obou kapalin stejné. Jsou-li tedy  $h_1$  a  $h_2$  výšky sloupců kapalinových, měřené od společného rozhraní  $AB$ , musí

$$h_1 \cdot s_1 \cdot g = h_2 \cdot s_2 \cdot g \quad \text{anebo} \quad h_1 : h_2 = s_2 : s_1.$$

Výšky sloupců různých kapalin jsou v převráceném poměru jejich specifických hmot. Toho lze použít k rychlému srovnávání spec. hmot kapalin (viz Zák. prakt. fys., str. 65).

Důsledkem hydrostatického tlaku jest zákon Archimédův,

podle něhož těleso ponořené v kapalině jest nadlehčováno silou, rovnající se váze vytlačené kapaliny, jak bylo již vloženo v úvodu (odst. 12). Jestliže tato nadlehčující síla ( $v$  z tlak) jest větší než váha tělesa, vynoří se volné těleso na povrch kapaliny a plave na povrchu kapaliny tak (obr. 96), že kapalina jím



Obr. 96. Plování těles.

vytlačená (měřená od volné hladiny  $AB$  v okolí) má stejnou váhu jako těleso plovoucí, tudíž

$$vsg = VSg \quad \text{nebo} \quad vs = VS.$$

Na tom se zakládá stanovení spec. hmoty areometry (odst. 13).

**59. Povrchové napětí kapalin.** Odvozené zákony o kapalinách platí přísně jen tehdy, má-li kapalina poměrně velký povrch, ale i pak u stěn je povrch buď zdvižen nebo prohlouben. Malá množství kapaliny nabývají tvaru kulového (kapičky rtuti na skle, vodní kapky na skle poprášeném plavuní, kapka oleje ve vhodné směsi vody a lihu). V úzkých trubiciích stojí voda výše a rtuť níže než podle zákona o spojitých nádobách. Takovéto zjevy nazýváme kapilární a vykládáme si je tím, že na volném povrchu je kapalina v jiném stavu než uvnitř, takže na jejím povrchu existuje povrchová blána (tloušťky asi  $10^{-7}$  cm), mající snahu stáhnouti se. Jehla opatrně položená na povrch vody zřetelně prohlubuje povrchovou blánu, ale neprotrhne ji. O snaze povrchu stáhnouti se na nejmenší plochu svědčí jednak tvoření se kapek, jednak pokusy s mydlinovými bublinami.

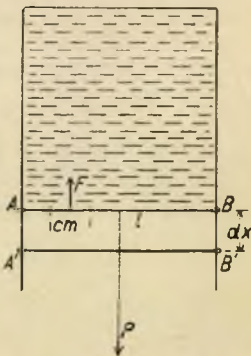
*Povrchové napětí*  $F$  je síla, působící na jednotku délkovou povrchu kolmo k délce a v rovině povrchu; měříme je v jednotkách dyn/cm. Důsledkem této síly jest, že na zvětšení povrchu je třeba určité práce; proto přisuzujeme povrchové bláně určitou povrchovou energii. Povrchová energie plošné jednotky se nazývá *kapilární konstanta*; její jednotkou je erg/cm<sup>2</sup>.

Mějme drátěný rámec tvaru obdélníkového s jednou stranou posuvnou (obr. 97) a zachytíme do něho mydlinovou blánu. Na každý cm pohyblivé příčky  $AB = l$  působí na každém povrchu povrchové napětí  $F$ , takže celkový tah  $P$  od obou povrchů blány jest  $P = 2Fl$  a takovéto vnější síly je třeba na udržení rovnováhy. Na posunutí pohyblivé příčky o dráhu  $dx$  je třeba vykonati práci

$$dL = P \cdot dx = 2Fl \cdot dx,$$

jež se jeví jako zvětšení povrchové energie. Povrch na obou stranách se zvětšil o  $2l \cdot dx$ , takže energie připadající na jednotku plošnou jest

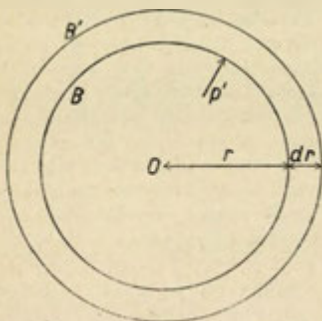
$$\frac{dL}{2l \cdot dx} = F.$$



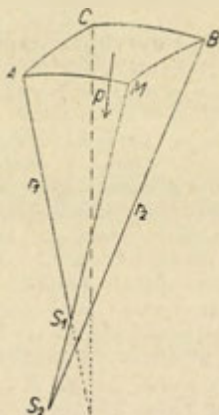
Obr. 97. Povrchové napětí a povrchová energie.

To znamená, že energie jednotky povrchu (kapilární konstanta) se rovná povrchovému napětí  $F$ .

Účinkem povrchového napětí na zakřiveném povrchu vzniká tlak kolmý k povrchu a směřující na tu stranu, s níž se jeví povrch dutý. Proto uvnitř mydlinové bubliny  $B$  poloměru  $r$  (obr. 98) musí býti přetlak  $p'$ , udržující v rovnováze tlak vznikající povr-



Obr. 98. Přetlak v mydlinové bublině.



Obr. 99. Zakřivený povrch.

chovým napětím na dvojím povrchu blány. Na zvětšení poloměru bubliny o  $dr$  je třeba práce  $p' \cdot 4\pi r^2 \cdot dr$ , jež se jeví jako zvětšení povrchové energie. Povrch (dvojitý) se zvětšil o

$$2 \cdot 4\pi (r + dr)^2 - 2 \cdot 4\pi r^2 = 16\pi r dr$$

a tedy zvětšení povrchové energie činí  $16\pi r \cdot F \cdot dr$ . Z rovnosti obou výrazů

$$p' \cdot 4\pi r^2 \cdot dr = 16\pi r \cdot F \cdot dr$$

plyne pro potřebný přetlak

$$p' = \frac{4F}{r}.$$

Při jediném kulovém povrchu (na př. u kapky) je tlak způsobený povrchovým napětím

$$p' = \frac{2F}{r}.$$

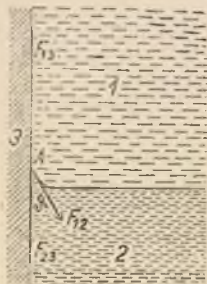
Ve vzorci tom znamená  $1/r$  křivost dané kulové plochy (ve všech směrech stejnou). Není-li však povrch kapaliny zakřiven ve všech kolmých řezech stejně (obr. 99), je třeba v předešlém vzorci dosadit střední křivost určenou vztahem

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right),$$

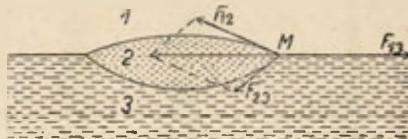
kdež  $r_1$  a  $r_2$  znamená nejmenší a největší poloměr křivosti dvou řezů  $MA$ ,  $MB$  plochy vzájemně kolmých. Je pak obecně tlak vzbuzený zakřiveným povrchem

$$p = F \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right).$$

Nutno ještě vyšetřiti kapilární zjevy při stěnách. Na rozhraní dvou kapalin 1 a 2 při stěně 3 (obr. 100) vznikají ve stykovém bodě  $A$  tři povrchová napětí,  $F_{13}$  a  $F_{23}$ , působící proti sobě podél stěny a  $F_{12}$  na společném rozhraní obou kapalin. Za rovnováhy musí se rozdíl obou napětí podél stěny vyrovnati svislou složkou třetího napětí  $F_{12}$ . Proto společné rozhraní



Obr. 100. Krajiní úhel.



Obr. 101. Kapka oleje ve vodě.

obou kapalin svírá se stěnou úhel  $\vartheta$  (*krajiní úhel*), stanovený podmínkou

$$F_{13} - F_{23} = F_{12} \cdot \cos \vartheta, \quad \text{z čehož} \quad \cos \vartheta = \frac{F_{13} - F_{23}}{F_{12}}.$$

Poněvadž všechna tři povrchová napětí mají stálou hodnotu, jest i krajiní úhel ve všech místech stálý (závislý jen na jakosti obou kapalin a stěny).

Podobný zjev nastává také při jediné kapalině, nad níž je vzduch nebo její nasycená pára. Kapaliny smáčející stěnu vystupují podél stěny do výše a vznikající krajiní úhel je velmi malý (u vody při jenském skle asi  $8^\circ$ ). Kapaliny nesmáčející stěnu (na př. rtuť na skle) mají při stěně povrch prohlouben; krajiní úhel je tupý (pro rtuť při skle  $\vartheta = 128^\circ$ ).

Kápneme-li na povrch jedné kapaliny (na př. vody, obr. 101) jinou kapalinu s ní se nemísící (na př. olej), udrží se kapka pohromadě jen tehdy, když součet povrchových napětí na kapce  $F_{12} + F_{23}$  je větší než napětí  $F_{13}$ , tedy

$$F_{12} + F_{23} > F_{13},$$

což nastane při kapce vaselinového oleje. Při kapce olivového oleje je však

$$F_{12} + F_{23} < F_{13}$$

a proto se kapka roztáhne na velmi tenkou vrstvu po celém povrchu.

**60. Měření povrchového napětí.** Kapalina smáčející stěny (na př. voda u skla) vystoupí v úzké trubici výše, než je okolní vodorovný povrch kapaliny, vzniká kapilární elevace; povrch kapaliny v trubici je dutý nahoru. Naproti tomu kapalina nesmáčející stěny (rtuť a sklo) vytvoří v úzké trubici povrch nahoru vypuklý a stojí tam níže, než je okolní vodorovný její povrch (kapilární deprese).

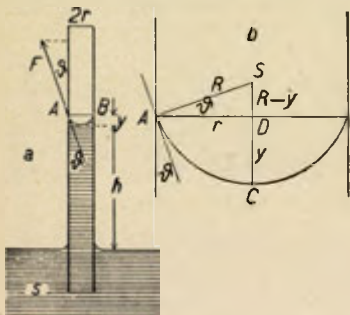
Při kapilární elevaci (obr. 102 a) visí vlastně zdvižený sloupec výšky  $h$  svou povrchovou blanou na vnitřní stěně trubičky. Povrchové napětí  $F$  při krajním úhlu  $\vartheta$  má svislou složku  $F \cdot \cos \vartheta$ , jež působí směrem vzhůru na vnitřním obvodu trubice  $2\pi r$ . Tento celkový tah vzhůru udržuje váhu zdvižené kapaliny, jež je  $\pi r^2 h s g$ .

Z rovnosti

$$2\pi r F \cdot \cos \vartheta = \pi r^2 h s g$$

plyne 
$$F = \frac{r h s g}{2 \cos \vartheta}.$$

Krajní úhel  $\vartheta$  můžeme určit z výšky menisku  $y$  (obr. 102 b). V úzké trubici je povrch velmi přibližně kulový poloměru  $R$ .



Obr. 102. Kapilární elevace.

Z obrazce je zřejmé

$$r^2 + (R - y)^2 = R^2 \quad \text{anebo} \quad r^2 - 2Ry + y^2 = 0,$$

z čehož plyne řešením

$$R = \frac{r^2 + y^2}{2y}$$

a tudíž

$$\cos \vartheta = \frac{r}{R} = \frac{2ry}{r^2 + y^2}.$$

U kapalin smáčejících stěny bývá krajní úhel tak malý, že možno položit  $\cos \vartheta \doteq 1$ . Tímto způsobem lze stanovit povrchové napětí  $F$  z výšky výstupu  $h$  v kapilární trubici známé světlosti. Tých vzorec platí též pro kapilární depresi.



Pro kapilární elevaci (nebo depresi)  $h$  plyne

$$h = \frac{2F \cdot \cos \theta}{r s g};$$

je tudíž nepřímá úměrná vnitřnímu poloměru trubice.

Pro relativní měření povrchového napětí se dobře hodí metoda vážení kapek. Kapalina se nechá velmi zvolna odkapávat z tlustostěnné kapiláry, jejíž spodní konec je rovně vybroušen (obr. 103), a zváží se pak určitý počet kapek. Aby se kapka hmoty  $m$  odtrhla, musí její váha  $m \cdot g$  překonat kapilární napětí  $F$  působící na vnějším obvodu trubice, tedy

$$2\pi R \cdot F = mg,$$

z čehož plyne

$$F = \frac{mg}{2\pi R}.$$

Vzorec tento platí však pouze přibližně, protože při odkapování kapka se v části při trubici zúží a v tom místě se odtrhne, takže část kapaliny zůstává vězeti na trubici.

V uvedeném vzorci je třeba místo konstanty  $2\pi$  dosadit hodnotu menší (průměrně 4) a proto absolutní měření touto methodou nejsou zcela bezpečná. Ale za to se dobře hodí pro srovnávání povrchových napětí dvou kapalin odkapávajících z téže trubice (na př. roztoků různé koncentrace). Pak jest

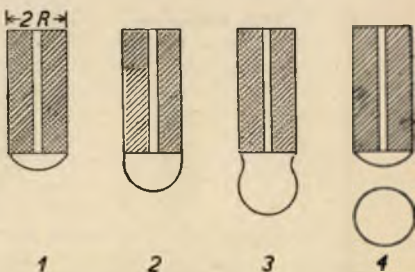
$$F_1 : F_2 = m_1 : m_2$$

a malé změny povrchového napětí se zřetelně projeví ve změněné váze kapek.

Tabulka povrchových napětí při 18°.

|                |            |                  |           |
|----------------|------------|------------------|-----------|
| rtuť . . . .   | 500 dyn/cm | benzol . . . .   | 29 dyn/cm |
| voda . . . .   | 72·8 " "   | petrolej . . . . | 26 " "    |
| glycerin . . . | 66 " "     | alkohol . . . .  | 22 " "    |
| olivový olej . | 33 " "     | éter . . . .     | 17 " "    |

Povrchové napětí s teplotou klesá a při kritické teplotě je nulou.



Obr. 103. Postup při odkapávání.

Závislost povrchového napětí na teplotě:

| $t$          | voda | alkohol |
|--------------|------|---------|
| $0^{\circ}$  | 75·5 | 23·5    |
| $20^{\circ}$ | 72·5 | 21·7    |
| $40^{\circ}$ | 69·5 | 20·0    |
| $60^{\circ}$ | 66·0 | 18·2    |
| $80^{\circ}$ | 62·3 | —       |

U roztoků anorganických solí povrchové napětí zpravidla mírně stoupá s rostoucí koncentrací.

K povrchovému napětí je třeba přihlížeti při odčítání tlakoměru a při stanovení spec. hmoty užitím areometrů; v tomto případě povrchové napětí vtahuje areometr poněkud hlouběji do kapaliny.

**61. Výtok kapalin.** Předpokládáme nejprve kapalinu ideální a odmyslíme si tíži. Budiž kapalina v širokém válci (obr. 104) uzavřena pístem plochy  $q$ , na něj působí vnější síla  $P = p \cdot q$ , takže všude uvnitř kapaliny je hydrostatický tlak  $p$ . Otevřeme-li úzký



Obr. 104. Výtok za přetlaku.

otvor  $O$ , vytéká kapalina rychlostí  $v$  a každá objemová jednotka její nabývá kinetické energie  $\frac{1}{2} s v^2$  ( $s$  = spec. hmota). Této energii nabývá tím, že vnější síla  $P$  koná práci. Posune-li se píst o  $dx$ , je vykonaná práce  $p q \cdot dx$  rovná kinetické energii vyteklé kapaliny, jejíž objem je  $dV = q \cdot dx$ , takže

$$p \cdot q \cdot dx = \frac{1}{2} dV \cdot s v^2, \quad \text{z čehož} \quad p = \frac{1}{2} s v^2.$$

Pokud byla kapalina pod tlakem, měla potenciální energii, jež při výtoku, kdy pozbývá tlaku, se mění v kinetickou energii. Z předchozího vzorce soudíme, že tlak  $p$  znamená potenciální energii objemové jednotky. Pro výtokovou rychlost  $v$  dostáváme

$$v = \sqrt{\frac{2p}{s}}.$$

Kdyby kapalina vytékala z nádoby, v níž má tlak  $p_1$ , do druhé, v níž je tlak  $p_2$ , jest výtoková rychlost

$$v = \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{s}}.$$

V případě, že kapalina vytéká pod hydrostatickým tlakem  $p$  způsobeným vlastní vahou kapaliny a to otvorem ve hloubce  $h$  pod volným povrchem kapaliny, jest

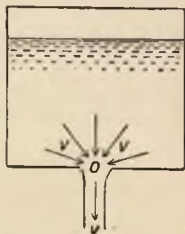
$$p = h s g \quad \text{a tudíž} \quad v = \sqrt{2gh}.$$

Vzorec tento, jež odvodil Toricelli, dosti dobře souhlasí se zkušeností; výtoková rychlost jest jen o málo menší účinkem vnitřního tření.

Počítáme-li však objem  $V$  vyteklé kapaliny za dobu  $t$  výtokovým otvorem plochy  $q$ , očekávali bychom

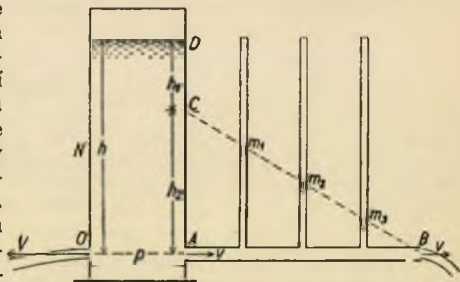
$$V = q \cdot v \cdot t = q \cdot t \sqrt{2gh}.$$

Ve skutečnosti však je objem vyteklé kapaliny značně menší, což je způsobeno zúžením paprsku (*contractio venae*, obr. 105). Příčinou tohoto zúžení vytékajícího paprsku jest v první řadě okolnost, že k výtokovému otvoru přitéká kapalina všemi směry (netoliko svisle) a proto z krajů otvoru teče poněkud dovnitř paprsku. Vedle toho spolupůsobí povrchové napětí na volném paprsku, jež jako pružný prsten jeho průřez zmenšuje. Z měření plyne, že paprsek vytékající z kruhového otvoru v tenké stěně se zužuje na 62% výtokového otvoru; proto objem vyteklé kapaliny činí jen asi 62% z uvedeného theoretického vzorce.



Obr. 105. Zúžení vytékajícího paprsku.

**62. Proudění kapalin trubicemi.** Vytéká-li kapalina vodorovnou trubicí  $AB$  (obr. 106), jest její výtoková rychlost  $v$  značně menší, než kdyby vytékala přímo otvorem  $O$  v téže výšce (měla by rychlost  $V$ ). Tlak  $p$ , jenž znamená potenciální energii objemové jednotky v hloubce  $h$ , mění se totiž jen zčásti v kinetickou energii proudící kapaliny (část příslušná hloubce  $h_1$ ). Zbytek tlaku, příslušný hloubce  $h_2$ , se upotřebí na přemáhání odporu při proudění v trubicí (potenciální energie se mění vnitřním třením kapaliny v teplo). Pořádž kapalina proudí v celé trubicí stálou rychlostí  $v$ , spotřebuje se na odpor stejné délky trubice vždy táž energie a tedy i stejný tlak. U výtokového otvoru  $B$  je tlak nulový (nehledíme k barometrickému tlaku), ale odtud směrem k nádobě rovnoměrně stoupá, jak o tom svědčí výšky sloupců kapaliny v připojených manometrických trubicích  $m_1, m_2, \dots$ . Ze stoupání těchto výšek můžeme stanovití t. zv. *ztracenou výšku*  $h_2$ , příslušnou části tlaku



Obr. 106. Výtok vodorovnou trubicí.

$p' = h_s s g$  spotřebované na přemáhání odporu v trubici. Kinetická energie proudící kapaliny vzniká jen z úbytku tlaku  $p_1$  těsně při ústí trubice. Je tedy

$$p_1 = p - p' = h_s s g = \frac{1}{2} s v^2.$$

Uvažujme místo  $A$  těsně při počátku výtokové trubice. Pokud je kapalina v klidu, má hydrostatický tlak  $p = h s g$ , jenž stanoví potenciální energii objemové jednotky za klidu. Jakmile počne proudit rychlostí  $v$ , zmenší se její tlak o kinetickou energii  $\frac{1}{2} s v^2$ , takže tlak za pohybu  $p'$  (t. zv. tlak *hydrodynamický*) jest

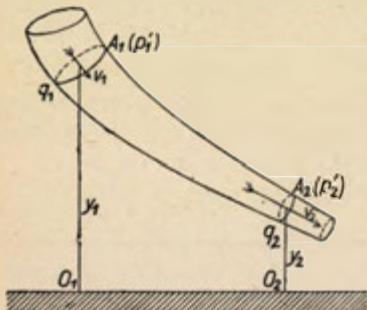
$$p' = p - \frac{1}{2} s v^2.$$

Tato úvaha platí obecně, pokud není třeba přihlížeti ke ztrátám tlakovým, způsobeným vnitřním třením kapaliny. Pro ideální kapalinu tudíž platí:

Hydrodynamický tlak proudící kapaliny jest o kinetickou energii objemové jednotky menší než hydrostatický tlak, jaký by byl v témže místě za klidu.

Dosud jsme předpokládali proudění kapaliny ve vodorovné trubici všude stejného průřezu. Vyšetříme ještě proudění ideální kapaliny (nestlačitelné a bez vnitřního tření) trubíí libovolného tvaru (obr. 107). Za ustáleného toku prochází za vteřinu každým průřezem stejný objem kapaliny, tedy

$$q_1 \cdot v_1 = q_2 \cdot v_2.$$



Obr. 107. Proudění libovolnou trubíí.

Rychlosti  $v_1$  a  $v_2$  jsou nepřímo úměrné příslušným průřezům trubice  $q_1$  a  $q_2$ . Jde o to, stanoviti hydrodynamický tlak  $p'_2$  v místě  $A_2$ , je-li dán hydrodynamický tlak  $p'_1$  v místě  $A_1$ . Byly-li by za klidu kapaliny příslušné hydrostatické tlaky  $p_1$  a  $p_2$ , platí podle odvozené věty

$$p'_2 = p_2 - \frac{1}{2} s v_2^2, \quad p'_1 = p_1 - \frac{1}{2} s v_1^2.$$

Odečtením obou rovnic dostáváme

$$p'_2 - p'_1 = (p_2 - p_1) - \frac{1}{2} s v_2^2 + \frac{1}{2} s v_1^2.$$

Pro rozdíl hydrostatických tlaků však platí, jsou-li  $y_1$  a  $y_2$  výšky příslušných míst, měřené od libovolné roviny  $O_1 O_2$ ,

$$p_2 - p_1 = (y_1 - y_2) s g.$$

Dosadíme-li tento výraz do předešlé rovnice a uvedeme-li členy vztahující se k témuž průřezu na touž stranu, dostáváme vztah

$$p'_2 + \frac{1}{2} s v_2^2 + y_2 s g = p'_1 + \frac{1}{2} s v_1^2 + y_1 s g = \text{konst.},$$

jenž musí platiti obdobně i pro kterýkoliv jiný průřez. Dělíme-li tento vztah spec. hmotou  $s$ , máme pro libovolný průřez

$$\frac{1}{2} v^2 + \frac{p'}{s} + y g = \text{Konst.},$$

kteroužto základní rovnici hydrauliky odvodil D. Bernoulli (1738) a nazývá se proto rovnice Bernoulliho. Jest vlastně výrazem principu o zachování energie; znamená, že součet energie kinetické  $\frac{1}{2}v^2$ , potenciální energie tlakové  $p'/s$  a energie polohy  $y \cdot g$  jednotky hmotné zůstává při proudění ideální kapaliny všude stejný.

Dělíme-li Bernoulliho rovnici tíhovým zrychlením  $g$ , mají všechny členy rozměr výšky a jest pak

$$\frac{v^2}{2g} + \frac{p'}{sg} + y = y_0.$$

V této rovnici znamená:

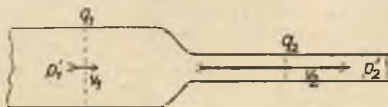
$\frac{v^2}{2g}$  rychlostní výšku, potřebnou na vzbuzení rychlosti  $v$ ,

$\frac{p'}{sg}$  tlakovou výšku hydrodynamickou, potřebnou na vzbuzení tlaku  $p'$  a

$y$  výšku polohy daného průřezu. Součet všech těchto výšek je všude stálý.

Jde-li o kapalinu s vnitřním třením, je třeba přihlížeti ještě k t. zv. ztracené výšce, potřebné k přemáhání odporu proudění. O těchto problémech jedná technická hydraulika.

Proudí-li kapalina trubicí náhle se zužující (obr. 108), vzrůstá při ustáleném toku značně rychlost  $v$  v zúžené části, tedy i kine-



Obr. 108. Trubice náhle se zužující.

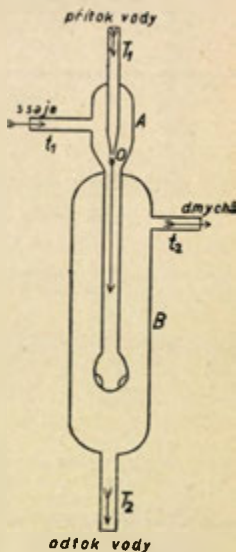
tická energie a proto hydrodynamický tlak klesne o část rovnou zvýšení kinetické energie jednotky objemové. Je tedy

$$p'_1 - p'_2 = \frac{1}{2}s(v_2^2 - v_1^2),$$

z čehož plyne

$$p'_2 = p'_1 - \frac{1}{2}s(v_2^2 - v_1^2).$$

Při značném zúžení může se státi hydrodynamický tlak  $p'_2$  v zúžené části negativní (t. j. menší než vnější tlak barometrický). Učiníme-li pak v zúžené části otvor, kapalina netoliko jím nevytéká, nýbrž ještě ssaje okolní vzduch. Na tom se zakládá vodní vývěva (obr. 109). Voda z vodovodu přitéká trubicí  $T_1$  náhle se zužující; prudce vytékající paprsek ssaje z okolí (trubicí  $t_1$ ) vzduch. Jestliže nassátý



odtok vody

Obr. 109. Vodní vývěva.

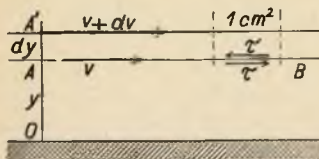


vzduch s vodou jímáme do nádoby  $B$ , z níž voda spodem jen zvolna odtéká (zaškrtneme odtok trubici  $T_2$ ), tu se zhušťuje vzduch v nádobě  $B$  a fouká se trubicí  $t_2$  ven (vodní dmychadlo).

Jestliže se prudce tekoucí kapalina náhle zarazí, stoupne její tlak o obnos rovný kinetické energii. U vodovodů nesmí býti kouty, neboť náhlým zaražením toku vodního by tlak prudce stoupl a mohlo by prasknouti potrubí. Proto jsou vodovody opatřeny šroubovým uzavíráním, aby se proud vodní jen pozvolna zastavoval. — Na náhlém stoupnutí tlaku zaraženého proudu vodního se zakládá vodní trkač.

**63. Vnitřní tření kapalin (viskositá).** Dosud jsme předpokládali kapaliny dokonale tekuté, u nichž i za pohybu se mohou vyskytovat jen normální napětí (tlaky), ne však tečné napětí. Skutečné kapaliny jsou však jen neúplně tekuté. Pohybují-li se sousední vrstvy různými rychlostmi, snaží se rychlejší vrstva kapaliny zrychlovati vrstvu pomalejší a naopak tato zdržuje rychlejší vrstvu, kterýžto zjev je podmíněn *vnitřním třením* neboli *viskositou* kapaliny.

Na stykové ploše  $AB$  (obr. 110) dvou vrstev různé rychlosti vzniká tudíž vnitřním třením tečné napětí  $\tau$  (síla na jednotku plochy). Z pokusů plyne, že toto tečné napětí  $\tau$  jest úměrné gradientu rychlosti  $dv/dy$ , t. j. přírůstku rychlosti ve vrstvách vzdálených o jednotku délky (cm), tedy



Obr. 110. Vnitřní tření kapalin.

$$\tau = \eta \cdot \frac{dv}{dy}$$

Koeficient  $\eta$  se nazývá *koeficient vnitřního tření*; jeho rozměr jest v absolutní míře

$$[\eta] = \left[ \frac{\tau \cdot dy}{dv} \right] = \frac{\text{dyn}}{\text{cm}^2} \cdot \frac{\text{cm}}{\text{cm} \cdot \text{sec}^{-1}} = \frac{\text{dyn} \cdot \text{sec}}{\text{cm}^2} = \frac{\text{g}}{\text{cm} \cdot \text{sec}}$$

Převratná hodnota tohoto koeficientu se mnohdy nazývá *tekutost* (fluidita) dané kapaliny.

Bylo by možno podobným způsobem definovati též vnější tření jakožto tečné napětí na stykové ploše proudící kapaliny se stěnou. Pokusy však ukazují, že na povrchu stěny zůstává kapalina v klidu (lpí na stěně). To znamená, že koeficient vnějšího tření je velmi značný (prakticky nekonečně veliký), jenž zamezuje pohyb kapaliny těsně při stěně, takže k vnějšímu tření kapalin není třeba přihlížeti. — Při mazání čepů olejem mění se velké tření za sucha v malé poměrně vnitřní tření oleje.

Důsledkem vnitřního tření kapalin jest, že kapaliny kladou proti pohybu pevných těles určitý odpor, úměrný rychlosti  $v$ . Při pohybu koule poloměru  $r$  odvodil Stokes pro tento odpor  $P$  vztah

$$P = 6\pi\eta rv.$$

Koule padající v kapalině zvětšuje tudíž svoji rychlost jen z počátku a nabývá pak konečné stálé rychlosti, při níž váha koule zmenšená o vztlak kapaliny se právě rovná odporu kapaliny. Značí-li  $S$  spec. hmotu koule a  $s$  spec. hmotu kapaliny, platí rovnice

$$\frac{4}{3}\pi r^3 (S - s)g = 6\pi\eta rv;$$

z ní plyne pro konečnou rychlost  $v$  vzniklého rovnoměrného pohybu

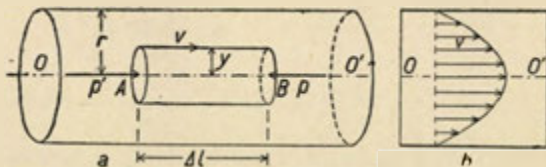
$$v = \frac{2}{9} \frac{gr^2 (S - s)}{\eta}.$$

S ubývajícím poloměrem se tato konečná rychlost velmi značně zmenšuje. To jest příčinou, že mikroskopické částice v zakalených kapalinách se velmi dlouho udržují v kapalině a jen zvolna klesají ke dnu (sedimentace zakalených kapalin).

Proudí-li kapalina úzkou trubicí, jest její rychlost při stěnách nulou a vzrůstá směrem k ose trubice. Pro objem  $V$  proteklé kapaliny za dobu  $T$  odvodil Poiseuille (1846) vztah

$$V = \frac{\pi r^4}{8\eta} \cdot \frac{p}{l} \cdot T,$$

v němž znamená  $p$  úbytek tlaku na délce trubice  $l$  a  $r$  vnitřní poloměr trubice.



Obr. 111. Průtok úzkou trubicí.

Budiž při ustáleném toku (obr. 111) ve vzdálenosti  $y$  od osy  $OO'$  rychlost kapaliny  $v$ . Úvažujme kapalinu obsaženou v souosém válci poloměru  $y$  a délky  $\Delta l$ , na níž tlak klesá o hodnotu  $\Delta p = p' - p$ . Přetlak vznikající z tlaků na obě základny jest

$$\pi y^2 \cdot p' - \pi y^2 \cdot p = \pi y^2 \cdot \Delta p$$

a udržuje se v rovnováze vnitřním třením na plášti uvažovaného válce. Plocha pláště jest  $2\pi y \cdot \Delta l$ , na každou plošnou jednotku působí tečné napětí

$$\tau = -\eta \cdot \frac{dv}{dy};$$

znaménko — je třeba připojit, protože s rostoucím  $y$  rychlost  $v$  klesá, gradient rychlosti je tedy  $-dv/dy$ . Celková síla způsobená vnitřním třením na plášti se rovná přetlaku na obou základnách, což vede k vztahu

$$-2\pi y \cdot \Delta l \cdot \eta \cdot \frac{dv}{dy} = \pi y^2 \cdot \Delta p.$$

Pro přírůstek rychlosti  $dv$  na vzdálenosti  $dy$  od středu plyne z předešlého vztahu

$$dv = -\frac{1}{2\eta} \cdot \frac{\Delta p}{\Delta l} \cdot y \cdot dy,$$

takže po integraci máme

$$v = -\frac{1}{4\eta} \cdot \frac{\Delta p}{\Delta l} \cdot y^2 + C.$$

Integrační konstanta  $C$  je stanovena podmínkou, že na vnitřní stěně trubice ( $y=r$ ) je rychlost nulová, z níž plyne

$$C = \frac{1}{4\eta} \cdot \frac{\Delta p}{\Delta l} \cdot r^2 \quad \text{a tedy} \quad v = \frac{1}{4\eta} \cdot \frac{\Delta p}{\Delta l} \cdot (r^2 - y^2).$$

Geometrický význam poslední rovnice jest tento: sestrojíme-li v osovém řezu (obr. 111b) vektory rychlosti  $v$ , vyplňují jejich koncové body parabolu.

Plochou mezikruží o vnitřním poloměru  $y$  a šířce  $dy$  proteče za vteřinu objem kapaliny

$$dV_1 = 2\pi y \cdot dy \cdot v = \frac{\pi}{2\eta} \cdot \frac{\Delta p}{\Delta l} (r^2 - y^2) y \cdot dy$$

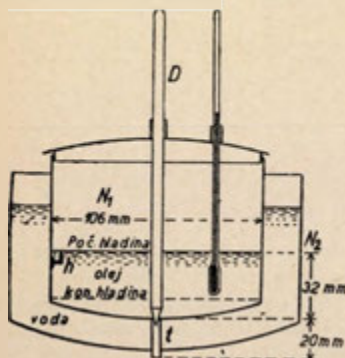
a tedy objem  $V_1$  protékající celým průřezem jest

$$V_1 = \frac{\pi}{2\eta} \cdot \frac{\Delta p}{\Delta l} \cdot \int_0^r (r^2 y - y^3) dy = \frac{\pi}{2\eta} \cdot \frac{\Delta p}{\Delta l} \cdot \left[ \frac{r^2 y^2}{2} - \frac{y^4}{4} \right]_0^r = \frac{\pi}{8\eta} \cdot \frac{\Delta p}{\Delta l} \cdot r^4.$$

Objem  $V$ , protéký za dobu  $T$  trubicí délky  $l$  za celkového rozdílu tlakového  $p$  je pak

$$V = \frac{\pi r^4}{8\eta} \cdot \frac{p}{l} \cdot T,$$

jak bylo dříve uvedeno.



Obr. 112. Englerův viskosimetr.

Podle vzorce právě uvedeného je možno měřiti koeficient vnitřního tření kapalin z doby průtoku  $T$  určitého objemu kapaliny  $V$  za známého tlakového spádu a rozměrů trubice. Přístroje k tomu určené se nazývají *viskosimetry*; o měření jimi viz Zákł. prakt. fys., str. 100.

Pro měření viskosity olejů užívá se v praxi viskosimetru Englerova (obr. 112). Je to válcová nádoba  $N_1$  (průměr 106 mm) se zaobleným dnem, uvnitř zlačená. Uprostřed dna je svislá trubička  $t$  uvnitř poplatinovaná,

délky 20 mm, nahoře průměru 2·9 mm, dole 2·8 mm. Celá nádoba je obklopena druhou nádobou  $N_2$ , do níž se naleje voda (po př. zdola zahřívána), aby se mohlo měřiti při různých teplotách. Úzká trubička uzavře se shora zašpičatělou tyčinkou dřevěnou  $D$  a pak se naleje do vnitřní nádoby zkoumaná kapalina (zpravidla 240 cm<sup>3</sup>) tak, aby její hladina sahala vždy do téže výše, určené třemi postranními hroty  $h$ . Měří se doba  $T$ , za kterou proteče trubičkou právě 200 cm<sup>3</sup> kapaliny; tato doba  $T$  určuje pak Englerův stupeň viskosity. Správnost viskosimetru se kontroluje tím, že 200 cm<sup>3</sup> destilované vody při 20° má protéci za dobu 50 až 52 sec. Z doby průtoku  $T$  jiné kapaliny (spec. hmoty  $s$ ) lze pak přibližně stanoviti koeficient vnitřního tření podle vzorce

$$\eta = s \left( 0.001435 T - \frac{3.22}{T} \right).$$

Koeficienty vnitřního tření při 18° C v  $\frac{\text{g}}{\text{cm} \cdot \text{sec}}$

|                   |        |                         |        |
|-------------------|--------|-------------------------|--------|
| éter . . . . .    | 0.0026 | rtuť . . . . .          | 0.0159 |
| benzol . . . . .  | 0.0067 | terpentinový olej . . . | 0.019  |
| voda . . . . .    | 0.0105 | anilin . . . . .        | 0.046  |
| alkohol . . . . . | 0.0122 | glycerin . . . . .      | 10.7   |

S rostoucí teplotou koeficient vnitřního tření se rychle zmenšuje, jak je zřejmé z tabulky pro vodu:

|               |        |                |        |
|---------------|--------|----------------|--------|
| 0° . . . . .  | 0.0179 | 40° . . . . .  | 0.0066 |
| 10° . . . . . | 0.0131 | 60° . . . . .  | 0.0047 |
| 20° . . . . . | 0.0100 | 80° . . . . .  | 0.0036 |
| 30° . . . . . | 0.0080 | 100° . . . . . | 0.0028 |

Poiseuilleův vzorec pro průtok kapaliny trubicí platí jen při mírných rychlostech, pokud proudí kapalina v jednotlivých rovnoběžných vláknech (proudění *laminární*). To je splněno, pokud průměrná rychlost  $u$  kapaliny jest menší než t. zv. *kritická rychlost*  $U$ , definovaná vztahem

$$U = \frac{1000 \eta}{s \cdot r}.$$

Při laminárním proudění jest odpor trubice úměrný prvé mocnině průměrné rychlosti.

Jakmile však průměrná rychlost  $u$  přestoupí kritickou rychlost  $U$ , laminární proudění přestává býti stabilní a přechází v t. zv. proudění *turbulentní*, při němž proudová vlákna se zcela nepravidelně navzájem proplétají. Zjev tento zjistil O. Reynolds (1883). Při proudění turbulentním odpor trubice vzrůstá přibližně s druhou mocninou průměrné rychlosti.

### III. Aeromechanika.

**64. Obecné vlastnosti plynů.** Plyny jsou jako kapaliny tekuté, což znamená, že ke změně jejich tvaru není zapotřebí téměř žádné energie. Za klidu působí v nich (jako v kapalinách) pouze tlak kolmý k tlačené ploše; za pohybu vyskytují se v nich také zcela malá tečná napětí, jimiž je podmíněna jejich viskositá. Od kapalin liší se však značnou stlačitelností, po př. rozpínavostí, jež způsobuje, že plyny vyplňují celý prostor nádoby, v níž jsou uzavřeny, a nemají volného povrchu. U plynů je možno snadno měniti netoliko jejich tvar (jako u kapalin), nýbrž i jejich objem.

Všechno, co souvisí s tekutostí, platí stejně pro plyny jako pro kapaliny, tedy rovnoměrné šíření tlaku (nehledíme-li k tíži), vznik hydrostatického tlaku účinkem tíže a zákon Archimédův.

Za rovnovážného stavu je tlak (napětí) plynu vždy kolmý k tlačené ploše. Absolutní jednotkou tlaku jest

$$1 \frac{\text{dyn}}{\text{cm}^2} = \text{mikrobar}; \quad 10^6 \frac{\text{dyn}}{\text{cm}^2} = \text{bar}.$$

Tlak 1 megadyny na  $\text{cm}^2$  sluje (podle pařížské konference z r. 1900) bar. V německých spisech se mnohdy užívá názvu bar odlišně pro tlak 1 dynu na  $1 \text{ cm}^2$ .

V plynu uzavřeném v nádobě vzniká vedle vlastního napětí plynu účinkem tíže i tlak hydrostatický, jenž však při mírných rozměrech nádoby je zcela nepatrný proti napětí plynu. Proto není třeba zpravidla k němu přihlížeti a považujeme tlak uzavřeného plynu jako všude stejný.

**65. Tlak barometrický.** Ovzduší obklopuje Zemi do značné výše, ovšem s rostoucí výškou hustota vzduchu klesá. Ve výšce 60 km je vzduch již tak řídký, jak jej dovedeme dobrými vývěvami zřediti. Z úkazu severní záře soudíme, že stopy vzduchu sahají ještě mnohem výše (do 300 až 400 km). Ovzduší zemské svojí vahou způsobuje při povrchu zemském tlak atmosférický, o němž se přesvědčíme známým pokusem Toricelliovým, jež vykonal poprvé r. 1643 jeho přítel Viviani. Tlak atmosférický se poněkud mění se stavem ovzduší jakož i s nadmořskou výškou. Jakožto normální tlak vzduchu čili 1 atmosféru (označení atm) bývá tlak rovný hydrostatickému tlaku rtuťového sloupce 760 mm vysokého při  $0^\circ \text{C}$  na  $45^\circ$  severní šířky při hladině mořské (t. j. při normálním zrychlení tíhovém  $g = 980.665 \text{ cm/sec}^2$ ). Podle toho jest

$$1 \text{ atm} = 76 \cdot 13.596 \cdot 980.665 = 1.01323 \cdot 10^6 \text{ dyn/cm}^2 \\ = 1.01323 \text{ bar} = 1.0333 \text{ kg}^*/\text{cm}^2.$$



Tlaku 1 baru (megadyn na  $\text{cm}^2$ ) přísluší výška sloupce rtuťového 750·07 mm za normálních poměrů.

V technických spisech rozumí se atmosférou tlak rovný váze 1 kg na  $\text{cm}^2$  a označuje se at. Tomuto tlaku přísluší výška sloupce rtuťového 735·52 mm při  $0^\circ \text{C}$ .

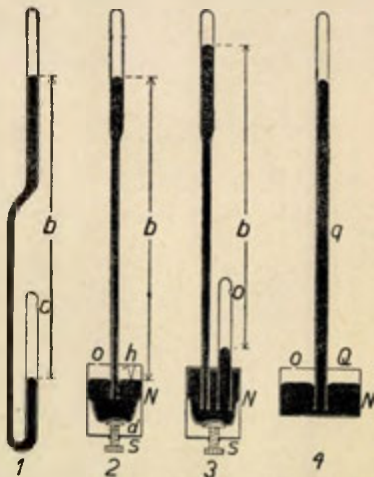
$$1 \text{ at} = 0\cdot9678 \text{ atm}, \quad 1 \text{ atm} = 1\cdot0333 \text{ at}.$$

V Praze-II. v nadmořské výšce 215 m je průměrný tlak barometrický 742·5 mm Hg  $0^\circ$ , v Brně (nadmořská výška 267 m) je 738·6 mm Hg  $0^\circ$ .

**66. Tlakoměry.** Pro přesná měření tlaku vzduchu užíváme výhradně tlakoměrů (barometrů) rtuťových, jež jsou vesměs založeny na myšlence Toricelliova pokusu. Hlavní jejich druhy (obr. 113) jsou:

1. *Tlakoměr dvojramenný* (Gay-Lussac). Skleněná trubice, ohnutá do tvaru U, má delší rameno zataveno, kratší dolní je opatřeno malým otvorem  $o$  (pro spojení s vnějším vzduchem). Trubice je naplněna rtutí tak, aby v delším rameni bylo nade rtutí dokonalé vakuum. Odčítá se výška obou menisků rtuťových; rozdíl těchto výšek stanoví tlak vzduchu. Tím, že je trubice v obou ramenech stejně široká, zmírní se značně vliv kapilární deprese rtuti. Zbývá jen malá chyba vznikající tím, že při změně tlaku jeden meniskus vystupuje a je proto vypuklejší, kdežto druhý klesá a je proto méně zakřiven, jakož i tím, že dolní meniskus se poněkud oxyduje při styku se vzduchem.

2. *Tlakoměr nádobkový* (Fortin). Barometrická trubice zasahuje dolním otevřeným koncem do nádoby  $N$ , přepažené koženým dnem  $d$ , jež je možno šroubem  $s$  zdvíhati. Uvnitř nádoby je kostěný nebo ocelový hrot  $h$  mířící dolů, jehož špička stanoví počátek stupnice. Před odečtením tlaku zdvihneme šroubem hladinu rtuti v dolní nádobce tak, aby se přesně dotkla hrotu; správný dotyk se citlivě pozná, že hrot se svým obrazem tvoří dvojkužel



Obr. 113. Hlavní druhy barometrů.

bez mezery a že pod hrotem není prohlubinka v povrchu rtuti. Tlak se pak odečte na stupnici nanesené na obalu barometrické trubice. Není-li barometrická trubice v horní části dosti široká (25 mm, má-li býti zaručeno správné odčítání na 0.1 mm), je naměřený tlak o kapilární depresi rtuti menší než skutečný.

3. *Tlakoměr normální* (Wild). Nádobka  $N$  s koženým dnem na šroubu (jako u tlakoměru Fortinova) jest úplně vyplněna rtutí. Do ní zasahují dvě stejně široké trubice; delší barometrická je nahore zatavena, kratší je otevřená. Barometrický tlak jest určen výškovým rozdílem obou hladin rtuti (jako u tlakoměru Gay-Lussacova). Před odečtením buď zdvihneme nebo snížíme šroubem obě hladiny rtuti, takže oba menisky vznikají stejným způsobem a jeví stejnou kapilární depresi, jež se proto v rozdílu výšek ruší.

4. *Tlakoměr variační* (staniční). Do válcové nádoby  $N$  s pevným dnem zasahuje barometrická trubice. Na stupnici je dělení zmenšené v tom poměru, aby se tím současně opravovala změna dolní hladiny rtuti. Budiž průřez rtuti v barometrické trubici  $q$  a v nádobce  $Q$ ; stoupne-li rtuť v trubici o  $x$ , klesne současně v nádobce o  $y$ , při čemž

$$q \cdot x = Q \cdot y, \text{ z čehož } y = x \cdot \frac{q}{Q}.$$

Celková změna tlaku je pak

$$\Delta b = x + y = x \left( 1 + \frac{q}{Q} \right).$$

Je třeba tudíž od jistého normálního tlaku (na př. 760 mm Hg) nanést na obě strany stupnici zmenšenou v poměru

$$1 : \left( 1 + \frac{q}{Q} \right)$$

a pak jediným odečtením na této stupnici stanovíme správný tlak.

Rtuť v tlakoměrech musí býti naprosto čistá a nade rtutí v barometrické trubici musí býti dokonalé vakuum. Přesvědčíme se o tom, naklánějíce barometr; nárazem rtuti na zatavený konec trubice musí vzniknouti ostrý zvuk (netlumený vzduchovou bublinou). Při odčítání barometrického tlaku je třeba přihlížeti k tomu, aby stupnice byla svislá. Odčítáme současně vždy též teplotu vzduchu na teploměru spojeném s barometrem. Teplota má na odečtení barometrické dvojí vliv: rtuť mění specifickou hmotu a tím se mění i výška sloupce, udržujícího v rovnováze tlak vzduchu; stupnice mění rovněž svoji délku. Proto každé odečtení barometru  $b$  redukuje na nulovou teplotu. Měřítka je správné při  $0^{\circ}\text{C}$ ; naměříme-li na něm výšku sloupce  $b$ , jest správná výška  $b(1 + \alpha t)$ , značí-li  $\alpha$  koeficient lineární roztažnosti

měřítka (pro mosaz 0·000019, pro sklo 0·000008). Je-li  $s_0$  spec. hmota rtuti při  $0^\circ$ , jest její spec. hmota  $s$  při teplotě  $t$

$$s = \frac{s_0}{1 + \beta t},$$

kdež  $\beta = 0·000182$  značí koeficient objemové roztažnosti rtuti. Rovnost hydrostatických tlaků rtuti při teplotách  $0^\circ$  a  $t^\circ$  vyžaduje

$$b_0 \cdot s_0 = b(1 + \alpha t) \cdot s = b(1 + \alpha t) \cdot \frac{s_0}{1 + \beta t},$$

z čehož pro redukovaný barometrický tlak  $b_0$  plyne

$$b_0 = b \frac{1 + \alpha t}{1 + \beta t} = b[1 - (\beta - \alpha)t]; \text{ korekce je } \Delta b = -b(\beta - \alpha)t.$$

Zhruba činí tato oprava  $\frac{1}{8}$  mm za každý stupeň teploty. Pro rychlý odhad stačí tudíž odečísti  $\frac{1}{8}t$  od tlaku naměřeného v mm. Při přesných měřeních buď počítáme podle hořejšího vzorce anebo použijeme interpolační tabulky (Zákl. prakt. fys., str. 253).

Při nejpresnějších měřeních je třeba zavést další dvě opravy a to vzhledem ke kapilární depresi rtuti a vzhledem k zrychlení tíhovému pozorovacího místa (srovn. Zákl. prakt. fys., str. 71).

Pro hrubá měření tlaku vzdušného užívá se kovových tlakoměrů, zvaných aneroidy.

*Aneroid Vidiho* je v podstatě dutá krabice se základnami z vlnitého plechu, z níž je vzduch vyčerpán. Proměnlivým tlakem vzdušným prohýbají se základny krabice a malý jejich průhyb se pákovým ústrojím zvětšuje a převádí na ručičku, jež ukazuje na stupnici zkusmo dělenou. V *barografu* Richardově převádí se podobným způsobem průhyb několika takovýchto krabic na páku s pisátkem, jež zapisuje časový průběh tlaku na papír navinutý na váleci, jenž se hodinovým strojem otáčí.

*Aneroid Bourdonův* má jako podstatnou část plochou trubici stočenou do tvaru kruhového, z níž je vzduch vyčerpán. Jeden konec trubice je upevněn, druhý je volný. Při rostoucím tlaku vzduchu trubice se silněji zakřivuje, při klesajícím tlaku se rozvírá. Malý pohyb volného konce převádí se ozubeným převodem na ručičku ukazující na stupnici zkusmo zhotovenou.

Aneroidy kovové jsou sice velmi pohodlné, ale málo přesné. Pružnost krabice Vidiho nebo trubice Bourdonovy se totiž mění s teplotou a tento vliv nelze dobře vymýtit.

**67. Zákon Boyle-Mariotteův.** Změní-li se objem  $V$  plynu za stále teploty, změní se současně jeho tlak  $p$ . Prvá měření o této

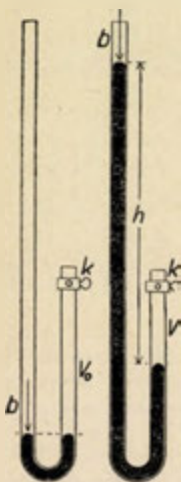
závislosti konal Boyle r. 1660; nezávisle na něm konal tytéž pokusy Mariotte r. 1679 a odvodil z nich tento vztah:

Tlak plynu za stálé teploty jest nepřímo úměrný jeho objemu, tedy

$$p = \frac{\text{konst}}{V} \quad \text{anebo} \quad p \cdot V = \text{konst.}$$

Tento zákon, jež pro stručnost budeme nazývati zákon Boyleův, demonstruje se zpravidla pomocí trubice ohnuté do tvaru U (obr. 114), v jejímž kratším uzavřeném rameni jest určitý objem  $V_0$  vzduchu za barometrického tlaku  $b$ . Přileže-li se rtuť do delšího otevřeného ramene, zmenší se objem plynu na  $V$ , ale je nyní pod tlakem  $b + h$ ; z pokusů plyne

$$b \cdot V_0 = (b + h) V = \text{konst.}$$



Obr. 114.  
Demonstrace  
Boyleova zákona.

Jinak lze demonstrovati Boyleův zákon touto jednoduchou úpravou: V dlouhé tlustostěnné kapiláře všude stejné světlosti, na jednom konci zatavené, na druhém otevřené, jest uzavřen vzduch rtuťovým sloupcem  $l$ . Při vodorovné poloze měřž objem  $V_0$  za barometrického tlaku  $b = p_0$ . Postavíme-li trubici svisle zataveným koncem dolů, zmenší se objem na  $V_1$  a podléhá barometrickému tlaku  $p_1 = b + l$ . Při obráceně svislé poloze zvětší se objem na  $V_2$  a podléhá tlaku  $p_2 = b - l$ . Z pokusů plyne, že součin  $p \cdot V$  ve všech třech polohách má touž hodnotu.

Specifická hmota  $s$  plynu je nepřímo úměrná objemu. Ve spojení se zákonem Boyleovým plyne z toho, že specifická hmota plynu roste za stálé teploty úměrně s tlakem plynu, tedy

$$s = s_0 \cdot \frac{p}{p_0},$$

znamená-li  $s_0$  spec. hmotu plynu při tlaku  $p_0$ .

Za mírných změn objemu nebo tlaku vyhovuje zákon Boyleův velmi dobře. Avšak za velikých tlaků jeví se od něho u všech plynů zřetelné odchylky. Podle měření Régnaultových je na dané zmenšení objemu potřebí tlaku uvedeného v následující tabulce (v atm):

| objem          | vzduch | CO <sub>2</sub> | H <sub>2</sub> |
|----------------|--------|-----------------|----------------|
| 1              | 1·000  | 1·000           | 1·000          |
| $\frac{1}{5}$  | 4·979  | 4·829           | 5·012          |
| $\frac{1}{10}$ | 9·916  | 9·226           | 10·056         |
| $\frac{1}{15}$ | 14·825 | 13·187          | 15·136         |
| $\frac{1}{20}$ | 19·720 | 16·705          | 20·269         |

Z tabulky vysvítá, že velmi značné odchylky jeví kysličník uhličitý (a podobně i jiné plyny, které lze poměrně snadno zkapalnit). K danému zmenšení objemu stačí menší tlak než počítaný podle zákona Boyleova; takovéto plyny jsou tudíž stlačitelnější, než jak odpovídá Boyleovu zákonu. Takto se chová i vzduch jakož i ostatní permanentní plyny s výjimkou vodíku, ale odchylky jsou mnohem menší. Jedině vodík se chová odchýlně a jest méně stlačitelný než podle zákona Boyleova.

Zvětšujeme-li tlak na značně velké hodnoty, součin  $p \cdot V$  pro všechny plyny mimo vodík nejprve se zmenšuje (jeví větší stlačitelnost), ale pak trvale roste, takže za velikých tlaků jsou všechny plyny méně stlačitelné, než jak bychom očekávali podle zákona Boyleova.

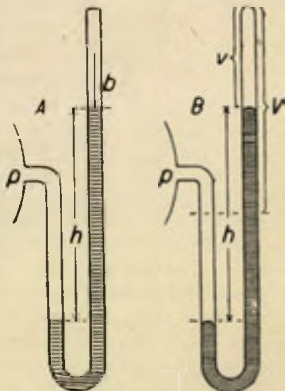
**68. Manometry.** Přístroje pro měření tlaku plynů slují *manometry*. Pro přesná měření se hodí pouze manometry rtuťové; v tom případě vyjadřují se tlaky v mm Hg 0°.

Mírný přetlak proti barometrickému tlaku se měří manometrem otevřeným (obr. 115 A); měřený tlak jest  $p = b + h$ , ovšem je-li kapalinou rtuť. Tohoto manometru se užívá zejména pro stanovení přetlaku svítiplynu; bývá plněn vodou a přetlak je stanoven výškou vodního sloupce.

Pro větší tlaky užíváme manometru zavřeného (obr. 115 B). Byl-li za barometrického tlaku  $b$  původní objem vzduchu  $V$ , má uzavřený vzduch po zmenšení se objemu na  $v$  tlak  $b \cdot V/v$ . K tomuto tlaku je třeba ještě připočísti tlak sloupce  $h$ , příslušný rozdílu obou hladin rtuťových, takže měřený tlak jest

$$p = b \cdot \frac{V}{v} + h.$$

Tlaky zředěných plynů měříme zkráceným barometrem.



Obr. 115. Manometry  
A otevřený. B zavřený.



Pro velmi malé tlaky (zejména při značném zředění vývěvou) užíváme manometru Mac Leodova (obr. 116). Nejprve snížíme nádobu  $N$  se rtutí tak, aby rtuť v manometru klesla k místu  $z$ , kde odbočuje spojení k recipientu a vývěvě. Uvnitř objemu  $V$  (skleněná nádoba mající nahoře tlustostěnnou kapiláru  $k$ ) je pak též tlak  $p$  jako v recipientu. Pak zdvíháme nádobu  $N$ , čímž se přeruší spojení s recipientem, až rtuť vyplní celou nádobu  $V$  a část kapiláry  $k$ , takže objem vzduchu se zmenší na  $v$ . Vzduch v kapiláře má pak podle zákona Boyleova tlak  $p \cdot V/v$ , jenž je o tlak sloupce  $h$  větší než původní tlak  $p$  v recipientu. Ze vztahu

$$p \cdot \frac{V}{v} = p + h \quad \text{plyne} \quad p = h \frac{v}{V-v}.$$

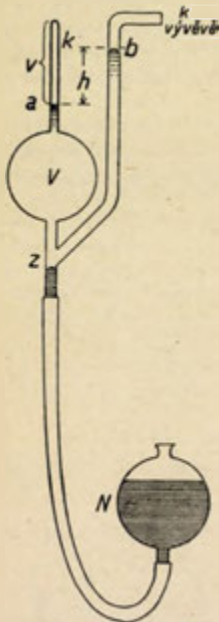
Ve všech odvozených vzorcích stanovíme tlak výškou sloupce rtuťového. Je zřejmé, že je třeba při tom přihlížeti k objemové roztažnosti rtuti s teplotou a zavéstí příslušnou opravu.

V technické praxi tlak se měří výhradně manometry kovovými. Manometry soustavy Bourdonovy mají za podstatnou část plochou kovovou trubici stočenou téměř do kruhu. Spojíme-li ji s prostorem, v němž měříme tlak, narovná se poněkud vnitřním přetlakem a malý pohyb volného jejího konce se převádí na pohyb ručičky ukazující na stupnici zkusmo nanesenou.

V manometru soustavy Vidiovy působí měřený tlak přímo na kovovou vlnitou blánu, kterou prohýbá. Malý průhyb se vhodným zařízením zvětšuje a přenáší na ukazovatele. Technické manometry jsou vždy graduovány v technických atmosférách (1 at = 1 kg/cm<sup>2</sup>).

Pro časový zápis proměnlivého tlaku (na př. v parním válci) užívá se *indikátoru* (obr. 117). Je to dutý válec  $V$ , v něm se pohybuje píst  $p$  na silné vzpružině  $v$ . Podle velikosti tlaku stlačí se vzpružina více nebo méně; pohyb pístu se převádí pákovým zařízením na brot  $h$ , jenž zapisuje okamžitou velikost tlaku na papír navinutý na otáčivém bubnu  $B$ .

**69. Barometrické měření výšek.** Stoupáme-li do výšky, tlak vzduchu se zmenšuje, avšak podle složitějšího vzorce než v ka-



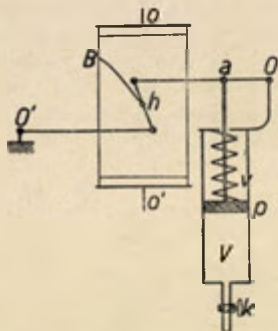
Obr. 116. Manometr Mac Leodův.

palinách, neboť specifická hmota vzduchu  $\sigma$  se mění jak tlakem  $b$  (cm Hg), tak i teplotou a vlhkostí. Značí-li  $\sigma_0 = 0.001293 \text{ g/cm}^3$  spec. hmotu vzduchu za normálních poměrů ( $0^\circ$ , 76 cm Hg), jest

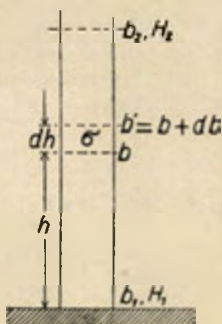
$$\sigma = \sigma_0 \cdot \frac{b}{76} \cdot \frac{1}{1 + \beta t}$$

kdež  $t$  značí teplotu a  $\beta = 0.00367$  je objemový koeficient roztažnosti plynů (k vlhkosti zatím nepřihlížíme).

Předpokládejme nejprve suchý vzduch všude stejné teploty  $t$  a uvažujme sloupec vzduchový průřezu  $1 \text{ cm}^3$  (obr. 118). Ve výšce  $h$  (cm) budiž tlak vzduchu  $b$  (cm Hg), jenž měří v absolutní soustavě  $b \cdot S \cdot g$ , značí-li  $S = 13.596 \text{ g/cm}^3$  spec. hmotu rtuti



Obr. 117. Tlakový indikátor.



Obr. 118. Barometrické měření výšek.

a  $g$  zrychlení tíhové. Vystoupíme-li o výšku  $dh$ , klesne tlak na  $b'$  (v absolutní soustavě  $b' \cdot S \cdot g$ ) a to o váhu sloupce vzduchového výšky  $dh$ . Je tudíž

$$dh \cdot \sigma \cdot g = (b - b') S \cdot g = -db \cdot S \cdot g$$

a tedy

$$dh = -\frac{S}{\sigma} \cdot db = -\frac{S}{\sigma_0} \cdot 76 \cdot (1 + \beta t) \cdot \frac{db}{b}.$$

Jsou-li tudíž ve dvou stanicích nadmořské výšky  $H_1$  a  $H_2$  barometrické tlaky  $b_1$  a  $b_2$ , dostáváme integrací předešlého vzorce od  $b_1$  do  $b_2$  výškový rozdíl obou stanic, tedy

$$H_2 - H_1 = \frac{S}{\sigma_0} \cdot 76 (1 + \beta t) \cdot \ln \frac{b_1}{b_2}.$$

Místo přirozených logaritmů zavedeme dekadické podle převodního vztahu

$$\ln x = 2.303 \cdot \log x$$

a pak konstanta hořejšího vzorce má hodnotu

$$\frac{S}{\sigma_0} \cdot 76 \cdot 2.303 = 1840000 \text{ cm} = 18400 \text{ m}.$$

Pro výškový rozdíl obou stanic v metrech máme pak

$$H_2 - H_1 = 18400 (1 + \beta t) (\log b_1 - \log b_2),$$

což je základní vzorec barometrického měření výšek. Vzorec tento potřebuje však ještě několika oprav a to:

1. na různou teplotu vzduchu; jsou-li na obou stanicích teploty  $t_1$  a  $t_2$ , stačí ve vzorci dosadit za  $t$  jejich průměrnou hodnotu;

2. na tíhové zrychlení, jež se mění jak s nadmořskou výškou, tak i se zeměpisnou šířkou  $\psi$  (odst. 42);

3. na vlhkost vzduchu, kterou stanoví napětí  $e$  vodních par obsažených ve vzduchu, měřené v týchž jednotkách jako tlak  $b$ . Opravený vzorec, jak se ho používá v geodesii, jest

$$H_2 - H_1 = 18400 (1 + \beta t) (\log b_1 - \log b_2) \left( 1 + \frac{H_1 + H_2}{R} \right) \cdot (1 + 0.00259 \cos 2\psi) \cdot \frac{1}{1 - \frac{3l}{8b}}.$$

Při tom  $R = 6371100 \text{ m}$  znamená střední poloměr zemský; v korekčním členu na pravé straně stačí za  $H_1$  a  $H_2$  položit jen zhruba odhadnuté hodnoty.

**70. Zákon Avogadrův.** Gay-Lussac zjistil, že plyny za téhož tlaku a za téže teploty se slučují buď ve stejných objemech nebo v jednoduchých násobcích téhož objemu a že plynná sloučenina má pak zase stejný nebo násobný objem. Avogadro (1811) z toho usoudil (srovn. odst. 14):

Ve stejných objemech plynů za téhož tlaku a za téže teploty je vždy týž počet molekul, nezávisle na jakosti plynu (zákon Avogadrův).

Důsledkem tohoto zákona jest, že spec. hmoty plynů (t. j. hmoty obsažené v  $1 \text{ cm}^3$ ) jsou úměrné jejich molekulovým hmotám. Na tom spočívá důležitá methoda pro stanovení molekulové hmoty z jejich hustoty.

*Grammolekula* neboli *mol* je tolik gramů určité látky, kolik činí její molekulová hmota, na př. 32 g O<sub>2</sub>, 28 g N<sub>2</sub>, 44 g CO<sub>2</sub>. Je zřejmé, že grammolekula obsahuje vždy též počet molekul, jenž se nazývá Avogadrovo číslo  $N$ ; pro ně bylo nalezeno různými methodami

$$N = 6.06 \cdot 10^{23}.$$

Grammolekula kteréhokoli plynu, obsahující vždy  $N$  molekul, zaujímá tudíž podle Avogadrova zákona za téhož tlaku i téže teploty stejný objem  $V$ . Vypočteme jej pro kyslík (mol. hmota 32) za normálních poměrů (0°, 760 mm Hg), za nichž jest jeho spec. hmota  $\sigma_0 = 0.0014290$  g/cm<sup>3</sup>; jest

$$V = \frac{32}{0.001429} = 22394 \text{ cm}^3 = 22.4 \text{ l.}$$

Tento objem má tedy mol kteréhokoli plynu za teploty 0° a za normálního tlaku atm.

V německé literatuře nazývá se Avogadrovo číslo zpravidla Loschmidtovým číslem, protože Loschmidt (1865) první našel methodu, jak lze toto číslo pokusně stanovit. V dalším budeme však rozuměti Loschmidtovým číslem  $n$  počet molekul obsažených v 1 cm<sup>3</sup> za normálních poměrů (0°, 760 mm Hg). Toto číslo jest

$$n = \frac{6.06 \cdot 10^{23}}{22394} = 2.706 \cdot 10^{19}.$$

Úvahy o plynech se značně zjednoduší, vztahujeme-li je na jednu grammolekulu, neboť pak různé plyny za týchž poměrů mají stejné objemy.

**71. Zákon Daltonův.** Jde o to, jakým tlakem působí směs plynů. Především víme, že plyny (pokud na sebe nepůsobí chemicky) jsou libovolně mísitelné. Dalton r. 1802 odvodil ze svých pokusů poznatek, že ve směsi plynů chová se každý plyn právě tak, jako by sám vyplňoval celý prostor a že tedy jeho částečný tlak není pozmeněn přítomností ostatních plynů. Když dva plyny téhož tlaku  $p$ , ale různých objemů  $v_1$  a  $v_2$  uvedeme ve styk do společného objemu  $V = v_1 + v_2$ , oba plyny se difusí promíchají, ale tlak jejich se nezmění.

Určité plyny nechť mají původní objemy  $v_1, v_2, \dots$  a tlaky  $p_1, p_2, \dots$ . Uvedeme-li je všechny do téhož společného objemu  $V$ , má každý z nich podle zákona Boyleova parciální tlak

$$P_1 = \frac{p_1 \cdot v_1}{V}, \quad P_2 = \frac{p_2 \cdot v_2}{V}, \quad \dots$$

a výsledný tlak  $P$  podle Daltonova zákona rovná se součtu jejich parciálních tlaků, tedy

$$\text{anebo} \quad P = P_1 + P_2 + \dots = \frac{p_1 v_1}{V} + \frac{p_2 v_2}{V} + \dots$$

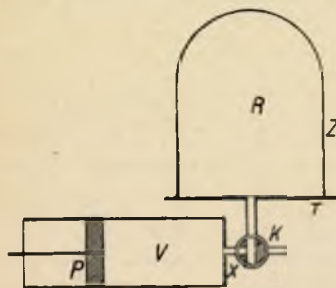
$$P \cdot V = p_1 \cdot v_1 + p_2 \cdot v_2 + \dots = \Sigma p_n \cdot v_n,$$

což je matematický výraz Daltonova zákona.

Za mírných tlaků vyhovuje tento zákon velmi dobře. Za značných tlaků se jeví od něho odchylky způsobené tím, že i Boyleův zákon platí pak jen přibližně.

**72. Vývěvy.** Vývěvy jsou k tomu, abychom jimi zředňovali vzduch, po př. jiné plyny. Mnohé vývěvy spočívají na důsledku Boyleova zákona, že zvětšením objemu sníží se úměrně tlak plynu. Takovouto vývěvu sestrojil první Otto Guericke (1602—1686) a konal s ní své proslulé pokusy (na př. s Magdeburskými polokoulemi). Byla to vlastně pumpa na vzduch, což jest dodnes základním principem pístových vývěv.

*Pístová vývěva* (obr. 119) v podstatě se skládá z recipientu  $R$  (na př. talíř  $T$  se skleněným zvonekem  $Z$ ), v němž se má zřediti vzduch, a z válce  $V$  uzavřeného těsným pístem  $P$ . Kohout  $K$  (po př. vhodné upravené ventily) spojuje válec při tahu pístu ven s recipientem a při zpětném tahu s vnějším vzduchem, jehož tlak budíž  $b$ . Po prvním nassátí vzduchu z recipientu do válce klesne tlak v recipientu na hodnotu  $p_1$ , určenou vztahem



Obr. 119. Princip pístové vývěvy.

$$p_1 (R + V) = b \cdot R,$$

$$p_1 = \frac{R}{R + V} \cdot b = k \cdot b,$$

při čemž

$$k = \frac{p_1}{b} = \frac{R}{R + V}$$

znamená poměr zředění při jednom dvojitém tahu. Pro druhý tah platí

$$p_2 \cdot (R + V) = p_1 \cdot R, \quad p_2 = \frac{R}{R + V} \cdot p_1 = k^2 \cdot b$$

a obecně po  $n$  tazích

$$p_n = k^n \cdot b.$$

Ideální pístová vývěva zředňovala by tedy plyn podle řady geometrické a mělo by se tak dosáhnouti tlaku libovolně nízkého.



Tomu však vadí škodlivý prostor  $x$ ; je to prostor, v němž při doražení pístu ke dnu válce zbývá vzduch atmosférického tlaku  $b$ , jenž se nedal vypuditi ven. Čerpání vzduchu z recipientu proto přestane, jakmile je v recipientu tlak  $p'$  rovný tomu, jakého nabývá vzduch ze škodlivého prostoru  $x$  po rozepnutí do celého válce  $V$ . Pro nejmenší dosažitelný tlak  $p'$  tudíž platí

$$x \cdot b = (V + x) \cdot p', \quad \text{z čehož} \quad p' = b \frac{x}{V + x}$$

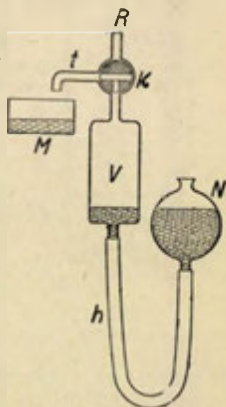
Snaha po dosažení vysokého vakua nutí k tomu, zameziti vliv škodlivého prostoru. U obvyklých dvojbálcových vývěv zmírní se účinek škodlivého prostoru užitím t. zv. Babinetova kohoutu s dvojím vrtáním. Tento kohout nejprve spojuje oba válce s recipientem. Když se dosáhlo přiměřeného zředění, otočí se kohout o  $90^\circ$ , takže pak spojuje jen jeden válec s recipientem, kdežto druhý válec je spojen se škodlivým prostorem prvního válce a ssaje z něho vzduch. Tímto zařízením se dosáhne nejmenšího tlaku

$$p'' = p' \cdot \frac{x}{V + x} = b \cdot \left( \frac{x}{V + x} \right)^2$$

avšak dokonalé vakuum je stále nedosažitelné.

Jinak můžeme omeziti vliv škodlivého prostoru tím, že škodlivý prostor vyplníme kapalinou o malém napětí nasycených par. Této myšlenky použil první Geissler (1855) ve své *rtuťové vývěvě* (obr. 120). Píst je zastoupen hladinou rtuti ve skleněném válci  $V$ . Tento válec je spojen kaučukovou hadicí  $h$  s nádobou  $N$ , rovněž obsahující rtuť. Při naznačeném postavení kohoutu  $K$  zdvihneme nádobu  $N$ , takže rtuť vyplní celý válec  $V$  a počne kohoutem  $K$  vytékati do nastavené misky  $M$ . Pak otočením kohoutu (o  $90^\circ$  doleva) spojíme válec  $V$  s recipientem  $R$  a snižováním hladiny rtuti ssajeme z něho do válce  $V$  vzduch, načež nassátý vzduch z válce při původním postavení kohoutu vypudíme jako dříve ven. Škodlivý prostor je po každé vyplnění rtutí, takže nevadí. Úplnému vyčerpání vzduchu vadí toliko nedokonalá těsnost kohoutu.

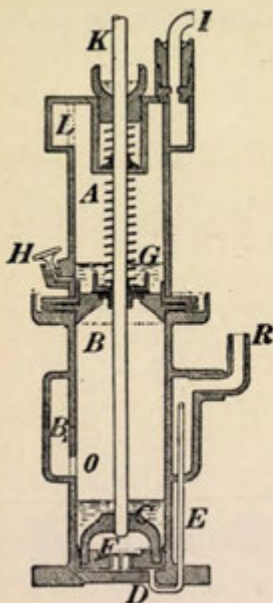
Töpler nahradil kohout rtuťové vývěvy barometrickými závěry; jsou to barometrické sloupce rtuti, jichž hladina se dá zdvihati a snižovati a tím zavírají nebo otevírají spojení ssacího válce s recipientem, po př. s vnějším vzduchem. Celá vývěva je



Obr. 120. Rtuťová vývěva Geisslerova.

sestavena ze skleněných trubic, takže tvoří jakoby jeden kus bez netěsnosti; je však nepohodlně vysoká a k nárazům choulostivá. Vzduch dá se vyčerpati velmi značně (na konec zbývají v recipientu téměř jen rtuťové páry).

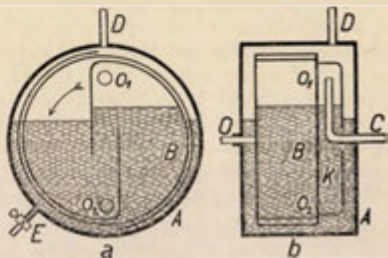
V pístové vývěvě „Geryk“ (obr. 121) je škodlivý prostor vyplněn zvláštním vakuovým olejem, jenž má velmi nízké napětí nasycených par. Vzduch z recipientu vniká trubicí *R* do postranní válcové dutiny *B*<sub>1</sub> a odtud otvorem *O* do vlastního ssacího válce *B*. Píst *C*, opatřený záklopkou *F* nahoru se otvírající, má nad sebou vrstvu oleje. Jakmile píst *C* přejde při pohybu vzhůru přes otvor *O*, uzavře nassátý vzduch a pak jej vypudí při doražení na záklopku *G* a jejím nadzvizení probubláváním skrze vrstvu oleje nad záklopkou *G* do prostoru *A*, spojeného s vnějškem.



Obr. 121.  
Olejová vývěva Geryk.

Účelem záklopký *F* v pístu jest, aby při pohybu dolů probublával vzduch zdola do části nad pístem, takže tam nemůže vzniknouti naprosté vakuum, jež by stěžovalo chod pístu. Podobný účel má trubice *E*, zabráňující vznik úplného vakua pod pístem, při pohybu pístu vzhůru. — Pro značná zředění bývají spojeny dva takovéto válce vespolek ve dvojitou vývěvu. Pak prostor *A* jednoho válce (na vysoké zředění) je trubicí *I* spojen se ssacím válcem *B* druhého válce (na nižší zředění). Je-li olej zcela suchý, dá se takovouto dvojitou vývěvou dosáhnouti zředění potřebného na vznik Röntgenových paprsků (0·001 mm Hg).

Pro trvalý pohon jsou výhodné vývěvy rotační, z nichž nejužívanější



Obr. 122. Gaedeova rotační vývěva rtuťová  
(*a* řez příčný, *b* podélný).

je Gaedeova rotační vývěva rtuťová (obr. 122). Uvnitř pevného ocelového bubnu *A*, naplněného asi do dvou třetin rtuťí, otáčí se dvojitý (po př. trojitý) buben *B* tvaru naznačeného na obr. 122 a spojený s krabicovou komorou *K*. Vzduch z recipientu přechází

trubicí *C* do horní části komory *K*. Jakmile se při otáčení bubnu vynoří otvor  $o_1$  nad povrch rtuti, nassává se vzduch z komory do vnitřní části bubnu *B*; když se při dalším otáčení otvor  $o_1$  ponoří pod hladinu rtuti, je spojení vnitřku bubnu s komorou přerušeno a načerpaný vzduch se za dalšího otáčení vyhání úzkým prostorem mezi pláští ven z bubnu do horního prostoru ve válci *A*, odkud se odčerpává pomocnou předčerpávací vývěvou, připojenou k trubici *D*. Tato předčerpávací vývěva je nutná k tomu, aby stále udržovala mezi vnější a vnitřní částí tlakový rozdíl asi 10 mm Hg, jevíci se v rozdílu hladin rtuťových uvnitř a vně bubnu. Touto vývěvou se dá dosáhnouti zředění až asi na 0.0001 mm Hg.

Dosavadní vývěvy, založené na Boyleově zákoně dávají sice značné zředění, ale přece nestačí na nejvyšší vakua, potřebná na vyčerpávání elektronových lamp. Pro tento účel užívá se vývěv založených na molekulových dějích. V praxi se nejlépe osvědčily vývěva *molekulární* a *rtuťová difusní* vývěva (viz v *Thermice*), jež obě sestrojil Gaede.

Velmi vysokého vakua dá se též dosáhnouti tím, že po značném vyčerpání pohltní se zbývající plyn v dřevěném uhlí, ochlazeném na teplotu tekutého vzduchu. Nejlépe se k tomu hodí dřevěné uhlí z kokosových ořechů; před užitím jest ovšem třeba, aby uhlí vyžháním do červeného žáru bylo zbaveno všech absorbovaných plynů. — Jiný způsob, užívaný při výrobě elektronových lamp, jest, že se elektrody opatří nátěrem červeného fosforu nebo magnesia a pod.; po předběžném vyčerpání rozžhaví se elektrody, čímž se fosfor nebo magnesium vypaří a jeho páry se spojí se zbytky plynů na pevnou usazeninu na stěnách elektronové trubice, jež je pak téměř úplně zbavena plynů.

Technická praxe potřebuje vývěv (*exhaustorů*), jež by rychle odssávaly velké množství vzduchu, aniž by bylo zapotřebí vysokého vakua. Pro mírné odssávání stačí *centrifugální exhaustor*; pro větší zředění užívá se vhodné úpravy vývěv pístových.

Vývěvami lze pěkně demonstrovati mnohé vlastnosti plynů. Účinkem tlaku vnějšího vzduchu je skleněný zvon silně přitlačen k talíři; na tom spočívá též historický pokus s magdeburskými polokoule mi. Pergamentová blána napiatá na válci se protrhne, byl-li z válce vyčerpán vzduch; rtuť se protlačí dřevem. Měchýř částí naplněný vzduchem se pod recipientem nafukuje, podobně scvrklé jablíčko. Z kapalin vystupují bublinky pohlčených plynů. Z uzavřené baňky spojené násoskou s druhou baňkou přetéká rtuť.

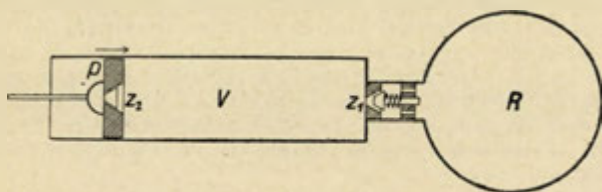
Skleněný balon, z něhož byl vyčerpán vzduch, váží pak méně. Na tom je založena methoda pro stanovení specifické hmoty plynů (srovn. *Zákl. prakt. fys.*, str. 103).

Platnost Archimedova zákona i pro plyny se demonstduje dasymetrem. Jsou to malé váhy, na nichž větší skleněný balon je ve vzduchu vyvážen malým závažím. Ve zředěném vzduchu

rameno s balonem klesne, neboť se zmenší vztlak vzduchu. Na vztlaku vzduchu spočívá vzduchoplavba v balonech.

Ve vakuu vše voda při značně nižší teplotě. Éther se prudkým odpařováním silně ochlazuje, čímž se dosáhne zmrznutí vody. Zvuk se vakuem nešíří. Zvláště pěkné jsou elektrické výboje ve zředěných plynech, na př. v neonových trubiciích, užívaných k reklamě.

**73. Hustilka.** Pro zhušťování plynů užíváme hustilky (kompresoru, obr. 123), jež je vlastně obráceně pracující vývěva.



Obr. 123. Schema hustilky.

Vzduch (po př. jiný plyn), načerpaný do válce  $V$ , vtlačuje se do recipientu  $R$ . Postup při zhušťování je vyjádřen vztahy

$$b(R + V) = p_1 R; \quad p_1 = b \left( 1 + \frac{V}{R} \right),$$

$$b(R + 2V) = p_2 R; \quad p_2 = b \left( 1 + 2 \frac{V}{R} \right),$$

.....

$$b(R + nV) = p_n R; \quad p_n = b \left( 1 + n \frac{V}{R} \right).$$

V recipientu přibývá tlaku podle aritmetické řady. Na závalu jest ovšem škodlivý prostor, jenž stanoví mez pro zhuštění plynu. Největší dosažitelný tlak  $p'$  v recipientu je takový, jakého nabude vzduch v škodlivém prostoru  $x$ , vtlačí-li se do něho celý objem vzduchu ve válci, tedy

$$(V + x)b = x.p', \quad \text{z čehož} \quad p' = b \frac{V + x}{x}.$$

Kompresorů se s výhodou používá pro pohon vrtacích strojů v tunelech, neboť se tím současně tunel větrá. Jinak se používá hustilek pro plnění bomb stlačenými plyny, při pneumatické poště a pod.

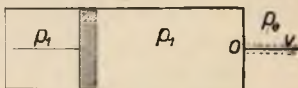
**74. Výtok plynu úzkým otvorem.** Přesné řešení této úlohy jest velmi nesnadné, neboť rozpínající se plyn se ochlazuje,



při čemž se zase částečně jeho teplota vyrovnává z okolí. Zhruba však možno odvoditi přibližný vzorec obdobnou úvahou jako při výtoku kapaliny, pro jejíž rychlost  $v$  platí (odst. 61)

$$v = \sqrt{\frac{2p}{s}}$$

Při tom znamená  $p$  úbytek hydrostatického tlaku v kapalině a s její specifickou hmotu. Jestliže tedy vytéká plyn z nádoby (obr. 124), kde měl tlak  $p_1$ , do okolí, v němž je tlak  $p_0$ , dostáváme pro výtokovou rychlost  $v$  přibližný vztah



Obr. 124. Výtok plynu.

$$v = \sqrt{\frac{2(p_1 - p_0)}{s}}$$

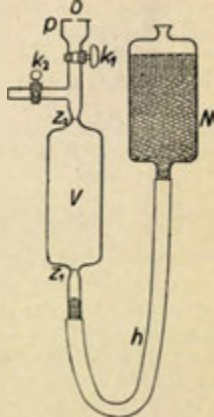
Ve skutečnosti jest závislost výtokové rychlosti na tlaku uvnitř i vně značně složitější, neboť plyn na rozdíl od kapalin mění při výtoku svůj objem i svoji teplotu. Ale protože všechny plyny se řídí týmiž zákony a to Boyleovým a Gay-Lussacovým, jest tato závislost na tlaku pro všechny plyny táž. Vytékají-li tedy různé plyny za týchž tlakových podmínek ( $p_1$  a  $p_0$  stejné), jest rychlost výtoku nepřímě úměrná odmocnině ze spec. hmoty  $s$  a tedy též hustoty jejich.

Na tomto poznatku se zakládá Bunsenův efusiometr (obr. 125) pro rychlé stanovení hustoty plynů. Válec  $V$  se naplní jednou suchým vzduchem, po druhé zkoušeným plynem a měří se doby, za něž při stejném rtuťovém přetlaku vyteče úzkým otvorem  $o$  v tenkém plíšku platinovém  $p$  vždy též objem  $V$  obou plynů, obsažený mezi dvěma značkami  $z_1$  a  $z_2$ . Je-li doba výtoku vzduchu  $t_0$  a zkoušeného plynu  $t$ , pak hustota  $\Delta$  měřeného plynu (poměr jeho spec. hmoty  $s$  k spec. hmotě vzduchu  $s_0$  za téhož tlaku i téže teploty) jest

$$\Delta = \frac{s}{s_0} = \frac{t^2}{t_0^2}$$

**75. Vnitřní tření plynů.** V plynech podobně jako v kapalinách vznikají v sousedních vrstvách, jež proudí různými rychlostmi, tečná napětí, podmíněná vnitřním třením neboli viskositou. Vznikající tečné napětí  $\tau$  jest úměrné gradientu rychlosti  $dv/dy$  (přírůstek rychlosti vrstev vzdálených o jednotkovou délku), tedy

$$\tau = \eta \cdot \frac{dv}{dy}$$



Obr. 125.  
Bunsenův efusiometr.



Konstanta úměrnosti  $\eta$  slove koeficient vnitřního tření a bývá značně menší než u kapalin (na př. pro vzduch asi 100krát menší než pro vodu). Je pozoruhodné, že vnitřní tření plynů nezávisí na jejich tlaku, jak Maxwell ukázal; odchylky od toho zákona jeví se teprve při velmi značných zředěních. S rostoucí teplotou vnitřní tření plynů vzrůstá, na rozdíl od kapalin, jejichž viskositeta se s rostoucí teplotou zmenšuje.

Koeficienty vnitřního tření plynů:

| teplota         | 0°       | 99·1°    | 182·4°   |
|-----------------|----------|----------|----------|
| vzduch          | 0·000173 | 0·000220 | 0·000256 |
| CO <sub>2</sub> | 0·000142 | 0·000186 | 0·000222 |
| H <sub>2</sub>  | 0·000087 | 0·000106 | 0·000121 |

Koeficienty vnitřního tření lze nejlépe měřiti methodou výtoku skrze kapiláru. Pro objem  $V$  vyteklého plynu za dobu  $t$  kapilárou vnitřního poloměru  $r$  a délky  $l$  pod přetlakem  $p$  platí vzorec Poiseuilleův (odst. 63)

$$V = \frac{\pi}{8\eta} \cdot r^4 \cdot \frac{p}{l} \cdot t,$$

podle něhož lze koeficient  $\eta$  z ostatních vyměřených veličin vy počítati.

**76. Odpor vzduchu.** Pohybuje-li se pevné těleso vzduchem, vzniká odpor vzduchu proti tomuto pohybu, jež měříme silou  $P$ , potřebnou na udržení rovnoměrného pohybu rychlostí  $v$ . Odpor vzduchu má dvě příčiny:

1. Pohybující se těleso musí odstraňovati před sebou vzduch. Je-li příční průřez tělesa  $q$ , jest hmota za vteřinu odstraněného vzduchu  $q \cdot v \cdot \sigma$  ( $\sigma$  = spec. hmota vzduchu), jemuž se udělila rychlost přibližně  $v$ . Práce vnější síly  $P$  (rovné odporu vzduchu) za vteřinu jest  $P \cdot v$  a musí se rovnati kinetické energii odstraněného vzduchu, tedy

$$P \cdot v = \frac{1}{2} q v \sigma \cdot v^2, \quad \text{z čehož} \quad P = \frac{1}{2} \sigma q v^2,$$

což jest Newtonův vzorec pro odpor vzduchu; podle něho odpor vzduchu jest úměrný druhé mocnině rychlosti. Vzorec tento vyhovuje však jen zhruba, neboť odpor vzduchu závisí do značné míry na tvaru tělesa.

2. Pohybem vzduchu v okolí tělesa vzniká vnitřní tření, jímž se dodaná práce na pohyb tělesa mění v teplo. Pro tuto část odporu vzduchu při pohybu koule platí podle Stokesova vzorce (odst. 63)

$$P' = 6\pi\eta r v$$

a jest tedy úměrný první mocnině rychlosti. Tato úměrnost platí i pro jiný tvar tělesa.

Ve skutečnosti obě příčiny vždy spolupůsobí a proto obecná závislost odporu vzduchu  $P$  na rychlosti  $v$  má tvar

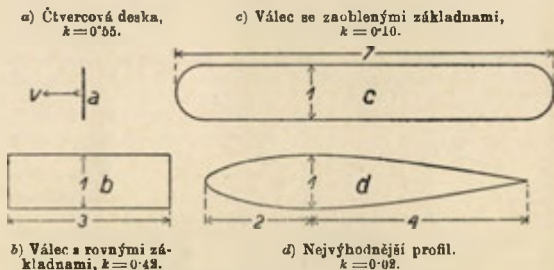
$$P = A \cdot v^3 + B \cdot v.$$

Při velkých rychlostech převládá první (kvadratický) člen, při velmi malých rychlostech člen druhý (lineární).

Za obvyklých větších rychlostí, jaké se vyskytují v letectví, stačí se omezit na kvadratický člen a pak pro odpor vzduchu máme zobecněný Newtonův vztah

$$P = k \cdot \sigma \cdot q \cdot v^2,$$

kdež koeficient  $k$  je různý podle tvaru tělesa. Je-li povrch tělesa drsný, odpor vzduchu se tím značně zvětšuje. Pro hladká tělesa plynou z měření empirické hodnoty koeficientu  $k$ , uvedené v obr. 126.



Obr. 126. Různé případy pro odpor vzduchu.

Jakmile rychlost tělesa překročí rychlost zvuku ve vzduchu (asi 340 m/sec za obvyklé teploty), odpor vzduchu náhle stoupne, neboť zhuštění vznikající v čele pohybujícího se tělesa nemá čas, aby se vyrovnalo do okolí. To má veliký význam pro střeleckou balistiku.

**77. Aeroplány.** Na odporu vzduchu spočívá létání v aeroplánech (letadlech). Jestliže nosná plocha  $N$  letadla (obr. 127), odkloněná o úhel náběhu  $\alpha$  (asi  $6^\circ$ ) od roviny vodorovné, se pohybuje velkou rychlostí  $v$  (m/sec) ve směru vodorovném, působí na ni v tlakovém středu  $O$  výsledný odpor vzduchu  $R$  (kg), svírající se svislým směrem úhel  $\beta$  (zpravidla menší než úhel náběhu  $\alpha$ ). Svislá složka  $P_1$  (t. zv. nosná síla) překonává váhu aeroplánu a udržuje jej ve vzduchu; vodorovná složka  $P_2$  znamená užitečný



## Nauka o vlnění.

**78. Vlnění (undulace).** Pustíme-li malý kamének na klidnou hladinu vodní, vznikne v místě dopadu rozruch povrchu a od tohoto místa se šíří po hladině několik vlnek tvaru kruhového, při čemž jejich poloměr ustavičně vzrůstá; hladina se rozvlnila. Jindy rozvlní se hladina účinkem větru; po hladině běží za sebou vlny. Podle těchto příkladů nazýváme vlněním (undulací) pohyb vznikající v libovolném prostředí z nějakého rozruchu. Pravíme, že od místa rozruchu postupují prostředím prostorově na všechny strany vlny, a pro určitost nazýváme toto vlnění *postupné*. Také v tělesích prostorově omezených (na př. v tyči) rozruchem vzniká vlnění, jež se však na stěnách tělesa odráží a vrací zpět a tak vytvoří *stojaté* vlnění (omezené na prostor tělesa), jež se nazývá též *chvění* (vibrace). Při vlnění (ať postupném či stojatém) koná každá částice pohyb omezený na nejbližší okolí své rovnovážné polohy, což se nazývá *pohyb kmitavý* (oscilace). Obecně vlnění (i pohyb kmitavý) nemusí býti periodické; v tomto případě mluvíme o nepravidelném vlnění, čehož příkladem jsou vlny mořské, vlna vzbuzená ve vzduchu výbuchem a pod. Pro praksi však má největší význam pravidelné neboli periodické vlnění, při němž se celý děj po určité době (zvané *perioda*) vždy znovu opakuje. Pak také pohyb každé částice je periodický. Jak v dalším poznáme, lze jakýkoliv periodický pohyb kmitavý vždy považovati za složený z jednotlivých harmonických oscilací. Proto výklady o vlnění započneme rozбором harmonického (nebo jednoduchého) pohybu kmitavého, ježž pro stručnost budeme nazývati kmitání (nebo zkrátka kmit).

Geometrické úvahy o vlnění jsou založeny na *principu superposice*, vyjadřujícím vlastně pravidlo o skládání pohybů. Má-li určitá částice v daném čase z různých příčin jeviti výchylky  $y_1, y_2, \dots$  (považované za vektory), rovná se její skutečná výchylka  $y$  vektorovému součtu výchylek, tedy

$$y = y_1 + y_2 + \dots$$

Oprávněnost tohoto principu považujeme za zajištěnou tím, že veškeré důsledky z něho plynoucí se shodují se zkušeností.

Pojem vlnění, při němž jsme měli dosud na mysli skutečný pohyb hmotných částic, můžeme však ještě zobecniti na proměnlivé děje, jež se týkají kterékoli fyzikální veličiny. Tak na př. říkáme, že od povrchu zemského, během roku různé oteplovaného, se šíří do hloubky teplotní vlna. Mluvíme pak o obecném vlnění a rozumíme tím časové i prostorové změny určité veličiny fyzikální (v uvedeném příkladu teploty). Největší význam mají vlny elektrické a magnetické, při nichž proměnnou veličinou jest intensita elektrického nebo magnetického pole. Poněvadž pro obojí tyto intensity platí princip superposice, zůstávají v platnosti pro ně veškeré geometrické výsledky nauky o vlnění. Jak poznáme, vlnění elektrické je vždy provázeno i vlněním magnetickým a naopak, takže v daném případě máme vlnění elektromagnetické, zahrnující v sobě i vlnění optické. Tímto zobecněním nabývá nauka o vlnění všeobecného významu, zasahujícího do všech oborů fyziky.

**79. Kmitání (harmonický pohyb kmitavý).** Harmonický pohyb hmotného bodu (odst. 19 a 25) je dán výrazem

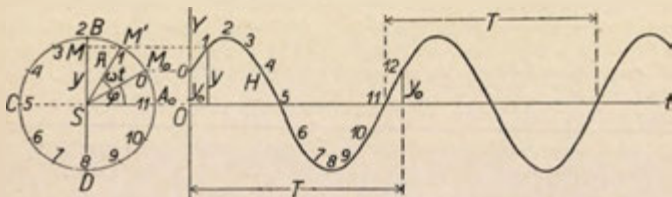
$$y = A \sin(\omega t + \varphi),$$

v němž  $y$  znamená okamžitou výchylku v čase  $t$ .  $A$  je amplituda (rozkmít),  $\omega$  kruhová frekvence a  $\varphi$  fázová konstanta; výraz  $(\omega t + \varphi)$  sluje fáze. Celý pohyb se opakuje vždy po periodě (době kmitové)  $T$ , pro níž platí

$$\omega T = 2\pi, \quad \text{tedy} \quad T = \frac{2\pi}{\omega}.$$

Převratná hodnota doby kmitové  $N = 1/T$  se nazývá kmitočet a znamená počet kmitů vykonaných za vteřinu. Vzhledem k tomu můžeme rovnici harmonického pohybu psáti též ve tvaru

$$y = A \sin\left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi\right) = A \sin(2\pi Nt + \varphi).$$



Obr. 129. Časové rozvinutí harmonického pohybu.

Časové rozvinutí harmonického pohybu je znázorněno na obr. 129 sinusoidou  $H$ . Podle dřívějšího výkladu (odst. 19) můžeme totiž okamžitou výchylku  $y = SM$  považovati za průmět vektoru  $R = SM'$ , otáčejícího se stálou rychlostí  $\omega$  kolem středu  $S$ . Této vlastnosti užíváme k rychlé konstrukci grafu  $H$ , jak je naznačeno na obr. 129.



Okamžitá rychlost  $v$  a zrychlení  $a$  jsou dány vztahy:

$$v = \frac{dy}{dt} = A \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right) = A \cdot \frac{2\pi}{T} \sin\left[\frac{2\pi}{T}\left(t + \frac{T}{4}\right) + \varphi\right],$$

$$a = \frac{d^2y}{dt^2} = -A \cdot \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right) =$$

$$= A \cdot \frac{4\pi^2}{T^2} \sin\left[\frac{2\pi}{T}\left(t + \frac{T}{2}\right) + \varphi\right] = -\frac{4\pi^2}{T^2} \cdot y.$$

Jak rychlost, tak i zrychlení se též mění periodicky, ale rychlost  $v$  je proti výchylce  $y$  o čtvrtinu doby kmitové napřed, zrychlení  $a$  o půl doby kmitové napřed.

Z posledního vztahu můžeme určit dynamickou podmínku harmonického pohybu. Síla  $P$ , vzbuzující daný pohyb harmonický, jest

$$P = m \cdot \frac{d^2y}{dt^2} = -\frac{4\pi^2 m}{T^2} \cdot y = -m\omega^2 \cdot y.$$

Potřebná síla  $P$  musí býti tudíž úměrná výchylce  $y$  a směřovati opačným směrem, tedy vždy k rovnovážné poloze. Tyto podmínky jsou splněny podle Hookeova zákona (odst. 45) při silách vznikajících pružností. Proto pružná tělesa po vychýlení konají harmonické kmity.

Podmínečnou rovnici harmonického pohybu můžeme psát též ve tvaru

$$y = A \cos \varphi \cdot \sin \omega t + A \sin \varphi \cdot \cos \omega t =$$

$$= A_1 \cdot \sin \omega t + A_2 \cdot \cos \omega t.$$

Při tom

$$A_1 = A \cos \varphi \quad \text{a} \quad A_2 = A \cdot \sin \varphi$$

jsou složky vektoru amplitudy  $H = OM_0$  v počáteční poloze ( $t = 0$ ). Známe-li tyto složky  $A_1$  a  $A_2$ , dostáváme z nich amplitudu  $A$  a fázovou konstantu  $\varphi$  pomocí vztahů

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}, \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{A_2}{A_1}.$$

Čítáme-li čas od průchodu hmotného bodu střední polohou (pro  $t = 0$  je  $y = 0$  a tedy též  $\varphi = 0$ ), nabývá rovnice harmonického pohybu nejjednoduššího tvaru, určeného kterýmkoliv z následujících vzorců

$$y = A \sin \omega t = A \sin \frac{2\pi}{T} t = A \sin 2\pi Nt.$$

Energie  $E$  harmonického pohybu se skládá z energie potenciální  $U$  a kinetické  $W$ . Za výchylky  $y$  působí na hmotný bod  $m$  síla  $P = -m\omega^2 \cdot y$ ; na zvětšení této výchylky o  $dy$  je třeba do-

dati práci  $m\omega^2 \cdot y \cdot dy$ , takže energie potenciální  $U$ , rovná práci na vychýlení bodu ze střední polohy do výchylky  $y$ , jest

$$U = m\omega^2 \int_0^y y \cdot dy = \frac{1}{2} m\omega^2 \cdot y^2 = \frac{1}{2} m\omega^2 \cdot A^2 \sin^2 \omega t.$$

V témže čase jest jeho kinetická energie

$$W = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 \cos^2 \omega t.$$

Celková energie je tedy

$$E = U + W = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 = \frac{2\pi^2 m}{T^2} A^2 = 2\pi^2 m N^2 A^2,$$

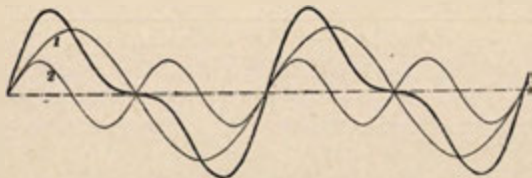
tedy nezávislá na čase.

Harmonický pohyb představuje střídavou přeměnu energie potenciální (je největší v krajní poloze) na energii kinetickou (největší v střední poloze) a zase naopak. Celková energie  $E$  zůstává stálá a určuje *intensitu* kmitání; jest úměrná dvojmoci amplitudy  $A$  a kruhové frekvence  $\omega$ , po př. dvojmoci kmitočtu  $N$ , anebo nepřímo úměrná dvojmoci doby kmitové. — Dvoje kmitání má tehdy stejnou intensitu, je-li

$$\frac{A_1}{T_1} = \frac{A_2}{T_2} \quad \text{anebo} \quad A_1 : A_2 = T_1 : T_2.$$

tedy jsou-li amplitudy úměrné periodám.

**80. Skládání kmitů stejnosměrných.** Má-li hmotný bod konati současně dvoje nebo několik kmitání, jest jeho výsledná výchylka v každém čase dána podle principu superposice (odst. 78)



Obr. 130. Skládání dvou kmitů stejnosměrných ( $T_1 = 2T_2$ ).

vektorovým součtem jednotlivých výchylek. Nejjednodušší je případ, že všechna částečná kmitání se dějí v též směru; pak výsledná

výchylka  $y$  se rovná algebraickému součtu všech výchylek, tedy

$$y = A_1 \cdot \sin(\omega_1 t + \varphi_1) + A_2 \cdot \sin(\omega_2 t + \varphi_2) + \dots$$

Z toho plyne jednoduchá konstrukce výsledného pohybu kmitavého (obr. 130). Částečné pohyby harmonické časově rozvineme a stejnodobé výchylky algebraicky sečteme, čímž dostaneme časové rozvinutí výsledního pohybu.

Na obr. 130 je sestrojen výslední kmitavý pohyb dvou pohybů harmonických, z nichž druhý má poloviční periodu  $T_2 = \frac{1}{2} T_1$  a tedy dvojnásobný kmitočet,  $N_2 = 2 N_1$  (oba mají stejnou intenzitu,  $A_1 = 2 A_2$ ). V tomto případě vzniká zase periodický pohyb kmitavý (ovšem ne jednoduché kmitání), jehož perioda je shodná s periodou  $T_1$  prvního (t. zv. základního) kmitání.

K určitému základnímu kmitání o kmitočtu  $N$  přiřadujeme tak zvaná alikvotní kmitání (neboli vyšší kmity harmonické) toho druhu, že jejich kmitočty  $N_2, N_3, \dots$  jsou celistvým násobkem základního kmitočtu  $N$ , tedy

$$N_2 = 2 N, \quad N_3 = 3 N \dots, \quad N_k = k \cdot N,$$

takže o příslušných periodách platí

$$T_2 = \frac{1}{2} T, \quad T_3 = \frac{1}{3} T, \dots, \quad T_k = \frac{1}{k} \cdot T \quad (k \text{ celé číslo}).$$

Jestliže k základnímu kmitání přistoupí kterákoliv jeho alikvotní kmitání, jest výslední kmitavý pohyb

$$y = A_1 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi_1\right) + A_2 \cdot \sin\left(\frac{4\pi}{T} t + \varphi_2\right) + \\ + A_3 \cdot \sin\left(\frac{6\pi}{T} t + \varphi_3\right) + \dots$$

zase periodický s periodou rovnou základní periodě  $T$ . Na základní periodu  $T$  připadá totiž vždy celistvý počet jednotlivých částečných period,

$$T = 2 T_1 = 3 T_2 = \dots = k \cdot T_k,$$

takže po uplynutí doby  $T$  celý pohyb se nezměněně opakuje.

Je důležitou otázkou, zdali naopak libovolný periodický pohyb, vyjádřený periodickou funkcí

$$y = f(t), \quad \text{při čemž} \quad f(t \pm T) = f(t),$$

se dá vyjádřit jakožto složený z jednoduchého základního kmitání a příslušných vyšších alikvotních kmitů. Jak Fourier ukázal, je



z čehož plyne ihned vzorec pro  $A'_k$  v hlavním textu uvedený. Ostatní členy dávají po integraci vesměs nuly, totiž

$$C \int_0^T \sin \frac{2\pi k}{T} t \cdot dt = -C \cdot \frac{T}{2\pi k} \left[ \cos \frac{2\pi k}{T} t \right]_0^T = 0,$$

a pro libovolné  $m$  různé od  $k$

$$\begin{aligned} A'_m \int_0^T \sin \frac{2\pi m}{T} t \cdot \sin \frac{2\pi k}{T} t \cdot dt &= \\ &= \frac{A'_m}{2} \int_0^T \left[ \cos \frac{2\pi(k-m)}{T} t - \cos \frac{2\pi(k+m)}{T} t \right] dt = 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A''_m \int_0^T \cos \frac{2\pi m}{T} t \cdot \sin \frac{2\pi k}{T} t \cdot dt &= \\ &= \frac{A''_m}{2} \int_0^T \left[ \sin \frac{2\pi(k+m)}{T} t + \sin \frac{2\pi(k-m)}{T} t \right] dt = 0 \end{aligned}$$

a konečně

$$A''_k \int_0^T \cos \frac{2\pi k}{T} t \cdot \sin \frac{2\pi k}{T} t \cdot dt = \frac{A''_k}{2} \int_0^T \sin \frac{4\pi k}{T} t \cdot dt = 0.$$

Podobným způsobem, násobíme-li celou rovnici  $\cos \frac{2\pi k}{T} t \cdot dt$ , odvodíme po integraci vzorec pro  $A''_k$ ; konstantu  $C$  dostaneme násobením rovnice  $dt$  a integrací od 0 do  $T$ .

Amplituda  $A_k$  a fázová konstanta  $\varphi_k$   $k$ -té harmonické složky jsou pak stanoveny vztahy

$$A_k = \sqrt{A'_k{}^2 + A''_k{}^2}, \quad \operatorname{tg} \varphi_k = \frac{A''_k}{A'_k}.$$

Fourierův rozklad libovolného periodického pohybu na harmonické složky nazývá se *harmonická analyza* a má velký význam netoliko pro nauku o vlnění, nýbrž i pro akustiku a pro teorii střídavých proudů.

Číselný výpočet koeficientů Fourierovy řady na základě grafu periodického pohybu jest ovšem dosti pracný; zpravidla stačí počítati jen několik málo prvních složek. Výpočet lze nahraditi mechanickým určením pomocí zvláštního přístroje, jenž se nazývá *harmonický analyzátor*.

Skládáme-li dvoje kmitání o periodách  $T_1$  a  $T_2$ , pak výsledný kmitavý pohyb daný vzorcem

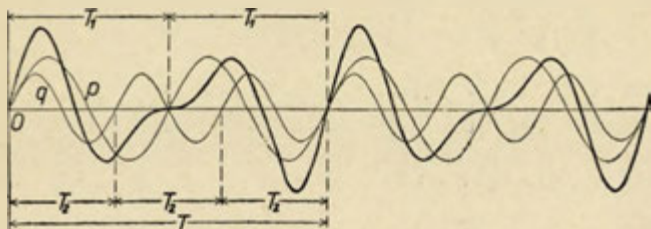
$$y = A_1 \sin \left( \frac{2\pi}{T_1} t + \varphi_1 \right) + A_2 \sin \left( \frac{2\pi}{T_2} t + \varphi_2 \right)$$



jest jen tehdy periodický, jsou-li obě periody souměřitelné, t. j. platí-li vztah

$$T_1 : T_2 = m : n,$$

kdež  $m$  a  $n$  jsou celá (nesoudělná) čísla. V obr. 131 je v časovém rozvinutí řešen případ  $T_1 : T_2 = 3 : 2$ , jenž akusticky přísluší dvoj-



Obr. 131. Skládání primy s kvintou ( $N_2 = \frac{3}{2} N_1$ ).

zvuku primy ( $p$ ) a kvinty ( $q$ ). V obecném případě perioda  $T$  výsledního pohybu kmitavého jest

$$T = n \cdot T_1 = m \cdot T_2.$$

Na tuto dobu  $T$  připadá totiž celistvý počet obou částečných period, takže se po jejím uplynutí opakují obě částečná kmitání a tedy i výslední kmitavý pohyb. Výslední perioda je tudíž nejmenší celistvý násobek obou částečných period; výslední kmitočet je pak největší společná míra obou částečných kmitočetů. V případě primy a kvinty na obr. 131 jest výslední kmitočet  $N = \frac{1}{3} N_1 = \frac{1}{2} N_2$ , a rovná se tedy kmitočtu spodní oktávy k primě.

Jsou-li obě částečné periody nesouměřitelné, výslední pohyb je neperiodický.

Předcházející úvahy mají velký význam pro výklad konsonance a disonance v akustice. Mají-li totiž dva tóny současně znějící kmitočty v poměru daném malými celými čísly (příklad primy a kvinty,  $N_1 : N_2 = 2 : 3$ ), výslední pohyb periodický znamená pro sluch, že se oba tóny k sobě hodí a splývají v nový celek; vnímáme je jako libozvučný (konsonantní) dvojzvuk. — V jiných případech je výslední pohyb buď neperiodický nebo jest jeho perioda tak velká, že ji sluch nepostihuje; v tomto případě máme dojem, že tóny k sobě nepatří, nemožnouce splývatí v jedinou periodu, a dvojzvuk takový považujeme za nelibozvučný (dissonantní).

**81. Kmitý stejné periody.** Mají-li obě kmitání touž periodu  $T_1 = T_2 = T$  (tedy též  $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ ), pak ovšem i výslední pohyb má touž periodu a představuje zase jednoduché kmitání.

Je to zřejmé z obr. 132, v němž v prvním řádku  $A$  jsou složeny kmity za různých fází. V řádku  $B$  jsou skládány kmity stejné fáze; výslední amplituda se rovná součtu obou částečných amplitud. V řádku  $C$  mají kmity opačnou fázi; výslední amplituda se rovná rozdílu částečných amplitud. V tomto případě za stejných amplitud by se obě vlnění vzájemně zrušila

K stejným výsledkům vede též početní rozbor. Výslední výchylka  $y$  je dána vztahem

$$y = A_1 \cdot \sin(\omega t + \varphi_1) + A_2 \cdot \sin(\omega t + \varphi_2),$$

z něhož po rozvinutí sinusů plyne

$$y = A' \cdot \sin \omega t + A'' \cdot \cos \omega t = A \cdot \sin(\omega t + \varphi),$$

kdež jest

$$A' = A_1 \cdot \cos \varphi_1 + A_2 \cdot \cos \varphi_2,$$

$$A'' = A_1 \cdot \sin \varphi_1 + A_2 \cdot \sin \varphi_2.$$

Výslední amplituda  $A$  a fázová konstanta  $\varphi$  jsou pak dány vztahy

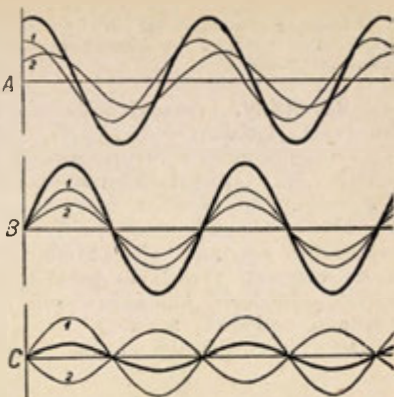
$$A^2 = A'^2 + A''^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2 A_1 A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1), \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{A''}{A'}.$$

Tato amplituda je největší pro  $\varphi_2 = \varphi_1$ , když tedy oba kmity jsou v stejné fázi, a je pak  $A = A_1 + A_2$ . — Výslední amplituda je nejmenší pro  $\varphi_2 - \varphi_1 = \pi$ , tedy když obě kmitání mají opačné fáze, a jest  $A = A_1 - A_2$ ; jsou-li obě částečné amplitudy stejné ( $A_1 = A_2$ ), pak  $A = 0$ , oboje kmitání se vzájemně ruší.

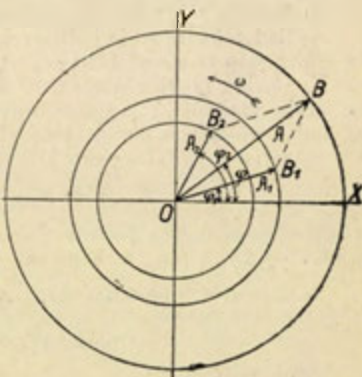
Na obr. 133 je tento případ řešen vektorovou methodou. Obě částečná kmitání jsou znázorněna jako  $y$ -ové průměry vektorů  $H_1 = OB_1$  a  $H_2 = OB_2$ , otáčejících se stálou rychlostí  $\omega$ . Výslední kmitání je pak dáno jako  $y$ -ový průmět vektoru  $H = OB$ , jenž je vektorovým součtem

$$H = H_1 + H_2$$

a otáčí se rovněž stálou rychlostí  $\omega$ . Z obrazce je zřejmé, že při stejné fázi je výslední amplituda největší ( $A_1 + A_2$ ), při opačné fázi nejmenší ( $A_1 - A_2$ ).



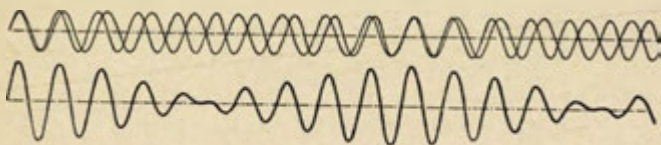
Obr. 132. Skládání kmitů o stejné periodě.



Obr. 133. Vektorové skládání kmitů o stejné periodě.

Podobné konstrukce lze užít i pro skládání většího počtu kmitů o stejné periodě. Tato metoda má důležitý význam v elektrotechnice při skládání střídavých proudů.

**82. Rázy.** Význačný případ nastane při skládání dvou kmitání, jejichž kmitočty  $N_1$  a  $N_2$  ( $N_2 > N_1$ ) se jen máličko od sebe liší. Pro jednoduchost předpokládáme, že obě kmitání mají stejný rozkmit ( $A_1 = A_2 = A$ ) a na začátku pohybu nulovou fázi ( $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$ ). Grafické řešení časovým rozvinutím obou kmitů podává obr. 134 (pro poměr kmitočtů  $N_1 : N_2 = 9 : 10$ ); v horním řádku jsou časově rozvinuta obě původní kmitání, v dolním řádku je časové rozvinutí výsledního pohybu. Výsledek je takový, jako by vzniklo jednoduché kmitání (s průměrným kmitočtem), jehož amplituda se periodicky zeslabuje a zesiluje. To se dá pěkně demonstrovati dvěma ladičkami máličko rozladěnými. Při současném znění



Obr. 134. Vznik rázů.

obou ladiček splývá pro ucho zvuk v jediný tón, jenž se však střídavě zesiluje a zeslabuje; sluchu se zdá, jako by výslední tón byl střídavě vyražen a proto se tento zjev označuje názvem **rázy** (záchvěje).

Výklad toho zjevu je jednoduchý. Zesílení nastává vždy, když oba kmity jsou ve stejné fázi; při opačné fázi se kmitání vzájemně ruší. Za vteřinu předběhlo rychlejší kmitání ( $N_2$ ) celkem  $(N_2 - N_1)$  krát druhé kmitání ( $N_1$ ). Právě tolikrát za vteřinu se tedy setkaly oba kmity se stejnou fází a zesilovaly se; počet  $\nu$  rázů za vteřinu se tedy rovná rozdílu obou kmitočtů,

$$\nu = N_2 - N_1.$$

Uprostřed mezi dvěma po sobě jdoucími rázy setkávají se původní kmity v opačné fázi, kmitání pak na krátko zaniká.

Za užitých předpokladů ( $A_1 = A_2 = A$ ,  $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$ ) jest výslední výchylka  $y$  dána výrazem

$$y = A (\sin 2\pi N_1 t + \sin 2\pi N_2 t),$$

což lze psáti ve tvaru

$$y = 2A \cos 2\pi \frac{N_2 - N_1}{2} t \cdot \sin 2\pi \frac{N_2 + N_1}{2} t.$$

Tento výsledek znamená, že vzniká kmitání s kmitočtem

$$N = \frac{1}{2}(N_1 + N_2),$$

tedy rovným průměrnému kmitočtu, ale jeho rozkmit

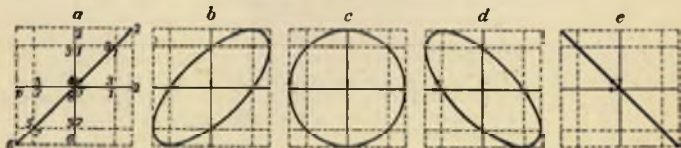
$$A' = 2A \cos 2\pi \frac{N_2 - N_1}{2} t$$

se periodicky mění. Na vterinu připadá periodických změn amplitudy  $\frac{1}{2}(N_2 - N_1)$ , ale v každé této periodě má amplituda dvakrát největší hodnotu (kladnou a zápornou) a mezi nimi je dvakrát nula. Nastává tudíž dvakrát tolik rázů, kolik je period amplitudy, tedy  $N_2 - N_1$  v souhlase s výsledkem dřívějším.

Rázy jsou v akustice a v hudbě důležitou pomůckou pro čisté zladění dvou tónů. Pokud jsou dva tóny (na př. dvou strun klavíru určených pro týž tón) poněkud rozladěny, slyšíme při současném jich znění zřetelné rázy; ladíme tak, aby rázy se zvolnovaly. Dokonalé zladění se projeví pak vymizením rázů. — Téže metody se používá též v elektrotechnice k vyrovnání frekvencí dvou generátorů na střídavé proudy; oba proudy se vedou k téže žárovce, jež v tempu rázů se rozsvěcuje a zhasíná. Synchronní chod obou generátorů se projeví vymizením rázů (žárovka svítí stejnoměrně). — Na rázech je založen heterodynový příjem netlumených vln v radiotelegrafii.

**83. Skládání kmitů různosměrných.** Má-li hmotný bod kmitati současně ve dvou různých směrech, jest jeho výchylka stanovena v každém čase vektorovým součtem jednotlivých výchylek; dráha bodu leží v rovině určené směry obou původních kmitů. Jsou-li kmitočky obou složkových kmitání nesouměřitelné, dráha je uzavřená čára. Zajímavý případ nastává, když dané kmitočky jsou souměřitelné, tedy i periody, pro něž nechť platí  $T_1 : T_2 = m : n$ , kdež  $m$  a  $n$  jsou celá čísla. V tomto případě je dráha kmitajícího bodu v sebe uzavřená a opakuje se ve výslední periodě  $T = nT_1 = mT_2$ , stanovené nejmenším společným násobkem obou daných period (srovn. odst. 80). Čáry takto vznikající se nazývají *obrazce Lissajousovy*.

Na obr. 135 je graficky řešen nejdůležitější případ, že obě původní periody jsou stejné, směry kmitů navzájem kolmé, a to



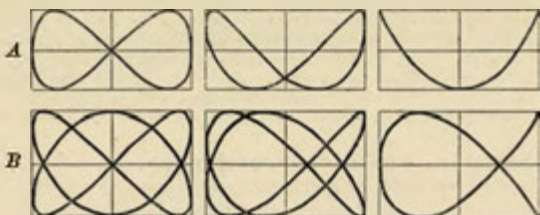
Obr. 135. Lissajousovy obrazce při stejných dobách kmitových.

pro různé fázové rozdíly. Při stejné fázi (obr. 135a) nebo při opačné fázi (obr. 135e) vzniká zase jednoduché kmitání v přímce, jejíž směr při stejných amplitudách půlí úhel původních směrů. Je-li



fázové zpoždění mezi oběma čtvrt doby kmitové (obr. 135c), vzniká při stejných amplitudách rovnoměrný pohyb po kružnici (t. zv. kmity cirkulární, kruhové). Při jiných fázových rozdílech je příslušný Lissajousův obrazec elipsa.

Na obr. 136 jsou obdobným způsobem řešeny případy v prvním řádku  $N_1:N_2=1:2$  (prima s oktávou) a v druhém řádku  $N_1:N_2=2:3$  (prima s kvintou). První obrazec odpovídá vždy případu, že oba částečné kmity současně začínají (ve středu obrazce), poslední obrazec přísluší případu, že oba částečné kmity probíhají současně krajní polohou. Amplitudy  $A_1$  a  $A_2$  částečných kmitů jsou voleny tak, aby intensity obou kmitů byly stejné, což vede k podmínce  $A_1 N_1 = A_2 N_2$ .



Obr. 136. Lissajousovy obrazce:  
A)  $T_1:T_2=1:2$ , B)  $T_1:T_2=2:3$ .

Pěkné tyto obrazce je možno demonstrovati rozmanitým způsobem. *Kaleidosfon Wheatstoneův* je řada tyčí obdélníkového průřezu tak vyměřeného, aby kmitočty kmitů ve směru kratší a delší strany byly v poměru malých celých čísel (1:2, 2:3, 3:4 atd.); tyče jsou na jednom konci upevněny v podstavci, na druhém konci mají lesklé kuličky. Vychýlíme-li tyč šikmo ke stranám obdélníkového průřezu a pustíme-li ji, opisuje kulička příslušný obrazec Lissajousův. — Na podobné myšlence se zakládá *kyvadlo Blackburnovo* (obr. 137). Je to těžká olověná deska  $D$ , nesoucí nálevku  $N$  s jemným pískem a zavěšená na dvou nitích nahoru se rozbíhajících, takže může kývati kolmo k nákrese (s dobou kyvu příslušnou celé délce kyvadla). Kroužkem  $k$  lze oddělit spodní část, jež pak může kývati též v rovině nákresey a to s dobou kyvu příslušnou délce  $kD$ . Zařídíme věc tak, aby obě doby kyvu byly v poměru malých celých čísel. Po vychýlení kyvadla a puštění zapisuje vypadávající písek na podloženou desku obrazec Lissajousův. — Nejlépe lze předvésti tyto obrazce tak, že světelný paprsek se po řadě odrazí od dvou zrcátek připojených ke dvěma ladičkám, jež kmitají ve dvou rovinách vzájemně kolmých; jsou-li kmitočty obou ladiček v poměru malých čísel, opisuje stopa paprsku na stínítku příslušný obrazec Lissajousův, jež vzhledem k setrvačnosti počítků zrakových vnímáme jako celou křivku. Jsou-li ladičky přesně zladěny v příslušném intervalu, jest obrazec časově stálý; malé rozladění se citlivě prozradí pozvolnou změnou obrazce. Tímto způsobem lze dobře kontrolovati zladění ladiček.

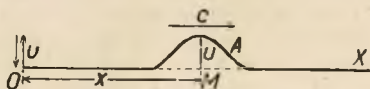


Obr. 137. Kyvadlo  
Blackburnovo.



Skládáme-li tři kmity (nebo i více), jichž směry neleží v jedné rovině, jest výsledný kmitavý pohyb prostorový (hmotný bod opisuje prostorovou čáru buď v sebe uzavřenou nebo neuzavřenou).

**84. Rychlost postupných vln.** Kaučukovou hadici dosti dlouhou (několik metrů) na jednom konci upevníme a mírně ji natáhneme do vodorovného směru. Když pak volným koncem prudce trheme na stranu a zpět, vytvoří se na hadici půlvlna  $A$  (obr. 138), jež postupuje stálou rychlostí  $c$  k druhému konci (tam se odráží s opačnou fází a běží zpět, k čemuž zatím nepřiblížíme). Po hadici prostírající se do nekonečna postupoval by rozruch stále týmž směrem. Matematický výraz pro takovéto šíření se rozruchu najdeme touto úvahou. V počátku  $O$  byla časově proměnlivá výchylka  $u$ , určená na př. vztahem  $u_0 = f(t)$ . Každá ta výchylka šíří se vpravo rychlostí  $c$ , takže v bodě  $M$  ( $OM = x$ ) budou se veškeré výchylky



Obr. 138. Postupné šíření rozruchu.

opakovati, ovšem až po době  $t' = x/c$ , potřebné k proběhnutí dráhy  $x$ . Výchylka  $u$  v bodě  $M$  je tedy dána vztahem

$$u = f(t - t') = f\left(t - \frac{x}{c}\right).$$

Tento výraz odpovídá rozruchu šířícímu se v kladném směru osy  $X$ .

Na hadici, prostírající se na obou stranách do nekonečna, mohou se ovšem šířiti vlny v obou směrech. Rozruch postupující záporným směrem osy  $X$  je vyjádřen obdobným vztahem

$$u = F\left(t + \frac{x}{c}\right),$$

jenž vlastně znamená, že každá výchylka je v bodě  $M$  o dobu  $t' = x/c$  dříve než v počátku  $O$ .

Šíří-li se tedy libovolné rozruchy současně oběma směry, jest výchylka  $u$  v bodě  $M$  dána součtem obou předešlých výrazů, tedy

$$u = f\left(t - \frac{x}{c}\right) + F\left(t + \frac{x}{c}\right),$$

kterýžto výraz obsahuje dvě libovolné funkce, příslušné libovolnému tvaru rozruchů šířících se vpravo a vlevo.

Z matematiky je známo, že můžeme užitím parciálních derivací vyloučiti z určitého vztahu neznámé funkce, čímž dostaneme parciální diferenciální rovnici, jež rovněž popisuje uvažovaný děj. Vytvoříme-li druhé parciální derivace jednak podle  $x$ , jednak podle  $t$ , dostaneme

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \left[ f'' \left( t - \frac{x}{c} \right) + F'' \left( t + \frac{x}{c} \right) \right],$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \left[ f'' \left( t - \frac{x}{c} \right) + F'' \left( t + \frac{x}{c} \right) \right],$$

z nichž plyne hledaná diferenciální rovnice

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}.$$

Tato důležitá rovnice nazývá se *vlnová rovnice*, neboť jí je stanoveno rovnoměrné šíření se vln ve dvou směrech vzájemně protivných.

V uvažovaném případě každá výchylka  $u$  byla kolmá k směru šíření se vln; takovéto vlnění nazývá se *příčné* (transversální). Předšlé úvahy však platí nezměněně i v případě, že výchylka  $u$  je téhož směru, kterým se vlnění šíří; v tomto případě mluvíme o vlnění *podélném* (longitudinálním).

Rychlost  $c$  postupného vlnění záleží ovšem na fyzikálních podmínkách látky, v níž se vlny šíří. Pro akustiku je nejdůležitější případ struny napjaté velkým tahem  $P$  dynů; délková jednotka struny měřž hmotu  $\mu$  gramů. Pro rychlost  $c$  příčných vln na struně vychází z teorie

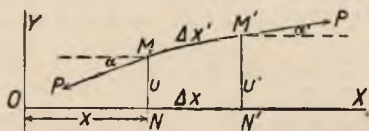
$$c = \sqrt{\frac{P}{\mu}}.$$

Uvažujme část struny  $MM' = \Delta x'$  (obr. 139), jejíž původní délka byla  $\Delta x$ ; koncové body nechť mají výchylky  $u$  a  $u'$ , jež předpokládáme tak malé, že směrnice struny

$$\frac{du}{dx} = \operatorname{tg} \alpha$$

v kterémkoli bodě je velmi malá. Délka struny  $\Delta x'$  po vychýlení jest

$$\Delta x' = \sqrt{\Delta x^2 + (u' - u)^2} = \Delta x \cdot \sqrt{1 + \left( \frac{du}{dx} \right)^2} = \Delta x \left[ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{du}{dx} \right)^2 \right] = \Delta x.$$



Obr. 139. Příčné vlnění na struně.

Změna délky je malou veličinou druhého řádu a nebudeme k ní v prvním přiblížení přiblížeti. To znamená, že zanedbáváme malou změnu napětí struny, způsobenou jejím protažením, proti velkému vnějšímu napětí  $P$ . Uvažovaná část struny  $MM'$  má hmotu  $\mu \cdot \Delta x$ ; v podélném směru podléhá silám  $P \cdot \cos \alpha'$  a  $-P \cdot \cos \alpha$ , jež jsou v prvním přiblížení stejné, neboť úhly  $\alpha$  a  $\alpha'$  jsou velmi malé, a proto se vzájemně ruší. V příčném směru působí na uvažovaný element síla

$$P \cdot (\sin \alpha' - \sin \alpha) \doteq P \cdot (\operatorname{tg} \alpha' - \operatorname{tg} \alpha) \doteq P \cdot \frac{\partial}{\partial x} (\operatorname{tg} \alpha) \cdot \Delta x = P \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \cdot \Delta x.$$

Vzhledem k tomu, že úhly  $\alpha$  a  $\alpha'$  jsou malé, můžeme sinusy nahradit tangenty, jež znamenají směrnice v koncových bodech. Účinkem uvedené síly dochází element struny  $\mu \cdot \Delta x$  k zrychlení  $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$ , určené pohybovou rovnicí

$$\mu \cdot \Delta x \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = P \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \cdot \Delta x$$

anebo

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{P}{\mu} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x^2},$$

což je právě vlnová rovnice. Ze srovnání s jejím obecným tvarem plyne pro postupnou rychlost  $c$  příčných vln na struně

$$c^2 = \frac{P}{\mu} \quad \text{a tedy} \quad c = \sqrt{\frac{P}{\mu}},$$

jak jest uvedeno v hlavním textu.

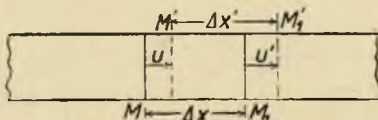
Druhý pro praxi důležitý případ se týká šíření podélných vln v tenké tyči (všude stejného průřezu). Pro rychlost  $c$  těchto vln podává teorie výraz

$$c = \sqrt{\frac{E}{s}},$$

v němž  $E$  znamená modul pružnosti v tahu ( $\text{dyn/cm}^2$ ) a  $s$  specifickou hmotu ( $\text{g/cm}^3$ ).

V tyči (obr. 140) necht' je původní průřez  $M$  vychýlen ve směru délky o  $u$ , průřez  $M_1$  původně vzdálený o  $\Delta x$  je vychýlen o  $u'$ . Nová vzdálenost  $M'M'_1 = \Delta x'$  obou průřezů je tedy

$$\Delta x' = \Delta x + u' - u = \Delta x \cdot \left[ 1 + \frac{\partial u}{\partial x} \right].$$



Obr. 140. Podélné vlnění v tyči.

Protážení  $\lambda$  (prodloužení jednotky délkové) je tudíž

$$\lambda = \frac{\partial u}{\partial x},$$

takže v průřezu  $M$  vzniká normální napětí (srovn. odst. 46)

$$\nu = E \cdot \lambda = E \cdot \frac{\partial u}{\partial x},$$

značí-li  $E$  modul pružnosti v tahu. Celý průřez  $q$  podléhá tedy síle

$$P = q \cdot \nu = q \cdot E \cdot \frac{\partial u}{\partial x}.$$

Na element tyče původní délky  $dx$ , mající hmotu  $q \cdot s \cdot dx$  ( $s$  = spec. hmota), působí tudíž v koncovém průřezu síla  $P'$  v kladném směru a v počátečním průřezu síla  $-P$ . Jeho pohybová rovnice jest

$$q \cdot s \cdot dx \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = P' - P = \frac{\partial P}{\partial x} \cdot dx = q \cdot E \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \cdot dx$$

anebo po úpravě

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{E}{s} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x^2},$$

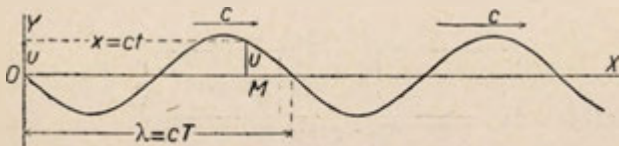
což je zase vlnová rovnice. Pro postupnou rychlost  $c$  podélných vln v tyči plyne z ní srovnáním s obecnou vlnovou rovnicí

$$c^2 = \frac{E}{s} \quad \text{a tedy} \quad c = \sqrt{\frac{E}{s}}$$

ve shodě se vzorem uvedeným v hlavním textu.

Jestliže v řadě bodové (struně, tyči) na obě strany neomezené udělíme určitému bodu nějakou výchylku, šíří se z toho místa na obě strany rozruch (na každou stranu ovšem v poloviční velikosti) postupnou rychlostí  $c$ . Jednodušší je věc, má-li řada bodová volný konec; každá výchylka vzbuzená na volném konci postupuje v nezměněné velikosti po řadě bodové. Když tedy volný konec vykonává jakýkoliv (třebas nepravidelný) pohyb kmitavý, šíří se po sobě jdoucí výchylky řadou bodovou a vzniká *vlnění*. Pro jednoduchost omezíme se v dalších výkladech na jednoduché vlnění, při němž volný konec koná jednoduchý kmitavý pohyb (harmonický).

**85. Postupné vlnění.** Volný konec  $O$  řady bodové (obr. 141) nechť vykonává jednoduchý kmitavý pohyb s dobou kmitovou  $T$ ,



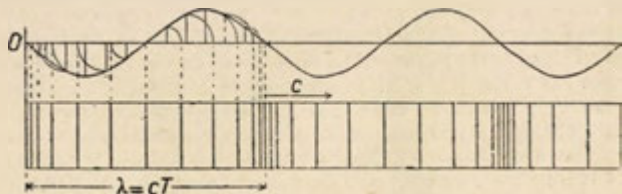
Obr. 141. Postupné vlnění příčné.

daný vztahem  $u_0 = A \sin \frac{2\pi}{T} t$ . Každá výchylka postupuje po řadě bodové rychlostí  $c$  a dospěje tedy do bodu  $M$  ( $OM = x$ ) po době  $x/c$ , takže v tomto bodě vzniká kmitání dané výrazem

$$u = A \sin \frac{2\pi}{T} \left( t - \frac{x}{c} \right) = A \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right).$$

V tomto vzorci znamená  $\lambda = c \cdot T$  dráhu, kterou proběhne vlnění za dobu kmitovou  $T$ , a nazývá se *délka vlny*; je-li dán kmitočet  $N$ , vyjadřuje délku vlny vztah  $\lambda = c/N$ . Na řadě bodové vytvoří se *vlny*, jichž tvar postupuje po řadě rychlostí  $c$ .

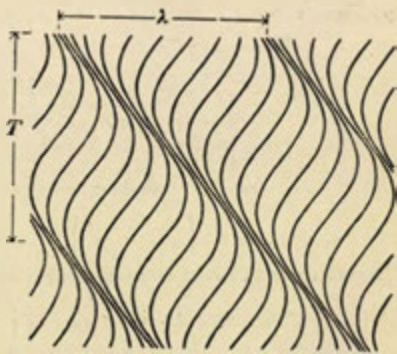
V uvažovaném případě vlnění příčného má každá vlna tvar sinusovky, v němž rozeznáváme vrch a důl, oddělené body procházejícími rovnovážnou polohou.



Obr. 142. Vlna podélná.

Vlnění příčné lze demonstrovati značně dlouhou kaučukovou hadicí, jejíž volný konec pravidelně rozkmitáváme. — Vlnostroj Machův je řada kuliček, každá zavěšená na dvou nahoru se rozšiřujících nitích; kuličky představují kyvadla stejné doby kmitové. Upravíme závěsy kuliček tak, aby mohly kývati napříč řady bodové; pak je vychýlíme dlouhým pravítkem a postupně vyponštíme. Soubor kyvů kuliček předvádí pak názorně příčné vlnění postupné.

Jestliže každá částice řady bodové kmitá ve směru řady, vzniká vlnění podélné. Tvar podélné vlny sestojíme, když výchylky příčné vlny sklopíme do podélného směru, jak je to naznačeno na obr. 142. Vlna příčná obsahuje zhuštění a zředění, jež jsou však právě v místě nulových výchyl-



Obr. 143. Postupné vlnění podélné.



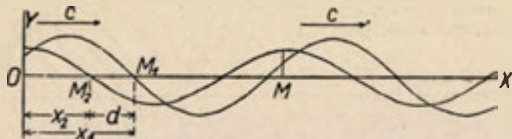
lek; zhuštění i zředění běží za sebou po řadě bodové stálou rychlostí  $c$ .

Průběh vlnění podélného nejlépe přehlédneme, když je rozvineme časově ve směru kolmém k šíření vln, jak je to sestrojeno na obr. 143. Doporučuje se vyříznouti z černého papíru štěrbinu (asi 1 mm širokou a 55 mm dlouhou), kterou položíme na horní kraj obr. 143. a táhneme ji rovnoměrně směrem dolů. V štěrbíně jeví se názorně obraz podélného vlnění.

**86. Interference vln.** Postupují-li v téže řadě bodové současně stejným směrem dvě vlny, skládají se vektorovým sčítáním ve vlnu výslednou, jež se pak šíří po řadě bodové. Dřívější obrázek 130 představuje skládání dvou vln, z nichž druhá má dvakrát kratší vlnu než první; výsledný tvar vlny, vyznačený tlustou čarou, postupuje po řadě bodové.

Důležitý význam má interference vln o téže délce vlny (a tedy stejné době kmitové), při čemž i směry kmitů obou vlnění souhlasí (tedy buď dvě vlny podélné nebo dvě vlny příčné s touž rovinou kmitů). Příklad tento je pro vlny příčné řešen na obr. 132 (myslíme-li si ovšem, že výslední tvar vlny postupuje po řadě bodové). Výsledná vlna má vždy zase touž vlnovou délku. Jestliže obě vlny se shodují ve fázi (obr. 132 *B*), rovná se amplituda výsledné vlny součtu obou částečných amplitud. Mají-li obě složková vlnění opačnou fázi (obr. 132 *C*), což nastává, je-li mezi nimi rozdíl o půl délky vlny (nebo o lichý počet polovln), výsledná amplituda se rovná rozdílu částečných amplitud; jsou-li při tom obě amplitudy stejné, vlny se vzájemně ruší a nastává klid.

K týmž výsledkům vede ovšem i početní rozbor. Dvě vlny téže periody  $T$  a tedy i téže délky vlny  $\lambda = cT$ , mající amplitudy  $A_1$  a  $A_2$ , nechť v čase  $t = 0$  mají počátky kmitů v bodech  $M_1$  a  $M_2$  (obr. 144), při čemž  $OM_1 = x_1$ ,  $OM_2 = x_2$ ; jejich dráhový rozdíl  $d$  jest  $d = x_1 - x_2$ . Výchylky  $u_1$  a  $u_2$  jimi způsobené v čase  $t$  v místě  $M$  ( $OM = x$ ) jsou dány vzorci:



Obr. 144. Interference vln stejné délky vlnové.

$$u_1 = A_1 \cdot \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x - x_1}{\lambda} \right), \quad u_2 = A_2 \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x - x_2}{\lambda} \right).$$

Výsledná výchylka rovná se algebraickému součtu obou a lze ji psát ve tvaru

$$\begin{aligned} u &= u_1 + u_2 = A' \cdot \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) + A'' \cdot \cos 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) = \\ &= A \cdot \sin \left[ 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) - \varphi \right], \end{aligned}$$

při čemž jest

$$A' = A_1 \cdot \cos 2\pi \frac{x_1}{\lambda} + A_2 \cdot \cos 2\pi \frac{x_2}{\lambda},$$

$$A'' = A_1 \cdot \sin 2\pi \frac{x_1}{\lambda} + A_2 \cdot \sin 2\pi \frac{x_2}{\lambda}.$$

Vzniká tedy výslední jednoduché vlnění s touž vlnovou délkou  $\lambda$ ; jeho amplituda  $A$  je stanovena vztahem

$$A^2 = A'^2 + A''^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2 A_1 A_2 \cos 2\pi \frac{x_1 - x_2}{\lambda}.$$

Amplituda tato bude největší, když

$$\cos 2\pi \frac{x_1 - x_2}{\lambda} = +1, \quad \text{tedy} \quad d = x_1 - x_2 = n\lambda,$$

kdež  $n$  je celé číslo; dráhový rozdíl obou vln je rovný celému počtu vln a pak výslední amplituda  $A$  se rovná součtu obou amplitud částečných,  $A = A_1 + A_2$ .

Výslední amplituda je nejmenší pro

$$\cos 2\pi \frac{x_1 - x_2}{\lambda} = -1, \quad \text{tedy} \quad d = x_1 - x_2 = \frac{2n+1}{2}\lambda;$$

dráhový rozdíl je v tomto případě rovný lichému počtu polovin, výslední amplituda se rovná rozdílu amplitud částečných,  $A = A_1 - A_2$ . V případě rovnosti obou částečných amplitud jest  $A = 0$ , vlny se vzájemně zrušily.

Vlnění příčné, v němž všechny kmity leží v téže rovině, nazývá se *lineárně polarisované*; jeho *polarisační rovina* je rovina proložená směrem šíření se vln kolmo k rovině kmitů. Danou řadou bodovou nechť se šíří dvě příčné vlny téže délky vlny i amplitudy, jež jsou navzájem kolmo polarisované, takže i roviny kmitů jsou vzájemně kolmé. Výslední výchylka je vždy dána vektorovým součtem částečných výchylek. Jaké vlnění vznikne, o tom nás poučuje obr. 135, představující skládání kmitů navzájem kolmých. Je-li dráhový rozdíl obou částečných vln rovný celému počtu polovin, takže obě vlny současně začínají buď se stejnou fází (obr. 135 a) nebo s opačnou fází (obr. 135 e), vzniká zase lineárně polarisované vlnění, jehož polarisační rovina půli úhel původních polarisačních rovin. Jsou-li však obě vlnění vzájemně zpožděna o čtvrt délky vlnové (nebo o lichý počet čtvrtvln, obr. 135 c), vykonává každý bod kruhovou dráhu kolem střední polohy a vzniká vlnění *cirkulárně polarisované*. Vlna má v tomto případě tvar šroubovice, při čemž na vlnovou délku připadá jeden její závit. V jiných případech (obr. 135 b a d) vzniká vlnění *elipticky polarisované*.

**87. Vlnění stojaté.** Významný případ nastává, když touž řadou bodovou se šíří opačnými směry dvě vlny téže vlnové délky i téhož rozkmitu. Položíme-li počátek souřadnic  $O$  do místa, v němž se vlny setkávají vždy ve stejné fázi, jsou výchylky  $u_1$  a  $u_2$  v místě  $x$  a v čase  $t$  dány vztahy platnými pro vlnu postupující

$$\text{v pravo } u_1 = A \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right),$$

$$\text{v levo } u_2 = A \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right).$$

Výsledná výchylka  $u$  rovná se vždy součtu obou částečných výchylek a lze ji psát ve tvaru

$$u = u_1 + u_2 = 2A \cos 2\pi \frac{x}{\lambda} \cdot \sin 2\pi \frac{t}{T}.$$

To znamená, že ve všech místech vzniká jednoduché kmitání se stejnou fází, ale rozkmity  $A_x$  závisí na poloze místa  $x$  vztahem

$$A_x = 2A \cdot \cos 2\pi \frac{x}{\lambda}.$$

Tento rozkmit je největší (rovný  $2A$ ) pro

$$\cos 2\pi \frac{x}{\lambda} = \pm 1, \text{ tedy pro } x = 0, \pm \frac{\lambda}{2}, \pm \frac{2\lambda}{2}, \pm \frac{3\lambda}{2}, \dots$$

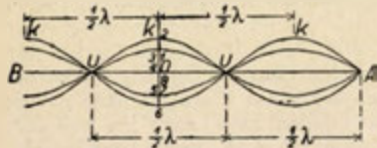
Tato místa, v nichž kmitání je nejsilnější, nazývají se *kmitny*  $k$  (obr. 145) a jsou od sebe vzdáleny o půl délky vlnové.

Amplituda je nulová v místech, pro něž platí

$$\cos 2\pi \frac{x}{\lambda} = 0,$$

tedy pro

$$x = \pm \frac{\lambda}{4}, \pm \frac{3\lambda}{4}, \pm \frac{5\lambda}{4}, \dots;$$



Obr. 145. Stojaté vlnění příčné.

místa tato slují *uzly*  $u$ . Sousední uzly jsou rovněž vzdáleny o poloviční délku vlnovou a mezi nimi uprostřed je vždy kmitna.

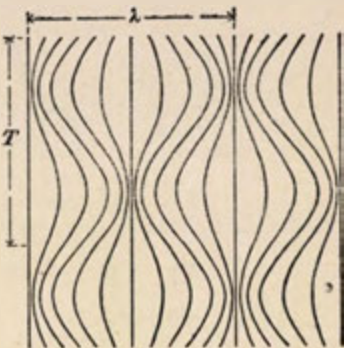
Kmitny vznikají v těch místech, kde se obě původní vlnění setkávají trvale ve stejné fázi, a uzly v místech, kde obě vlnění mají stále fázi opačnou. Kmity v ostatních místech mají amplitudy menší než  $2A$ , a to tím menší, čím jsou blíže k uzlu. Tento druh vlnění nazývá se *vlnění stojaté*.

Rozdíl mezi vlněním postupným a stojatým je tento: Při vlnění postupném kmitají všechny body se stejným rozkmitem, ale s různou fází (každý následující bod začíná později než předcházející). Při vlnění stojatém kmitají všechny body ve stejné fázi, ale s různým rozkmitem (body blíže ke kmitnám s větším rozkmitem, blíže k uzlům s rozkmitem menším).

Časový průběh stojatého vlnění příčného je znázorněn na obr. 145. Řada bodová má v každém čase tvar vlnovky, jejíž amplituda však střídavě (na obě strany) roste a zase klesá, při čemž místa nulových výchylek (uzly) stále trvají v téže poloze. Toto vlnění dá se snadno ukázat na hadici na jednom konci upevněné, jejíž druhý konec vhodně rozkmitáváme. Hadice se rozechvěje buď jako celek, obsahující půl vlny, nebo ve dvou oddílech (dvě polovlny) atd.

Časový průběh stojatého vlnění podélného nejlépe přehlédneme, rozvineme-li časové kmity jednotlivých bodů ve směru kolmém, jak je naznačeno na obr. 146. Pohybujeme-li po něm dolů úzkou štěrbinou, mající směr řady bodové, objeví se ve štěrbině názorný obraz stojatého vlnění podélného.

Ze srovnání stojatého vlnění příčného a podélného plyne tento rozdíl: Význačná místa vlny příčné, vrch a důl jsou vždy uprostřed mezi uzly. Význačná místa vlny podélné, zhuštění a zředění tvoří se (ovšem střídavě) právě v uzlech; v kmitnách zůstává hustota stále stejná.



Obr. 146. Stojaté vlnění podélné.

**88. Odraz vln. Chvění.** Řada bodová může se končiti buď pevným nebo volným koncem. Vlnění dospěvší na konec řady dává vznik vlnění postupujícímu zpět, což se nazývá *odraz vln*.

Každá výchylka, jež dorazí k pevnému konci, snaží se jej určitou silou vychýlit ve svém směru; reakcí pevného konce vzniká síla právě opačného směru, jež v řadě bodové dává podnět k výchylce opačné, kterážto běží po řadě bodové zpět. Pravíme, že na pevném konci nastává odraz s obrácenou fází.

Dopadá-li tedy celé vlnění na pevný konec, vzniká reakcí pevného konce vlnění se stejnou amplitudou, ale s opačnou fází, jež se šíří zpětným směrem. Oboje tato vlnění postupná se skládají ve vlnění stojaté, jež má na pevném konci uzel (tam se trvale setkávají výchylky s opačnou fází). Ostatní uzly jsou od pevného konce vzdáleny o celistvý počet polovln; kmitny vznikají uprostřed mezi uzly a jsou tedy vzdáleny od pevného konce o lichý počet čtvrtvln (srovn. obr. 145, v němž *A* představuje pevný konec).

Výchylka dospěvší na volný konec vychýlí jej ve svém směru a běží pak zpět, nezměnívši svého směru. Na volném konci vzniká odraz s nezměněnou fází. Vlnění postupné dopadnuvší na volný konec vzbuzuje tudíž odražené vlnění bez změny fáze, jež se s původním vlněním skládá zase ve stojaté vlnění. Poněvadž se však



na volném konci setkávají obě vlnění se stejnou fází, vzniká tam kmitna. Ostatní kmitny jsou od volného konce vzdáleny o celistvý počet polovln. Uprostřed mezi sousedními kmitnami je vždy uzel; jednotlivé uzly jsou tedy vzdáleny od volného konce o lichý počet čtvrtvln. Vlnění poblíž volného konce znázorňuje rovněž obr. 145, představuje-li  $B$  volný konec.

Na základě předchozích úvah můžeme snadno určit, jaké stojaté vlnění může vzniknouti v řadě bodové oboustranně omezené; nazýváme je v tomto případě *chvění* řady bodové.

Je-li řada bodová omezena dvěma pevnými konci, vznikají na nich uzly, takže na celou délku  $l$  řady musí připadnouti celistvý počet polovln. Základní chvění vzniká, když se vytvoří na uvažované řadě jediná polovina, takže její vlnová délka jest  $\lambda_1 = 2l$  a kmitočet  $N_1 = \frac{c}{\lambda_1} = \frac{c}{2l}$ . V ostatních případech platí ( $k$  celé číslo)

$$k \cdot \frac{\lambda_k}{2} = l, \quad N_k = \frac{c}{\lambda_k} = \frac{k \cdot c}{2l} = k \cdot N_1.$$

Vedle základního chvění s kmitočtem  $N_1$  mohou vzniknouti další chvění, jejichž kmitočet je celistvým násobkem kmitočtu základního; tedy vedle základního kmitu mohou vzniknouti všechny alikvotní (neboli vyšší harmonické) kmitu (srovn. odst. 80).

Obecné chvění takovéto řady bodové dá se tudíž podle Fourierovy věty vyjádřiti jako součet chvění základního a chvění alikvotních.

K témuž výsledku docházíme při úvaze řady bodové, jejíž oba konce jsou volné. Na nich vznikají kmitny, takže délka řady  $l$  musí obsahovati zase celistvý počet polovln. Rozdíl proti předešlému spočívá jedině v tom, že kmitny a uzly si vzájemně vyměňují místa.

Je-li však jeden konec pevný a druhý volný, vzniká na pevném konci uzel, na volném konci kmitna, takže řada bodová se dělí na lichý počet čtvrtvln. Při základním chvění připadá na délku  $l$  řady jedna čtvrtvlna, takže vlnová délka  $\lambda'_1$  a kmitočet  $N'_1$  jsou dány vztahy

$$\lambda'_1 = 4l; \quad N'_1 = \frac{c}{\lambda'_1} = \frac{c}{4l}.$$

Pro ostatní druhy chvění platí ( $k$  celé číslo)

$$(2k+1) \frac{\lambda'_k}{4} = l, \quad N'_k = \frac{c}{\lambda'_k} = (2k+1) \frac{c}{4l} = (2k+1) N'_1.$$

Řada bodová na jednom konci upevněná a na druhém volná může tudíž při svém chvění vedle základního kmitu konati toliko liché alikvotní kmitu.



Uvedené jednoduché vztahy platí ovšem jen v případě, že šíření vln se řídí vlnovou rovnicí, jak je tomu při příčném chvění strun a při podélném chvění v tyčích a v píšťálkách. Při příčném chvění tyčí jsou zákony šíření vln složitější, takže rozložení příčných vln i jejich kmitočty nevyhovují předcházejícím pravidlům.

**89. Vlnění prostorové.** Vzbudíme-li v určitém místě stejnorodého prostředí, vyplňujícího celý prostor, nějakou výchylku, šíří se z místa rozruchu vlnění na všechny strany. Soubor míst, do kterých se vlnění za touž dobu rozšířilo, nazývá se vlnoplocha. Obecné zákony takovéhoho šíření vln jsou však dosti složité.

Vzbudíme-li v pevném tělese výchylku určitého směru, šíří se v jejím směru jako podélná vlna, při čemž pohyb od částice k částici se přenáší normálním napětím látky. Ve směrech kolmých k směru původní výchylky šíří se vlna příčná a šíření vln je zprostředkováno napětím tečným; k ostatním směrům šíření vln je výchylka šikmá. — V kapalinách a plynech, nehledíme-li k vnitřnímu tření, nevznikají tečná napětí, takže se jimi příčné vlny nešíří. Kapalinami a plyny mohou tedy postupovati jen vlny podélné.

V dosti značné vzdálenosti od rozruchu můžeme malou část vlnoplochy přibližně považovati za rovnou, v níž výchylky mají téměř stejnou velikost i směr. Abstrakci tvoříme si pojem *rovinné vlny*. Rozumíme tím vlnění šířící se v rovinných vlnoplochách, při čemž všechny body téže vlnoplochy mají výchylky stejné velikosti i stejného směru; jednotlivé vlnoplochy postupují prostředím rovnoměrně za sebou a jejich rychlost měříme v kolmém směru k vlnoploše.

V pevném prostředí mohou se šířiti rovinné vlny jak příčné, tak i podélné, avšak různými rychlostmi. Pro rychlost příčných vln  $c_1$  a podélných vln  $c_2$  podává teorie vzorce

$$c_1 = \sqrt{\frac{G}{s}}, \quad c_2 = \sqrt{\frac{2(m-1)}{(m-2)} \cdot \frac{G}{s}},$$

v nichž  $G$  značí modul pružnosti ve smyku,  $m$  Poissonovu konstantu (odst. 46 a 48) a  $s$  spec. hmotu.

Pro rychlost  $c$  podélných vln v tenké tyči odvodili jsme v odst. 84 výraz

$$c = \sqrt{\frac{E}{s}},$$

což je tedy jiná hodnota než výše uvedená rychlost  $c_2$  pro podélnou vlnu rovinnou v neomezeném prostředí. Příčinou rozdílu je to, že v tyči při protažení nastává současně příčná kontrakce (odst. 46), jež však v neomezeném prostředí nemůže vznikati.

V kapalinách a plynech mohou se šířiti toliko podélné vlny. Pro rychlost  $c$  podélné rovinné vlny vyplývá z teorie vztah

$$c = \sqrt{\frac{G}{s}},$$

v němž  $C$  znamená modul objemové pružnosti (převratnou hodnotu koeficientu stlačitelnosti  $\gamma$ , odst. 57) a  $s$  je spec. hmota.

Uvažujme část kapaliny obsaženou ve válci délky  $\Delta x$  a průřezu  $q$  (srovn. obr. 140); osa válce je kolmá k vlnoplochám. V určitém čase  $t$  buďtež výchylky obou základů válce  $u$  a  $u'$ ; objemy původní  $V$  a změněný  $V'$  jsou dány vztahy

$$V = q \cdot \Delta x, \quad V' = q \cdot (\Delta x + u' - u) = q \cdot \Delta x \cdot \left(1 + \frac{\partial u}{\partial x}\right).$$

Relativní zvětšení  $\varphi$  objemu je tudíž

$$\varphi = \frac{V' - V}{V} = \frac{\partial u}{\partial x}.$$

Modul objemové pružnosti  $C$  znamená poměr mezi zvýšením tlaku  $\Delta p$  a relativním zmenšením objemu ( $-\varphi$ ), tedy

$$C = -\frac{\Delta p}{\varphi}, \quad \text{z čehož plyne} \quad \Delta p = -C \cdot \varphi = -C \cdot \frac{\partial u}{\partial x}.$$

Byl-li původní tlak v kapalině  $p_0$ , jsou tlaky  $p$  a  $p'$  v místech o  $dx$  ve směru šíření vln vzdálených

$$p = p_0 - C \frac{\partial u}{\partial x}, \quad p' = p_0 - C \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)'$$

Kapalina spec. hmoty  $s$ , obsažená ve válci průřezu  $q$  a délky  $dx$  má hmotu  $q \cdot s \cdot dx$  a podléhá zleva síle  $p \cdot q$ , zprava síle  $-p' \cdot q$ , takže její pohybová rovnice jest

$$q \cdot s \cdot dx \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = (p - p') \cdot q = -q \cdot \frac{\partial p}{\partial x} \cdot dx = C \cdot q \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \cdot dx,$$

takže po krácení plyne

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{C}{s} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x^2},$$

což je známá vlnová rovnice. Koeficient na pravé straně značí dvojmoc postupné rychlosti  $c$ , tedy

$$c^2 = \frac{C}{s} \quad \text{anebo} \quad c = \sqrt{\frac{C}{s}},$$

jak bylo dříve uvedeno.

V předcházejících úvahách se předpokládá, že teplota kapaliny se nemění. Ve skutečnosti při náhlém stlačení se kapalina maličko ohřeje, takže tlakové změny jsou větší, než jak bylo uvedeno; proto i rychlost  $c$  postupných vln je poněkud větší než podle odvozeného vzorce. Zpravidla však tyto odchylky jsou zanedbatelné malé.

Odvozená rychlost  $c$  znamená rychlost vln zvukových, šířících se v kapalinách. Colladon a Sturm měřili r. 1827 rychlost zvuku ve vodě na jezeře ženevském a našli pro ni  $c = 1435$  m/sec při teplotě  $8.1^\circ$ . Srovnáme tento výsledek s teorií. Voda při  $8^\circ$  se stlačí tlakem 1 atm. ( $= 1.013 \cdot 10^6$  dyn/cm<sup>2</sup>) o  $50.5 \cdot 10^{-6}$  svého objemu. Pro koeficient stlačitelnosti  $\gamma$  a pro modul objemové pružnosti  $C$  v absolutních jednotkách plyne z toho

$$\gamma = \frac{1}{C} = \frac{50.5 \cdot 10^{-6}}{1.013 \cdot 10^6}, \quad C = \frac{1.013}{50.5} \cdot 10^{12} = 2.006 \cdot 10^{10} \text{ dyn/cm}^2.$$

Po dosazení do odvozeného vzorce ( $s = 0.9999$  g/cm<sup>3</sup>) vychází pro rychlost

zvuku ve vodě při  $8^{\circ}$

$$c = \sqrt{\frac{2 \cdot 006 \cdot 10^{10}}{0.9999}} = 141600 \text{ cm/sec} = 1416 \text{ m/sec}$$

v dobré shodě s pozorováním (pozorovaná rychlost je poněkud větší než počítaná, jak se dalo očekávat).

Odvozený vzorec pro rychlost  $c$  podélných vln v kapalinách platí i pro plyny. Modul objemové pružnosti  $C$  jest podle své definice

$$C = dp : \left( -\frac{dV}{V} \right) = -V \cdot \frac{dp}{dV}.$$

Kdyby při šíření vln zůstávala teplota plynu stálá (děj isothermický), pak by z Boyleova zákona  $p \cdot V = \text{konst.}$  plynulo

$$p \cdot dV + V \cdot dp = 0, \quad C = -V \cdot \frac{dp}{dV} = p$$

a pro rychlost vlnění  $c$  bychom dostali vzorec Newtonův

$$c = \sqrt{\frac{C}{\sigma}} = \sqrt{\frac{p}{\sigma}},$$

značí-li  $\sigma$  spec. hmotu plynu. Pro vzduch teploty  $0^{\circ}\text{C}$  by vyšlo  $c = 280 \text{ m/sec}$ , což je hodnota značně menší, než jaká vychází z měření,  $c = 331.7 \text{ m/sec}$ .

Ve skutečnosti však plyn náhle stlačený se otepluje, náhle rozepjatý se ochlazuje; zhuštění a zředění následují zpravidla po sobě tak rychle, že změny teploty se nemohou vyrovnati do okolí. Pro takovýto děj (adiabatický) platí Poissonův vztah (viz v thermice)

$$p \cdot V^{\kappa} = \text{konst.},$$

v němž  $\kappa = c_p/c_v$  znamená poměr specifických tepel při stálém tlaku a při stálém objemu. Z tohoto vztahu plyne

$$V^{\kappa} \cdot dp + \kappa p V^{\kappa-1} \cdot dV = 0, \quad dp = -\kappa p \cdot \frac{dV}{V}$$

a pak pro modul objemové pružnosti  $C$  dostáváme:

$$C = -V \cdot \frac{dp}{dV} = \kappa p.$$

Pro rychlost  $c$  podélných vln v plynech platí tudíž vztah

$$c = \sqrt{\kappa \frac{p}{\sigma}},$$

jenž velmi dobře souhlasí s měřeními. Pro vzduch teploty  $0^{\circ}$  jest

$\sigma = 0.001293 \text{ g/cm}^3$ ,  $\kappa = 1.405$  a  $p = 1 \text{ atm.} = 1.013 \cdot 10^6 \text{ dyn/cm}^2$ , takže po dosazení plyne  $c = 331.8 \text{ m/sec}$  v úplné shodě s měřením.

Podle Boyleova zákona spec. hmota plynu  $\sigma$  za téže teploty jest úměrná tlaku plynu  $p$ , takže poměr  $p/\sigma$  zůstává stálý; to znamená, že rychlost zvuku nezávisí na tlaku plynu. Ovšem mění se s teplotou. Je-li  $\gamma = 0.003665$  koeficient objemové roztažnosti (pro všechny plyny stejný) a  $\sigma_0$  spec. hmota plynu za teploty  $0^\circ$  a tlaku  $p_0 = 1 \text{ atm.}$  platí pro všechny plyny vztah

$$\frac{p}{\sigma} = \frac{p_0}{\sigma_0} (1 + \gamma t),$$

takže pro rychlost zvuku (podélného vlnění) máme

$$c = \sqrt{\kappa \cdot \frac{p_0}{\sigma_0} (1 + \gamma t)} = \sqrt{\kappa \frac{p_0}{\sigma_0}} \cdot (1 + \frac{1}{2} \gamma t).$$

To znamená, že za každý stupeň teploty zvyšuje se rychlost zvuku v plynu o  $1.83\text{‰}$  (pro vzduch o  $0.61 \text{ m/sec}$ ).

Postupují-li současně týmž směrem dvě rovinné vlny, platí o jejich skládání vše, co bylo odvozeno v odst. 86 o skládání vln v řadě bodové; podobně zůstávají v platnosti úvahy o odrazu vln a o vzniku stojatého vlnění.

**90. Intensita vlnění.** Pro celkovou energii  $E$  hmotného bodu  $m$  harmonicky kmitajícího odvodili jsme v odst. 79 za obvyklého označení vztahy

$$E = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 = \frac{2 \pi^2 m}{T^2} A^2 = 2 \pi^2 m N^2 A^2.$$

Podle tohoto výrazu můžeme určit hustotu energie (t. j. energii obsaženou v objemové jednotce) jednoduché (sinusové) vlny, kteráž se nazývá *intensita vlnění*  $e$ . Hmota v jednotce objemové je dána spec. hmotou  $s$ , takže máme

$$e = \frac{1}{2} s \omega^2 A^2 = \frac{2 \pi^2 s}{T^2} A^2 = 2 \pi^2 s N^2 A^2.$$

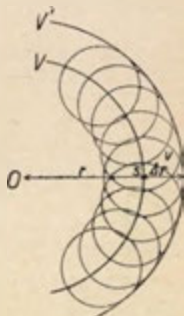
Intensita vlnění jest úměrná spec. hmotě prostředí, dvojmoci kmitočtu a dvojmoci rozkmitu.

Při šíření rovinné vlny energie obsažená v určitém objemu zůstává stále soustředěna v stejné velkém objemu (pouze rovnoměrně postupuje ve směru šíření vln). Její intensita zůstává proto stálá, tedy i amplituda.

Šíří-li se však vlnění z určitého bodového zdroje v kulových vlnoplochách, roste velikost vlnoplochy s dvojmocí vzdálenosti  $r$  od zdroje. Energie obsažená v kulové slupce tloušťky  $\Delta r$

zaujímá tudíž objem úměrný dvojmoči vzdálenosti  $r$ , takže intenzita vlnění (energie v objemové jednotce) se zmenšuje úměrně s dvojmočí vzdálenosti  $r$ . Ze vzorce pro intenzitu vlnění je zřejmé, že amplituda  $A$  vlnění klesá v tomto případě jen s první mocninou vzdálenosti od zdroje.

**91. Huygensův princip.** Vlnoplocha rozšiřující se naráží na překážky a pod., čímž se její tvar mění. Tyto změny po geometrické stránce je možno stanoviti na základě obecného principu odvozeného Huygensem (1690). Vlnění vycházející z bodového zdroje  $O$  (obr. 147) rozšíří se za dobu  $t$  na kulovou vlnoplochu  $V$  poloměru  $r = c \cdot t$ , značí-li  $c$  rychlost vlnění. Za další dobu  $\Delta t$  rozšíří se na kulovou vlnoplochu  $V'$ , jejíž poloměr jest o  $\Delta r = c \cdot \Delta t$  větší. Tuto novou vlnoplochu  $V'$  můžeme však stanoviti, i když bychom neznali původní střed rozruchu, představíme-li si, že každý bod  $s$  první vlnoplochy je středem elementárního rozruchu. Za dobu  $\Delta t$  dospěje vlnění z jednotlivých bodů vlnoplochy  $V$  na koule  $v$  opsané poloměrem  $\Delta r$ . Skutečná vlnoplocha  $V'$  je vnější obálka všech elementárních vlnoploch  $v$ . Táž úvaha platí, i když má původní vlnoplocha jiný tvar než kulový.



Obr. 147.

Princip Huygensův.

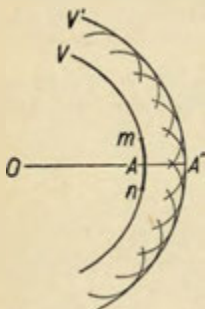
Známe-li tedy v určitém čase polohu vlnoplochy, považujeme každý její bod za zdroj nového rozruchu a sestrojíme elementární kulové vlnoplochy z nich vyšlé; obalová plocha elementárních vlnoploch stanoví pak výslednou vlnoplochu v dalším čase.

Při tomto jednoduchém odvození Huygensova principu zůstává nevyloženo, proč nevzniká vlnění i v místech mimo obálku, do nichž také zasahují elementární vlnoplochy. Tento zjev vyložil teprve Fresnel. V původní vlnoploše není totiž pouze výchylka, nýbrž její body mají také určitou rychlost, což dává podnět k dalším elementárním vlnám. Jak Fresnel ukázal, všechna elementární vlnění se zesilují toliko v místech vnější obálky, kdežto ve všech ostatních místech se interferencí ruší. Přesné řešení tohoto problému, týkajícího se Huygensova principu, podal teprve Kirchhoff.

Představme si, že z bodu  $O$  (obr. 148) vychází na všechny strany jednoduché (sinusové) vlnění. V tomto případě šíření vln do jisté míry závisí na vlnové délce  $\lambda$ . Z bodu  $O$  dospělo vlnění do bodu  $A'$  v nejkratším čase po spojnici  $OA'$ , jež protíná vlnoplochu  $V$  v bodě  $A$ , zvaném *pól* vzhledem k  $A'$ . Jak přesný rozbor Huygensova principu ukazuje, vlnění v  $A'$  je podmíněno pouze vlněním na malé části *mn* vlnoplochy kolem pólu  $A$ ; ostatní body vlnoplochy  $V$  nemají na vlnění v  $A'$  vlivu.



Je-li vlnová délka  $\lambda$  malá, pak také působivá ploška  $mn$  je malá. Stačí proto malá překážka v pólu  $A$ , aby se do bodu  $A'$  vlnění vůbec nedostalo. To znamená, že vlnění se šíří v tomto případě přímočaře v paprscích na vlnoplochu kolmých.



Obr. 148. Přímočaré šíření a ohyb vln.

Při velké vlnové délce je také působivá ploška  $mn$  velká. Pak malá překážka, zakrývající pól, má jen nepatrný účinek na vlnění v bodě  $A'$ , jež tam vniká z nezakrytých částí působivé plochy  $mn$ . V tomto případě vlnění se šíří také ve směrech odchylujících se od paprsku (ohýbá se za překážku). Pravíme, že nastává *ohyb* vln.

Prvý případ nastává při vlnění světelném, jež má velmi malou vlnovou délku vzhledem k obyčejným překážkám. Proto zpravidla pozorujeme jen přímočaré šíření světla a úkazy s tím související (stín). Ohyb světla je zjev vzácný.

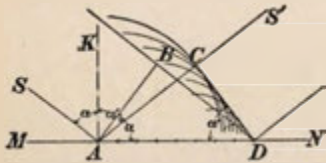
Vlny zvukové jsou zpravidla dosti dlouhé, téžé řádové velikosti jako překážky nebo otvory. Proto přímočaré šíření zvuku je zastíeno ohybem zvukových vln;

zvuk šíří se za otvorem nebo překážkou na všechny strany. Akustický „stín“ může vzniknouti jen za velmi rozměrnými překážkami.

**92. Odraz a lom rovinné vlny.** Dopadne-li rovinná vlna, šířící se v jednom prostředí, na rozhraní druhého prostředí, stává se každý bod rozhraní, k němuž vlnění dospělo, středem elementárního vlnění. Z něho se tedy šíří jednak vlnění zpět do prvního prostředí a vzniká vlnění *odražené*; mimo to vniká vlnění do druhého prostředí, v němž má ovšem jinou rychlost, a tím vzniká vlnění *zlomené*.

Pro jednoduchost doporučuje se vyšetřovati odraz i lom zvláště, ačkoliv oba zjevy nastávají zpravidla současně. Při dalších vývodech nebudeme přihlížeti k ohybu vln; to znamená, že za nový tvar vlnoplochy budeme považovati toliko obálku elementárních vlnoploch, nepřihlížejíce k místům mimo obálku.

**Odraz vln (reflexe).** Na rozhraní  $MN$  (obr. 149) nechť dopadá rovinná vlna  $AB$ . Úhel  $\alpha = \angle BAD$  mezi rovinnou vlnou



Obr. 149. Odraz rovinné vlny.

a rozhraním se nazývá *úhel dopadu*; též úhel svírá dopadající paprsek  $SA$  s kolmicí dopadu  $AK$ . Za dobu  $\tau$ , za kterou vlnění z bodu  $B$  dospělo k rozhraní v  $D$ , rozšířilo se vlnění z  $A$  vycházející na elementární kulovou vlnoplochu o poloměru  $AC (= BD)$ . Vlnění z ostatních bodů vlnoplochy

$AB$  mezitím postupně přicházela k rozhraní a z něho se šířila na elementární vlnoplochy o poloměrech postupně menších. Celou konstrukci nutno si ovšem představovati prostorově; obr. 149 představuje její rovinný řez. Odražená vlna jakožto obálka elementárních vlnoploch je rovina proložená kolmo k nákrešně společnou tečnou  $DC$ . Úhel  $\alpha' = \angle CDA$ , jež svírá odražená vlna s rozhraním, sluje *úhel odrazu*; týž úhel svírá odražený paprsek  $AS'$  s kolmicí dopadu. Ze shodnosti pravoúhlých trojúhelníků  $ABD$  a  $DCA$  plyne

$$\angle CDA = \angle BAD \text{ čili } \alpha' = \alpha.$$

*Úhel odrazu rovná se úhlu dopadu.* Z konstrukce je dále zřejmé, že odražený paprsek  $AS'$  leží v rovině dopadu, určené paprskem dopadajícím  $SA$  a kolmicí dopadu  $AK$ .

*Lom vln (refrakce).* Pro lom vlny jest obdobná konstrukce naznačena na obr. 150; v tomto případě jest ovšem třeba přihlížeti k tomu, že se vlnění šíří v obou prostředích různou rychlostí, v prvném  $c_1$ , v druhém  $c_2$ . Zlomená vlna je zase určena rovinou, která prochází kolmo k nákrešně tečnou vedenou v bodu  $D$  k elementární kulové vlnoploše vyšlé z bodu  $A$ . Úhel sevřený zlomenou vlnou  $DC$  a rozhraním  $MN$  nazývá se *úhel lomu*  $\beta$  a rovná se úhlu mezi zlomeným paprskem  $AS_1$  a kolmicí dopadu  $AK_1$ .

Za dobu  $\tau$ , v níž dospělo vlnění z bodu  $B$  do bodu  $D$  ( $BD = c_1 \cdot \tau$ ), rozšířilo se vlnění vycházející z bodu  $A$  na kulovou vlnoplochu o poloměru  $AC = c_2 \cdot \tau$ . Z obr. 150 plyne

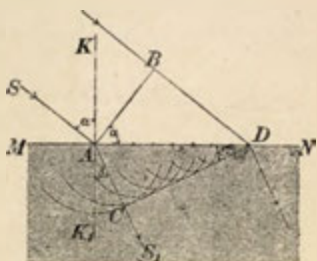
$$BD = AD \cdot \sin \alpha = c_1 \cdot \tau,$$

$$AC = AD \cdot \sin \beta = c_2 \cdot \tau,$$

takže dělením dostáváme Snellův zákon lomu

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c_1}{c_2} = n.$$

Při lomu poměr sinu úhlu dopadu k sinu úhlu lomu se rovná poměru příslušných rychlostí vln v obou prostředích a má tedy pro táž dvě prostředí stálou hodnotu  $n$ , jež se nazývá *index lomu*. Podobně jako dříve plyne z konstrukce obr. 150, již si myslíme prostorově, že paprsek zlomený  $AS_1$  zůstává v rovině dopadu.



Obr. 150. Lom rovinné vlny

Pokud je rychlost  $c_2$  v druhém prostředí menší než rychlost  $c_1$  v prostředí prvním, mají elementární vlnoplochy vždy společnou obálku a nastává tedy lom vln při každém úhlu dopadu  $\alpha$ ; při tom jest

$$n = \frac{c_1}{c_2} > 1, \quad \beta < \alpha,$$

nastává lom ke kolmici.

Je-li však  $c_2 > c_1$ , tedy  $n < 1$ , nastává lom jen tehdy, je-li poloměr  $AC$  elementární vlny menší než  $AD$ ; pak jest  $\beta > \alpha$ , nastává lom od kolmice. Když však úhel dopadu  $\alpha$  jest tak velký, že  $AC > AD$ , elementární vlnoplochy vyšlé z bodů rozhraní  $AD$  se vůbec neprotínají a nemají společné obálky. V tomto případě lom vůbec nenastává, vlnění se jen odráží a to v plné intenzitě; tento zjev sluje *úplný odraz* (totální reflexe).

Mezní případ mezi lomem a úplným odrazem je dán podmínkou, že poloměr  $AC$  elementární vlnoplochy se právě rovná délce  $AD$ . Příslušný úhel dopadu  $\alpha_0$  sluje *mezní úhel* a je dán podmínkou

$$AC = c_2 \cdot \tau = AD = \frac{BD}{\sin \alpha_0} = \frac{c_1 \cdot \tau}{\sin \alpha_0},$$

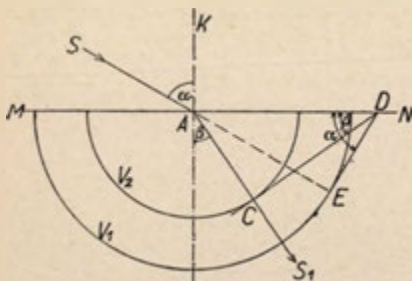
z níž plyne

$$\sin \alpha_0 = \frac{c_1}{c_2} = n.$$

Huygensův výklad lomu vede k jednoduché konstrukci zlomeného paprsku, naznačené v obr. 151. Z bodu dopadu  $A$  sestrojíme dvě polokružnice  $V_1$  a  $V_2$ , jichž poloměry  $AE = r_1$  a  $AC = r_2$  jsou v poměru rovném indexu lomu  $n$ , tedy

$$\frac{AE}{AC} = \frac{r_1}{r_2} = n = \frac{c_1}{c_2}.$$

Polokružnice  $V_1$  je stopou elementární vlny, na kterou by se vlnění rozšířilo



Obr. 151.

Huygensova konstrukce lomeného paprsku.

za určitou dobu  $\tau$  z bodu  $A$ , kdyby za rozhraním bylo stejné prostředí jako před ním. Prodloužíme-li tedy dopadající paprsek  $SA$  až k průsečíku  $E$  s touto vlnoplochou, znamená tečná rovina  $ED$  vlnoplochu, na niž by vlnění dospělo v původním prostředí za dobu  $\tau$ . Ve skutečnosti se však vlnění z bodu  $A$  vyšlé rozšířilo za touž dobu  $\tau$  na elementární vlnoplochu  $V_2$ ; skutečná poloha rovinné vlny musí se tudíž dotýkati kružnice  $V_2$  a prochází bodem  $D$ , k němuž vlnění v prvním prostředí právě dorazilo. Je tedy

zlomená vlna dána tečnou z bodu  $D$  k polokružnici  $V_2$  vedenou; zlomený paprsek  $AS_1$  stojí na této vlnoploše kolmo. — Správnost konstrukce jest ostatně zřejmá z obr. 151. Je totiž

$$\sin \alpha = \frac{AE}{AD}, \quad \sin \beta = \frac{AC}{AD},$$

takže

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{AE}{AC} = n = \frac{c_1}{c_2},$$

jak žádá zákon Snellův.

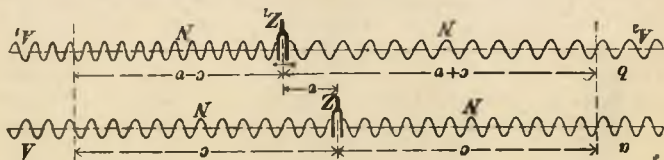
**93. Princip Dopplerův.** Klidný zdroj  $Z$  (obr. 152), kmitající s kmitočtem  $N$ , vysílá za vteřinu  $N$  vln, jež se rozšíří na dráhu rovnou rychlosti vlnění  $c$ , takže vlnová délka  $\lambda$  jest určena známým vztahem

$$\lambda = \frac{c}{N}.$$

Toto vlnění se však pozmění jak pohybem zdroje, tak i pohybem prostředí.

V obr. 152 vysílá ladička ovšem vlny podélné; místo nich jsou však za účelem zřetelnosti výkladu rýsovány vlny příčné.

Pohybuje-li se zdroj rychlostí  $v$  v klidném prostředí (dolní část obr. 152), pak  $N$  vlnek za vteřinu vyslaných zaujímá ve směru



Obr. 152. Princip Dopplerův.

pohybu jen dráhu  $c - v$ , ve směru opačném dráhu  $c + v$ . Vlnová délka se tedy změnila; ve směru pohybu je kratší ( $\lambda_1$ ), ve směru opačném je větší ( $\lambda_2$ ) podle vztahů

$$\lambda_1 = \frac{c - v}{N} = \frac{c - v}{c} \cdot \lambda, \quad \lambda_2 = \frac{c + v}{N} = \frac{c + v}{c} \cdot \lambda.$$

Klidný pozorovatel vnímá za vteřinu tolik kmitů, kolik je vlnek na dráze  $c$ , prošle jeho pozorovacím místem za vteřinu. Blíží-li se tedy k němu zdroj rychlostí  $v$  (poloha  $A_1$ ), vnímá vyšší kmitočet  $N_1$ ; vzdaluje-li se zdroj od něho (poloha  $A_2$ ), vnímá nižší kmitočet  $N_2$ . Pro tyto kmitočty platí vztahy

$$N_1 = \frac{c}{\lambda_1} = \frac{c}{c - v} N, \quad N_2 = \frac{c}{\lambda_2} = \frac{c}{c + v} N.$$

Pohybující se zdroj vysílá tedy vlnění jiného kmitočtu, než je jeho vlastní kmitočet. Ve směru pohybu je vlnová délka kratší a kmitočet vyšší, ve směru opačném je vlnová délka větší a kmitočet nižší.

Tento zjev odvodil r. 1842 Doppler, tehdy profesor na pražské stavovské technice. — Dopplerův princip má velký význam v astrofysice, kde ze změny vlnové délky spektrálních čar dá se stanovit rychlost stálic a mlhovin ve směru spojnice se Zemí.

Pohybující se prostředí unáší vlnění s sebou, takže celý úkaz při klidném zdroji je právě takový, jako kdyby prostředí bylo v klidu a zdroj se pohyboval opačnou rychlostí. O změně vlnové délky  $\lambda$  platí stejné vzorce jako dříve, značí-li v nich  $v$  relativní rychlost zdroje vzhledem k prostředí. Když se tedy prostředí pohybuje v kladném směru rychlostí  $w$ , je třeba do vzorců pro vlnovou délku dosadit  $v = -w$ . Ve směru pohybu prostředí je vlnová délka větší, ve směru opačném menší. Avšak v tomto případě pro klidného pozorovatele se kmitočet nemění. Je-li na př. od zdroje umístěn ve směru pohybu prostředí, pak  $N$  vlnek je obsaženo na dráze  $c + w$ , ale stejná dráha  $c + w$  prochází za vteřinu pozorovacím místem, kde tedy vzniká za vteřinu právě zase  $N$  kmitů.

Pohybuje-li se pozorovatel, mění se kmitočet  $N'$  vnímaného vlnění (vlnová délka ovšem zůstává stálá). Je-li rychlost pozorovatele  $u$  (měřená ve směru šíření vln) a vlnová délka daného vlnění  $\lambda$ , projde za vteřinu pozorovacím místem dráha  $c - u$ ; počet vlnek  $\lambda$  na ní obsažených určuje vnímaný kmitočet  $N'$ , jenž jest

$$N' = \frac{c - u}{\lambda} = \frac{c - u}{c} N,$$

značí-li  $N$  kmitočet vnímaný za klidu. Pohyb pozorovatele ve směru vlnění tedy snižuje vnímaný kmitočet, pohyb ve směru opačném jej zvyšuje.

Pohyb zdroje způsobuje objektivní změnu vlnové délky; pohyb pozorovatele vzbuzuje jen subjektivní změnu kmitočtu. — Pohybují-li se současně prostředí i pozorovatel, je třeba ve vzorci pro vnímaný kmitočet dosadit za  $u$  relativní rychlost pozorovatele vzhledem k prostředí.

Podle předešlých výkladů lze snadno odvodit obecný vzorec pro změnu kmitočtu za současného stejnosměrného pohybu zdroje (rychlost  $v$ ), prostředí ( $w$ ) a pozorovatele ( $u$ ), při čemž všechny rychlosti čítáme kladné ve směru od zdroje k pozorovateli. Ze zdroje kmitočtu  $N$  vychází za vteřinu  $N$  vln obsažených na dráze  $c + w - v$ , takže vlnová délka  $\lambda'$  vzniklého vlnění jest

$$\lambda' = \frac{c + w - v}{N}.$$

Pozorovacím místem projde za vteřinu dráha  $c + w - u$ ; vnímaný kmitočet  $N'$  se rovná počtu vlnek  $\lambda'$  na uvedené dráze obsažených, takže jest



$$N' = \frac{c + w - u}{\lambda'} = \frac{c + w - u}{c + w - v} \cdot N.$$

Ze vzorce je zřejmó, že změna kmitočtu nenastává, když relativní rychlosti pozorovatele ( $u - w$ ) a zdroje ( $v - w$ ) jsou stejné, tedy na př. když oba jsou v klidu, třebaž se prostředří pohybuje. Tedy vítr nemá na jakost hudby zdálky vnřmané vlivu.

**94. Vynucené kmity. Resonance.** Dopadá-li jednoduché (sinusové) vlnění o kruhové frekvenci  $\Omega$  a tedy periodě  $\Theta = 2\pi/\Omega$  na nějaké těleso schopné pohybu, působí na ně periodicky proměnlivými silami (s periodou  $\Theta$ ) a tak je nutí konati kmitavý pohyb s touž periodou; vznikající kmity nazýváme vynucené. Důležitý případ nastává, když uvažované těleso (oscilátor) je schopno samostatně kmitati s kruhovou frekvencí  $\omega$  a tedy s vlastní periodou  $T = 2\pi/\omega$ . Pokud se vynucená perioda  $\Theta$  a vlastní perioda  $T$  značně od sebe liší, mají vynucené kmity (periody  $\Theta$ ) poměrně malou intensitu. Přibližuje-li se však perioda  $\Theta$  dopadajícího vlnění vlastní periodě  $T$  oscilátoru, intensita vynucených kmitů silně vzrůstá a nabývá největší hodnoty při rovnosti obou period,  $\Theta = T$ ; pravíme, že nastává *resonance*. Znamená to, že těleso schopné oscilací se uvede do velmi intenzivního kmitání, dopadá-li na ně vlnění naladěné na stejnou periodu.

Jest velmi zajímavé sledovati uvažovaný případ početně, při čemž je třeba také přihlídnouti k tlumení. Pohybovou rovnici tlumených kmitů odvodili jsme již v odst. 26. Hmotný bod  $m$ , pružností vázaný na určitou rovnovážnou polohu, po vychýlení podléhá síle směřující k rovnovážné poloze a úměrné výchylce  $u$ , tedy  $P = -k^2 \cdot u$ . Při pohybu působí na něj mimo to síla  $P_1$  vznikající tlumením (na př. odporem prostředí), jež jest úměrná jeho okamžité rychlosti  $du/dt$  a má směr opačný, tedy  $P_1 = -B \cdot du/dt$ . Dopadající vlnění, mající kruhovou frekvenci  $\Omega$ , působí na uvažovaný hmotný bod periodicky proměnlivou silou  $D \cdot \sin \Omega t$ . Pohybová rovnice toho bodu je tedy

$$m \frac{d^2 u}{dt^2} = -k^2 \cdot u - B \cdot \frac{du}{dt} + D \cdot \sin \Omega t.$$

Dělme celou rovnici  $m$  a položíme

$$\frac{k^2}{m} = \omega^2, \quad \frac{B}{m} = 2b, \quad \frac{D}{m} = a;$$

tak nabývá předchozí rovnice tvaru

$$\frac{d^2 u}{dt^2} + 2b \cdot \frac{du}{dt} + \omega^2 \cdot u = a \cdot \sin \Omega t.$$

Kdyby nebylo vnějšího vlnění ( $a = 0$ ), byla by to známá rovnice tlumených kmitů (odst. 26.), jejíž integrál jest (v případě slabého tlumení)

$$u = C \cdot e^{-bt} \cdot \sin(\omega_1 t + \gamma),$$

kdež  $C$  a  $\gamma$  jsou integrační konstanty. Uvedený výsledek znamená, že hmotný bod koná harmonické kmity s kruhovou frekvencí  $\omega_1 = \sqrt{\omega^2 - b^2}$ , jichž ampli-

tuda se však exponenciálně s časem zmenšuje. Bez tlumení ( $b=0$ ) byla by vlastní kruhová frekvence  $\omega$ ; tlumením se tato frekvence zmenšuje a tedy perioda  $T$ , se zvětšuje.

Obecný integrál předcházející úplné rovnice, tedy v případě dopadajícího vlnění, má tvar

$$u = C \cdot e^{-bt} \cdot \sin(\omega_1 t + \gamma) + A_1 \cdot \sin \Omega t + A_2 \cdot \cos \Omega t,$$

jak se přesvědčíme dosazením. Hodnoty  $A_1$  a  $A_2$  nutno ovšem voliti tak, aby předešlá diferenciální rovnice byla v každém čase splněna. Uvedený výsledek znamená: hmotný bod vedle vlastních tlumených kmitů (s frekvencí  $\omega_1$ ) koná netlumené vynucené kmity, jejichž kruhová frekvence  $\Omega$  se právě rovná frekvenci dopadajícího vlnění. Po krátkém poměrně čase vlastní tlumené kmity vymizí, takže pak zbývá jen netlumené vynucené kmitání. Jeho amplituda

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$$

podstatně závisí na kruhových frekvencích vlastní  $\omega$  (bez tlumení) a vynucené  $\Omega$ .

Abychom určili rozkmit  $A$  vynucených kmitů, dosadíme výraz

$$u = A_1 \cdot \sin \Omega t + A_2 \cdot \cos \Omega t$$

do předcházející diferenciální rovnice; má-li být splněna pro každý čas  $t$ , musí se koeficienty při  $\sin \Omega t$  a při  $\cos \Omega t$  na obou stranách pro sebe rovnati. To vede k podmiňovacím rovnicím

$$\begin{aligned} A_1 \cdot (\omega^2 - \Omega^2) - 2b A_2 \Omega &= a, \\ 2b A_1 \Omega + A_2 \cdot (\omega^2 - \Omega^2) &= 0, \end{aligned}$$

z nichž plyne řešením

$$A_1 = a \frac{\omega^2 - \Omega^2}{(\omega^2 - \Omega^2)^2 + 4b^2 \Omega^2}, \quad A_2 = -a \frac{2b \Omega}{(\omega^2 - \Omega^2)^2 + 4b^2 \Omega^2}.$$

Amplituda  $A$  vynuceného kmitání jest

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} = \frac{a}{\sqrt{(\omega^2 - \Omega^2)^2 + 4b^2 \Omega^2}}$$

a tedy jeho intensita  $E$  (srovn. str. 160)

$$E = \frac{1}{2} m \Omega^2 A^2 = \frac{1}{2} m a^2 \frac{\Omega^2}{(\omega^2 - \Omega^2)^2 + 4b^2 \Omega^2}.$$

Do tohoto výrazu zavedeme poměr kruhových frekvencí

$$\frac{\omega}{\Omega} = x,$$

jenž se rovná též poměru kmitočtů a znamená v hudbě interval obou tónů (vlastního a vynuceného). Je pak

$$E = \frac{m a^2}{2 \omega^2} \cdot \frac{1}{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4 \frac{b^2}{\omega^2}}.$$

Intensita vynuceného kmitání bude největší (nastane resonance), když jmenovatel předešlého výrazu je nejmenší, což nastává pro

$$x - \frac{1}{x} = 0;$$

pak jest

$$x = 1, \quad \Omega = \omega \quad \text{a tedy též} \quad \theta = T.$$

Resonance vzniká, když dopadající vlnění má periodu  $\Theta$  rovnou vlastní netlumené periodě  $T$  kmitajícího tělesa; intensita kmitání je v tomto případě největší, totiž

$$E_{\max} = \frac{m a^2}{8 b^2}.$$

Z tohoto výrazu poznáváme, že intensita kmitání je tím větší, čím je kmitající soustava méně tlumena. Při zcela malém tlumení vzrůstá intensita vynucených kmitů na značně velké hodnoty a může způsobiti prasknutí kmitajícího tělesa; takto se vykládá záhadné jinak prasknutí i silných hřidelů, když náhodou jejich vlastní kmitý jsou v resonanci s chodem stroje.

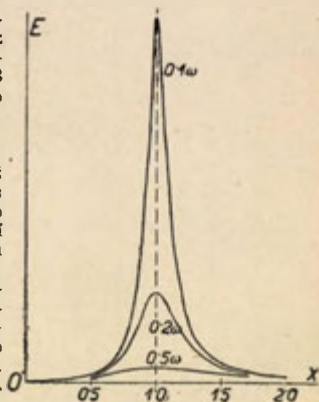
Jsou-li oscilátor a přijímané vlnění rozladěny (v intervalu  $x$ ), mají vynucené kmitý mnohem menší intensitu než při resonanci. Vedle rozladění, stanoveného intervalem  $x$ , má značný vliv tlumení oscilátoru, jak je zřejmé z resonančních křivek (obr. 153), určujících závislost intensity  $E$  vynuceného kmitání na intervalu  $x$  při různých tlumeních. V obrazech 153 jsou narysovány tři resonanční křivky pro různá tlumení a to pro

$$b = 0.1 \omega, \quad b = 0.2 \omega, \quad b = 0.5 \omega.$$

Při malém tlumení (na př.  $b = 0.1 \omega$ ) již nepatrné rozladění způsobuje silný pokles intensity vynuceného kmitání (resonance je význačná). Při velkém poměrně tlumení má rozladění jen malý vliv na intensitu kmitání.

Resonance se dá velmi pěkně předvésti dvěma ladičkami na ozvučných skřínkách, přesně naladěnými na týž tón. Rozezvučíme-li jednu z nich, rozezvučí se i druhá, i když jsou dosti od sebe vzdáleny. Jakmile však jednu ladičku rozladíme (na př. malým přívazkem na jedné vidlici), resonance nenastane. Podobně lze ukázati resonanci dvou strun na polychordu (strunnáku).

Na resonanci jsou založeny jednoduché měřiče počtu otáček strojů. Je to řada ocelových pruhů, jež jsou na jednom konci upevněny a na druhém nesou deštičku s označením kmitočtu. Jestliže se tento měřič dotýká stroje v chodu, rozkmitá se resonancí ten proužek, jež je naladěn na stejný kmitočet, jaký má vyšetřovaný stroj. Podobně jsou též upraveny měřiče frekvencí střídavých proudů.

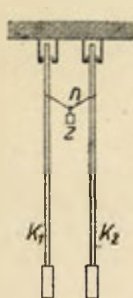


Obr. 153. Resonanční křivky.

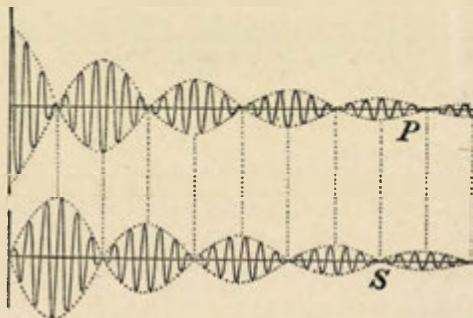
**95. Vázané (spřažené) oscilátory.** Dvě stejná kyvadla  $K_1$  a  $K_2$  (obr. 154), zavěšená tak, že mohou kývati v rovinách rovnoběžných (kolmo k nákrese), spojíme v horní jejich části nití  $n$  zatíženou malým závažím  $z$ . Tím jsme mezi nimi způsobili vazbu; výchylka jednoho kyvadla působí určitou silou v témž směru na druhé kyvadlo. Jestliže jedno kyvadlo ( $K_1$ ) rozkýváme, nastává zájímavý zjev. Periodicky proměnlivými silami od vazby rozkývá se poněkud i druhé kyvadlo, přebírajíc část energie prvního kyvadla, jehož kyvy se zmenšují, až se na okamžik zastaví; v tomto okamžiku přešla celá energie na druhé kyvadlo, jež koná největší kyvy.

Pak se celý děj obrátí. Druhé kyvadlo svou vazbou rozkývá zase první kyvadlo, při čemž samo zmenšuje své kyvy, až se zastaví; celá energie se zase vrátí prvnímu kyvadlu. V dalším čase se celý děj opakuje jako na začátku. Při volné vazbě (nit blízko os kyvadel) přechází energie z jednoho kyvadla na druhé jen pozvolna; při těsné vazbě (nit blíže čoček kyvadel, po př. větší závaží  $z$ ) je přechod energie rychlejší.

Kyvadla v uvedeném příkladu představují dva vázané (spřažené) oscilátory, u nichž výchylka jednoho působí určitou silou na druhý oscilátor a naopak. Rozkmitáme-li jeden z obou spřaže-



Obr. 154.  
Spřažená kyvadla.



Obr. 155. Vázané (spřažené) kmity.

ných oscilátorů, nastává zjev naznačený na obr. 155 v časovém rozvinutí kmitů obou oscilátorů  $P$  a  $S$ . Energie kmitová přechází z jednoho oscilátoru na druhý, pak zase zpět atd., při čemž ovšem tlumením se stále zmenšuje.

Z obrazce je zřejmé, že každý oscilátor koná rázy (odst. 82). To však znamená, že vlastně každý oscilátor koná současně dvojí kmitání s různými kmitočty  $N_1$  a  $N_2$ . Při zcela volné vazbě jsou rázy pomalé a tedy rozdíl kmitočtů malý; při těsné vazbě jsou rázy rychlé, což znamená, že se oba kmitočty značně liší od sebe.

Vyšetříme početné nejjednodušší případ, že jsou spřaženy dva shodné netlumené oscilátory. Každý z obou oscilátorů sám pro sebe nechť má kruhovou frekvenci  $\omega$ . Při výchylce  $u$  vzniká v každém pružnosti síla úměrná výchylce,  $P = -K \cdot u$ , při čemž  $K = m \cdot \omega^2$ . — Spřažení obou oscilátorů znamená, že při výchylkách  $u_1$  a  $u_2$  působí na sebe navzájem opačnými silami  $P'$ , úměrnými rozdílu výchylek, tedy  $P' = K'(u_1 - u_2)$ . Konstanta úměrnosti  $K'$  jest jistě menší než konstanta  $K$  ve vzorci pro sílu vznikající pružností. Můžeme proto psát

$$K' = k \cdot K = k m \omega^2, \quad P' = k m \omega^2 (u_1 - u_2).$$

Nová konstanta  $k$  se nazývá *koefficient vazby* a platí pro ni ovšem

$$0 < k < 1.$$

Pohybové rovnice obou oscilátorů jsou

$$m \frac{d^2 u_1}{dt^2} = P_1 - P' = -m\omega^2 u_1 - km\omega^2 (u_1 - u_2),$$

$$m \frac{d^2 u_2}{dt^2} = P_2 + P' = -m\omega^2 u_2 + km\omega^2 (u_1 - u_2)$$

anebo po jednoduché úpravě

$$\frac{d^2 u_1}{dt^2} + \omega^2(1+k)u_1 = k\omega^2 u_2,$$

$$\frac{d^2 u_2}{dt^2} + \omega^2(1+k)u_2 = k\omega^2 u_1.$$

Dosadíme-li  $u_2$  vypočtené z první rovnice do rovnice druhé, máme po úpravě

$$\frac{d^4 u_1}{dt^4} + 2\omega^2(1+k) \frac{d^2 u_1}{dt^2} + \omega^4(1+2k)u_1 = 0.$$

Této diferenciální rovnici vyhovuje integrál tvaru

$$u_1 = C \cdot e^{\alpha t}$$

za podmínky, že hodnota  $\alpha$  splňuje t. zv. charakteristickou rovnici

$$\alpha^4 + 2\omega^2(1+k) \cdot \alpha^2 + \omega^4(1+2k) = 0.$$

Kořeny této rovnice jsou vesměs imaginární

$$\alpha_{1,2} = \pm i\omega, \quad \alpha_{3,4} = \pm i\omega\sqrt{1+2k} = \pm i\omega',$$

při čemž  $\omega'^2 = \omega^2(1+2k)$ .

Obecný integrál je tedy

$$u_1 = C_1 \cdot e^{i\omega t} + C_2 \cdot e^{-i\omega t} + C_3 \cdot e^{i\omega' t} + C_4 \cdot e^{-i\omega' t}$$

a dá se (podle Eulerových identit) uvést do tvaru

$$u_1 = A \cdot \sin \omega t + B \cdot \cos \omega t + A' \sin \omega' t + B' \cos \omega' t,$$

v němž  $A, B, A', B'$  jsou integrační konstanty. Dosadíme-li nalezený výsledek do první diferenciální rovnice, dostaneme pro výchylku  $u_2$  druhého oscilátoru

$$u_2 = A \cdot \sin \omega t + B \cdot \cos \omega t - A' \cdot \sin \omega' t - B' \cos \omega' t.$$

Nalezené výsledky mají tento význam: Spřažené shodné oscilátory mohou konati vedle kmitů s frekvencí  $\omega$ , jaké by každý z nich sám pro sebe konal, kdyby nebylo vazby, ještě další kmitý s vyšší frekvencí  $\omega' = \omega\sqrt{1+2k}$ , v čemž se jeví účinek vzájemné vazby. Kmitý s vlastní frekvencí  $\omega$  mají v obou oscilátorech vždy touž fázi, kmitý s vazbovou frekvencí  $\omega'$  jsou vždy v opačné fázi.

Integrační konstanty  $A, B, A', B'$  závisí na počátečních podmínkách. Předpokládejme, že oba oscilátory byly původně v klidu a že jsme v časovém počátku udělili prvnímu oscilátoru nárazem rychlost  $v$ . V čase  $t=0$  musí být

$$u_1 = 0, \quad \frac{du_1}{dt} = v, \quad u_2 = 0, \quad \frac{du_2}{dt} = 0.$$



Témto počátečním podmínkám vyhovují hodnoty konstant

$$A = \frac{v}{2\omega}, \quad A' = \frac{v}{2\omega'}, \quad B = B' = 0.$$

Řešení tohoto případu je tedy

$$u_1 = \frac{v}{2\omega} \cdot \sin \omega t + \frac{v}{2\omega'} \cdot \sin \omega' t,$$

$$u_2 = \frac{v}{2\omega} \cdot \sin \omega t - \frac{v}{2\omega'} \sin \omega' t.$$

Oba vznikající částečné kmity s frekvencemi  $\omega$  a  $\omega'$  mají stejnou intenzitu, neboť  $A\omega = A'\omega'$ . V prvním oscilátoru mají na počátku stejnou fázi a proto se zesilují, tvoříce ráz; v druhém oscilátoru mají opačnou fázi, takže se ruší. Po jisté době předběhne rychlejší kmit ( $\omega'$ ) o půl doby kmitové vlnnější kmit ( $\omega$ ). Pak v prvním oscilátoru mají částečné kmity opačnou fázi a vzájemně se ruší. Zato v druhém oscilátoru mají stejnou fázi a zesilují se. Celá energie přešla z prvního oscilátoru na druhý. V další době přechází zase energie z druhého oscilátoru na první atd., jak je to naznačeno na obr. 155, v němž se však též přihlíží ke tlumení.

Tlumení má při sprážených oscilátorech dvojitý účinek: amplituda kmitů se s časem zmenšuje a obě frekvence jsou menší, než jaké by byly bez tlumení.

Stanovíme-li při sprážených netlumených oscilátorech počet rázů  $\nu$  za vteřinu, můžeme z toho určití koeficient vazby  $k$ . Kmitočty obou oscilací  $N$  a  $N'$  jsou

$$N = \frac{\omega}{2\pi}, \quad N' = \frac{\omega'}{2\pi} = \frac{\omega}{2\pi} \sqrt{1+2k} = N \sqrt{1+2k},$$

takže pro počet rázů  $\nu$  plyne (srovn. str. 166)

$$\nu = N' - N = N(\sqrt{1+2k} - 1) \doteq Nk.$$

Čím je vazba vlnnější ( $k$  menší), tím je  $\nu$  menší, tedy rázy pomalejší.

V radiotelegrafii má velký význam podobný případ, v němž jsou sprázeny dva sladěné elektrické oscilátory; sprážená soustava koná rovněž dvojitý oscilace, ale jejich frekvence se obě liší od vlastní frekvence každého oscilátoru, jedna jest vyšší a druhá nižší. Antennový kruh, sprážený s vlastním oscilačním kruhem, vysílá tudíž dvoje vlnění o různých frekvencích. Příjímací přístroj, v podstatě resonátor, může býti naladěn jen na jednu z obou frekvencí, takže se využije toliko polovičky vyslané energie.

## Akustika.

**96. Vznik a druhy zvuku.** Zvuk v původním významu znamená subjektivní vněm sluchového ústrojí. Každý zvuk má svou objektivní příčinu. Udeříme-li na př. ladičku měkkým kladívkem, rozechvěje se a vzbuzuje v okolním vzduchu postupné vlnění, jež v uchu budí zvukový vněm. Poněvadž jsme si vědomi, že příčinou tohoto slyšeného zvuku je chvějící se ladička, promítáme zvukový vněm mimo sebe a pravíme, že ladička zvučí. Tím rozšiřujeme pojem zvuku a zahrnujeme jím netoliko sluchový vněm, nýbrž i jeho vnější příčinu. Ladička je zdroj zvuku a vzduch je vodič zvuku vnímaného sluchem.

Podle povahy zvukového vněmu rozlišujeme zvuky hudební od nehuděbních. Zvuky nehuděbní jako hukot, praskot, šramot, vrzání a pod. jsou vzbuzovány zcela nepravidelnými mechanickými rozruchy. Naproti tomu zvuk hudební je podmíněn přísně periodickým pohybem, takže v uchu vzniká vněm časově se neměnicí; tímto klidným plynutím se vzbuzuje v sluchu libý dojem, jehož vyuzítujeme v hudbě.

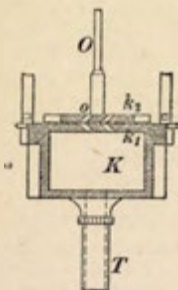
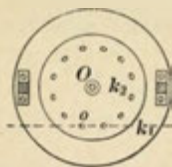
**97. Výška zvuku.** Sluchem rozeznáváme na zvuku jeho výšku, sílu (intensitu) a barvitost. Výška zvuku je podmíněna periodou vnějšího kmitání nebo vhodněji její převratnou hodnotou, jež se nazývá kmitočet a znamená počet kmitů vykonaných za vteřinu. Jakožto absolutní (prostou) výšku určitého zvuku stanovíme jeho kmitočet. Základem hudebního ladění je komorní  $\alpha$  (označované  $\alpha'$ ), jež má podle dohody na vídeňské konferenci hudebníků v r. 1885 kmitočet 435; tím jsou již stanoveny absolutní výšky všech ostatních hudebních tónů.

Kmitočet má vlastně rozměr převratné doby; mělo by se proto k údajům kmitočetů připojovati označení rozměru  $\text{sec}^{-1}$  (abs. výška komorního  $\alpha'$  je správně  $435 \text{ sec}^{-1}$ ), avšak zpravidla se rozměr vynechává. V poslední době bylo navrženo označiti jednotku kmitočtu názvem „hertz“ (značka Hz) podle fysika H. Hertze, jenž se zasloužil o výzkum elektrických oscilací. Podle toho tón  $\alpha'$  má abs. výšku 435 Hz.

O tom, že výška zvuku jest určena kmitočtem, přesvědčují nás pokusy se *sířenami*. Sířena Savartova je několik ozubených

kotoučů, otáčivých na společné ose; přidržíme-li k zubům roztočené sirény kartonový papír, vzniká zvuk a to tím vyšší, čím rychleji se siréna otáčí nebo čím více zubů má příslušný kotouč. — Siréna Seebeckova je papírový nebo mosazný kotouč, v němž jsou v soustředných kružnicích vyřezány stejně vzdálené otvory. Zvuk vzniká, když za rovnoměrného otáčení sirény foukáme proti otvorům určité kružnice zúženou trubicí vzduch, a je tím vyšší, čím se rychleji siréna otáčí a čím více je otvorů v použité kružnici.

Absolutní výšky hudebních zvuků lze stanoviti sirénou de la Tourovou (obr. 155). Vzduchová komora  $K$  je nahoře uzavřena nehybným kotoučem  $k_1$ , nad nímž těsně je otáčivý kotouč  $k_2$ . V obou kotoučích je též počet otvorů  $o$  stejně odlehklých a šikmo proti sobě vrtaných. Vzduch vhnáný do komory trubicí  $T$  uniká otvory v obou kotoučích a při tom roztáčí horní kotouč (podobně jako v turbině). K ose  $O$  otáčivého kotouče je připojeno počítadlo otáček na způsob nekonečného šroubu. Prudkým foukáním roztočíme sirénu tak, až její zvuk má stejnou výšku jako vyšetřovaný zvuk, a pak součin z počtu otáček za vteřinu a počtu otvorů v kružnici stanoví kmitočet čili prostou výšku zvuku. — Pro měření doporučuje se tuto sirénu opatřiti elektromotorkem, jenž ji udržuje v stálé rychlosti otáček.



Obr. 156. Siréna de la Tourova

Jiný způsob stanoviti abs. výšku zdrojů zvukových podává metoda registrační (zapisovací). Na příladičku opatříme lehkým pisátkem, jímž zapisuje své kmity na začazený plášť otáčejícího se válce, kam současně zapisuje kyvadlo pomocí elektromagnetického zařízení vteřinové značky. Počet vlnek mezi dvěma vteřinovými značkami určuje absolutní výšku zvuku ladičky. — V jiných případech zapisujeme opticky průběh kmitů na fotografický papír, navinutý na plášti otáčejícího se bubnu.

**98. Barvitost zvuku.** Barvitostí rozumíme onu zvláštní vlastnost zvuku, podle níž rozlišujeme zvuky třeba stejné výšky, ale zahrané na různých nástrojích. Komorní  $a^1$  zahrané na flétně se zcela zřetelně liší od téhož zvuku zahráného na klarinetu. Barvitost zvuku je podmíněna různým časovým tvarem kmitání uvnitř periody. Nejjednodušším tvarem kmitání je harmonické kmitání, při němž výchylka  $u$  (odst. 79) závisí na čase  $t$  vztahem

$$u = A \cdot \sin 2\pi Nt,$$

kdež  $N$  je kmitočet čili absolutní výška zvuku. Takovýto jednoduchý zvuk nazývá se *tón*; časový průběh výchylky je znázorněn sinusoidou. Zvuk ladičky nebo flétny je velmi přibližně *tón*.

Obecně přísluší hudebnímu zvuku složitější pohyb periodický. Podle Fourierovy poučky (odst. 80) dá se takovýto složitý periodický pohyb vyjádřit jako součet harmonických kmitů, jichž kmitočty jsou celistvými násobky základního kmitočtu a jež slují harmonické složky. Akusticky to znamená, že každý hudební zvuk je složen ze základního tónu (jednoduchého) a z vrchních tónů harmonických. Podle toho barvitost určitého zvuku je stanovena tím, které vrchní tóny harmonické (vedle základního tónu, jež považujeme za první tón harmonický) a v jaké intenzitě jsou v daném zvuku obsaženy. Základní tón zpravidla převládá a určuje výšku zvuku.

Zvuk, v němž jsou obsaženy četné vrchní tóny, avšak v intenzitách ubývajících s jejich pořadovým číslem, je plný (varhanový rejstřík principal). Jestliže jen některé z vysokých tónů harmonických jsou silné, zvuk nabývá pronikavosti a zvláštního lesku (housle); při větším zesílení vysokých složek se však stává zvuk ostrým, až křáplavým (staré klavíry). Naopak zvuk, mající jen nečetné a slabé vrchní tóny, je dutý (zavřená široká píšťala).

Bylo by myslitelné, že vedle síly harmonických složek může mít na barvitost zvuku vliv též jejich fázové posunutí; pokusy však ukazují, že tomu tak není.

**99. Síla zvuku.** Fyzikální intenzita nebo síla zvuku je podmíněna energií kmitavého pohybu a je tudíž úměrná (str. 160) výrazu  $A^2 N^2$ , v němž  $A$  znamená amplitudu a  $N$  abs. výšku tónu. Za téže výšky vzrůstá síla zvuku s dvojnásobkem amplitudy. Tóny různé výšky jsou stejně silné za podmínky  $A_1 N_1 = A_2 N_2$  nebo  $A_1 : A_2 = N_2 : N_1$ , tedy když amplitudy jsou nepřímo úměrné kmitočtům.

Uvedené vztahy platí vlastně jen pro jednoduché tóny. Dá se dokázat, že intenzita hudebního zvuku, složeného z jednotlivých harmonických tónů, se rovná součtu intenzit jeho harmonických složek.

Hudební intenzita zvuku závisí však též podstatně na citlivosti sluchu, jež je pro tóny různé výšky značně různá. Největší je pro tóny abs. výšek od 1000 do 4000, t. j. v trojčárkované a čtyřčárkované oktávě; odtud na obě strany silně klesá.

Pro účely stavební akustiky vypracovali v poslední době němečtí akustikové zvláštní soustavu jednotek akustických, upravenou podle příkladu fotometrických jednotek. Zvuková síla bodového zdroje slove *zvuknost* a měří se v jednotkách „helmholtz“ (značka H); je to desítitisícinou zvuknosti, kterou má píšťala naladěná na tón  $d^1$  a poháněná proudem vzduchu za tlaku 10 cm vodního sloupce. U hudebních nástrojů jejich *plošnou zvuknost* se rozumí síla zvuku, vycházejícího z plochy  $1 \text{ dm}^2$ ; jednotku nazvali „tón“ (znač. T) a má ji nástroj, jehož každý  $\text{dm}^2$  vysílá zvuk síly 1 H. Pro zvukový proud, vysílaný bodovým zdrojem, zavádí se jednotka „fon“ (značka Ph); je to proud vysílaný zvukovým zdrojem 1 H do jednotkového úhlu prostorového. Podle toho zvukový zdroj zvuknosti  $I$  (H) vysílá celkový proud zvukový  $4\pi I$  (Ph). Konečně *hlasitost* v určitém místě (síla vnímaného zvuku) znamená proud dopadající na plošnou jednotku; za příslušnou jednotku navrhuji „vox“ (značka V), což je hlasitost vznikající tehdy, když na plochu  $1 \text{ m}^2$  do-



padá zvukový proud 1 Ph. Tuto soustavu jednotek dlužno zatím považovati za pouhý návrh, jenž dosud internacionálně uznán nebyl.

**100. Úkol a rozdělení akustiky.** Akustika jest obecně nauka o zvuku; o něm se však může pojednávat z rozmanitých hledisek. Ta část akustiky, jež vyšetřuje zvuky a zejména souzvuky se zřetelem k potřebám hudby, nazývá se *hudební akustika* nebo též *fyzikální theorie hudby*; jedná o vzniku stupnic a o konsonanci akordů, tvoříc tak podklad pro nauku o harmonii. *Fyzikální akustika* studuje fyzikální podmínky, za nichž zvuk vzniká ve zdrojích zvukových, a obírá se dále šířením zvuku v pružných prostředích. Posléze *fysiologická akustika* zabývá se ději v ústrojí hlasovém a sluchovém, jimiž vzniká lidský hlas a jimiž je podmíněno vnímání zvuku.

## I. Hudební akustika.

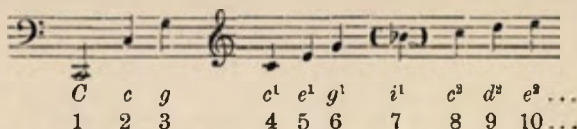
**101. Konsonance a disonance.** Pro hudební akustiku jest otázkou základního významu, které dvojzvuky jsou konsonantní (libozvučné) a které jsou disonantní (nelibozvučné). Správnou odpověď našel už Pythagoras (v VI. stol. př. Kr.) ze svých pokusů o strunách. Nejlépe však tuto věc objasnil Eukleidés (okolo r. 300 př. Kr.). Podle něho konsonance dvou tónů je podmíněna jejich směřováním v jednotný celek, čímž poznáváme, že ony tóny patří k sobě. Naproti tomu disonance vzniká při neschopnosti tónů směřovati se, čímž jejich současné znění se stává pro sluch drsným a nepříjemným. Je pozoruhodné, že na tomto starodávném poznatku, v nové době ovšem doplněném a prohloubeném (Helmholtz, Stumpf) lze vybudovati celou hudební akustiku, vykládající zároveň vývoj hudby.

Mají-li dva tóny splývat pro sluch v jednotný celek, musí jejich kmitočty (srovn. str. 164) býti v poměru malých celých čísel. Je-li na př. poměr kmitočtů 3 : 4 (kvarta), pak na každé 3 kmitů hlubšího tónu připadne právě 4 kmitů vyššího tónu, takže se skládají ve výsledné periodické kmitání, jež se v periodě rovné jak 3 periodám prvního, tak 4 periodám druhého tónu vždy zcela stejně opakuje. Toto klidné splývání v nový periodický děj je pak podle Eukleidova poznatku příčinou libozvučnosti onoho dvojzvuku. Poměr kmitočtů uvažovaných tónů (t. zv. relativní výška) stanoví *interval* daného dvojzvuku. Interval kvarty je podle toho určen relativní výškou  $\frac{4}{3}$ .

Podle uvedeného najdeme všechny konsonantní dvojzvuky v pořadí vrchních harmonických tónů k danému základnímu tónu,



neboť jejich kmity se vždy po základní periodě opakují. Tyto vrchní harmonické tóny na př. k tónu *C* jsou v hudebním označení:



Snadno zjistíme, že základní konsonantní intervaly (na jiné nepřevodné) jsou určeny jednotlivými prvočísly. Jsou to: oktáva (2:1), kvinta (3:2), velká tercie (5:4), přirozená septima (7:4); další možné intervaly (11:8, 13:8, ...) nepovažujeme již za konsonantní, neboť jejich souvislost je vzdálená, takže sluch si ji neuvědomuje.

Nejdokonalejší konsonanci tvoří ovšem oktáva (2:1), jež přímo splývá se základním tónem (primou), aniž mění periodu výsledného kmitání. To znamená, že oktáva vlastně mění jen barvitost základního tónu, jenž se stává sytější, takže to téměř ani není skutečný dvojzvuk. Proto také hudební theorie oktávu ani nepovažuje za nový harmonický prvek, nýbrž jen za zmocnění opakování primy. V důsledku toho tóny, lišící se o oktávu (nebo násobek oktávy), označují se týmž písmenem, jemuž je připojeno označení příslušné oktávy. Hudební označení jednotlivých oktáv je: subkontraoktáva (*C*<sub>2</sub>, *D*<sub>2</sub>, ...), kontraoktáva (*C*<sub>1</sub>), velká oktáva (*C*), malá oktáva (*c*), jednočárkovaná oktáva (*c*<sup>1</sup>) až čtyřčárkovaná oktáva (*c*<sup>4</sup>).

Prvním skutečným dvojzvukem je tedy vlastně kvinta, vyznačená poměrem kmitočtů  $\frac{3}{2}$ . Z ní a z oktávy lze odvoditi řadu dalších intervalů. Oktáva snižená o kvintu dává kvartu ( $2:\frac{3}{2} = \frac{4}{3}$ ) jež je rovněž konsonantním dvojzvukem. Interval mezi kvintou a kvartou je velký celý tón ( $\frac{3}{2}:\frac{4}{3} = \frac{9}{8}$ ), u něhož však příbuznost obou tónů je tak vzdálená, že jej považujeme již za disonanci (nejmírnější ze všech).

Je pozoruhodné, že celá starověká i středověká hudba byla založena pouze na dvou základních intervalech, oktávě a kvintě, z nichž byly všechny ostatní užívané intervaly odvozeny. — Jestliže v určitém dvojzvuku (na př. v kvintě *C*—*G*) převedeme buď nižší tón o oktávu výše (*G*—*c*) nebo vyšší tón o oktávu níže (*G*<sub>1</sub>—*C*), vzniklý dvojzvuk se nazývá obrat původního dvojzvuku. Obratem kvinty je tedy kvarta.

Další nepřevodný konsonantní interval je čistá velká tercie, určená poměrem kmitočtů  $\frac{5}{4}$ . Ač ji znali již staří Řekové, byla do hudby zavedena dosti pozdě, až když vznikala hudba harmonická (Zarlino v XVI. stol.).

Novodobá hudba dosud spočívá toliko na třech základních intervalech, jež jsou oktáva, kvinta a velká tercie, při čemž však ve vydatné míře používá dalších intervalů z nich odvozených. Při tom dlužno mít na paměti, že hudební mluva se liší od početního vyjádření; hudební součet dvou intervalů znamená početné součin příslušných relativních výšek, hudební rozdíl je pak dán jejich poměrem. Zkrátka hudba se vyjadřuje v logaritmech intervalů; na př. výrok „kvinta a kvarta dává oktavu“ znamená početně

$$\frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} = 2 \quad \text{neboli} \quad \log \frac{3}{2} + \log \frac{4}{3} = \log 2.$$

Z oktáv, kvinty a velkých tercií lze odvoditi ještě tyto další konsonantní intervaly:

malá tercie = kvinta snižená o velkou tercii,  $\frac{3}{2} \cdot \frac{5}{4} = \frac{6}{5}$ ;  
 velká seksta = kvarta zvýšená o velkou tercii,  $\frac{4}{3} \cdot \frac{5}{4} = \frac{5}{3}$ ;  
 malá seksta = oktáva snižená o velkou tercii,  $2 \cdot \frac{5}{4} = \frac{5}{2}$ .

Odvozené disonantní intervaly (vedle dříve již uvedeného celého tónu  $\frac{9}{8}$ ) a pokud se jich v hudbě užívá, jsou: malý celý tón  $\frac{10}{9}$ , velký půltón  $\frac{16}{15}$ , malý půltón  $\frac{25}{24}$  a syntonické komma  $\frac{61}{60}$ . Je zřejmé, že relativní výšky všech dosud uvedených intervalů jsou vytvořeny toliko z prvočísel 2, 3, 5.

Další prvočíslo 7 vede na nový samostatný interval, přirozenou septimu, jejíž relativní výška je  $\frac{7}{4}$ ; v stupnici C dur označuje se někdy příslušný tón písmenem *I* (je asi o šestinu tónu nižší než *Hes*). Interval tento dosud do praktické hudby zaveden nebyl, ač vede k dvojzvuku lahodnějším než je malá seksta. Jeho používání by totiž vyžadovalo zavedení značného počtu nových tónů uvnitř každé oktávy. Prakticky místo dosavadních 12 temperovaných půltónů uvnitř každé oktávy bylo by třeba 36 šestin tónových. — T. zv. čtvrttónová hudba, kterou zavádí Hába, znamená velmi přibližně harmonii, založenou na 11. vrchním tónu, což je již zřejmá disonance.

Má-li trojzvuk býti konsonantní, je třeba, aby všechny tři dvojzvuky v něm obsažené byly konsonantní. Rozbor ukazuje, že k danému základnímu tónu (na př. *C*) je možno vytvořiti uvnitř oktávy toliko 6 konsonantních trojzvuků, jež však obratem (převedením krajního tónu o oktavu výše nebo níže) se dají převést na dva základní akordy terc kvintové, tvrdý (dur, *C — E — G*, poměr kmitočtů  $1 : \frac{5}{4} : \frac{3}{2}$ ) a měkký (moll, *C — Es — G*, poměr kmitočtů  $1 : \frac{6}{5} : \frac{3}{2}$ ).

Veskeré čtyřzvuky uvnitř oktávy jsou vlastně disonantní, pokud ovšem za čtvrtý tón se nepoužije oktavu. Toliko přihráním přirozené septiny *I* b. vznikl konsonantní čtyřzvuk *C — E — G — I*, jemuž se blíží zmenšený septimový čtyřzvuk *C — E — G — Hes*.

**102. Hudební stupnice.** Hudba z důvodů konsonance může používatí toliko omezeného počtu tónů uvnitř oktávy, jež jsou v určitém harmonickém vztahu k základnímu tónu, zvanému *prima* nebo *tonika*. Především je třeba k základnímu tónu přibrati vedle oktávy kvintu (*dominantu*) a kvartu (*subdominantu*) jakožto nejvýznačnější konsonance. Připojíme-li další požadavek, aby terc kvintové akordy na *tonice*, *dominantě* a *subdominantě* byly buď všeměs tvrdé nebo všeměs měkké, jsou již tím určeny obě základní stupnice v hudbě užívané, tvrdá (dur) a měkká (moll). Pro to-

niku *C* je tvrdá stupnice dána následujícím schematem, v němž v prvním řádku je hudební název tónů, v druhém řádku jejich relativní výška vzhledem k tonice a v třetím intervaly mezi sousedními tóny:

|               |          |               |                |                 |               |                |                |                 |
|---------------|----------|---------------|----------------|-----------------|---------------|----------------|----------------|-----------------|
| tóny          | <i>C</i> | <i>D</i>      | <i>E</i>       | <i>F</i>        | <i>G</i>      | <i>A</i>       | <i>H</i>       | <i>c</i>        |
| relat. výšky: | 1        | $\frac{9}{8}$ | $\frac{5}{4}$  | $\frac{4}{3}$   | $\frac{3}{2}$ | $\frac{5}{3}$  | $\frac{15}{8}$ | 2               |
| intervaly:    |          | $\frac{9}{8}$ | $\frac{10}{9}$ | $\frac{16}{15}$ | $\frac{9}{8}$ | $\frac{10}{9}$ | $\frac{9}{8}$  | $\frac{16}{15}$ |

Podobně měkká stupnice *C* moll jest

|               |          |               |                 |                |               |                 |               |                |
|---------------|----------|---------------|-----------------|----------------|---------------|-----------------|---------------|----------------|
| tóny          | <i>C</i> | <i>D</i>      | <i>Es</i>       | <i>F</i>       | <i>G</i>      | <i>As</i>       | <i>Hes</i>    | <i>c</i>       |
| relat. výšky: | 1        | $\frac{9}{8}$ | $\frac{6}{5}$   | $\frac{4}{3}$  | $\frac{3}{2}$ | $\frac{8}{5}$   | $\frac{9}{5}$ | 2              |
| intervaly:    |          | $\frac{9}{8}$ | $\frac{16}{15}$ | $\frac{10}{9}$ | $\frac{9}{8}$ | $\frac{16}{15}$ | $\frac{9}{8}$ | $\frac{10}{9}$ |

V obou stupnicích jsou mezi sousedními tóny toliko tři druhy intervalů:  $\frac{9}{8}$  (velký celý tón),  $\frac{10}{9}$  (malý celý tón) a  $\frac{16}{15}$  (velký půltón). Prvé dva intervaly se od sebe jen maličko liší. Jejich rozdíl je t. zv. syntonické komma ( $\frac{9}{8} : \frac{10}{9} = \frac{81}{80}$ ), což je ještě interval pro obyčejný sluch rozeznatelný. Praktická hudba však tento malý rozdíl zanedbává a shrnuje oba intervaly  $\frac{9}{8}$  a  $\frac{10}{9}$  pod společný název „celý tón“, lišící se zcela zřetelně od půltónu ( $\frac{16}{15}$ ), je však větší než půl celého tónu).

Upozorniti dlužno dále na to, že v čistém ladění dosud uvažovaném interval *D* — *A*, považovaný v hudbě za kvintu, je vlastně  $\frac{8}{3} : \frac{9}{8} = \frac{40}{27}$ , což je o syntonické komma menší interval než čistá kvinta ( $\frac{3}{2} : \frac{40}{27} = \frac{81}{80}$ ). To má význam při t. zv. modulaci čili přechodu z jedné tóniny do druhé. Při kvintovém přechodu (z *C* dur na *G* dur) je třeba především velký půltón *E* — *F* zvýšiti na velký celý tón, což hudba označuje příponou -is; nový interval je pak *E* — *Fis*. Mimo to je třeba tón *A* zvýšiti o komma, aby interval *D* — *A* byl čistou kvintou, jak to má býti v stupnici *G* dur. Naopak při kvartovém přechodu (z *C* dur na *F* dur) je třeba netoliko zmenšiti celý tón *A* — *H* na velký půltón *A* — *Hes*, nýbrž mimo to ještě snížit *D* o komma. Podobné platí i pro modulaci stupnic měkkých.

Ladění čisté, používající naprosto čistých akordů terckvintových, vede tedy ke značné složitosti při přechodu do nových stupnic. Může se ho proto používatí toliko tehdy, když hudebník teprve jednotlivé tóny tvoří řídě se sluchem. Tak je tomu v dobrém pěveckém sboru nebo (velmi přibližně) při hře na smyčcové nástroje; v tom právě spočívá význačná lahoda zpěvního nebo smyčcového kvarteta. V jiných případech, kdy je hudebník vázán na omezený počet tónů nástroje, nelze všechny jemnosti čistého ladění zachovati.

Rozvoj nástrojové hudby (zejména varhan a klavíru) vynutil si zavedení t. zv. rovnoměrné temperatury. Spočívá v tom, že se oktáva rozdělí na 12 stejných intervalů, což dává temperovaný půltón, určený poměrem kmitočtů  $\sqrt[12]{2} = 1.05946$ ; dva tyto půltóny tvoří celý tón. Temperované ladění nedosahuje ovšem lahodnosti čistého ladění, ale přece jen se k němu snesitelně přibližuje, jak je zřejmé z následující tabulky. V ní jsou uvedeny jednotlivé intervaly v setinách temperovaného půltónu pro tvrdou stupnici za ladění čistého a temperovaného:

|             |          |          |          |          |          |          |          |          |
|-------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| ladění      | <i>C</i> | <i>D</i> | <i>E</i> | <i>F</i> | <i>G</i> | <i>A</i> | <i>H</i> | <i>c</i> |
| čisté       | 0,       | 204,     | 386,     | 498,     | 702,     | 884,     | 1088,    | 1200     |
| temperované | 0,       | 200,     | 400,     | 500,     | 700,     | 900,     | 1100,    | 1200.    |

V této míře syntonické komma ( $\frac{81}{80}$ ) činí 22 setin půltónu, což je interval pro obyčejný sluch ještě dobře rozeznatelný. Za hranici rozeznatelnosti možno

považovati asi 6 setin půltónu. Z tabulky je zřejmé, že temperovaná kvarta i kvinta jsou téměř čisté, podobně i sekunda. Tercie, seksta a septima jsou v temperovaném ladění sice zřetelně vyšší, než jak by měly býti v ladění čistém, přece však ne o tolik, aby to v hudbě vadilo.

Označení tónů stupnice u nás užívané vyvinulo se z původního abecedního pořádku *a, b, c, d, e, f, g*. Tón *b* (nynější *h*) psal se gotickým písmem *h* (*b* quadratum), z čehož se jiným způsobem psaní vyvinulo dnešní *h*. Vedle něho byl zaveden tón o půl tónu nižší, označovaný *?* (*b* rotundum), jež zůstalo dodnes (*b* = *hes*). Když se později stupnice počínala tónem *c*, došlo se k dnešnímu pořadí tónů. — Národové románští označují tóny stupnice slabikami, jež odvodil Guido z Arezza r. 1026 ze svatojanského hymnu. Označení toto jest

*C, D, E, F, G, A, H*  
*ut (do), re, mi, fa, sol, la, si.*

Předcházející vývody o stupnicích lze potvrditi pokusy se sirénou Seebeckovou, jež je elektromotorem udržována v stejnoměrném otáčení. Pro tvrdou stupnici je zapotřebí, aby soustředné kružnice měly postupně tyto počty stejně odlehých otvorů

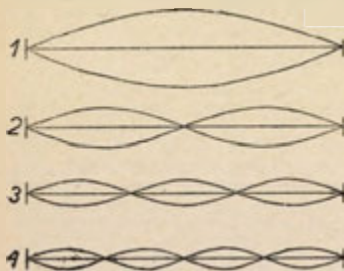
24, 27, 30, 32, 36, 40, 45, 48;

pro měkkou stupnici jsou příslušné počty otvorů

120, 135, 144, 160, 180, 192, 216, 240.

## II. Fysikální akustika.

**103. Příčné chvění strun.** Struny jsou napjatá pevná vlákna (ocelová, střevová, hedvábná a pod.), na dvou koncích upevněná. Mohou kmitati jak příčně, tak i podélně; v hudbě se používá však jenom chvění příčného. Pro rychlost *c* příčného vlnění na struně jsme odvodili (str. 170) vztah



Obr. 157. Chvění struny při tónech harmonických.

$$c = \sqrt{\frac{P}{\mu}},$$

v němž *P* značí celkový tah v dynech a *μ* hmotu jednotky délkové (*g/cm*).

Poněvadž na obou upevněných koncích struny musí býti uzly, je možné jen takové stojaté vlnění (chvění), při němž na celé délce struny *l* se vytvoří celistvý počet polovin (obr. 157). Jsou-li příslušné vlnové délky  $\lambda_n$ , platí pro ně vztah

$$l = \frac{\lambda_1}{2} = 2 \cdot \frac{\lambda_2}{2} = 3 \cdot \frac{\lambda_3}{2} = \dots = n \cdot \frac{\lambda_n}{2}.$$



Kmitočet  $N$  určuje, kolik vln  $\lambda$  připadá na délku  $c$ , na níž se vlnění rozšířilo za vteřinu, tedy  $N = c/\lambda$ . Podle toho jsou kmitočty  $N_n$  jednotlivých tónů, které může struna vydávati:

$$N_1 = \frac{c}{\lambda_1} = \frac{c}{2l}; \quad N_2 = \frac{c}{l} = 2N_1; \quad N_3 = \frac{3c}{2l} = 3N_1; \dots$$

$$N_n = \frac{nc}{2l} = n \cdot N_1.$$

Vznikají tudíž vesměs vrchní harmonické tóny k základnímu tónu, jehož kmitočet jest

$$N_1 = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{P}{\mu}}.$$

Výška základního tónu struny jest nepřímě úměrná délce (na př. zkrácením na polovičku zvýší se základní tón o oktávu); dále jest úměrná odmocnině z napětí struny (na oktávu je tedy při stejné délce třeba 4krát většího tahu) a nepřímě úměrná odmocnině z hmoty délkové jednotky.

Uvedené vztahy zjistil ze svých pokusů Mersenne (1636); předešlý vzorec odvodil Taylor (1715).

Pokusy o chvění strun konáme na strunáku (polychordu). Je to dutá podlouhlá skříňka, na níž je mezi pevnými kobyčkami napiato několik strun. Délku strun měníme tím, že mezi oba kraje struny vkládáme posuvnou kobyčku. Pro studium závislosti výšky tónu na napětí jest jedna struna (po př. několik) vedena přes kladku a opatřena miskou pro vkládání různých závaží.

Chceme-li rozechvěti strunu, aby vydávala určitý vrchní tón harmonický, na př. čtvrtý, přidržíme jemně v jedné čtvrtině struny prst a smýkáme smýčcem asi uprostřed kratší části (t. zv. tóny flageoletové). O tom, že jsou pak ve všech čtvrtinách struny uzly, můžeme se přesvědčiti tím, že před pokusem rozložíme po struně papírové jezdce (ohnuté úzké proužky). Po rozechvění odhodí struna všechny jezdce kromě těch, jež jsou právě v uzlech.

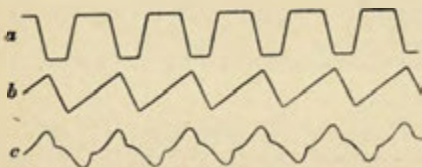
Rozezvučíme-li strunu, vydává téměř vždy vedle základního tónu i četné vyšší tóny harmonické, jež citlivý sluch hudební ve zvuku struny rozezná. Necvičenému sluchu pomůžeme tím, že napřed zahrajeme příslušný flageoletový tón samotný, aby na něj byl sluch upozorněn; když pak rozezvučíme strunu jako celek, slyšíme v něm zcela zřetelně onen vrchní tón, na nějž byl sluch upozorněn. — O existenci vrchních tónů harmonických ve zvuku struny přesvědčí nás též, když se struny rozezvučené jako celek dotkneme prstem v určitém dílu (na př. ve třetině); tím utlumíme všechny částečné tóny kromě oněch, jež mají v daném místě uzel. Struna zvučí dále, vydávajíc v uvedeném případě třetí tón harmonický (vedle slabších šestého, devátého atd.).

O tom, které vrchní tóny (vedle základního) a v jaké intenzitě jsou obsaženy ve zvuku struny, rozhoduje způsob, jak byla struna rozechvěna. V hudbě rozechvívají se struny třemi způsoby, jež



jsou: smýkání smyčcem (u smyčcových nástrojů), drnkání (u harfy, kytary a pod.) a úder kladívka (u klavíru a cymbálu).

Zvuk na smyčcových nástrojích vzniká podle Helmholtze takto: Smyčec zachytne určitý bod struny a táhne jej mírnou rychlostí ve směru svého pohybu, až se bod struny pružností oddělí od smyčce a běží jinou rychlostí v opačném směru; je pak znova zachycen smyčcem a celý děj se stejně opakuje. Tomu nasvědčuje



Obr. 158. Graf pohybu při struně rozechvěné: a) drknutím, b) smyčcem, c) úderem kladívka.

časový zápis pohybu, který koná bod smýkané struny (obr. 158b); skládá se v každé periodě ze dvou přímkou různého sklonu, což odpovídá právě různým rychlostem v obou opačných směrech.

Ve zvuku struny rozechvívané smýkáním jsou obsaženy velmi četné vrchní tóny harmonické, jejichž intenzity průměrně klesají

s dvojnásobkem pořadového čísla (oktáva jest asi čtyřikrát slabší, kvinta oktávy devětkrát slabší než základní tón). Odchytku činí ony vrchní tóny, které by měly ve smýkaném místě uzel, neboť ty vůbec nevzniknou. Naopak tóny, jejichž uzel leží jen v blízkosti smýkaného místa, bývají poměrně silnější. Na smyčcových nástrojích se smýká asi v  $1/10$  délky struny; vrchní tóny až asi do pátého jsou poměrně slabší, další zase poměrně silnější, což dodává zvuku těchto nástrojů zvláštního lesku. Síla zvuku vydávaného je v první řadě podmíněna rychlostí smyčce a jen podružně závisí na tlaku smyčce. Vůbec hudebník může tahem smyčce v širokých mezích měniti jak sílu, tak i barvitost zvuku, což dodává hře na těchto nástrojích neobyčejné výraznosti hudební, po kteréžto stránce se jim žádný jiný nástroj nevyrovná.

V hudbě užívané nástroje smyčcové mají ladění strun a celkové napětí toto:

|             |                         |                         |                         |                         |                |         |
|-------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|----------------|---------|
| housle      | <i>g</i> ,              | <i>d</i> <sup>1</sup> , | <i>a</i> <sup>1</sup> , | <i>e</i> <sup>2</sup> , | celkové napětí | 28 kg,  |
| viola       | <i>c</i> ,              | <i>g</i> ,              | <i>d</i> <sup>1</sup> , | <i>a</i> <sup>1</sup> , | "              | 31 kg,  |
| violoncello | <i>C</i> ,              | <i>G</i> ,              | <i>d</i> ,              | <i>a</i> ,              | "              | 45 kg,  |
| basa        | <i>E</i> <sub>1</sub> , | <i>A</i> <sub>1</sub> , | <i>D</i> ,              | <i>G</i> ,              | "              | 200 kg, |

Ostatní potřebné tóny vzbuzuje hudebník tím, že prsty levé ruky přitlačí strunu k hmatníku; tím zkracuje délku volně kmitající a struna dává přiměřené vyšší tón. — Struny pro hluboké tóny bývají opředeny dracounem, neboť větší hmota jednotkové délky snižuje výšku tónu.

Při drnkání vychýlí se určitý bod struny a pak se pustí. Jestliže drnkáme ostrým hrotem, má chvějící se struna v každém okamžiku tvar lomené čáry, složené ze tří nebo dvou úseček. Časový zápis pohybu, jež koná určitý bod struny, je naznačen na obr. 158a; z něho poznáváme, že bod struny se střídavě pohybuje a zase stojí. Při tomto způsobu rozechvění ubývá amplitudy *A* vrchních tónů harmonických průměrně jen s prvou mocninou pořadového čísla, takže intenzity (úměrné  $A^2 N^2$ ) vrchních tónů jsou téměř stejné, jako je intenzita tónu základního (poněkud je zmenšuje nedokonalá ohebnost struny). Takovýto zvuk je proto příliš ostrý a nepříjemný pro sluch, snesitelný jedině u ocelových strun, jejichž malá ohebnost vyšší harmonické tóny silně tlumí.

Jestliže však drnkáme měkkým prstem, převládá ve zvuku struny základní tón a vrchní tóny harmonické jsou poněkud slabší; tím stává se zvuk měkčím, zůstáváje plným. Význačným nástrojem tohoto druhu je harfa.

V klavíru rozechvíváme struny úderem měkkého kladívka. Časový zápis pohybu, jaký koná bod klavírové struny poblíž místa úderu, je vyznačen na obr. 158 c. Staré klavíry měly struny poměrně tenké a mírně napjaté a kladívka dosti tvrdá. V jejich zvuku byly četné a silné vrchní tóny harmonické, jež způsobovaly nepříjemnou ostrost (až křaplavost) zvuku. Moderní klavíry mají struny tlustší a zato velmi silně napjaté. Tlustší struny svou menší ohebností zeslabují vyšší tóny harmonické (činí tón měkčí) a svou hmotou přispívají k tomu, že struna déle doznívá. Tím nabývá zvuk klavíru žádoucí plnosti.

Struny klavíru jsou laděny po půltónech od  $A_1$  do  $a^4$ ; celkové napětí strun jest asi 11.000 kg. Značně rozdílná délka strun by způsobovala, že dlouhé a hmotné struny pro hluboké tóny by dávaly zvuk značně silnější než krátké struny pro vysoké tóny. Tomu se odpomáhá tím, že jen struny pro nejhlubší tóny (asi 10) jsou jednoduché, kdežto pro tóny poněkud vyšší jsou dvojmo a pro tóny střední a vysoké jsou trojmo.

Struny je možno také rozechvívati třením o vzduch, buď proudem vzduchu vanoucím kolmo k struně (Áeolova harfa, fíčení telegrafních drátů při větru) nebo pohybem struny ve vzduchu. Zjev tento prostudoval český fysik Č. Strouhal (1850—1922) a proto zvuky takto vznikající slují třecí tóny Strouhalovy.

**104. Tyče.** Tyče mohou chvěti buď podélně nebo příčně. Podélně rozechvíváme tyče tím, že je třeme ve směru délky a to tyče kovové kůží posypanou kalafunovým práškem, tyče skleněné sukem navlhčeným ve zředěném octě.

Podélné chvění tyčí se řídí zcela jednoduchými zákony. Pro rychlost  $c$  podélných vln v tyči jsme odvodili (str. 171) vztah

$$c = \sqrt{\frac{E}{s}},$$

v němž  $E$  znamená modul pružnosti v tahu ( $\text{dyn/cm}^2$ ) a  $s$  specifickou hmotu ( $\text{g/cm}^3$ ); na průřezu tyče nezáleží, ovšem je-li všude stejný a malý proti délce. Při chvění tyče na volném konci vzniká kmitna, na pevném konci uzel.

Tyč oboustranně volná má tedy na obou koncích kmitny, takže na délku tyče  $l$  musí připadnouti celistvý počet polovin,

$$l = \frac{\lambda_1}{2} = 2 \cdot \frac{\lambda_2}{2} = 3 \cdot \frac{\lambda_3}{2} = \dots = n \cdot \frac{\lambda_n}{2}.$$

Kmitočty tónů, které může tyč vydávati, jsou tudíž

$$N_1 = \frac{c}{\lambda_1} = \frac{c}{2l}, \quad N_2 = \frac{c}{l} = 2N_1, \dots \quad N_n = n \cdot \frac{c}{2l} = n \cdot N_1.$$

Takováto tyč vedle základního tónu  $N_1$  může tedy vydávati všechny vrchní tóny harmonické. — Stejně vztahy platí i pro tyč oboustranně upevněnou; na obou koncích musí býti uzly. Délka tyče obsahuje zase celistvý počet polovin; výška tónů vydávaných je stejná jako při tyči oboustranně volné.

Tyč na jednom konci upevněná a na druhém konci volná má při chvění na pevném konci uzel a na volném konci kmitnu. Při chvění připadá tudíž na délku tyče  $l$  lichý počet čtvrtin,

$$l = \frac{\lambda'_1}{4} = 3 \frac{\lambda'_2}{4} = 5 \frac{\lambda'_3}{4} = \dots = (2n-1) \frac{\lambda'_n}{4}.$$

Základní tón v tomto případě má abs. výšku

$$N'_1 = \frac{c}{\lambda'_1} = \frac{c}{4l} = \frac{1}{2} N_1$$

a je tedy o oktávu nižší než při tyči oboustranně volné. Ostatní tóny mají kmitočty  $3N'_1$ ,  $5N'_1$ , ...,  $(2n-1)N'_1$ ; takováto tyč vedle základního tónu může vydávati toliko liché tóny harmonické.

Tyčí podélně se chvějících se v hudbě neužívá pro nesnadné jich rozechvívání a mimo to pro nevhodně velkou délku, jaké by bylo třeba k obvyklým zvukům hudebním. — Bručivý tón transformátoru vzniká podélným chvěním železného jádra, jež se magnetisací prodlužuje. Poněvadž se jádro během jedné periody střídavého proudu dvakrát prodlouží a dvakrát vrátí do původní délky, je kmitočet transformátorového tónu dvakrát větší, než počet period proudu za vteřinu.

*Příčné* chvění tyčí je zjev nepoměrně složitější. Jak z theorie ve shodě se zkušeností vyplývá, jsou kmitočty  $N$  částečných tónů, jež vydává tyč délky  $l$  a všude stejného průřezu, dány vzorcem

$$N = \frac{m^2 \rho}{2\pi l^3} \cdot \sqrt{\frac{E}{s}},$$

v němž  $E$  znamená modul pružnosti v tahu,  $s$  spec. hmotu a  $\rho$  poloměr setrvačnosti průřezu vzhledem k ohybové ose. Při kruhovém průřezu (poloměru  $r$ ) jest poloměr setrvačnosti  $\rho = \frac{1}{8}r$ ; při obdélníkovém průřezu, je-li  $a$  tloušťka tyče ve směru kmitů, jest  $\rho = a/\sqrt{12}$ . Koefficient  $m$  značí kořeny transcendentní rovnice

$$\cos m \cdot \cosh m = \cos m \cdot \frac{e^m + e^{-m}}{2} = \pm 1,$$

v níž horní znaménko platí pro tyč oboustranně volnou nebo oboustranně upevněnou a dolní znaménko pro tyč na jednom konci upevněnou a na druhém volnou. Kmitočet jednotlivých částečných tónů tyče jest přímo úměrný tloušťce tyčí ve směru kmitů a nepřímo úměrný dvojmocí délky, s níž tedy velmi rychle klesá. Jednotlivé částečné tóny netvoří však harmonickou řadu vrchních tónů; proto je zvuk příčné chvějících se tyčí pro sluch nepřijemný a nehodí se k hudebním účelům.

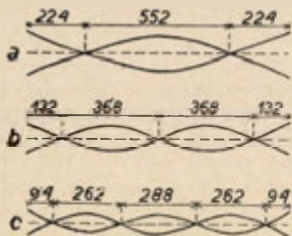
Pro tyč oboustranně volnou jsou kořeny  $m$  hořejší transcendentní rovnice, v níž platí horní znaménko,

$$m_1 = 4.7300 \pm \frac{2}{3}\pi, \quad m_2 = 7.8532 \pm \frac{2}{3}\pi, \quad m_3 = 10.9956 \pm \frac{2}{3}\pi, \dots$$

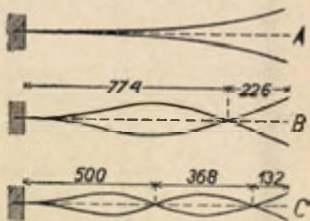
takže kmitočty tónů jim příslušných (úměrné  $m^2$ ) jsou v poměru

$$1 : 2.7565 : 5.4039 \dots$$

Jak tyč při tom chvěje a kde jsou uzly, je zřejmé z obr. 159, kdež vzdálenosti uzlů jsou vyjádřeny v tisícinách délky tyče.



Obr. 159. Příčné chvění tyče oboustranně volné.



Obr. 160. Příčné chvění tyče na jednom konci upevněné a na druhém volné.

Je-li tyč na jednom konci upevněná a na druhém volná, platí v uvedené transcendentní rovnici dolní znaménko a příslušné kořeny jsou:

$$m'_1 = 1.8751, \quad m'_2 = 4.6947 \pm \frac{2}{3}\pi, \quad m'_3 = 7.8548 \pm \frac{2}{3}\pi, \dots$$

takže pro poměr kmitočtů částečných tónů vychází

$$1 : 6.2686 : 17.5475 \dots$$

Způsob chvění tyče v tomto případě je vyznačen na obr. 160. — Jestliže tyč poměrně tenkou (na př. ocelový proužek) a jednostranně upevněnou opatříme na volném konci větší hmotou, sníží se tím její kmitočet a zároveň se potlačují do značné míry její vyšší tóny, takže pak koná téměř jen harmonický pohyb. Takovýto zatížených pružných per užívá se na základě resonance pro měření počtu period (srovn. odst. 94).

*Ladička* je tyč ohnutá do tvaru vidlice a opatřená v ohbí nožkou. Udeříme-li měkkým kladívkem na jedno rameno ladičky, rozechvějí se ramena příčně (k sobě a od sebe) a při tom nožka kmitá podélně. Vedle svého základního tónu může ovšem ladička vydávat také svrchní tóny (neharmonické a značně vysoké), jež se však rychle tlumí, takže pak zbývá jednoduchý tón základní. Proto se hodí k tomu, aby byla normálem pro tón určité výšky (na př. pro komorní  $a^1$ ).

Na výšku tónu ladičky má teplota vliv celkem nepatrný. Pro ocelové ladičky je závislost kmitočtu  $N$  na teplotě  $t$  dána pokusně zjištěným vztahem

$$N = N_0 (1 - 0.00011t),$$



kdež kmitočet  $N_0$  platí pro teplotu  $0^\circ$ . Novější ladičky, zhotovené z elinvaru (niklové oceli, jejíž pružnost se teplotou téměř nemění), mají výšku tónu takřka na teplotě nezávislou.

**105. Píšťaly.** Píšťaly jsou trubice (dřevěné, cínové a pod.) průřezu kruhového nebo obdélníkového, v nichž se uvádí vzduch

do chvění podélného a to buď foukáním proti ostré hraně, zvané *ret* (píšťala *retná*, obr. 161a), nebo chvěním pružného jazýčku (píšťala *jazýčková*, obr. 161b).

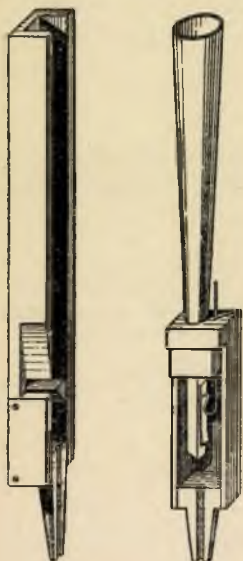
Vyšetříme nejprve vlastní tóny píšťaly všude stejného průřezu. Při chvění vzduchu v píšťale vzniká na zavřeném (krytém) konci uzel, na otevřeném konci kmitna (aspoň přibližně). Píšťala oboustranně otevřená, majíc u obou konců kmitny, může tudíž udržovati jen takové chvění, při němž na její délku  $l$  připadá celistvý počet polovln (obr. 162; v něm však pro zřetelnost jsou podélné výchylky znázorněny příčně). Pro příslušné vlnové délky  $\lambda_n$  tudíž platí

$$l = \frac{\lambda_1}{2} = 2 \cdot \frac{\lambda_2}{2} = 3 \cdot \frac{\lambda_3}{2} = \dots = n \cdot \frac{\lambda_n}{2}.$$

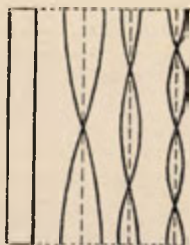
Kmitočty vlastních tónů píšťaly stanoví vzorec  $N = c/\lambda$ , v němž  $c$  značí rychlost zvuku ve vzduchu; jsou tedy

$$N_1 = \frac{c}{2l}, \quad N_2 = \frac{c}{l} = 2N_1,$$

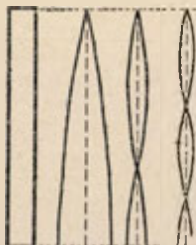
$$N_3 = \frac{3c}{2l} = 3N_1, \quad \dots, \quad N_n = \frac{n \cdot c}{2l} = n \cdot N_1.$$



Obr. 161. Píšťala  
a retná, b jazýčková.



Obr. 162. Chvění v píšťale oboustranně otevřeně.



Obr. 163. Chvění v píšťale na jednom konci zavřeně, na druhém otevřeně.



Píšťala otevřená může tudíž vedle základního tónu vydávati všechny vrchní tóny harmonické.

V píšťale na jednom konci otevřené a na druhém uzavřené vzniká u otevřeného konce kmitna, na uzavřeném konci uzel, takže její délka  $l$  obsahuje lichý počet čtvrtvln. Pro vlnové délky  $\lambda'_k$  platí v tomto případě (obr. 163)

$$l = \frac{\lambda'_1}{4} = \frac{3\lambda'_2}{4} = \frac{5\lambda'_3}{4} = \dots = (2k-1) \frac{\lambda'_k}{4};$$

z toho plyne pro příslušné kmitočty

$$N'_1 = \frac{c}{4l} = 2N_1, \quad N'_2 = \frac{3c}{4l} = 3N_1, \quad \dots \quad N'_k = \frac{(2k-1)c}{4l} = (2k-1)N_1.$$

Základní tón píšťaly jednostranně zavřené je tedy o oktávu nižší než tón stejně dlouhé píšťaly na obou koncích otevřené. Vedle základního tónu může vydávati toliko liché vrchní tóny harmonické.

Uvedené zákony o píšťalách, které odvodil D. Bernoulli (1762), platí však jen přibližně. Jak jsme poznali (odst. 87), při vlnění podélném zůstává v kmitnách hustota stále stejná. U otevřeného konce píšťaly nevyrovnává se však hustota přesně na jejím konci na průměrnou hustotu, nýbrž až poněkud vně. To znamená, že kmitna leží až vně píšťaly, takže vlastně délka chvějícího se sloupce vzduchového jest o t. zv. otvorovou opravu delší než vlastní délka píšťaly. Tato otvorová oprava při válcové píšťale činí asi 0·3 průměru. — Zavřený konec jest ovšem přesně uzlem a nepotřebuje opravy.

Zajímavé je chvění vzduchu v píšťale kuželové, zavřené u vrcholu  $V$  a otevřené na druhém konci  $O$  (obr. 164). V ní vlnoplochy nejsou rovinné, nýbrž kulové. Theorie v souhlase s pokusy ukazuje, že výška částečných tónů je právě taková jako u válcové píšťaly na obou koncích otevřené, takže vedle základního tónu vydává všechny vrchní tóny harmonické. Rovněž kmitny (v obr. 164 vyznačené křížky) mají stejnou polohu jako v píšťale oboustranně otevřené až na vrchol, v němž je vždy uzel. Ale uzly nejsou přesně uprostřed mezi sousedními kmitnami, nýbrž jsou o něco vysunuty směrem k vrcholu (poslední uzel splývá s vrcholem), jak je naznačeno kolečky v obr. 164 pro první čtyři vrchní tóny (vlevo je vždy rovnoměrné dělení). Vzdálenost uzlů (od vrcholu) při  $n$ -tém vrchním tónu je:

$$\text{v píšťale otevřené} \quad 0\cdot5 \frac{l}{n}, \quad 1\cdot5 \frac{l}{n}, \quad 2\cdot5 \frac{l}{n}, \quad 3\cdot5 \frac{l}{n}, \quad \dots$$

$$\text{v píšťale kuželové} \quad 0, \quad 1\cdot43 \frac{l}{n}, \quad 2\cdot46 \frac{l}{n}, \quad 3\cdot47 \frac{l}{n}, \quad \dots$$

Píšťaly retné ve varhanách (obr. 161a) stojí na duté nožce, již se z měchu vhání vzduch do komory, uzavřené jádrem až na

úzkou šterbinu. Z této šterbiny vychází vzduchový proud proti ostré hraně, *rtu* a vzbuzuje na něm slabý poměrně nepravidelný zvuk, z něhož pak vlastní píšťala resonancí zesiluje právě onen tón, na nějž je naladěna.

V ústech píšťaly (mezi šterbinou a rtem) vzniká přibližně kmitna, takže ret možno zhruba považovati za otevřený konec píšťaly. Ve skutečnosti je třeba však délku píšťaly, měřenou od *rtu*, zvětšiti o korekci pro ústa, jež činí při válcové píšťale asi 1/36 průměru. Spolu s korekcí otvorovou je tedy třeba délku otevřené píšťaly válcové zvětšiti celkem o  $\frac{5}{3}$  průměru; u otevřené píšťaly obdélníkového průřezu se rovná celková oprava dvojnásobné hloubce píšťaly (na šířce nezávisl).

Barvitost zvuku píšťal závisí na materiálu stěn, na měnsure píšťaly a na rychlosti proudu zvukového. Píšťaly dřevěné dávají tón měkký, tupější (stěny tlumí vyšší tóny harmonické), píšťaly cínové tón tvrdší, pronikavější. Mensura píšťaly rozumí se poměr hloubky k délce; bývá v mezích  $\frac{1}{8}$  až  $\frac{1}{4}$ . Úzká mensura podporuje tvoření se vyšších tónů harmonických, jež zvuku dodávají určitého lesku; široká mensura podporuje základní tón a nízké tóny harmonické, čímž zvuk nabývá plnosti.

Píšťaly stejné barvitosti zvukové spojují se ve varhanách v rejstřík; na př. rejstřík „principal“ obsahuje cínové otevřené píšťaly mírné mensury a plného zvuku. Má-li mti celý rejstřík stejnou barvitost, nesmí ubývati hloubky úměrně s délkou, nýbrž mírněji. Podle pravidla Töpferova se má hloubka píšťal zmenšiti jen na polovici, když délka klesla na třetinu (píšťala vydává pak kvintu oktávy).

Z orchestrálních nástrojů patří k retným píšťalám toliko flétna a pikola. Tóny různé výšky vyluzuje hudebník jednak tím, že zkracuje původní délku píšťaly uvolněním postranních dírek, jež byly zakryty prstem nebo klapkou, jednak též různým způsobem foukání (t. zv. nátiskem), jímž vzbuzuje vrchní tóny harmonické (oktávu, duodecimu atd.).

V *píšťalách jazýčkových* vzniká zvuk chvěním jazýčku (pružného proužku z tvrdé mosazi), jenž přikrývá obdélníkový výřez mezi vzdušnou komorou a vlastní píšťalou. Jazýček jest buď maličko menší než výřez, takže jím prochází na obě strany (jazýček průrazný, dávající měkký zvuk), nebo je větší než výřez (jazýček nárazný), takže při chvění naráží na obvod výřezu, což vede k tónům drsnějším.

Dechové nástroje orchestrové jsou s výjimkou flétny a pikoly vesměs píšťaly jazýčkové. Dřevěné nástroje jsou podle způsobu vrtání dvojího druhu. Hoboj, anglický roh a fagot mají kuželové vrtání a dvojitý jazýček (třtinová trubice smáčknutá na vnějším konci do úzké šterbiny); mohou zníti jako píšťaly kuželové a ve zvuku jejich jsou obsaženy všechny vrchní tóny harmonické. Klarinet a basový klarinet mají válcové vrtání a jednoduchý jazýček: znějí tak jako válcová píšťala na jednom konci (u jazýčku) zavřená a na druhém konci otevřená. V jejich zvuku jsou proto obsaženy jen liché tóny harmonické. Vzbuzování tónů různé výšky je v obou případech obdobné jako u flétny (ovšem přefouknutí u klarinetu se děje jen do lichých svrchních tónů). — Moderní kovové saxofony jazzové hudby vznikly vlastně zkřížením hoboje a klarinetu; mají jednoduchý jazýček jako klarinet, ale kuželovou trubici jako hoboje. Zvuk jejich nedostihuje však lahody dřevěných nástrojů.

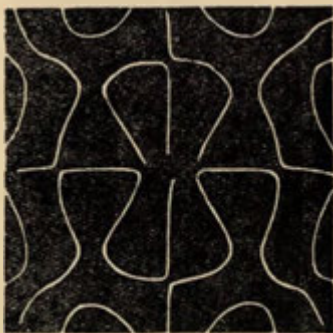
Plechové nástroje orchestrální jsou jazýčkové píšťaly, v nichž jazýček je

zastoupen sevřenými rty hudebníkovými u násadce. Nejušlechtilější zvuk dává roh, jehož trubice se již od násadce mírně rozšiřuje a končí širokou nálevkou. Trubky a pozouny mají trubici ze dvou třetin válcovou, jež se teprve v poslední třetině kuželově rozšiřuje a končí nálevkou poměrně úzkou; tímto tvarem trubice mění se poněkud výška vrchních tónů harmonických, takže zvuk jejich jest poněkud třepotavý (jakoby jásavý).

Úzká mensura plechových nástrojů způsobuje, že se základní tón nedá vyloudit, zato poměrně snadno všechny další vrchní tóny harmonické (od druhého do dvanáctého). Drívější přirozený roh (bez ventilů) byl takto omezen jen na pořadí harmonických tónů. U dnešních ventilových nástrojů doplňují se chybějící tóny tím, že se ventily prodlužuje ozvučná délka píšťaly a tak tón snižuje; první ventil snižuje o celý tón, druhý o půltón a třetí o půl-druhého tónu. Tak dají se vyplnit mezery mezi původními harmonickými tóny. U snížcového pozounu dosahuje se snižování tónu výtahem dvou do sebe zasahujících rovnoběžných trubic.

**106. Desky a blány.** Desky (skleněné, mosazné a pod.) uprostřed upevněné můžeme rozechvěti příčně tím, že na určitém místě obvodu smykáme smyčcem a současně na jiném vhodném místě desku přidržíme prstem. Zkoušením shledáme, že desky mohou chvěti velmi rozmanitým způsobem. Jejich chvění dá se demonstrovati obrazci Chladniho (1787).

Před pokusem mírně posypeme desku jemným pískem; když pak desku rozechvějeme, aby vydávala čistý tón, odskakuje písek z míst chvějících se a shromažďuje se v uzlových čarách (obr. 165). Tak se přesvědčíme, že deska může vydávati několik základních tónů a velké množství vrchních tónů, jež však nejsou harmonické. Základní tóny desek jsou tím vyšší, čím je deska menší a tlustší (podobně jako u tyčí příčně chvějících).



Obr. 165. Obrazec Chladniho.

Tenké desky, třebaš malé, mají základní tóny poměrně hluboké a mohou mimo to chvěti velmi rozmanitým způsobem; jsou proto schopny reprodukovati jiné zvuky s velkou přesností, čehož se užívá v telefonu, fonografu, gramofonu a mikrofonu.

Naopak zase i velmi velké desky, jsou-li jen dostatečně tlusté, mají zvuk přiměřeně vysoký a vzhledem k velké hmotě značně mohutný. Toho se užívá u kostelních zvonů. Jsou to vlastně prohnuté desky, jejichž tloušťka se od středu ke krajům zmenšuje; rozechvívají se úderem srdce. Vhodným tvarem zvonu dá se dosáhnouti toho, že hlavní částečné tóny jsou navzájem konsonantní, čímž zvuk zvonu nabývá zvláštní velebnosti a lahody. Podstata umění

zvonářského spočívá právě v tom, nalézt zkusmo přiměřený tvar zvonu, aby dával příjemný tón.

Také napjaté blány mohou chvěti příčně a to velmi rozmanitým způsobem, závislým na tvaru obvodové čáry, v níž je blána upevněna; vznikající částečné tóny nejsou harmonické. Výška základního tónu roste s napětím blány a klesá s její plochou a tloušťkou (obdobně jako u strun).

Kotly (tympani) jsou měděné duté polokoule, přes něž je napjata vydláňaná telecí kůže, která se rozechvívá úderem měkké paličky; vyšší neharmonické tóny se rychle utlumí, takže zbývá jen tón základní, zesílený resonancí dutiny. V orchestru bývají dva kotly naladěné normálně na tóny *A* a *d*; mohou se však napínáním nebo povolováním tahu přeladit až o tercii výše nebo níže. — Podobným způsobem vzniká zvuk na bubnech; neurčitý jejich zvuk slouží zpravidla jen k vyznačování rytmu.

**107. Resonátory.** Poznali jsme již (odst. 94), že těleso schopné kmitání (*resonátor*) se uvede do vynucených kmitů, jakmile na ně dopadne postupné vlnění ve vzduchu. Vynucené kmitání má tehdy největší rozkmit, když vlastní perioda resonátoru souhlasí s periodou dopadajícího vlnění (případ *resonance*). Čím je tlumení resonátoru menší, tím ostřeji reaguje resonátor jen na vlnění téže periody, jakou má sám; při odlišné periodě jsou jeho vynucené kmity zcela slabé.

Držíme-li rozezvučenou ladičku nad válcovou skleněnou nádobou, v níž doléváním vody měníme délku sloupce vzduchového, zjistíme, že se zvuk ladičky nejvíce zesílí, když sloupec vzduchový je právě naladěný na týž tón, jaký vydává ladička. Není-li tomu tak, nemá sloupec vzduchový účinku.

Této okolnosti se užívá v *resonátorech* Helmholtzových (obr. 166) k tomu, aby se zjistilo, zdali je v daném složeném zvuku obsažen určitý tón. Tyto resonátory mají buď tvar mosazné duté koule (pro jediný tón, obr. 116, *A*) nebo dvou do sebe zasunovatelných válců (je laditelný na různé tóny, obr. 166, *B*). Na jedné straně mají širší otvor *O*, jímž zvukové vlnění vniká do resonátoru; na protější straně přecházejí v zúženou krátkou trubici *o*, jíž se přikládají k uchu.

Pro kmitočet *N*, na nějž je kulový resonátor naladěný, odvodil Helmholtz vztah

$$N = c \sqrt{\frac{3r}{8\pi^3 R^3}},$$

v němž *c* znamená rychlost zvuku ve vzduchu, *r* poloměr otvoru *O* a *R* poloměr kulové dutiny. Kulové resonátory jsou pro analýsu zvuku výhodnější,



neboť reagují jen na jediný tón, kdežto válcové resonátory reagují (třebas slabě) i na vrchní tóny harmonické. — Při analýsě složeného zvuku přiložíme resonátor trubici o k zvukovodu v uchu. Jakmile je ve vyšetřovaném zvuku obsažen vlastní tón resonátoru, začne resonátor silně zvučeti; jinak je tichý. Takto můžeme dokázati ve zvuku strun, píšťal a pod. vrchní tóny harmonické a zhruba odhadnouti jejich intenzitu.

Resonátor silně tlumený (na př. dřevěná skříňka s otvory) reaguje na široký obor tónů po obou stranách svého vlastního tónu, jež všechny skoro stejně zesiluje. Toho se užívá při resonančních skřínkách smyčcových nástrojů a u resonanční desky klavíru.

Struny smyčcových nástrojů jsou napíaty od praxe na krku přes lehkou kobylku, jež spočívá na duté resonanční skřínce s prohýbanými stěnami a s otvory tvaru  $f$ ; tato skříňka je uvnitř vyztužena kolečkem (duš) u pravé nožky kobylky a podélnou příčkou, připojenou k horní desce pod levou nožkou kobylky. Účelem zvláštního tvaru resonanční skřínky jest, aby co možná stejnoměrně zesilovala tóny různých výšek. Chvění struny, jež by sama o sobě vydávala jen slabý zvuk, přenáší se kobylkou na resonanční skříňku, jež pro svou velkou plochu rozechvívá sousední vzduch a tak značně zesiluje zvuk struny. Ovšem resonanční skříňka podle svého materiálu a tvaru poněkud pozměňuje barvitost zvuku tím, že některé tóny obsažené ve složitém zvuku struny zesiluje více, jiné méně a tak rozhoduje o čistotě, lahodnosti a jasnosti zvuku. Z této příčiny jsou vyhledávány housle vyšlé z dílen italských mistrů houslařských ze XVII. století jež se vyznačují neobyčejně jasným a čistým zvukem. — Resonanční skříňka houslí, violoncella i basy má přiměřenou velikost (její vlastní tón je buď kvarta nebo kvinta nejnižšího tónu) a proto zvuk těchto nástrojů je zcela jasný. Viola má však resonanční skříňku menší, než by se patřilo (je naladěna asi na septimu nejnižšího tónu); proto zvuk violy jest poněkud zastřený, jakoby nosový.

Resonanční skřínky smyčcových nástrojů mají velmi silné tlumení, jež netoliko nevadí, neboť od smýkané struny dostává stále novou a novou kmitovou energii, nýbrž má dokonce přednost v tom, že se rychle přizpůsobuje změnám hraného tónu, nerušíc jej vlastním dozíváním. Naproti tomu u nástrojů, v nichž struny rozechvíváme buď drnkáním (na př. kytara) nebo úderem kladívka (klavír), má mít resonanční skříňka, po př. deska jen menší tlumení, aby zvuk jednou vzbuzený se déle udržel. Rozdíl v obou případech názorně vynikne, když srovnáváme zvuky vzbuzené drnkáním jednou na houslích, po druhé na kytáře.

**108. Šíření zvuku.** Od zvukového zdroje šíří se vzduchem podélné vlnění ve vlnách přibližně kulových stálou rychlostí  $c$ . Pro rychlost  $c$  zvuku v plynech jsme odvodili v odst. 89 vztah

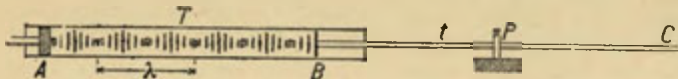
$$c = \sqrt{x \frac{p_0}{\sigma_0} (1 + \gamma t)} = \sqrt{x \frac{p_0}{\sigma_0}} \cdot (1 + \frac{1}{2} \gamma t),$$

v němž  $x$  znamená poměr spec. tepel při stálém tlaku a při stálém objemu (pro vzduch  $x = 1.405$ ),  $\sigma_0$  je spec. hmota plynu při tlaku  $p_0 = 1 \text{ atm} = 1.013 \cdot 10^6 \text{ dyn/cm}^2$  a při teplotě  $0^\circ$ ;  $t$  je teplota plynu a  $\gamma = 0.003667$  je koeficient objemové roztažnosti plynu. Pro rychlost zvuku ve vzduchu v m/sec plyne z toho vztah souhlasící s měřením

$$c = 331.7 (1 + 0.0018 t).$$



Rychlost zvuku na volném vzduchu byla měřena tak, že na jedné ze dvou vzdálených stanic bylo vypalováno dělo; na druhé straně byla zjišťována doba mezi spatřením záblesku a zaslechnutím rány. Aby se vymýtl vliv větru, byla měření opakována v obou směrech. — V laboratorii lze měřit rychlost zvuku v plynech methodou Kundtova (1866). Širší skleněná trubice  $T$  (obr. 167), do níž bylo nasypáno trochu plavuně nebo jemných korkových pilin, je na jednom konci  $A$  uzavřena posuvným pístem; do druhého jejího otvoru volně zasahá konec delší skleněné nebo mosazné tyče  $t$ , opatřený korkovou deštičkou  $B$  o málo menší, než je vnitřní průřez trubice  $T$ . Tyč  $t$  je uprostřed upevněna; poblíž konce  $C$  ji podélně rozechvíváme, aby vydávala svůj základní tón kmitočtu  $N$  (tyč skleněnou třeme sukrem navlhčeným v okyselené vodě, tyč mosaznou koží posypanou kalafunou). Takto vznikající kmity deštičky  $B$  rozechvívají podélné vzduch v trubici. Posouváním pístu  $A$  upravíme vnitřní délku trubice



Obr. 167. Kundtova metoda pro měření rychlosti zvuku.

tak, aby tam vzniklo čisté vlnění stojaté. Poznáme to podle toho, že při stojatém vlnění se v kmitnách lehký prášek nadzvedá a po doznění se usazuje v jemných rýhách, kdežto v uzlech zůstává nepravidelně rozložen. Ze vzniklého obrazce určíme průměrnou vzdálenost sousedních uzlů, jež se rovná polovici vlnové délky  $\lambda$ . Rychlost  $c$  zvuku v plynu vyplňujícím trubici je pak dána známým vztahem  $c = N\lambda$ .

Ve vzorci pro rychlost zvuku v určitém plynu jsou veličiny  $x$ ,  $p_0$  a  $\sigma_0$  stálé, takže příslušná rychlost závisí toliko na teplotě, s níž vzrůstá rovnoměrně (aspoň velmi přibližně). V důsledku této závislosti také výška tónu píšťal s rostoucí teplotou lineárně vzrůstá. Na tlaku plynu však rychlost zvuku nezávisí. — Rychlosti zvuku v různých plynech jsou nepřímo úměrné odmocninám z jejich hustot. Rozezvučíme-li krytou píšťalu na př. proudem svítiplynu, zaznívá vyšším tónem než ve vzduchu.

Důležité je, že rychlost zvuku nezáleží ani na výšce tónu ani na intenzitě zvuku; proto i z dálky slyšíme akordy současně vznikati a současně zanikati (tedy ne jednotlivě jejich tóny po sobě).

Vychází-li zvuk z malého zdroje zvukového, šíří se do volného prostranství v kulových vlnoplochách a proto jeho intenzita (srov. odst. 90) klesá úměrně s dvojnásobkem vzdálenosti od zdroje. Šíření zvuku v kulových vlnoplochách se ovšem pozměňuje překážkami stojícími v cestě šířícího se zvuku. Délka zvukových vln je zpravidla téže řádové velikosti jako rozměry překážek, na nichž proto vzniká ohyb zvuku (odst. 91); zvuk šíří se netoliko přímočaře vedle překážky, nýbrž ohybá se i do prostoru za překážkou, kde by při šíření světla byl stín. Akustický „stín“ vzniká jen za překážkou velmi rozměrnou proti délce vln zvukových.

Pokusy o šíření se zvuku konáme pomocí malých píšťalek, jichž tón je velmi vysoký a tedy vlnová délka malá, takže pak stačí překážka mírných rozměrů, aby vznikl zřetelný stín. Na takovéto zvuky zřetelně reaguje citlivý plamének; je to dlouhý plamen svítiplynu vytékajícího pod značným tlakem z trubice náhle se zužující. Jakmile na něj dopadne krátkovlnné vlnění zvukové, značně se zkrátí. Tak lze ukázati vznik stínu, odraz zvuku od stěny a pod.

Zvuk šíří se ovšem také kapalinami i pružnými látkami pevnými a to zpravidla rychlostí značně větší než ve vzduchu. Látky nepružné zamezují šíření zvuku; užíváme jich proto ke zvukové izolaci.

**109. Odraz zvuku.** Dopadá-li zvukové vlnění na rovnou stěnu, jejíž rozměry jsou značně velké proti vlnové délce, odráží se na ní zvuk podle známých zákonů odrazu (odst. 92). Při dostatečné vzdálenosti stěny od zdroje zvukového (aspoň 17 m) rozeznáváme sluchem odražený zvuk od původního a vzniká ozvěna. Je-li však stěna blíže než asi 17 m, splývá pro sluch odražený zvuk s původním, jejíž zesiluje a prodlužuje; tento zjev sluje do zvuk (pazvuk).

Sluchem rozeznáme dva po sobě jdoucí krátké tóny, uplyne-li mezi nimi aspoň 0·1 sec. Za tu dobu zvuk ve vzduchu obvyklé teploty urazí dráhu 34 m (k stěně a od stěny), takže pro nejmenší vzdálenost stěny, potřebnou na vznik ozvěny, vyplývá 17 m. Při větší vzdálenosti stěny může se ozvěnou opakovati několik po sobě jdoucích krátkých zvuků; mluvíme o ozvěně víceslabičné. Pěkný příklad ozvěny jest u vchodu do adrsbašských skal (u Trutnova); krátká fanfára lesních rohů opakuje se tam odrazem na různě vzdálených skalách třikráte po sobě.

Energie zvukového vlnění, dopadajícího na stěnu, jest ovšem zčásti pohlcena stěnou a jen zbytek se odráží. Jakožto koeficient absorpce  $\alpha$  zavádí se poměr pohlcené energie k energii dopadající. Jednotkový koeficient absorpce má „otevřené okno“, jež totiž celé dopadající vlnění propouští ven (a tím je absorbuje), takže se nic neodráží. Sabine měřil pro zvuk píšťaly o 512 kmitech koeficienty absorpce a našel pro mramor 0·010, beton 0·015, sklo 0·027, obyčejné zdivo 0·032 a dále pro stěny vyložené dřevem a pro podlahu 0·11, pro stěny pokryté silným kobercem 0·29, pokryté plstí 2·5 cm silnou 0·55. Čísla tato jsou ovšem jen přibližná a mění se poněkud též s výškou použitého zvuku.

**110. Akustičnost sálů.** Kostely, koncertní a divadelní sály, přednáškové síně mají býti tak upraveny, aby každý posluchač zřetelně slyšel hlas řečníka nebo provozovanou hudbu; místnost, která této podmínce vyhovuje, nazývá se *akustická*. Podle Sabine jsou požadavky dobré akustičnosti:

1. Zvuk má býti na všech místech dostatečně hlasitý. Malé místnosti tomu dobře vyhovují; ve velkých sálech musí býti orchestr

přiměřeně rozšířen, řečníci musí mluvit hlasitěji (a zvolna, jak vy-  
svítne z dalšího).

2. Jakost zvuku musí zůstat všude zachována, t. j. intensity  
tónů různé vysokých musí být pro každé místo v témž poměru,  
jako ve zvuku vydávaném, aby barvitost zvuku i jakost souzvuků  
pro sluch se nezměnila. To vyžaduje, aby v místnosti nebyla vý-  
značná resonance, jíž by se zesilovaly jen tóny určité výšky.

3. Jednotlivé slabiky řeči a rychle sledující tóny hudební musí  
zůstat jasné a čisté, nesměšující se vzájemně. To znamená, že  
musí být zamezena jakákoliv ozvěna a že dozvuk musí trvat  
jen určitou přiměřenou dobu.

4. Vnitřek místnosti musí být chráněn od vnějšího hmotu,  
tedy stěny místnosti mají být co možná pro zvuk nepropustné.

Největší nesnáze při úpravě velkých sálů působí požadavek třetí, podle  
něhož zvuky po sobě jdoucí nesmí se vzájemně směšovat, protože by to zne-  
možňovalo porozumění řeči a z hudby by to činilo chaotickou směs hluku.  
Ozvěna musí být naprosto odstraněna, proto je třeba velké plochy členit  
(dveřmi, okny, sloupovím, římsami a pod.) na menší části, jež jsou pak aku-  
sticky neškodné. Zvláště nebezpečné jsou klenby a velké zakřivené plochy, jež  
působí jako dutá zrcadla soustřeďují zvuk do určitého místa, kde vzniká  
silná ozvěna, zatím co ostatní prostor je na zvuk zcela chudý.

Mnoho záleží na době dozvuku (doznívání). Zvuk vycházející ze zdroje  
zvukového se mnohonásobně odráží na stěnách, než se jimi úplně pohltí, takže  
vlnění zvukové trvá ve velkém sále ještě určitou dobu po vyslání zvuku. Bylo  
zjištěno, že nejslabší ještě slyšitelný zvuk má asi milionkrát menší intensitu  
než zvuk, který je pro sluch nejpřiměřenější. Proto dobou dozvuku  $T$  rozumíme  
dobu, ve které intenzita zvuku v místnosti klesne na 0·000001 původní inten-  
sity. Jak Sabine theoreticky odvodil, klesá intenzita zvuku  $I$  z původní hod-  
noty  $I_0$  s časem  $t$  podle exponenciálního zákona

$$I = I_0 \cdot e^{-\frac{c a P}{4V} \cdot t},$$

v němž  $c$  ( $\approx 340$  m/sec) znamená rychlost zvuku;  $P$  je celková vnitřní plocha  
sálu ( $\text{v m}^2$ ),  $a$  koeficient absorpce stěn (odst. 1·9) a  $V$  krychlový objem sálu  
( $\text{v m}^3$ ). Jsou-li stěny sálu z různého materiálu, je třeba absorpci stěn  $a \cdot P$  po-  
čítati pro jednotlivé druhy stěn zvláště a sečísti, takže celková absorpce stěn je

$$aP = \sum a_n P_n.$$

Podlaha plně obsazená posluchači silně absorbuje zvuk a bře se pro ni  $a = 0\cdot96$ .  
— Pro dobu dozvuku  $T$ , v níž intenzita zvuku klesne na  $10^{-6}$  původní hod-  
noty, platí tudíž

$$I_0 \cdot 10^{-6} = I_0 \cdot e^{-\frac{c a P}{4V} \cdot T} \quad \text{anebo} \quad \frac{c a P}{4V} \cdot T \cdot \log e = 6,$$

z čehož plyne

$$T = \frac{24}{c \cdot \log e} \cdot \frac{V}{aP} = 0\cdot1625 \cdot \frac{V}{aP}.$$

Na př. v sále rozměrů  $16 \times 16 \times 8$  m zcela prázdném jest  $T = 6\cdot5$  sec; je-li  
 $\frac{1}{2}$  podlahy naplněno posluchači,  $T = 1\cdot5$  sec.

Při zcela krátkém dozvuku se zvuk rychle tlumí a zní mrtvě; při dlou-  
hém dozvuku zase slabiky řeči vespolek splývají v nesrozumitelnost a hudba

vzbuzuje jen zmatené zvučení sálu. Je proto třeba zjistiti pokusně nejvhodnější dobu dozvuku  $T_0$ , jež ovšem závisí též na velikosti sálu (malé vyžadují menší doby dozvuku než velké). Tuto otázku pokusně studoval též Sabine a dospívá k empirickému vzorci

$$T_0 = 0.75 + 0.123 \sqrt{V}.$$

Nověji Lifschitz ze svých pozorování odvedl složitější vztah, z něhož v prvním přiblížení plyne

$$T_0 = 0.907 + 0.036 \sqrt[3]{V}.$$

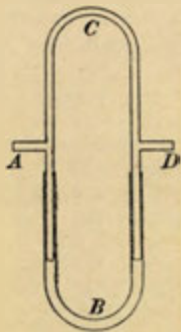
Pro sál dříve uvažovaný ( $16 \times 16 \times 8$  m) vychází jako nejlepší doba dozvuku podle Sabinea 1.14 sec, podle Lifschitze 1.12 sec. Ve srovnání s dřívějšími výsledky plyne, že prázdný ( $T = 6.5$  sec) byl by akusticky zcela nezpůsobilý a že i při naplnění posluchači ( $T = 1.5$  sec) jest jeho dozvuk závažný. Vyžaduje tudíž, aby obložení stěn (na př. linoleem) se jeho doba dozvuku přiměřeně snížila. — Při úpravě sálu záleží ovšem také na tom, jak jsou rozloženy odrazející a jak absorbující stěny. Je výhodné, když poblíž řečníka (nebo orchestru) jsou stěny málo absorbující, aby mnoho zvuku odrazely do sálu. Zato vzdálené stěny mají vykazovati větší absorpci, jež se může po př. zvýšiti záclonami a pod.

Zhruba možno požadovati, aby v přednáškových sálech byla doba dozvuku asi 0.5 až 1.0 sec, v kostelích a koncertních sálech 1.0 až 1.5 sec a jen při výmínečně rozsáhlých prostorách možno připustiti dozvuk trvající 2.0 sec — Velké sály, mající delší dobu dozvuku, vyžadují na řečníku netoliko zesílení hlasu, ale i po malé mluvy, aby dozvuk směšováním slabik nerušil srozumitelnost řeči.

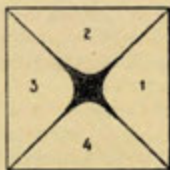
Na volném prostranství je zřetelně rozuměti řečníku, mluví-li mírně zvýšeným hlasem, do vzdálenosti 15 m ve směru, v němž mluví, do 12 m po stranách a do 6 m dozadu.

**111. Interference zvuku.** Postupují-li týmž směrem dvě shodná zvuková vlnění, mající stejnou fázi, zesilují se; při opačné fázi, tedy když je mezi nimi dráhový rozdíl půl vlnové délky, se zeslabují, po př. ruší, byly-li jejich amplitudy stejné. Tomuto jevu říkáme *interference* zvuku.

Pěkně lze demonstrovati interferenci zvuku pomocí Quinckeovy interferenční trubice (obr. 168), jež se rozvětčuje na dvě části: délka části B se může výtahem měniti, kdežto část C má délku stálou. K otvoru A



Obr. 168. Quinckeova interferenční trubice.



a



b

Obr. 169. Interferenční pokus Hopkinsův.



přiložme zdroj zvukový (na př. píšťalku) a otvor  $D$  spojíme kaučukovou hadicí s uchem. Jsou-li dráhy zvuku v ramenech  $B$  a  $C$  stejné nebo liší-li se o celistvý počet vlnových délek, zvuk se zesiluje. Je-li však rozdíl drah v obou ramenech půl vlnové délky (nebo lichý počet polovin), zvuk se značně zeslabuje, po př. ruší.

Jinak můžeme interferenci zvuku objektivně předvésti užitím Hopkinsovy trubice (obr. 169 *b*) tvaru obráceného  $Y$ , jejíž horní část je zakončena napiatou blanou, na níž nasypeme trochu písku. Trubicí postavíme těsně nad mosaznou čtvercovou deskou uprostřed upevněnou, kterou jsme rozechvěli tak, aby uzlové čáry splývaly s úhlopříčkami, takže se dělí na 4 pole (obr. 169 *a*). Jsou-li ramena Hopkinsovy trubice nad protějšími poli, jež kmitají v stejné fázi, obě vlnění postupující nahoru se zesilují, což se projeví chvěním horní blány a živým pohybem písku. Postavíme-li však ramena nad sousední pole, jež kmitají s opačnou fází, obě vlnění nahoru postupující se vzájemně ruší a písek je v klidu.

Interference zvuku může mít také škodlivý vliv na akustičnost sálů. Zpravidla se však snažíme zamezit v sále pravidelné odrazy, jež by vedly k význačné interferenci, takže tím se současně vyhneme nevídaným následkům interference.

### III. Fysiologická akustika.

**112. Ústrojí hlasové.** Hlas lidský vzniká v celku podobně, jako je tomu v píšťale jazyčkové. V hrtanu jsou dvě pružné blány, zvané *hlasivky*, jež při mluvě nebo zpěvu jsou tak napínány, že vznikne mezi nimi úzká *štěrbina hlasová*. Vzduch proudící z plic hrtanem rozechvívá hlasivky, takže se štěrbina hlasová střídavě rozvírá a zavírá; tím vzniká v proudu vzduchovém pravidelné chvění, jež vnímáme sluchem jako hlas.

Výška tónu závisí na délce hlasivek (u mužů 18 mm, u žen 12 mm, proto je ženský hlas vyšší) a na napětí hlasivek. Výškový rozsah lidského hlasu činí téměř dvě oktávy, ovšem u různých lidí v různých polohách. Bas má rozsah tónový  $F—e^1$ , tenor  $c—a^1$ , alt  $f—e^2$  a soprán  $c—a^2$ .

Barvitost hlasu je podmíněna resonancí tří dutin, hrtanové, ústní a nosové. Tyto dutiny s měkkými stěnami mají široký obor resonance, závislý na poloze jazyka, zubů a rtů. Ve složeném zvuku, vycházejícím z ústrojí hlasového, zesilují se proto ony vrchní tóny harmonické, jež jsou poblíže vlastního tónu oněch resonančních dutin. Tuto barvitost zvuku, v němž jsou zesíleny vrchní tóny poblíž určitého tónu, zvaného *formant*, nezávisle na tom, jaká je abs. výška základního tónu, vnímáme podle Hermannna jako charakteristický znak jednotlivých samohlásek. Zpíváme-li po sobě samohlásky  $a, e, i$  na tónu téže výšky, při čemž prstem skrze zuby se dotýkáme jazyka, zjistíme, že se jazyk postupně zvyšuje; tím se zmenšuje volný prostor dutiny ústní, která pak rezonuje na vyšší formanty, čímž právě vznikají ony tři samohlásky.



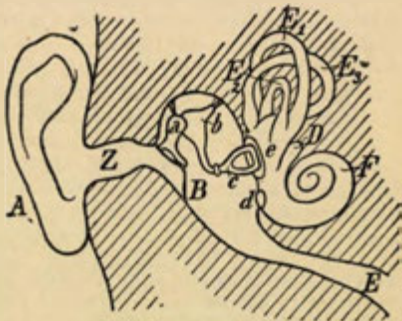
Nejnižší formant má samohláska *u* a to asi při kmitočtu 175 (tón *f*); při obyčejné řeči je proto v této samohlásce téměř jen základní tón. Tím je vysvětlitelné, že zvuk ladičky nebo široké zavřené píšťaly, obsahující také téměř jen základní tón, zní podobně jako samohláska *u*. Formanty ostatních samohlásek jsou postupně vyšší a to pro *o* asi 400 (tón  $g_1$ ), pro *a* 800 (tón  $g_2$ ), pro *e* 2300 (tón  $d^2$ ) a pro *i* 3700 (tón *hes*<sup>1</sup>). K tomu je třeba přihlížeti při reprodukci řeči telefonickou membránou, jež by měla správně reprodukovat všechny vrchní tóny aspoň do kmitočtu 4000; pro pouhé porozumění řeči stačí však, předvádí-li membrána tóny aspoň do kmitočtu 2000. Klesne-li tato mez na 1000, stává se řeč nesrozumitelnou.

Souhlásky vznikají buď jako šelesty prostupem vzduchu na zúžených místech (na př. *s*) nebo tím, že rty, zuby nebo jazyk náhle otvírají průchod vzduchu (např. *b* vzniká náhlým rozevřením rtů) a jsou to pak krátkotrvající nepravidelné zvuky.

Při volném dýchání jsou hlasivky popuštěny, takže mezi nimi vzniká široký otvor volně propouštějící vzduch, takže zvuk nevzniká.

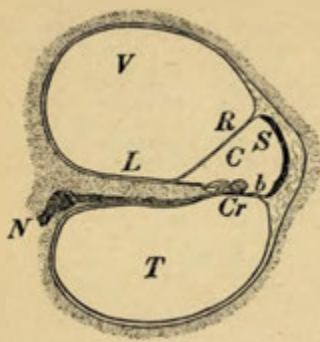
Hlas lidský co do rozmanitosti daleko vynika nad zvuk veškerých nástrojů hudebních tím, že se v něm nezávisle na sobě dá měniti výška, síla i barvitost zvuku. Jeho síla závisí na tlaku vzduchu vyháněného z plic, výška se řídí napětím hlasivek a konečně barvitost může býti trojím způsobem měněna resonancí v dutinách hrtanové, ústní a nosové. — Energie potřebná na vzbuzení hlasu je poměrně malá; na obyčejnou řeč se potřebuje výkonost asi 125 erg/sec, řečník ve velkém sále zesiluje hlas na výkonost až 2500 erg/sec.

**113. Ucho lidské.** Vnější částí ucha (obr. 170) je boltec *A* spojený se zvukovodem *Z*, jenž je na druhém konci přepažen blanou *B* dovnitř puklicovitě vtaženou, jež slove *bubínek*. Za bubínkem je ve skalní kosti bubinková dutina, obsahující tři sklobíbené kůstky, *kladívko a*, přiléhající rukověti k bubínku, *kovadlinka b* a *třímeček c*, jenž je připevněn k bláně napiaté přes *oválné okénko e*. Dutina bubinková souvisí *Eustachovou trubicí E* s dutinou ústní, aby se mohl tlak vzduchu na obou stranách bubínku vyrovnati. Za oválným okénkem je *vnitřní ucho*, složitá soustava míšků a kanálků, zvaná *labyrint* a vyplněná mokem vodnatým (*lymfou*). Za oválným okénkem je *předsín D*; s ní souvisí *míšek*, vybihající ve tři *polokruhovitě kanálky* ( $E_1, E_2, E_3$ ) a *hlemýžď F*, obsahující vlastní ústrojí sluhové.



Obr. 170. Ucho lidské.

Míšek a tři polokruhovitě chodby vlastně nesouvisí se sluchem, nýbrž slouží k tomu, že vnímáme polohu hlavy směrem ke svislému směru (statický smysl); tak dovedeme rozeznávat směr vzhůru a dolů, čímž udržujeme rovnovážnou polohu těla.



Obr. 171. Průřez dutinou hlemýžďe.

čnělkem *L* a chodbou hlemýžďovou *C* mezi oběma blanami.

**114. Slyšení.** Vlny zvukové se zachycují boltcem a vedou se zvukovodem k bubínku, jenž se jimi rozechvěje. Toto chvění převádí bubínkové kůstky na blánu oválného okénka, čímž se rozechvěje i lympfa labyrintu. Ústroj bubínkový má za účel měniti velké poměrně amplitudy vzduchových vln na malé amplitudy těžší lymfy; vedle toho chrání také jemné vnitřní ucho od poškození za příliš silných vln zvukových. Při pozorném naslouchání slabých zvuků se napne řetěz tří kůstek bubínkových zvláštními svaly tak, že může přenášeti i velmi jemné záchvěvy.

Chvění lymfy přechází od oválného okénka do horního patra hlemýžďe a odtud se blanami Reissnerovou a základní převádí do dolního patra a odtud k okrouhlému okénku. Při tom tedy kmitá souhlasně blána základní, nesoucí ústroj Cortiho, čímž se podráždí konečky nervu sluchového a v mozku vzniká vněm sluchový.

Až potud je věc jasná; ne-náze však nastávají, máme-li vyložití přeměnu kmitové energie ve vněm sluchový a objasnit pozoruhodnou vlastnost sluchu, že ve složeném zvuku rozeznává jeho jednoduché složky. Tím se liší sluch podstatně od zraku, jenž složené světlo vnímá jako jednotnou barvu. Podle Helmholtze vykládáme si tuto analytickou schopnost sluchu resonancí; buďť z. zv. pilíře Cortiho nebo příčná vlákna blány základní jsou naladěny na různé vysoké tóny. Složený zvuk rozechvěje resonancí právě ty ústroje, jež jsou naladěny na harmonické složky v něm obsažené. Vnímáme proto složený zvuk ne jako jednotný celek, nýbrž jako soubor různých tónů. Pro tuto resonanční teorii slyšení je však záradou, že ústroje v hlemýždi mají jen mikroskopické rozměry, takže je těžko pochopitelné, že by mohly býti naladěny i na střední a hluboké tóny, jež slyšíme. — Jiné teorie vykládají slyšení tak, že se základní blána rozechvěje jako celek a v kmitnách dráždí nervy sluchové, čímž způsobuje v mozku vněm tónu určité výšky.

Nejhlubší tóny, které sluchem vnímáme, mají kmitočet asi 16 až 20, nejvyšší ještě slyšitelné tóny mají kmitočty 15000 až 20000; tyto meze slyšitelnosti jsou však pro různé osoby dosti různé. *Citlivost* sluchu je velmi značná a podstatně závisí na výšce tónu. Nejvyšší je v oboru trojčárkované a čtyřčárkované oktávy, tedy v rozmezí kmitočtů 1000 až 4000, což je právě obor podmiňující dobrou srozumitelnost řeči. V okolí kmitočtu 1600 stačí na vněm sluchový  $10^{-8}$  erg/sec. Vně uvedeného oboru citlivost klesá a to rychle směrem do výšky, mírněji směrem k hlubokým tónům.

Hudebníci posuzují citlivost sluchu ještě s jiného hlediska, totiž podle toho, jaký rozdíl ve výšce dvou tónů sluch ještě postrehne. Mnoho při tom záleží na hudebním cviku pozorovatelovu. Necvičený sluch bezpečně rozezná syntonické komma (asi desetinu celého tónu); zkušený ladič pian rozezná však ještě interval 12krát menší.

Aby vznikl v sluchu vněm určitý výšky tónu, k tomu je třeba pro tóny asi až do kmitočtu 3000 ( $g'$ ) nejméně dvou kmitů; pro vyšší tóny je však k rozeznání výšky tónu třeba více kmitů.

**115. Kombinační tóny.** Znějí-li současně dva silné tóny různých výšek  $N_1$  a  $N_2$ , slyšíme vedle obou původních tónů ještě třetí hlubší tón, jehož kmitočet  $N$  se rovná rozdílu kmitočtů obou původních tónů  $N = N_1 - N_2$ ; nazývá se proto tón *diferenční*. Helmholtz ukázal, že za zvlášť příznivých podmínek je někdy též slyšeti *summační* (součtový) tón výšky  $N_1 + N_2$ , po př. ještě další tóny o kmitočtech  $2N_1 - N_2$ ,  $2N_2 - N_1$  atd. Veškeré tyto tóny slují souborně *kombinační*.

Diferenční tón se dá zřetelně předvésti použitím dvou skleněných píšťalek (Schmidtových) naladěných na vysoké tóny, u nichž je možno posuvným pístem měniti výšku tónu. Při současném znění obou píšťalek slyšíme též hluboký tón, jehož výška klesá, když posouváním jednoho pístu interval mezi tóny obou píšťalek zmenšujeme. Ostatní kombinační tóny může zjistiti jen sluch výmínečně vycvičený.

Kombinační tóny vznikají zpravidla teprve ve sluchovém ústrojí, jsou subjektivní; přesvědčíme se o tom, že na ně nereaguje sladěný resonátor. Podle Helmholtze jest příčinou vzniku těchto tónů nesouměrná úprava bubínku v uchu (je puklicovitě vztažen dovnitř). V takovýchto nesouměrných tělesech jeví se odchylky od zákona Hookeova, což má za následek, že princip superposice již přísně neplatí.

Výjimečně lze vzbuditi i objektivní tón diferenční, jenž působí na sladěný resonátor, a to na harmoniu, kde oba tóny jsou vzbuzovány vzduchem z téhož měchu. Příčinou jejich jest zajisté, že ani pro stěny měchu neplatí princip superposice.

# Nauka o teple (thermika).

## I. Thermometrie.

**116. Definice teploty.** Dotýkáme-li se různých těles (ledu, vlažné nebo horké vody), vnímáme zcela zvláštní pocity, jimž říkáme tepelné; podle nich posuzujeme tepelný stav dotýkaných těles (studené, vlažné, horké atd.). Pro vnímání těchto pocitů máme v pokožce roztroušeny dvoje ústroje. Prvé pro vnímání chladu jsou blízko u povrchu těla. Přesvědčíme se o nich, když na př. koštěním hrotem jedeme po hřbetu ruky; při přejíždění určitých bodů cítíme zamrazení, čímž poloha příslušného ústroje je nalezena. Ústroje pro vnímání horka jsou uloženy hlouběji v pokožce a zjišťují se méně snadno. Avšak tyto pocity jsou jen subjektivní a nespolehlivé a proto nedovolují objektivní úsudek o tepelných stavech. Záleží totiž na předcházejících stavech těla (na př. tepelný stav předsíně posuzujeme různě podle toho, vstoupíme-li tam z venkovního mrazu či z vytopeného pokoje) a dále na zdraví těla (v horečce jinak než ve zdraví).

Pro vědecké účely potřebujeme objektivní míry tepelných stavů, již nazýváme *teplota* (temperatura). Teplota je podle toho veličina stavová a můžeme ji měřit tím způsobem, že jednotlivé tepelné stavy označíme určitými čísly a tak stanovíme stupnici teplot. Tato stupnice bude definována tím, že určíme její nulový bod, velikost jednoho stupně a pravidlo, podle kterého po sobě jdoucí stupně přidělujeme proměnlivým stavům tepelným. Podle mezinárodní dohody běháme za základ dvě základní teploty:

1. *bod mrazu*, označený  $0^{\circ}\text{C}$ , což je teplota rovnovážného stavu ledu a vody za normálního atmosférického tlaku;

2. *bod varu*, označený  $100^{\circ}\text{C}$ , což je teplota rovnovážného stavu vody a nasycených par za tlaku 1 atm (760 mm Hg  $0^{\circ}$  na  $45^{\circ}$  sev. šířky).

Zkušenosť poučuje, že změny tepelného stavu jsou provázeny změnami téměř všech vlastností hmoty (až na množství hmoty samo), tak na př. změnami objemovými, změnami pružnosti a pevnosti, elektrického odporu, elektromotorické síly, magnetických vlastností,



optické lomivosti a pod. K definici teplotní stupnice mohli bychom použítí kterékoliv změny. Praktická potřeba klade však dva požadavky:

1. aby bylo možno podle zvolené definice teplotu snadno měřiti;
2. aby zákony fysikální, týkající se tepla, byly co nejjednodušší.

Prvému požadavku vyhovuje nejlépe definice teploty podle roztažnosti rtuti, kteroužto stupnici teplot budeme nazývati *rtuťovou*.

Budiž  $V_0$  (obr. 172) objem rtuti při bodu mrazu,  $V_{100}$  při bodu varu a  $V$  při zkoumaném stavu tepelném, jehož teplotu  $t$  máme určit. Změně  $100^\circ$  přísluší objemová změna rtuti  $V_{100} - V_0$ , tedy jednomu stupni  $\frac{1}{100}(V_{100} - V_0)$ . Má-li tedy rtuť objem  $V$ , změnil se její objem o  $V - V_0$  a v tom je obsažena jednostupňová změna  $t$ -krát

$$t = (V - V_0) : \frac{V_{100} - V_0}{100} = 100 \frac{V - V_0}{V_{100} - V_0}.$$

Tím je tedy hledaná teplota  $t$  stanovena. Uvedená úvaha zůstává v platnosti, jen pokud je rtuť tekutá, tedy od jejího bodu tuhnutí  $-38.87^\circ$  do teploty varu ( $356.7^\circ$  za normálního tlaku).

Z této definice rtuťové teploty plyne pro objem rtuti  $V$  při teplotě  $t$

$$V = V_0 + \frac{V_{100} - V_0}{100} \cdot t = V_0 (1 + \beta t),$$

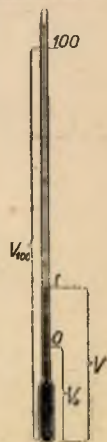
značí-li

$$\beta = \frac{V_{100} - V_0}{100 \cdot V_0} = 0.000182$$

objemový koeficient roztažnosti rtuti. Je tedy důsledek této definice teploty, že rtuť se roztahuje lineárně s teplotou čili rovnoměrně. Vyšetřujeme-li roztažnost jiných látek vzhledem k rtuťové teplotě, shledáme, že se roztahují nerovnoměrně.

Kdybychom podobně za teploměrnou látku volili na př. toluol, tedy v toluolové stupnici teplotní roztahoval by se toluol podle definice rovnoměrně, ale ostatní látky nerovnoměrně. K tomu, že za teploměrnou látku byla zvolena rtuť, vedly důvody praktické; je neprůhledná a tedy se snadno odčítá poloha sloupce rtuťového i ve velmi úzkých kapilárách, destilací se snadno dá získati zcela čistá, je dobrý vodič tepla a proto rychle nabývá teploty svého okolí, nelpí na skle. — Při praktickém měření posuzujeme objem rtuti podle polohy menisku v kapiláře, takže vlastně stanovíme teplotu podle zdánlivé roztažnosti rtuti vzhledem ke sklu.

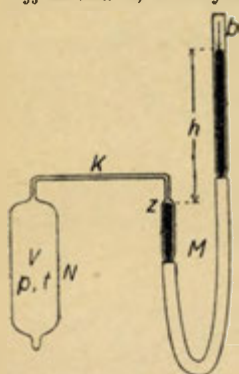
Charles, Gay-Lussac a jiní zjistili, že plyny (zejména t. zv. permanentní) se roztahují velmi přibližně stejně, třebaž ne rovnoměrně podle rtuťové teploty. To znamená, že všechny plyny jeví stejné odchylky od rovnoměrnosti, bére-me-li za základ



Obr. 172.  
Rtuťový  
teploměr.



rtuťovou teplotu. Kdybychom tudíž volili za teploměrnou látku kterýkoliv permanentní plyn, pak by se netoliko tento, nýbrž i všechny ostatní permanentní plyny roztahovaly rovnoměrně. Za této volby by tedy zákony roztlačnosti (i rozpínavosti) plynů byly nejjednodušší, což vyhovuje druhé z uvedených podmínek. To bylo



Obr. 173. Teploměr  
vodíkový.

důvodem, aby se pro definici teploty (plynové) volila buď roztlačnost nebo rozpínavost některého permanentního plynu. Prakticky se dá snáze měřiti proměnlivý tlak plynu při stálém objemu než proměnlivý objem při stálém tlaku a proto volí se pro definici teploty rozpínavost plynu. Plyn je ve skleněné nádobě *N* (obr. 173), která je spojena kapilární trubicí *K* s otevřeným manometrem rtuťovým *M*, jímž měříme tlak. Stálý objem *V* plynu udržujeme tím, že rtuť v kratším rameni sahá vždy k téže značce *z*; při přesných měřeních jest ovšem třeba zavést opravu na vlastní roztlačnost nádoby *N* a na to, že plyn v kapiláře má po př. jinou teplotu než v nádobě *N*.

Ve skutečnosti jsou i mezi plyny malé odchylky při rozpínavosti, jež může též býti různá podle počátečního tlaku. Pro určitost a jednoznačnost volíme za základ vodíkovou stupnici, definovanou podle rozpínavosti vodíku, jenž má při bodu mrazu tlak  $p_0 = 1000$  mm Hg. Budiž jeho tlak při bodu varu  $p_{100}$  ( $= 1366.18$  mm Hg). Jednomu stupni normální teploty přísluší tedy tlaková změna

$$\frac{p_{100} - p_0}{100} = 3.6618 \text{ mm Hg.}$$

Má-li též objem vodíku v určité lázni tlak  $p$  (měřený jako barometrický tlak  $b$  o sloupec  $h$  zvětšený), pak jest příslušná teplota

$$t = \frac{p - p_0}{\frac{1}{100}(p_{100} - p_0)} = 100 \frac{p - p_0}{p_{100} - p_0}.$$

Jako důsledek definice vodíkové stupnice teplot plyne pro rozpínavost vodíku za počátečního tlaku  $p_0 = 1000$  mm Hg

$$p = p_0 + \frac{p_{100} - p_0}{100} t = p_0 (1 + \gamma t),$$

tedy lineární rozpínavost. Při tom

$$\gamma = \frac{p_{100} - p_0}{100 p_0} = 0.0036618$$

znamená koeficient jeho rozpínavosti. Zkušenost ukazuje, že táž lineární (rovnoměrná) rozpínavost platí velmi přibližně i pro jiné počáteční tlaky a vůbec i pro ostatní plyny (zejména permanentní). Dokonce též roztažnost vodíku i ostatních plynů je v teplotě vodíkové také rovnoměrná (aspoň velmi přibližně). Tím všechny zákony o plyních nabývají nejjednoduššího tvaru, což je velmi výhodné.

Koeficient rozpínavosti  $\gamma$  má rozměr převratné teploty; jeho převratná hodnota, značící teplotu, jest

$$T_0 = \frac{1}{\gamma} = 273 \cdot 1^\circ.$$

Zákony rozpínavosti (i roztažnosti) plynů se ještě zjednoduší, zavedeme-li čítání teplot nikoli od bodu mrazu, nýbrž od t. zv. *absolutní nuly*, stanovené teplotou

$$-T_0 = -273 \cdot 1^\circ.$$

Takto čítaná teplota slove *absolutní* a označuje se  $T$ ; je tedy

$$T = 273 \cdot 1 + t = T_0 + t.$$

Pak pro rozpínavost plynů platí

$$p = p_0 \left(1 + \frac{t}{T_0}\right) = p_0 \frac{T_0 + t}{T_0} = p_0 \frac{T}{T_0} \quad \text{anebo} \quad \frac{p}{p_0} = \frac{T}{T_0}.$$

Tlak plynu jest úměrný jeho absolutní teplotě.

Dosavadní definice stupnic teplotních (rtuťové i vodíkové) spočívaly na vlastnostech určitých látek (roztažnosti rtuti nebo rozpínavosti vodíku). Jak lord Kelvin ukázal, je možno definovati teplotu nezávisle na jakékoli látce a to podle II. věty thermodynamické, jednající o přeměně tepla v práci. Podle I. věty thermodynamické je teplo vlastně druh energie. Mějme ideální (t. j. pracující beze ztrát) zvrtný (t. j. může pracovati v obou směrech, jako pracovní nebo chladicí) stroj Carnotův, jenž v lázni teplejší nabere  $Q_1$  tepla, v lázni chladnější odevzdá  $Q_2$  tepla a zbytek  $Q_1 - Q_2 = A$  promění v mechanickou práci. Podle II. věty thermodynamické poměr tepel  $Q_1 : Q_2$  závisí pouze na obou teplotách lázní a ve vodíkové stupnici se velmi přibližně rovná poměru absolutních teplot obou lázní

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2}.$$

Považujeme-li tuto rovnici za přísně platnou, zavádíme tím zcela určité měření teplot a takto definovaná stupnice sluje *thermodynamická*. Velikost  $1^\circ$  teploty je stanovena zase tím, že rozmezi

od bodu mrazu  $T_0$  do bodu varu  $T'$  je  $100^\circ$ , tedy  $T' - T_0 = 100^\circ$ . Z měření podle této definice plyne pro konstantu  $T_0 = 273.1^\circ$ , tedy hodnota shodná se stupnicí vodíkovou.

Ideální plyn je takový, jenž se řídí přesně zákonem Boyleovým a jehož vnitřní energie nezávisí na objemu (t. j. jenž nemění svou teplotu při rozpínání bez konání práce, tedy do vakua). Teplota měřená podle rozpínavosti ideálního plynu je shodná s teplotou thermodynamickou. Vodík je velmi přibližně ideální plyn a proto také teplota vodíková se jen zcela nepatrně liší od teploty thermodynamické.

Při přesných měřeních fysikálních bere se za základ stupnice thermodynamická. Poněvadž však měření podle její definice by bylo velmi nesnadné, byly přímo změřeny jen některé vybrané stálé teploty a ostatní teploty mezi nimi se interpolují pomocí jiných měření. Tato stupnice, nahrazující co možná nejlépe stupnici thermodynamickou, nazývá se *normální*.

Normální stupnice opírá se podle návrhu říšského ústavu fysikálně-technického v Charlottenburgu (u Berlína) o tyto základní teploty thermodynamicky změřené (ve vzorcích značí  $b$  barometrický tlak v mm Hg):

bod varu  $O_2 = -183.00^\circ + 0.0126 \cdot (b - 760) - 0.0000065 \cdot (b - 760)^2$ ,

sublimační bod  $CO_2 = -78.50^\circ + 0.01595 \cdot (b - 760) - 0.000011 \cdot (b - 760)^2$ ,

bod tání Hg  $= -38.87^\circ$ ,

bod tání ledu  $= 0.000^\circ$ ,

bod varu vody  $= 100.000^\circ + 0.0367 \cdot (b - 760) - 0.000023 \cdot (b - 760)^2$ ,

bod varu stříby  $= 440.60^\circ + 0.0309 \cdot (b - 760) - 0.000048 \cdot (b - 760)^2$ ,

bod tání Ag  $= 960.5^\circ$  a

bod tání Au  $= 1063^\circ$ .

Ostatní teploty se měří tímto způsobem:

1. od  $-193^\circ$  do  $0^\circ$  podle odporu  $R$  platinového drátu stanoveného vztahem

$$R_t = R_0 (1 + a_1 t + b_1 t^2 + c_1 t^3);$$

2. od  $0^\circ$  do  $630^\circ$  podle odporu  $R$  platinového drátu vyjádřeného vzorcem

$$R_t = R_0 (1 + a_2 t + b_2 t^2);$$

3. od  $630^\circ$  do  $1063^\circ$  podle elektromotorické síly  $E$  thermočlánku Pt a (90% Pt + 10% Rh), určené vztahem

$$E = a_3 + b_3 t + c_3 t^2 + d_3 t^3;$$

4. nad  $1063^\circ$  podle záření černého tělesa definovaného vztahem

$$\ln H_t - \ln H_{Au} = \frac{1.43}{\lambda} \left( \frac{1}{1336} - \frac{1}{t + 273} \right);$$

při tom značí  $H_t$  svítivost světla vlnové délky  $\lambda$  (v Å =  $10^{-8}$  cm) při měření teplotě  $t$ ,  $H_{Au}$  svítivost při bodu tání zlata ( $1336 = 273 + 1063$  je abs. teplota tání zlata). — Konstanty vzorců určí se z měření základních teplot výše uvedených.

Normální stupnice souhlasí v mezích dosavadní přesnosti se stupnicí thermodynamickou; ovšem i takovoto měření teplot by

bylo velmi nepohodlné. Pro praktické měření užíváme raději teploměry rtuťových, jejichž údaje byly srovnáním s normální stupnicí jednou provždy opraveny. Příslušná kontrola rtuťových teploměrů koná se v centrálních ústavech cejchovních a podle jejího výsledku opatří se daný teploměr korekční tabulkou. Takovýmto teploměrem můžeme pak přímo stanovit na základě jeho korekční tabulky normální teplotu a proto se nazývá normální teploměr. Korekční tabulka různých teploměrů je různá, neboť závisí též na jakosti použitého skla (srov. tabulku IV. na str. 254 v Základech prakt. fys.).

V rozměrových výrazech jednotek budeme označovatí stupeň teploty zkratkou grad.

**117. Úprava teploměrů.** Obyčejné teploměry rtuťové se hotoví z tlustostěnné kapiláry všude stejné světlosti, k níž je dole připojena válcovitá tenkostěnná nádobka téhož vnějšího průměru jako kapilára. Nádobka a část kapiláry je naplněna čistou rtuťí, nad níž je vakuum. Nahoře je kapilára zatavena; pod zataveným místem bývá kapilára poněkud rozšířena pro ochranu při přehřátí teploměru. Dělení teploměru je přímo naneseno na kapiláře.

Někdy bývá kapilára tenkostěnná, stupnice pak je nanesena na zvláštním pruhu mléčného skla a celek jest obalen vnějším valcem skleněným. Tyto teploměry jsou pro přesné měření méně vhodné než předešlé.

Teploměr po svém zhotovení má delší dobu (asi půl roku) ležeti, neboť sklo jen zvolna se přizpůsobuje vnějšímu tlaku, a pak teprve se má nanéstí stupnice. I tak ještě dlouhou dobu se sklo teploměru smršťuje vnějším tlakem (hysterese skla) a tak způsobuje trvalé zvyšování údajů teploměru. Tomu lze z velké části zabránit tím, že teploměr po vyhotovení se zahřívá v lázni vyšší teploty, než pro kterou jest určen, a nechá se pak velmi zvolna (po několik měsíců) chladnouti. Tak se nádobka přizpůsobí vnějšímu tlaku a mění se pak zcela nepatrně.

Když teploměr zahřejeme na vyšší teplotu (na př. 100°) a pak znovu zkoušíme jeho bod mrazu, seznáme, že je nižší. K tomuto snížení nuly po zahřátí nutno přiblížeti při přesných měřeních: příčinou toho je hysterese skla (pozvolné nabývání původního objemu nádobky).

Teploměry jsou graduovány tak, že jejich údaje jsou správné, když visí a jsou cele obklopeny lázní, jejíž teplotu měříme. Při vodorovné poloze teploměru je hydrostatický tlak rtuťi v nádobce menší než ve svislé poloze a proto objem nádobky je menší; teploměr ukazuje o něco výše. Jestliže jen nádobka zasahuje do lázně, má vyčnívající sloupec jinou teplotu, při měření vyšších teplot nižší a proto je kratší. Jeho údaje je třeba opravit korekcí vyčnívajícího sloupce (viz tabulku V. na str. 254 v Zákl. prakt. fys.) — Dělení teploměru má mítí dílce asi 1 mm dlouhé; pak odhadujeme desetiny dílce okem. Při drobnějším dělení je třeba odčítati lupou.

Dobrý teploměr vyžaduje celkem trojí zkoušky; je třeba přezkoušeti:

1. kalibraci kapiláry,
2. bod mrazu,
3. bod varu.



Praktické provádění kontroly teploměru viz v Zákł. prakt. fys., str. 75.

Teploměr určený pro citlivé měření teplot v malém rozmezí (na př. teploměr kalorimetrický) má velmi úzkou kapiláru, jež bývá na vhodném místě rozšířena, aby teploměr obsahoval oba základní body a nebyl přece příliš dlouhý.

Pro citlivé měření malých rozdílů teplot užívá se Beckmannova *metastatického* teploměru. Mívá škálu v rozsahu jen asi  $5^{\circ}$  nebo  $6^{\circ}$ , dělených však na setiny, takže tisíciny lze odčítati lupou. Velmi úzká kapilára je nahoře dvakrát ohnuta a v prostřední části je rozšířena (obr. 174). Mírným zahřátím (asi o  $5^{\circ}$  až  $7^{\circ}$  výše než je měřená teplota) převede se část rtuti do rozšířené části a pak se poklepem oddělí od ostatního sloupce rtuťového. Po ochlazení je teploměr přestaven na žádaný obor teplotní. Při přesných měřeních nutno vzítí zřetel k tomu, že podle množství oddělené rtuti mění se poněkud význam jednoho dílce.



Ob. 174.

Horní konec metastatického teploměru.

Teploměr lékařský mívá dělení od  $36^{\circ}$  do  $42^{\circ}$  po desetinách stupně. Nad nádobkou je kapilára poněkud zaškrncena, takže při ochlazování se tam sloupec rtuťový přetrhne a ukazuje stále nejvyšší teplotu, na kterou byl teploměr zahřát. Spojení odtrženého sloupce s ostatní rtutí se provede mávnutím.

Obyčejnými teploměry, jež jsou nad rtutí vzduchoprázdňé, lze měřiti teploty od  $-39^{\circ}$  (bodu tuhnutí rtuti) jen do teploty asi  $250^{\circ}$ ; při vyšších teplotách rtuť ve vakuu destiluje a usazuje se v kapičkách na chladnějších místech v trubici, takže měření se stává nespolehlivým. Pro teploty do  $300^{\circ}$  plní se teploměry mírně dusíkem (tlaku  $\frac{1}{2}$  až  $\frac{1}{3}$  atm), čímž se zabrání destilaci rtuti. Pro teploty vyšší hotoví se teploměry z nesnadno tavitelného skla borokřemičitého (jenské sklo 59<sup>III</sup>); kapilára je zakončena nahoře baňkou a je nad rtutí naplněna dusíkem tlaku 15 až 20 atm. Těmito teploměry lze měřiti teploty až do  $550^{\circ}$  (mají však značnou korekci vzhledem k normální teplotě).

Teploměry z křemenného skla, plněné dusíkem za tlaku 60 atm, měří teploty až do  $750^{\circ}$ . Pro teploty do  $1000^{\circ}$  navrhnul se teploměry z taveného křemene, plněné roztaveným galliem (bod tání  $29.75^{\circ}$ ; zůstává však tekuté i při  $0^{\circ}$ , bylo-li jednou roztaveno).

Pro značně nízké teploty (pod  $-39^{\circ}$ ) plní se teploměry toluolem, petroléterem, pentanem nebo ethylalkoholem. Tyto teploměry jeví však dosti značné odchylky od normální teploty.



Kapalinu není téměř viděti v kapiláře a proto odčítáme konec vzduchového sloupce v kapiláře.

*Maximominimální teploměr* Six ů v má jako teploměrnou látku ethylalkohol nebo kreosot, jenž je v trubici tvaru *U* uzavřen delším sloupcem rtuťovým; nad druhým koncem rtuti je rovněž něco téže teploměrné kapaliny. K oběma koncům rtuťového sloupce přiléhají dvě skleněné tyčinky (se zatavenými drátky železnými), jež rtuťový sloupec před sebou postrkuje a ponechá na místech nejnižší a nejvyšší teploty. Obě tyčinky mohou se pak magnetem zase pošinouti k povrchu rtuti.

Teploty, zejména velmi nízké a velmi vysoké, lze měřiti *odporovými* teploměry. Platinová spirála mění totiž s teplotou *t* odpor *R* podle interpolačního vzorce

$$R = R_0(1 + at + bt^2),$$

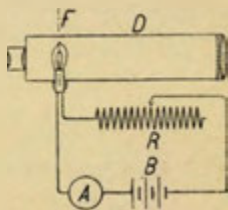
v němž se po př. přidá ještě kubický člen  $ct^3$ . Hodnoty konstant se stanoví zkusmo pomocí bodu mrazu, bodu varu vody a bodu varu síry. Podmínkou jest, aby platina byla zcela čistá; pak je odpor při téže teplotě vždy týž, nezávislý na předešlém zahřátí nebo ochlazení.

K témuž účelu lze užívatí též článků thermoelektrických (na př. konstantan—železo a pod.). Nejlépe se osvědčuje článek platina—slitina platiny s 10% rhodia, jehož se užívá v Le Chatelierově pyrometru. Pro teploty mezi 300° až 1600° platí pro elektromotorickou sílu *E* tohoto článku interpolační vzorec

$$E = E_{300} + \alpha_1 \frac{t - 300}{100} + \alpha_2 \left( \frac{t - 300}{100} \right)^2 + \alpha_3 \left( \frac{t - 300}{100} \right)^3.$$

Pro praktické potřeby bývá k tomuto pyrometru připojen voltmetr, jehož škála je přímo graduována ve stupních teploty.

Velmi vysoké teploty měříme na základě zákonů záření černého tělesa. V praxi se nejlépe osvědčuje *optický pyrometr* Holborn-Kurlbaum ů v (obr. 175). V ohniskové rovině *F* dalekohledu *D* jest uhlíková žárovka (pro napětí asi 6 V), jejíž vlákno se žhaví proměnlivou intenzitou proudu (vedeného z baterie *B* reostatem *R* a ampérmetrem *A*) na teploty od 600° do 1500°. Dalekohledem *D* se pozoruje světlo vycházející z měřené pece a topný proud se mění odporem v reostatu tak dlouho, až vlákno žárovky zmizí v zorném poli. Pak má žárovka touž teplotu jako pec. Do



175. Optický pyrometr.

800° se pozoruje přímo, od 800° do 1500° se vkládá před okulár červené sklo, aby se pozorovalo v téže barvě. Mají-li se měřiti tímto pyrometrem teploty vyšší než 1500°, zeslabí se původní světlo dvojnásob, po př. trojnásob odrazem na skle, což má též význam, jako by se původní teplota pece o určitý obnos snížila. Při dvojnásob odrazu lze měřiti do 2800°, při trojnásob odrazu až do 6000°.

Pro posuzování teploty pecí (zejména v technické keramice) používá se t. zv. *Segerových kuželů*. Jsou to kužele (základny asi 1 cm<sup>2</sup>), výšky 5 cm, zhotovené z vhodných tavenin, jejichž teploty tání postupují po 25° od 600° do 1900°. Po vložení do pece posoudí se teplota podle čísla posledního kužele, jenž se ještě roztavil.

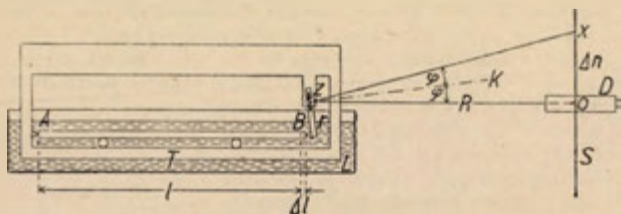
Vysoké teploty lze zhruba odhadnouti podle barvy vysílaného světla a to podle tabulky:

|                          |            |                        |             |
|--------------------------|------------|------------------------|-------------|
| počátek žhnutí. . . . .  | asi 525°,  | žlutý žár . . . . .    | asi 1200°,  |
| tmavočervený žár . . . . | asi 700°,  | bílý žár. . . . .      | asi 1300°,  |
| třešňový žár. . . . .    | asi 900°,  | oslnující žár. . . . . | přes 1500°. |
| oranžový žár . . . . .   | asi 1100°, |                        |             |

Pro trvalé zapisování teploty užíváme *thermografu*. Jeho podstatnou částí je plochá, obloukovitě stočená trubice, naplněná vhodnou kapalinou (na př. alkoholem), na jednom konci upevněná. Změnou teploty mění se zakřivení trubice a pohyb volného konce se přenáší pákovým ústrojím na písátko, zapisující na papír otáčejícího se válce graf teplotní.

*Thermostat* je lázeň k udržování stálé teploty. Vodní lázeň (v nádobě se dvěma protějšími skleněnými stěnami) se zahřívá buď plynovým plamenem nebo elektrickým proudem, jenž prochází argentinovým drátem navinutým na břídicové tabulce. Topení se reguluje samočinně zvláštním regulátorem, jenž je ponořen současně do lázně. Viz Zákl. prakt. fys., str. 81.

**118. Tepelná roztažnost látek pevných.** U látek pevných můžeme vyšetřovati roztažnost buď délkovou nebo objemovou, někdy též roztažnost plošnou.

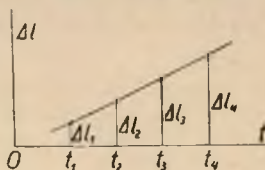


Obr. 176. Měření délkové roztažnosti.

*Roztažnost délková* určuje se vhodně přístrojem Edelmannovým (obr. 176; srovn. též Zákl. prakt. fys., str. 118). Tyč *AB* ze zkoumané látky spočívá prostřednictvím dvou válečků (aby se roztažnost netlumila třením) na vodorovné dřevěné lati *T* ve vodní lázni *L*.

Jeden konec  $A$  tyče je opřen o pevnou oporu, druhý konec  $B$  se dotýká krátké páky  $r$ , jež je vzpružinou k němu přitlačována. Jestliže po zahřátí o  $\Delta t^0$  prodlouží se tyč (délky  $l$ ) o  $\Delta l$ , stočí se páka o úhel  $\varphi$ , určený vztahem  $\operatorname{tg} \varphi = \Delta l / r$ . Velikost tohoto stočení  $\varphi$  stanovíme pomocí zrcátka  $z$  upevněného na páce  $r$  známou zrcadlovou methodou (str. 16). Z obr. 176 plyne

$$\operatorname{tg} 2\varphi = \frac{\Delta n}{R},$$



Obr. 177. Diagram roztažnosti.

pro malé úhly přibližně  $\varphi = \frac{\Delta n}{2R}$ , takže prodloužení  $\Delta l$  jest

$$\Delta l = r \cdot \operatorname{tg} \varphi \approx r \cdot \varphi = \frac{r \cdot \Delta n}{2R}.$$

Tímto způsobem stanovíme prodloužení tyče pro několik dobře vyrovnaných teplot a z výsledků sestavíme *diagram roztažnosti* (obr. 177). Zpravidla jsou body diagramu velmi přibližně na přímce, což znamená, že se daná látka roztahuje rovnoměrně s teplotou (alespoň přibližně); pak závislost délky  $l$  tyče na teplotě  $t$  dá se vyjádřit lineárním vzorcem. Je-li  $l_0$  délka tyče při teplotě  $0^0$ , jest

$$l = l_0 (1 + \alpha t).$$

Konstanta  $\alpha$  se nazývá *koefficient délkové roztažnosti* a znamená relativní prodloužení (t. j. vztažené na jednotku délky při  $0^0 \text{ C}$ ), způsobené zahřátím tyče o  $1^0$ .

Koefficienty tepelné roztažnosti v miliontinách ( $\alpha \cdot 10^6$ ):

|                                 |      |                                  |          |
|---------------------------------|------|----------------------------------|----------|
| tavený křemen . . . . .         | 0.5  | měď . . . . .                    | 16.7     |
| invar . . . . .                 | 1.6  | stříbro . . . . .                | 18.8     |
| porcelán (průměrně) . . . . .   | 3.0  | mosaz (66% Cu, 34% Zn) . . . . . | 18.9     |
| angl. sklo „pyrex“ . . . . .    | 3.0  | čín . . . . .                    | 21.4     |
| obyč. sklo (průměrně) . . . . . | 8.5  | zinek . . . . .                  | 26.3     |
| platina . . . . .               | 8.9  | olovo . . . . .                  | 27.6     |
| železo (průměrně) . . . . .     | 11.0 | ebonit . . . . .                 | 66 až 77 |
| nikl . . . . .                  | 12.8 |                                  |          |

Malé hodnoty koefficientu tepelné roztažnosti taveného křemene, porcelánu, skla „pyrex“ způsobují, že nádoby z těchto látek snesou velké změny teploty, aniž by praskly. — Do skla lze zatavovati pouze platinu, mající skoro stejný koefficient tepelné roztažnosti jako sklo, má-li zatavení být zcela vzduchotěsné. — Stříbrná škála vsazená do mosazné podložky se nebortí, neboť obě látky mají téměř stejný koefficient tepelné roztažnosti. — Velmi malý koefficient má niklová ocel, obsahující 36% Ni a zvaná *invar*. Hodí se proto výborně na zhotovování měřítek, tyčí hodinových kyvadel a pod., kde záleží na neproměnnosti délky s teplotou.

Vyšetřujeme-li roztažnost látek ve větším rozmezí teplotním, shledáváme zřetelné odchylky od jednoduchého vzorce lineárního

dříve uvedeného. V takovémto případě vyjádříme tepelnou roztažnost interpolačním vzorcem, jenž vznikne z předešlého tím, že připojíme ještě člen kvadratický  $\alpha_2 t^2$ , po př. další členy  $\alpha_3 t^3$  a pod. Zpravidla však dostačí kvadratický vztah

$$l = l_0 (1 + \alpha_1 t + \alpha_2 t^2).$$

To znamená, že koeficient tepelné roztažnosti není stálý, nýbrž mění se s teplotou. Jakožto průměrný koeficient délkové roztažnosti  $\alpha'$  v konečném teplotním oboru  $\Delta t$  zavádíme relativní prodloužení, připadající průměrně na  $1^\circ \text{C}$ , tedy

$$\alpha' = \frac{\Delta l}{l_0} \cdot \frac{1}{\Delta t}.$$

Pravý koeficient  $\alpha_t$  za teploty  $t$  jest mezní hodnota tohoto výrazu pro  $\lim \Delta t = 0$ , tedy

$$\alpha_t = \lim \frac{\Delta l}{l_0} \cdot \frac{1}{\Delta t} = \frac{1}{l_0} \cdot \frac{dl}{dt} = \alpha_1 + 2\alpha_2 t.$$

Na př. pro roztažnost mědi platí vztah

$$l = l_0 (1 + 0.00001481 t + 0.000000185 t^2).$$

Průměrný koeficient roztažnosti v oboru od  $0^\circ$  do  $100^\circ$  jest

$$\alpha' = \frac{l_{100} - l_0}{l_0} \cdot \frac{1}{100} = \frac{0.001481 + 0.000185}{100} = 0.0000167,$$

jak je uvedeno v tabulce. — Pravý koeficient na př. pro  $t = 20^\circ$  je

$$\alpha_{20} = 0.00001481 + 0.00000074 = 0.00001555.$$

Tepelná roztažnost má vliv na měření délková (str. 13). Je-li měřítko správné při teplotě  $t_0$  (obyčejná měřítká při  $20^\circ$ , normální při  $0^\circ$ ) a měříme-li jím při teplotě  $t$ , pak pravá délka  $l^*$  odečtené hodnoty  $l$  jest

$$l^* = l [1 + \alpha (t - t_0)];$$

oprava je tedy  $\Delta l = \alpha l (t - t_0)$ .

K tepelné roztažnosti je třeba přihlížeti při železných konstrukcích. Koleje nesmí být těsně u sebe; traversy a pod. mají být upevněny na podložce tak, aby se mohly teplem roztahovati. Kvyadlo přesných hodin kvyadlových musí být upraveno tak, aby teplota neměla vlivu na jeho redukovanou délku a tedy i na jeho dobu kyvu. Buď se hotoví z taveného křemene nebo invaru, jichž roztažnost je velmi malá, nebo je třeba roztažnost kvyadla vhodným způsobem kompenzovati (kompensace roštová nebo rtuťová). Pro nejpřesnější hodiny ani taková úprava nestačí a nezbyvá než udržovati je stále na téže teplotě.

Na různé roztažnosti kovů je založen Breguetův *kovový teploměr*. Je to spirála pro délce snýtovaná ze dvou různých kovů; jeden konec spirály je upevněn, druhý je spojen s ručičkou, ukazující na empiricky zhotovenou stupnici. Změnou teploty mění se zakřivení spirály a tím i poloha ručičky, podle níž odečteme na stupnici zkusmo zhotovené měřenou teplotu.

**Roztažnost objemová.** Látky isotropické (mající ve všech směrech stejné vlastnosti) roztahují se všemi směry stejně. Hranol o hranách  $a_0$ ,  $b_0$ ,  $c_0$  při  $0^\circ$  má za teploty  $t$  objem

$$V = a_0 b_0 c_0 (1 + \alpha t)^3 = V_0 (1 + 3\alpha t) = V_0 (1 + \beta t),$$

zanedbáme-li malé členy druhého a třetího řádu. Konstanta  $\beta = 3\alpha$  znamená koeficient objemové roztažnosti, t. j. relativní zvětšení objemu při zvýšení teploty o  $1^\circ$ , tedy

$$\beta = \frac{V - V_0}{V_0} \cdot \frac{1}{\Delta t}.$$

Týž vztah platí i pro tělesa jiného tvaru než hranol. Objemový koeficient roztažnosti  $\beta$  se tedy rovná trojnásobnému koeficientu délkovému  $\alpha$ . — Dutina zvětšuje svůj objem právě tak, jako by byla vyplněna látkou stěn.

Poněvadž se teplotou mění objem těles, mění se i specifická hmota a to podle vztahu

$$s = \frac{M}{V} = \frac{M}{V_0 (1 + \beta t)} = \frac{s_0}{1 + \beta t} = s_0 (1 - \beta t).$$

Veškeré tyto vzorce platí ovšem jen přibližně pro malá rozmezí teplotní. Při přesném měření je nutno užiti interpolačních vzorců vyššího řádu: zpravidla dostačí kvadratické vzorce

$$V = V_0 (1 + \beta_1 t + \beta_2 t^2), \\ s = s_0 (1 - \beta_1 t + \beta_2' t^2), \text{ při čemž } \beta_2' = \beta_1^2 - \beta_2.$$

Látky anisotropické (zejména krystaly, s výjimkou soustavy krychlové) roztahují se různě podle různých směrů. Pro vyjádření jejich roztažnosti je třeba znáti 3 hlavní koeficienty délkové roztažnosti ve 3 hlavních směrech navzájem kolmých. — Kovy, ač jsou také krystalinické, avšak s malými krystaly seskupenými v nahodilých sestavách, chovají se co do tepelné roztažnosti jako látky isotropické.

Pro roztažnost plošnou odvodíme jednoduchou úvahou vztah

$$P = P_0 (1 + 2\alpha t),$$

v němž  $P$  znamená velikost plochy při teplotě  $t$  a  $P_0$  při  $0^\circ$ . Plošný koeficient roztažnosti se rovná dvojnásobnému délkovému koeficientu. K plošné roztažnosti je třeba přihlížeti při planimetrování, při stanovení světlosti trubice a pod.

**119. Roztažnost kapalin.** U kapalin můžeme vyšetřovati toliko objemovou roztažnost. Průměrný koeficient objemové roztažnosti  $\beta'$  jest relativní změna objemu (vztahovaná na jednotku objemovou při  $0^\circ$ ), připadající na zvýšení teploty o  $1^\circ \text{C}$ . Jsou-li při teplotách  $0^\circ$ ,  $t_1$ ,  $t_2$  objemy dané kapaliny  $V_0$ ,  $V_1$ ,  $V_2$ , jest

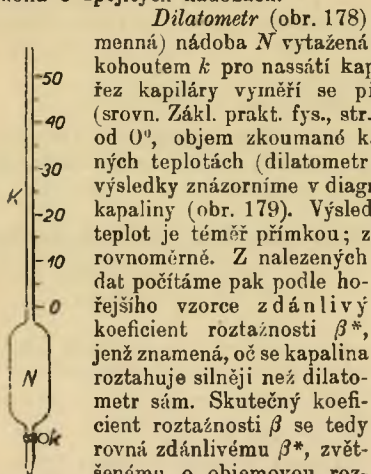
$$\beta' = \frac{V_2 - V_1}{V_0} \cdot \frac{1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta V}{V_0} \cdot \frac{1}{\Delta t}.$$

Pravý objemový koeficient  $\beta$  při teplotě  $t$  je mezí hodnota tohoto výrazu při velmi malé změně teploty ( $\lim \Delta t = 0$ ), tedy

$$\beta = \frac{1}{V_0} \cdot \frac{dV}{dt}.$$



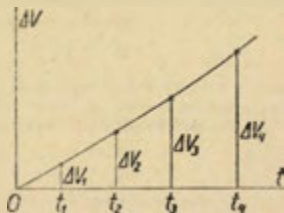
Roztažnost kapalin měříme buď dilatometrem nebo na základě zákona o spojitých nádobách.



Obr. 178.  
Dilatometr.

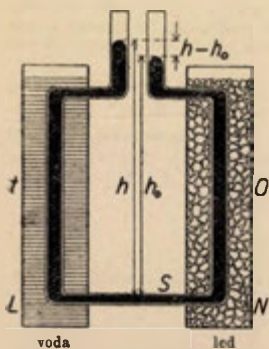
*Dilatometr* (obr. 178) je sklenění (nebo lépe křemenná) nádoba  $N$  vytažená v kapiláru  $K$  a dole opatřená kohoutem  $k$  pro nassátí kapaliny. Objem nádoby a průřez kapiláry vyměří se předběžným vážením se rtutí (srovn. Zák. prakt. fys., str. 120). Měříme pak, počínajíc od  $0^\circ$ , objem zkoumané kapaliny při různých vyrovnaných teplotách (dilatometr je ve vhodné vodní lázni) a výsledky znázorníme v diagramu tepelné roztažnosti dané kapaliny (obr. 179). Výsledný graf při malém rozmezí teplot je téměř přímkou; zhruba se roztahují i kapaliny rovnoměrné. Z nalezených dat počítáme pak podle hořejšího vzorce zdánlivý koeficient roztažnosti  $\beta^*$ , jenž znamená, oč se kapalina roztahuje silněji než dilatometr sám. Skutečný koeficient roztažnosti  $\beta$  se tedy rovná zdánlivému  $\beta^*$ , zvětšenému o objemovou roztažnost skla dilatometru ( $\beta_{\text{skla}} = 0.000025$ ), tedy

$$\beta = \beta^* + \beta_{\text{skla}}.$$



Obr. 179. Diagram tepelné roztažnosti kapalin.

Přesné stanovení objemového koeficientu roztažnosti vyžaduje tudíž znalost objemové roztažnosti skla, z něhož je dilatometr zhotoven.



Obr. 180. Methoda Dulongova a Petitova.

Toho není třeba při druhé metodě, kterou navrhli Dulong a Petit a zdokonalil Regnault; spočívá na zákoně spojitých nádob. Jedno rameno spojitých nádob  $S$  (obr. 180), naplněných na př. rtutí, udržuje se na nulové teplotě tajícím ledem v nádobě  $N$ , druhé rameno se vyhřeje vodní lázní  $L$  na teplotu  $t$  a změří se výšky sloupců rtuti  $h$  a  $h_0$  v obou ramenech. Nepřihlížíme-li ke korekci sloupců, vyčnívajících z lázní, platí známý vztah (str. 124)

$$hs = h_0 s_0,$$

z něhož plyne pro spec. hmotu  $s$  při teplotě  $t$

$$s = s_0 \cdot \frac{h_0}{h}.$$

Z měření za různých teplot  $t$  stanovíme závislost spec. hmoty  $s$  na teplotě  $t$  interpolačním vzorcem

$$s = s_0 (1 - \beta_1 t + \beta'_2 t^2)$$

a z něho se pak vypočte závislost objemu  $V$  na teplotě

$$V = \frac{M}{s} = \frac{M}{s_0 (1 - \beta_1 t + \beta'_2 t^2)} = V_0 (1 + \beta_1 t + \beta_2 t^2);$$

$$\beta_2 = \beta_1^2 - \beta'_2.$$

Touto methodou byla stanovena velmi pečlivě (s opravou na vyčnívající konce) objemová roztažnost rtuti, pro niž vychází v rozmezí od  $0^\circ$  do  $100^\circ$

$$V = V_0 (1 + 0.00018182 t + 0.000000078 t^2).$$

Kvadratický člen je velmi malý, což znamená, že se rtuť přibližně roztahuje rovnoměrně; její objemový koeficient za obvyklých teplot je  $\beta = 0.000182$ .

Jakmile známe přesně roztažnost rtuti, můžeme dilatometrem naplněným rtutí stanoviti objemový koeficient roztažnosti dilatometru  $\beta_{\text{dilat.}}$  a pak tímto dilatometrem přesně stanoviti roztažnosti jiných kapalin.

Z měření plyne, že roztažnost kapalin není úplně rovnoměrná, takže pro zvětšení objemu (po př. pro zmenšení spec. hmoty) musíme používat kvadratických nebo kubických vzorců. Na př. roztažnost benzolu mezi teplotami  $0^\circ$  a  $80^\circ$  je stanovena vzorcem

$$V = V_0 (1 + 0.001157 t + 0.0000020 t^2).$$

Pravé koeficienty objemové roztažnosti při  $20^\circ$ :

|                    |          |                   |          |
|--------------------|----------|-------------------|----------|
| rtuť . . . . .     | 0.000182 | alkohol . . . . . | 0.001120 |
| voda . . . . .     | 0.000207 | benzol . . . . .  | 0.001237 |
| glycerin . . . . . | 0.000505 | éter . . . . .    | 0.001656 |

Voda jeví charakteristickou nepravidelnost (anomalii) v tom, že její objem s rostoucí teplotou až do  $3.93^\circ$  se zmenšuje (má pak největší hustotu) a teprve od této teploty výše objem její se zvětšuje, s počátku mírně, pak značněji. Srovn. tabulku spec. hmoty vody za různých teplot v Zákł. prakt. fys., str. 252. Tato anomalie vody spolu s okolností, že led je specificky lehčí než voda, má veliký význam v přírodě, neboť v zimě spodní vrstvy vody v rybnících a řekách mají stále teplotu kolem  $4^\circ$  a tak snadno nezamrzají.

**120. Roztažnost a rozpínavost plynů.** Tepelnou roztažnost plynů za stálého tlaku studovali Charles (1787), Dalton (1801),

a zejména nejobširněji Gay-Lussac (1802) a zjistili, že všechny plyny se při stejném zvýšení teploty roztahují stejně a to nezávisle na jejich tlaku (zákon Gay-Lussacův). Poněvadž teplota definovaná podle rozpínavosti vodíku velmi přibližně souhlasí s teplotou normální, plyne z toho za platnosti Boyleova zákona, že vodík a tedy i jiné plyny se s teplotou roztahují rovnoměrně (aspoň velmi přibližně). Změnu objemu  $V$  s teplotou  $t$  (za stálého tlaku) možno vyjádřit lineárním vztahem

$$V = V_0(1 + \gamma t),$$

kdež  $\gamma = 0.003662$  znamená koeficient objemové roztažnosti plynů a je veličina stálá, stejná pro všechny plyny a pro všechny tlaky.

Zavedeme-li do předešlého vztahu absolutní teplotu  $T = 273.1 + t$ , nabude Gay-Lussacův zákon tvaru

$$V = V_0 \frac{T}{T_0}, \quad \text{kdež } T_0 = \frac{1}{\gamma} = 273.1^\circ.$$

Objem plynu za stálého tlaku jest úměrný absolutní teplotě.

Okamžitý stav plynu jest určen třemi veličinami: objemem  $V$ , tlakem  $p$  a teplotou  $t$  (po př. abs.  $T$ ), při čemž dvě z nich jsou nezávislé a třetí je pak již určena a to podle vztahu, který se nazývá *stavová rovnice*. Odvodíme tuto stavovou rovnici pro plyn vyhovující přesně zákonu Boyleovu i Gay-Lussacovu (t. zv. ideální plyn). Za počáteční stav zvolíme  $p_0 = 1$  atm,  $t_0 = 0^\circ$  ( $T_0 = 273.1^\circ$ ), při čemž objem plynu budiž  $V_0$ . Zvýší-li se abs. teplota na  $T$  při stálém tlaku  $p_0$ , nabude plyn objemu  $x$ , určeného zákonem Gay-Lussacovým

$$x = V_0 \frac{T}{T_0}.$$

Změní-li se pak tlak při stálé teplotě  $T$  na  $p$ , platí podle zákona Boyleova pro konečný objem  $V$

$$p \cdot V = p_0 \cdot x.$$

Spojením obou těchto rovnic plyne

$$p \cdot V = \frac{p_0 V_0}{T_0} \cdot T = \text{konst.} \cdot T$$

jakožto stavová rovnice ideálního plynu. Skutečné plyny vyhovují tomuto vztahu velmi přibližně; o odchylkách pojednáme později.

Hodnota konstanty  $p_0 V_0 / T_0$  závisí přirozeně na množství plynu, jemuž je ta konstanta úměrná. Podle Avogadrova zákona má grammolekula (mol) různých plynů za téhož tlaku i téže teploty stejný objem. Je proto výhodné, tuto konstantu vztahovati na 1 gram-

molekulu; v tomto případě ji označujeme  $R$  a nazýváme ji *plynová konstanta*. Má rozměr práce dělené teplotou. Její hodnota se odvodí z dat pro kyslík (mol. hmota 32), jenž při teplotě  $0^\circ$  a tlaku  $1 \text{ atm} = 1.01323 \cdot 10^5 \text{ dyn/cm}^2$  má spec. hmotu  $s_0 = 0.0014290 \text{ g/cm}^3$ . Grammolekula  $\text{O}_2$  má tudíž objem

$$V_0 = \frac{32}{0.001429} = 22394 \text{ cm}^3 \doteq 22.4 \text{ l.}$$

Po dosazení plyne

$$R = \frac{p_0 V_0}{T_0} = \frac{1.01323 \cdot 10^5 \cdot 22394}{273.1} = 8.309 \cdot 10^7 \frac{\text{erg}}{\text{grad}} = 8.309 \frac{\text{joule}}{\text{grad}}.$$

Jestliže objem měříme v litrech a tlak v atmosférách, jest hodnota té konstanty

$$R = \frac{1 \cdot 22.394}{273.1} = 0.08204 \frac{\text{l. atm}}{\text{grad}}.$$

Práci můžeme však vyjadřovati také v tepelných jednotkách, t. j. v kaloriích, při čemž platí převodní vztah (odst. 127),

$$1 \text{ cal} = 4.186 \text{ joule}.$$

Pak plynová konstanta má hodnotu

$$R = \frac{8.309}{4.186} = 1.986 \frac{\text{grad}}{\text{cal}} \doteq 2 \frac{\text{grad}}{\text{cal}}.$$

Pro 1 grammolekulu plynu platí tudíž (nepřihlížíme-li k malým odchylkám jednotlivých plynů) stavová rovnice

$$p \cdot V = R \cdot T,$$

jež se také nazývá spojený zákon Boyle-Gay-Lussacův. Máme-li  $m$  gramů plynu molekulové hmoty  $\mu$ , což odpovídá  $m/\mu$  grammolekulám, jest

$$pV = \frac{m}{\mu} \cdot RT.$$

Ze stavové rovnice

$$pV = \frac{p_0 V_0}{T_0} \cdot T$$

plyne při zahřívání plynu při stálém objemu ( $V = V_0$ ) vztah

$$p = \frac{p_0}{T_0} \cdot T = p_0 (1 + \gamma t).$$

To znamená, že plyny při stálém objemu se rozpínají (aspoň velmi přibližně) rovnoměrně s normální teplotou. Koeficient rozpí-

navosti plynů, t. j. relativní zvětšení tlaku, připadající na zahřátí plynu o  $1^{\circ}$ , rovná se koeficientu roztažnosti plynů,  $\gamma = 0.003662$ .

Ze stavové rovnice plyne rovněž vztah, jak závisí specifická hmota  $s$  plynu na jeho tlaku  $p$  a teplotě  $t$ . Má-li  $m$  gramů plynu za těchto poměrů objem  $V$  a za normálních poměrů ( $0^{\circ}$ , 1 atm) objem  $V_0$ , jest

$$V = \frac{m}{s}; \quad V_0 = \frac{m}{s_0}.$$

Po dosazení do stavové rovnice (a krácení  $m$ ) máme

$$\frac{p}{s} = \frac{p_0}{s_0 \cdot T_0} \cdot T$$

anebo

$$s = s_0 \cdot \frac{p}{p_0} \cdot \frac{T_0}{T} = s_0 \cdot \frac{p}{p_0} \cdot \frac{1}{1 + \gamma t}.$$

Sp. hmota plynů jest úměrná tlaku a nepřímo úměrná abs. teplotě; tato závislost je pro všechny plyny (alespoň velmi přibližně) stejná. Je proto výhodné zavést pojem hustoty  $A$  plynu, již rozumíme poměr hmot stejných objemů daného plynu a suchého vzduchu za téhož tlaku a téže teploty. Pro spec. hmotu  $\sigma$  suchého vzduchu platí

$$\sigma = \sigma_0 \cdot \frac{p}{p_0} \cdot \frac{T_0}{T},$$

takže pro hustotu určitého plynu vychází

$$A = \frac{Vs}{V\sigma} = \frac{s}{\sigma} = \frac{s_0}{\sigma_0},$$

což je veličina stálá, nezávislá na tlaku i na teplotě (aspoň velmi přibližně).

#### Hustoty některých plynů.

|                              |         |                              |         |
|------------------------------|---------|------------------------------|---------|
| Vodík . . . . .              | 0.0695, | dušík . . . . .              | 0.9673, |
| helium . . . . .             | 0.1381, | kyslík . . . . .             | 1.1053, |
| methan . . . . .             | 0.5545, | kysličník uhličitý . . . . . | 1.5290, |
| kysličník uhelnatý . . . . . | 0.9671, | chlor . . . . .              | 2.4859. |

Z Avogadrova zákona plyne, že molekulové hmoty plynů jsou úměrné jejich hustotám. Zavedeme-li tudíž pro suchý vzduch (přibližně 78%  $N_2$  + 21%  $O_2$  + 1% A) průměrnou jeho „molekulovou hmotu“ 28.88, dostaneme molekulovou hmotu určitého plynu, násobíme-li jeho hustotu 28.88 (až na malou odchylku. způsobenou nedokonalou platností uvedených rovnic stavové). Na tom spočívá důležitá metoda stanovení molekulové hmoty plynů a par z jejich hustoty.

Malá odchylka v hustotě dusíku chemicky připraveného (0.9673) a atmosférického (0.9721) vedla Rayleigha a Ramsaye v r. 1894 k objevu argonu a ostatních vzácných plynů.



## II. Kalorimetrie.

**121. Množství tepla.** Dvě tělesa různé teploty při dotyku (na př. teplý kov ponořený do studené vody) vyrovnávají své teploty. Úkaz tento názorně vykládáme tím, že určitá veličina, zvaná *teplo*, přechází z teplejšího tělesa na těleso chladnější, aniž by se při tom co do velikosti měnila. Podle toho můžeme definovati *množství tepla*, aniž bychom potřebovali uvažovati o vlastní podstatě tepla. Stačí stanovit, co rozumíme jednotkou tepla a jak zjistíme rovnost dvou tepelných množství.

Za jednotku tepla byla zvolena *kalorie* (označení  $\text{cal}$ ) a rozumí se jí teplo potřebné na zahřátí 1 g vody ze  $14.5^\circ$  na  $15.5^\circ$  (t. zv. *Maxwelllova* neboli *15stupňová kalorie*, označovaná někdy pro určitost  $\text{cal}_{15}$ ).

Regnault ve svých obsáhlých měřeních kalorimetrických používal t. zv. *nulstupňové kalorie* ( $\text{cal}_0$ ), jež se rovnala teplu potřebnému na zahřátí 1 g vody z  $0^\circ$  na  $1^\circ$ . Převodní vztah jest

$$\text{cal}_0 = 1.008 \text{ cal}_{15}.$$

Podle návrhu Bunsenova používá se někdy též t. zv. *střední kalorie* ( $\text{cal}_{0,100}$ ), jíž se rozumí setina tepla, jímž se zahřeje gram vody z  $0^\circ$  na  $100^\circ$ . Pro ni platí

$$\text{cal}_{0,100} = 0.9997 \text{ cal}_{15},$$

takže zpravidla k tomuto malému jejich rozdílu není třeba přihlížeti. — V technické praxi se zpravidla užívá velké kalorie ( $\text{Cal}$ ), rovné 1000  $\text{cal}$ . Je to teplo potřebné na zahřátí 1 kg vody ze  $14.5^\circ$  na  $15.5^\circ$ .

Rovnost dvou tepelných množství zjišťujeme tímto způsobem: dotýkají-li se dvě tělesa chemicky na sebe nepůsobící při dokonalé tepelné izolaci, teplo vydané teplejším tělesem se rovná teplu přijatému chladnějším tělesem. Celkové teplo soustavy obou těles zůstává tudíž podle definice stálým (*zákon o zachování tepla*). Vylučujeme ovšem látky chemicky na sebe působící, jež smíchány při téže teplotě samovolně mění svoji teplotu (na př. voda a kyselina sírová); v takovém případě soudíme, že se chemickou reakcí teplo buď vyvinuje nebo se na ni spotřebuje. Předpokládáme též, že se při vyrovnávání teplot nekoná práce proti vnějšímu tlaku.

Přístroje pro měření tepla slovou *kalorimetry* a pojednáme o nich v odst. 123.

Podle I. věty thermodynamické teplo jest určitý druh energie. Je tudíž možné měřiti teplo jednotkami práce (erg, joule nebo kgm). Převodní vztahy jsou

$$1 \text{ cal} = 4.186 \cdot 10^7 \text{ erg} = 4.186 \text{ joule} = 0.4269 \text{ kgm},$$

$$1 \text{ joule} = 0.2389 \text{ cal}, \quad 1 \text{ kgm} = 2.343 \text{ cal}.$$

**122. Specifické teplo.** Stejná množství různých látek potřebují k stejnému oteplení různého množství tepla. Abychom vystihli tyto rozdíly, zavádíme pojem *specifického* (měrného) tepla, jímž rozumíme teplo potřebné na zahřátí 1 g látky o 1°. Jestliže  $m$  gramů látky potřebuje  $\Delta Q$  tepla, aby se zahřálo z teploty  $t$  na teplotu  $t + \Delta t$ , jest průměrné spec. teplo  $c'$  této látky v teplotním oboru  $\Delta t$

$$c' = \frac{\Delta Q}{m \cdot \Delta t}.$$

Mezní hodnota tohoto výrazu (pro  $\lim \Delta t = 0$ ) definuje pravé spec. teplo  $c$  dané látky při teplotě  $t$ ,

$$c = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{m} \cdot \frac{dQ}{dt}.$$

Specifické teplo závisí obecně na tom, jaká změna se s danou látkou při zahřátí stala. Základní případy jsou dva:

1. Při oteplení se nemění vnější tlak  $p$  na těleso působící (změní se ovšem objem). Tím definujeme spec. teplo při stálém tlaku  $c_p$ .

2. Při oteplení se nemění objem  $V$  (musí se ovšem zvětšiti tlak na těleso působící). Touto podmínkou stanovíme spec. teplo při stálém objemu  $c_v$ .

U látek pevných a kapalin rozumíme spec. teplem bez dalšího označení  $c_p$  (při stálém tlaku). Rozdíl obou spec. tepel  $c_p$  a  $c_v$  je však tak malý, že k němu není třeba v praxi přiblížeti. — U plynů se však obě dvě spec. tepla  $c_p$  a  $c_v$  zřetelně liší, vždy jest  $c_p > c_v$ .

V theoretických úvahách zavádíme mnohdy *atomové* a *molekulové* teplo. *Atomové* teplo  $C$  prvku jest součin z atomové hmoty  $\alpha$  a spec. tepla  $c$ , tedy  $C = \alpha \cdot c$  a znamená teplo potřebné k zahřátí gramatomu prvku o 1°. Podobné *molekulové* teplo  $C$  sloučeniny znamená teplo potřebné k zahřátí grammolekuly sloučeniny o 1° a jest  $C = \mu \cdot c$ , značí-li  $\mu$  molekulovou hmotu sloučeniny.

U plyných prvků a sloučenin je třeba ovšem rozeznávati atomová (po př. molekulová) teplo  $C_p$  při stálém tlaku a  $C_v$  při stálém objemu.

**123. Kalorimetry.** Pro měření tepla vůbec a tedy i spec. tepla užíváme přístrojů zvaných *kalorimetry*.

*Kalorimetr směšovací* (obr. 181) je nádoba  $N$  tepelně izolovaná, do níž je nalito odvážené množství vody (po př. jiné vhodné kapaliny). Zpravidla bývá to mosazná válcová nádoba  $N$ , obklopená druhou plechovou nádobou (plášťem  $P$ ), při čemž vrstva vzduchová mezi oběma nádobami obstarává tepelnou izolaci. Znamenitě se za

kalorimetry hodí Dewarovy nádoby s dvojitými stěnami ze skla, mezi nimiž je vakuum. V kalorimetru bývá míchačka  $m$  a teploměr  $T$ , na němž odčítáme teplotu kapaliny.

Spolu s vodou zahřívá se též nádobka kalorimetrická, míchačka a teploměr. Je proto třeba předem stanovit *vodní hodnotu*  $M$  kalorimetru, což je teplo potřebné k zahřátí celého kalorimetru o  $1^\circ$ . Jsou-li hmoty jednotlivých částí  $m_1, m_2, \dots$  a jejich spec. tepla  $c_1, c_2, \dots$ , jest vodní hodnota  $M$  definována vztahem

$$M = m_1 c_1 + m_2 c_2 + \dots$$

Pro vodu  $c_1 = 1$ , pro mosaz  $c_2 = 0.93$ . Vodní hodnota teploměru se určí z objemu  $v$  ( $\text{cm}^3$ ) ponořené části teploměru. Na zahřátí  $1 \text{ cm}^3$  skla ( $s_3 \cdot c_3 = 2.5 \cdot 0.19 = 0.475$ ) i rtuti ( $s_4 c_4 = 13.6 \cdot 0.033 = 0.449$ ) o  $1^\circ$  je totiž třeba téměř stejného tepla  $0.46 \text{ cal}$ , takže pro vodní hodnotu ponořeného objemu  $v$  teploměru stačí vzít  $0.46 v$ .

Při měření specifického tepla  $c$  dané látky (o hmotě  $m$ ) zahřejeme ji na teplotu  $t_1$  a pak ponoříme do kalorimetru, jehož původní teplota byla  $t_0$ . Po dokonalém vyrovnání teplot nechť ukazuje teploměr v kalorimetru výslednou teplotu  $t$ . Zákon o zachování tepla stanoví, že teplo látkou vydané se rovná teplu přijatému kalorimetrem čili

$$m c (t_1 - t) = M (t - t_0),$$

z čehož plyne

$$c = \frac{M (t - t_0)}{m (t_1 - t)}.$$

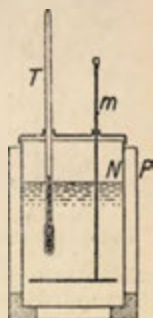
Odvozený vzorec ovšem předpokládá, že bylo dokonale zabráněno výměně tepla mezi kalorimetrem a okolím. Jak se určí oprava na nedokonalou izolaci kalorimetru, najde čtenář v Zákł. prakt. fys., str. 128.

*Kalorimetr ledový* určuje množství tepla z toho, kolik gramů  $0^\circ$  ledu se jím přemění v  $0^\circ$  vodu. Pokusně je zjištěno, že na roztání  $1 \text{ g}$  ledu je třeba  $79.7 \text{ cal}$ . Jestliže tedy látka hmoty  $m$  zahřátá na teplotu  $t$  roztaví  $m_0$  gramů ledu, platí vztah

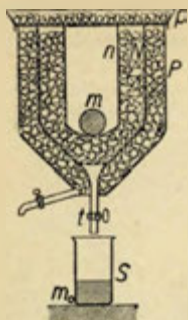
$$m c t = 79.7 m_0,$$

z něhož lze  $c$  počítati.

Tato metoda pochází od Blacka (v polovici XVIII. století). Jeho kalorimetrem byl prostě kus ledu s vydlabanou dutinou, jež byla přikryta jiným kusem ledu. Po vložení zahřátého tělesa do dutiny část ledu roztála na vodu, jež se houbou vyssála a vážením určila její hmotu  $m_0$ . Kalorimetr tento zdokonalili Lavoisier



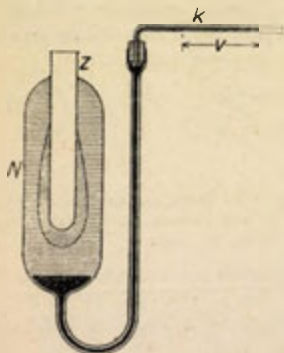
Obr. 181. Kalorimetr směšovací.



Obr. 182.  
Ledový kalorimetr.

a Laplace (1783). Je to plechová nádoba  $N$  (obr. 182) s odtokovou trubicí  $t$ ; v nádobě je led a v něm druhá plechová nádoba  $n$ , do níž se vkládá zahřáté těleso. Na ochranu před teplem okolního vzduchu bývá kalorimetrická nádoba obklopena pláštěm  $P$ ; prostor mezi kalorimetrem a pláštěm je rovněž vyplněn ledem a celek je přikryt pokřevkou  $p$  s ledem, takže uvnitř se udržuje stále teplota nulová. Voda hmoty  $m_0$ , jež vznikne táním ledu po vložení zahřátého tělesa, odtéká do nastavené sklenice  $S$  a v ní se zváží.

Nevýhodou této metody jest, že část vody zůstává lpěti na ledu a neodkape. Tuto záadu odstranil Bunsen (1870) svým ledovým kalorimetrem (obr. 183), v němž se množství  $m_0$  roztáleného ledu měří nepřímo ze změny objemu směsi vody a ledu. Bunsenův kalorimetr je zkoumavka  $z$  zatavená do širší skleněné válcové nádoby  $N$ , jež dole vybíhá v trubici tvaru  $U$ , která je pak nahoře zakončena vodorovnou kapilárou  $k$ . Prostor mezi zkoumavkou a nádobou se naplní vodou vzduchu zbavenou, jež je dole uzavřena rtutí, vyplňující též ohnutou trubicí a část kapiláry. Na ochranu od tepla okolního vzduchu je celý kalorimetr vložen do širší nádoby se směsí vody a ledu. Před vlastním měřením se utvoří (buď vložním mrazivé směsi nebo odpařováním étheru) vrstva ledu kolem zkoumavky. Pak se do zkoumavky vloží zkoumaná látka hmoty  $m$  a teploty  $t$ , jež vydávajíc teplo roztaví část ledu. Tím se zmenší objem směsi vody a ledu, což se projeví tak, že rtuť v kapiláře ustoupí o objem  $v$ , jenž se na stupnici změří. Poněvadž



Obr. 183. Bunsenův ledový  
kalorimetr.

gram ledu má při  $0^0$  objem  $1\cdot09082 \text{ cm}^3$   
 „ vody „ „  $0^0$  „  $1\cdot00012 \text{ cm}^3$   
 táním 1 g ledu zmenší se objem o  $0\cdot09070 \text{ cm}^3$ .

Pozorované zmenšení objemu o  $v \text{ cm}^3$  tedy znamená, že roztálo ledu

$$m_0 = \frac{v}{0\cdot0907} = 11\cdot03 v.$$



Platí tudíž vztah

$$m c t = 79.7 m_0 = \frac{79.7}{0.0907} v = 879 v,$$

z něhož je možno specifické teplo  $c$  počítati.

Na podobné myšlence je založen *parní kalorimetr*. Měří se množství vody  $m_1$ , která se srazí v parách vystupujících z vařící vody (teplota varu  $t_1$ ) na tělese hmoty  $m$  a původní teploty  $t$ . Skupenské teplo za normálního varu vody jest 539 cal/g; platí tudíž vztah

$$m c (t_1 - t) = 539 m_1.$$

*Kalorimetr elektrický* spočívá na Jouleově zákonu, podle něhož proud intensity  $I$  (amp) vyvine v odporu  $R$  ( $\Omega$ ) za  $\mathfrak{J}$  vteřin množství tepla (v kaloriích)

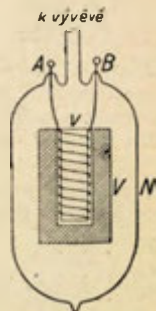
$$Q = 0.239 R I^2 \mathfrak{J}.$$

Kalorimetr tento jest upraven stejně jako kalorimetr směšovací, má však uvnitř topnou spirálu známého odporu  $R$ . Prázdný kalorimetr se vším příslušenstvím nechť má vodní hodnotu  $M$ . Naplníme jej kapalinou (hmoty  $m$ ), jejíž spec. teplo  $c$  hledáme, a stanovíme původní její teplotu  $t_0$  jakož i výslední teplotu  $t_1$ , když topnou spirálou procházel po dobu  $\mathfrak{J}$  proud intensity  $I$  (měřené ampérmetrem). Platí pak vztah

$$(m c + M) (t_1 - t_0) = Q = 0.239 R I^2 \mathfrak{J},$$

z něhož se vypočte specifické teplo  $c$ .

Metoda tato se hodí zejména pro stanovení spec. tepla kovů při nízkých teplotách, což má značný theoretický význam. Upravil ji k tomu účelu Nernst. Ze zkoumaného kovu zhotoví se váleček  $V$  (obr. 184) s válcovou dutinkou, do níž sahá druhý poněkud užší váleček  $v$  z téže látky. V prostoru mezi oběma válečky je navinuta izolovaná platinová spirála. Celek je ve skleněné nádobě  $N$ , z níž se vyčerpá vzduch, a tato nádoba je v lázni tekutého vzduchu. Na počátku se změří teplota válečků z odporu  $R$  platinové spirály, jež účinkuje jako odporový teploměr. Pak se vede spirálou proud známé intensity  $I$  po dobu  $\mathfrak{J}$  sec, čímž se dodá válečkům  $0.239 R I^2 \mathfrak{J}$  cal tepla a váleček se zahřeje na vyšší teplotu. Tato výsledná teplota se zase určí z odporu platinové spirály. Z těchto dat a ze známé hmoty válečků se pak počítá hledané spec. teplo.



Obr. 184.  
Nernstův elektr.  
kalorimetr.

**124. Specifické teplo látek pevných.** Dulong a Petit (1819) shledali ze svých měření, že spec. teplo  $c$  pevných prvků je zhruba nepřímě úměrné atomové hmotě  $\alpha$ , takže atomové teplo  $C = \alpha \cdot c$  má přibližně stálou hodnotu, asi 6.2 cal (krajní hodnoty 5.7 až 6.7). Tomuto pravidlu Dulong-Petitovu dosti dobře vyhovují kovy, jak je zřejmé z této tabulky, platné pro teplotu  $18^0$ :



| Prvek | $\alpha$ | $c$   | $C = \alpha \cdot c$ |
|-------|----------|-------|----------------------|
| Al    | 26·97    | 0·214 | 5·77                 |
| Fe    | 55·84    | 0·111 | 6·20                 |
| Ni    | 58·69    | 0·106 | 6·22                 |
| Cu    | 63·57    | 0·091 | 5·78                 |
| Zn    | 65·38    | 0·092 | 6·02                 |
| Sn    | 118·70   | 0·054 | 6·41                 |
| Pb    | 207·20   | 0·031 | 6·42                 |

Specifická tepla těchto prvků, vyhovujících pravidlu Dulong-Petitovu, za obyčejné teploty se jen málo mění s teplotou. Avšak při velmi nízkých teplotách jejich spec. teplo s klesající teplotou se zmenšuje, takže jeví pak značné odchylky od pravidla Dulong-Petitova.

Značné odchylky za obyčejné teploty jeví tyto prvky:

| Prvek | $\alpha$ | $c$   | $C = \alpha \cdot c$ |
|-------|----------|-------|----------------------|
| Be    | 9·02     | 0·399 | 3·60                 |
| B     | 10·82    | 0·307 | 3·32                 |
| C     | 12·00    | 0·120 | 1·44                 |
| Si    | 28·06    | 0·170 | 4·77                 |

Mimo to menší odchylky vykazují P, S a Ge. U všech těchto prvků spec. teplo s rostoucí teplotou zřetelně vzrůstá a teprve při vysokých teplotách nabývá hodnoty téměř stálé, jež pak vyhovuje Dulong-Petitovu zákonu.

Molekulové teplo sloučeniny se přibližně rovná součtu atomových tepel prvků sloučeniny. Za atomová tepla všech prvků bere se hodnota 6·4 cal, s výjimkou těchto prvků (podle Koppa):

|              |         |              |         |              |         |
|--------------|---------|--------------|---------|--------------|---------|
| H . . . . .  | 2·3 cal | C . . . . .  | 1·8 cal | P . . . . .  | 5·4 cal |
| Be . . . . . | 3·7 cal | O . . . . .  | 4·0 cal | S . . . . .  | 5·4 cal |
| B . . . . .  | 2·7 cal | Li . . . . . | 3·8 cal | Ge . . . . . | 5·5 cal |

Toto pravidlo se mnohdy nazývá zákon Neumann-Koppův.

Se stanoviska kinetické teorie tepla, podle níž je teplo energií pohybu atomového, mělo by vlastně pravidlo Dulong-Petitovo platiti přesně. Jak Maxwell a Boltzmann na základě kinetické teorie tepla ukázali (srovn. odst. 138), připadá na každý stupeň volnosti kmitajícího atomu průměrně táž energie  $\frac{1}{2}kT$ . Při tom  $T$  znamená absolutní teplotu;  $k$  je Boltzmannova konstanta, znamenající plynovou konstantu  $R = 1·986$  cal/grad, přepočtenou na jeden atom, tedy dělenou Avogadrovým číslem  $N = 6·06 \cdot 10^{23}$  (str. 147). Je tedy

$$k = \frac{R}{N} = \frac{1·986}{6·06 \cdot 10^{23}} = 3·277 \cdot 10^{-24} \text{ cal/grad.}$$

Předpokládáme-li, že atom pevného prvku koná složený pohyb kmitavý kolem své rovnovážné polohy, jest jeho okamžitý pohybový stav určen třemi složkami výchylky a třemi složkami okamžité rychlosti, takže mu musíme přisouditi 6 stupňů volnosti. Je pak jeho průměrná energie  $u$

$$u = 6 \cdot \frac{1}{2} kT = 3 kT$$

a tedy celková energie  $U$  gramatomu

$$U = 3 NkT = 3 RT.$$

Atomové teplo  $C$  při stálém objemu znamená vzrůst jeho energie  $U$  při stoupnutí teploty o  $1^\circ$ , tedy

$$C = \frac{dU}{dT} = 3 R = 5.96 \text{ cal/grad} \doteq 6 \text{ cal/grad}.$$

Větší hodnota měřením zjištěná (průměrně  $6.2 \text{ cal/grad}$ ) se vysvětluje tím, že vlastně měříme atomové teplo při stálém tlaku, takže při roztahování potřebuje se ještě další část energie na přemáhání vnějšího tlaku.

Podle této teorie mělo by pravidlo Dulongovo a Petitovo přísně platiti, t. j. mělo by býti stejné pro všechny prvky a nezávislé na teplotě, což se však neshoduje se zkušeností. Pro objasnění tohoto rozporu mezi teorií a zkušeností nalezl v podstatě správný výklad Einstein (1907) na základě Planckovy kvantové domněnky. Podle ní mohou kmitající atomy přijímati a vydávati energii nikoliv spojitě, nýbrž pouze po celistvých násobcích kvanta energie  $\epsilon$ , jež jest úměrné kmitočtu  $\nu$ , tedy

$$\epsilon = h \cdot \nu; \quad h = 6.55 \cdot 10^{-27} \text{ erg} \cdot \text{sec (Planckova konst.)}.$$

Za předpokladu, že všechny atomy prvku kmitají s týmž kmitočtem  $\nu$ , odvodil Einstein pro vnitřní energii  $U$  gramatomu vztah

$$U = \frac{3 R h \nu}{k (e^{h\nu/kT} - 1)},$$

takže pro atomové teplo  $C$  plyne

$$C = \frac{dU}{dT} = \frac{3 R h \nu}{k} \cdot \frac{1}{(e^{h\nu/kT} - 1)^2} \cdot e^{h\nu/kT} \cdot \frac{h \nu}{k T^2} = \frac{3 R x^2 e^x}{(e^x - 1)^2},$$

označíme-li stručně

$$\frac{h \nu}{k T} = x,$$

Vzorec tento dosti dobře vystihuje závislost atomového tepla  $C$  (a tedy i specifického tepla  $c$ ) na abs. teplotě  $T$ , jak je vyjádřena graficky na obr. 185.

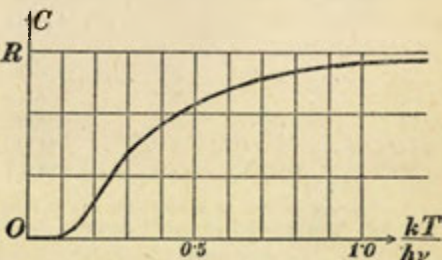
V okolí absolutního bodu nulového je atomové teplo nulou, pak stoupá nejprve mírně, později rychleji, až nabude hodnoty téměř stálé nad určitou teplotou  $T_1$  (t. zv. charakteristická teplota). Ta je určena vztahem

$$\frac{1}{x} = \frac{k T_1}{h \nu} = 1,$$

z čehož  $T_1 = \frac{h \nu}{k}$ .

Pro tuto teplotu má atomové teplo  $92.1\%$  z limitní hodnoty  $3 R = 5.96 \text{ cal/grad}$ ; pro teploty ještě vyšší ( $x < 1$ ) roste atomové teplo velmi mírně na mezní hodnotu  $3 R$ .

Podle uvedeného platí pravidlo Dulongovo a Petitovo jen pro teploty



Obr. 185. Einsteinův vztah pro závislost atomového tepla na abs. teplotě.

vyšší, než je charakteristická teplota  $T_1$ . Ta je pro většinu prvků velice nízká (na př. pro olovo  $89^\circ$  abs.) a proto za obvyčejné teploty jest uvedené pravidlo pro tyto prvky dosti dobře splněno. Jen u některých prvků (Be, B, C a Si) je charakteristická teplota značně vysoká (na př. pro diamant  $1860^\circ$  abs.); tyto prvky za obvyčejné teploty mají atomové teplo mnohem nižší, než by vyžadovalo pravidlo Dulongovo a Petitovo.

Einsteinův vztah, vyjadřující závislost atomového tepla na teplotě, dobře souhlasí s pozorováním pokud teploty nejsou velmi nízké; pak se jeví malé odchylky, které uspokojivě vyložil Debye (1912) tím, že předpokládá, že atomy pevného prvku mohou kmitat s rozmanitými kmitočty v (nikoli toliko s jedním, jak předpokládal Einstein).

Specifická tepla slitin jsou velmi přibližně určena pravidlem směšovacím. Obsahuje-li hmotná jednotka slitiny  $n_1$  částí kovu o spec. teple  $c_1$  a  $n_2$  částí o spec. teple  $c_2$ , je spec. teplo slitiny

$$c = n_1 c_1 + n_2 c_2 \quad (n_1 + n_2 = 1).$$

Na př. pro hliníkový bronz ( $89\%$  Cu +  $11\%$  Al) vychází

$$c = 0.89 \cdot 0.091 + 0.11 \cdot 0.214 = 0.105 \text{ cal/grad,}$$

kdežto přímé měření podává hodnotu  $0.104 \text{ cal/grad}$ .

**125. Specifické teplo kapalin.** Specifická tepla kapalin se nejnázve měří kalorimetrem elektrickým (odst. 123). Jejich hodnoty pro některé kapaliny (při teplotě  $18^\circ$ ) podává tato tabulka:

|                           |       |                    |       |
|---------------------------|-------|--------------------|-------|
| rtuť . . . . .            | 0.033 | petrolej . . . . . | 0.51  |
| sírouhlík . . . . .       | 0.24  | ether . . . . .    | 0.56  |
| benzol . . . . .          | 0.41  | alkohol . . . . .  | 0.58  |
| kyselina octová . . . . . | 0.50  | voda . . . . .     | 0.999 |

Specifické teplo kapalin se zpravidla jen málo mění s teplotou. Tato závislost byla nejlépe prostudována u vody, což má význam pro měření kalorimetrické; výsledky jsou uvedeny v následující tabulce:

|                      |        |                      |        |                       |       |
|----------------------|--------|----------------------|--------|-----------------------|-------|
| $0^\circ$ . . . . .  | 1.0080 | $25^\circ$ . . . . . | 0.9983 | $70^\circ$ . . . . .  | 1.003 |
| $5^\circ$ . . . . .  | 1.0030 | $30^\circ$ . . . . . | 0.9979 | $80^\circ$ . . . . .  | 1.005 |
| $10^\circ$ . . . . . | 1.0013 | $40^\circ$ . . . . . | 0.9982 | $90^\circ$ . . . . .  | 1.007 |
| $15^\circ$ . . . . . | 1.0000 | $50^\circ$ . . . . . | 0.9996 | $100^\circ$ . . . . . | 1.010 |
| $20^\circ$ . . . . . | 0.9990 | $60^\circ$ . . . . . | 1.0017 | $120^\circ$ . . . . . | 1.017 |

Je pozoruhodné, že každá látka má ve skupenství kapalném větší spec. teplo než ve skupenství pevném i plynném, na př.:

| skupenství     | pevné | kapalné | plynné |
|----------------|-------|---------|--------|
| voda . . . . . | 0.50  | 1.00    | 0.34   |
| rtuť . . . . . | 0.032 | 0.033   | 0.015  |

**126. Specifická tepla plynů.** U plynů a přehřátých par závisí specifické teplo podstatně na tom, jaké změně je plyn nebo

pára při zahřívání podroben, a může mít proto velmi různé hodnoty. Základní dva druhy specifického tepla jsou tyto:

1. specifické teplo  $c_p$  při stálém tlaku (plyn při zahřívání zvětšuje pouze svůj objem),

2. specifické teplo  $c_v$  při stálém objemu (zahříváný plyn zvyšuje svůj tlak).

Specifické teplo při stálém tlaku  $c_p$  jest vždy větší než při stálém objemu  $c_v$ , neboť v prvním případě roztahující se plyn koná práci proti vnějšímu tlaku a potřebuje proto o tepelný ekvivalent práce více tepla na své zahřátí. Poměr obou spec. tepel

$$\frac{c_p}{c_v} = \kappa$$

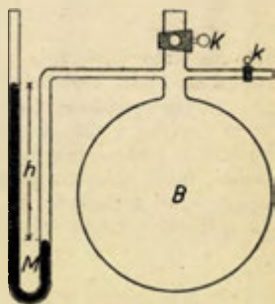
nazývá se Poissonova konstanta.

Specifické teplo při stálém tlaku  $c_p$  je možno jednoduše určití kalorimetricky. Plyn proudí za stálého tlaku spirální trubici v lázni teploty  $t_1$  a provádí se pak druhou spirální trubicí ponořenou v kalorimetru. Z množství prošlého plynu a ze zvýšení teploty v kalorimetru se pak snadno stanoví hodnota  $c_p$ .

Avšak spec. teplo při stálém objemu  $c_v$  je téměř nemožno přímo měřiti kalorimetricky. Bylo by totiž třeba uzavřít plyn do nádoby a v ní jej zahřívati; potřebná nádoba měla by však nepoměrně větší hmotu než uzavřený plyn a potřebovala by sama mnohem více tepla k zahřívání než plyn, takže výsledek měření by byl zcela nespolehlivý. Proto  $c_v$  se určuje nepřímo tím, že se měří poměr specifických tepel  $\kappa = c_p/c_v$  na základě vztahů, které podává thermodynamika. Vhodnou metodu navrhli Clément a Desormes r. 1819. Skleněný balon  $B$  (obr. 186), spojený s kapalinovým manometrem  $M$  a opatřený dvěma kohouty, širokým  $K$  a úzkým  $k$ , naplní se zkoumaným plynem tak, aby měl mírný přetlak  $h$  (měřený v mm Hg 0°) nad vnějším tlakem atmosférickým  $b$ . Je tedy jeho počáteční tlak

$$p_1 = b + h.$$

Po dokonalém vyrovnání teploty s okolím otevřeme na krátko široký kohout  $K$  a hned jej zase zavřeme. Tlak plynu se ihned vyrovná s vnějším tlakem atmosférickým, ale plyn se při tom ochladí, neboť pro krátkost doby nemohl ze vnějška přijímati teplo (je to t. zv. děj adiabatický). Pro něj platí Poissonova



Obr. 186.  
Metoda Clément-Desormesova.

rovnice (odst. 130)

$$p_1 v_1^x = b \cdot v_2^x,$$

v níž  $v_1$  znamená specifický objem (t. j. objem 1 g) před rozpětím a  $v_2$  spec. objem po expansi. Postupem další doby se plyn zahřívá teplem přijímaným z okolí a jeho tlak stoupá. Vyčkáme, až se teploty vyrovnají, což se projeví ustálením kapalinového sloupce v manometru  $M$  a odečteme zase jeho přetlak  $h'$ . Konečný tlak plynu je pak

$$p_2 = b + h'.$$

Plyn má na konci touž teplotu, jako měl na počátku a proto jeho konečný tlak  $p_2$  je týž, jako kdyby se byl isothermicky (t. j. při stálé teplotě) rozpínal ze spec. objemu  $v_1$  na  $v_2$ . Pro tuto změnu platí Boyleův zákon

$$p_1 v_1 = p_2 v_2.$$

Z obou uvedených rovnic plyne

$$\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^x = \frac{p_1}{b} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^x$$

a z toho po logaritmování

$$x = \frac{c_p}{c_v} = \frac{\log p_1 - \log b}{\log p_1 - \log p_2}.$$

Při malém původním přetlaku  $h$  je přibližně

$$x \doteq \frac{h}{h - h'}.$$

Metoda tato poskytuje zpravidla hodnoty poněkud menší, neboť teplota se zčásti vyrovnává již při otevření kohoutu  $K$ .

Jiným způsobem lze stanovit poměr spec. tepel  $x$  z rychlosti vln zvukových v daném plynu. Ve vlnách zvukových střídá se totiž zhuštění a zředění tak rychle po sobě, že se teploty nemohou vyrovnati, takže můžeme příslušné děje považovati za adiabatické (aspoň velmi přibližně). Za tohoto předpokladu odvodil Laplace pro rychlost  $v$  zvuku v plynu vztah (odst. 89)

$$v = \sqrt{x \frac{p}{\sigma}},$$

v němž  $p$  znamená tlak plynu ( $\text{dyn/cm}^2$ ) a  $\sigma$  jeho specifickou hmotu. Rychlost zvuku  $v$  stanovíme nejsnáze tak, že zkoušeným plynem naplníme Kundtovu trubici (obr. 167 na str. 214), do níž bylo nasypáno trochu korkových pilin. V trubici vzbudíme pak tyčí rozechvívanou podélně stojaté vlnění a z obrazců pilinových určíme



vlnovou délku  $\lambda$ , jak to bylo popsáno v odst. 108. Je-li kmitočet tyče  $N$ , platí pro rychlost zvuku  $v$  vztah  $v = N\lambda$ . Ze známých hodnot  $v$ ,  $p$  a  $\sigma$  se pak podle hořejšího vzorce vypočte Poissonova konstanta  $\alpha$ .

Není-li kmitočet  $N$  tyče znám, stanovíme druhým měřením vlnovou délku  $\lambda_0$  v případě, že je Kundtova trubice naplněna suchým vzduchem. Rychlosti zvuku v plynu  $v$  a ve vzduchu  $v_0$  jsou úměrné vlnovým délkám  $\lambda$  a  $\lambda_0$ , takže

$$v = v_0 \frac{\lambda}{\lambda_0},$$

při čemž rychlost  $v_0$  (v metrech) zvuku ve vzduchu při teplotě  $t$  je dána známým vztahem

$$v_0 = 331.7 + 0.6 t.$$

Jakmile je stanovena hodnota Poissonovy konstanty  $\alpha$  a specifické teplo  $c_p$  při stálém tlaku, můžeme určit specifické teplo  $c_v$  při stálém objemu podle vztahu

$$c_v = \frac{c_p}{\alpha}.$$

Pro molekulová tepla plynů

$$C_p = \mu c_p, \quad C_v = \mu c_v$$

( $\mu$  = molekulová hmota) plynou z teorie některé důležité vztahy:

1. Na základě I. věty thermodynamické odvodil J. R. Mayer (odstavec 127) vztah

$$C_p - C_v = R = 1.986 \text{ cal/grad},$$

v němž  $R$  znamená plynovou konstantu, vyjádřenou v tepelných jednotkách.

2. Podle kinetické teorie plynů (srovn. odst. 138) připadá na každý stupeň volnosti molekulové teplo při stálém objemu  $\frac{1}{2} R$ . Jednoatomová molekula má pouze tři stupně volnosti, příslušné 3 složkám její rychlosti. Platí tudíž pro jednoatomové plyny

$$C_v = \frac{3}{2} R, \quad C_p = C_v + R = \frac{5}{2} R, \quad \alpha = \frac{C_p}{C_v} = \frac{5}{3} = 1.67.$$

Dvojjatomovou molekulu představujeme si v podobě činky, totiž jako dva atomy k sobě poutané a zachovávající stejnou vzdálenost. Ke dřívějším třem stupňům volnosti, příslušným postupnému pohybu molekuly, přistupují další dva stupně volnosti, odpovídající otáčivému pohybu molekuly kolem dvou os kolmých k spojnici obou atomů. Má tudíž celkem 5 stupňů volnosti a je tedy

$$C_v = \frac{5}{2} R, \quad C_p = C_v + R = \frac{7}{2} R, \quad \alpha = \frac{7}{5} = 1.40.$$

Víceatomové molekuly mají pravděpodobně více stupňů volnosti, takže pro ně bude  $\alpha < 1.40$ .

Do jaké míry skutečné plyny uvedeným vztahům vyhovují, plyne z následující tabulky:

| Plyn            | $\mu$ | $C_p$ | $C_v$ | $C_p$ | $C_v$ | $\alpha$ | $C_p - C_v = R$ |
|-----------------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|-----------------|
| He              | 4.00  | 1.25  | 0.754 | 5.00  | 3.01  | 1.66     | 1.99            |
| A               | 39.91 | 0.124 | 0.075 | 4.95  | 2.99  | 1.66     | 1.96            |
| H <sub>2</sub>  | 2.016 | 3.41  | 2.42  | 6.85  | 4.86  | 1.41     | 1.99            |
| N <sub>2</sub>  | 28.02 | 0.242 | 0.172 | 6.78  | 4.82  | 1.41     | 1.96            |
| O <sub>2</sub>  | 32.00 | 0.217 | 0.155 | 6.96  | 4.96  | 1.40     | 2.00            |
| Cl <sub>2</sub> | 70.91 | 0.112 | 0.084 | 7.98  | 5.97  | 1.34     | 2.01            |
| CO              | 28.00 | 0.243 | 0.172 | 6.81  | 4.82  | 1.41     | 1.99            |
| CO <sub>2</sub> | 44.00 | 0.218 | 0.168 | 9.59  | 7.39  | 1.30     | 2.20            |
| CH <sub>4</sub> | 16.03 | 0.593 | 0.449 | 9.51  | 7.20  | 1.32     | 2.31            |

Pro jednoatomové i dvojatomové plyny (s výjimkou Cl<sub>2</sub>) je souhlas dobrý, pro víceatomové plyny jen přibližný.

Specifická tepla plynů mohou obecně záviseti jak na teplotě, tak i na tlaku, avšak tato závislost je zpravidla malá. S rostoucí teplotou spec. tepla se mírně zvyšují a to tím více, čím je molekula složitější.

### III. Thermodynamika.

**127. Vývoj názorů o teple.** Nejstarší domněnka o teple byla, že je to jemná, nevažitelná a nezničitelná látka (*kalorikum*), jež ze zdrojů tepla přechází na různá tělesa a způsobuje jejich různou teplotu. S tím byly v dobré shodě pokusy o směřování látek chemicky netečných. Avšak již při přeměně skupenství vznikaly nesnáze výkladu; na př. led při tání spotřebuje teplo, aniž se tím teplota vznikající vody zvyšuje, voda mrznoucí naopak teplo vydává. Takovéto zjevy byly vykládány tak, že voda vznikající z ledu utahuje v sobě teplo, jež pak při mrznutí zase uvolňuje (teplo utajené, latentní podle Blacka).

Záhy se však poznalo, že teplo vzniká vždy, když se mechanická práce jakýmkoliv způsobem (na př. třením) maří. Byl to zejména pokus, jímž Rumford r. 1798 měřil teplo vznikající při vrtání děla, jenž fluidové teorii tepla nesporně odporuje. Přes to však se udržela fluidová teorie ještě dosti dlouho, poněvadž byla názorná, hodila se k fluidové teorii elektriny a magnetismu a dovolovala jednoduché matematické zpracování zjevů tepelných.

Otázkou přeměny práce v teplo počal se soustavně zabývat J. Joule r. 1840 a měřil různým způsobem *mechanický ekvivalent tepla J*. Rozumíme tím práci, která přeměněna v teplo dává jednotku tepla (kalorii). Hlavní pokusy Jouleovy, konané v letech

1840 až 1873 a jeho výsledky (přepočtené na nynější jednotky) byly:

1. Plyn stlačil z 1 atm. na 22 atm.; práce na stlačení vynaložená měnila se v teplo. Z toho plynulo  $J=4.28$  joule/cal.

2. Rovnoměrně padající závaží roztáčí lopatkové kolo v kalorimetru, čímž práce tíží konaná se třením mění v teplo. Z pokusů vyšlo  $J=4.16$  joule/cal.

3. Litinové kolo otáčející se třelo se o druhé pevné litinové kolo; zmařená práce se měnila v teplo. Vyšlo  $J=4.18$  joule/cal.

4. Ve válci se protlačovala voda pístem s velmi jemnými dírkami, při čemž práce vynaložená na protlačení vody měnila se třením v teplo. Z měření plynulo  $J=4.17$  joule/cal.

5. Železné jádro ovinuté cívkou otáčelo se v kalorimetru mezi dvěma silnými magnetickými póly. Při otáčení vznikaly v cívce indukované proudy, jež se jejím odporem měnily v teplo. Střední hodnota při těchto pokusech byla  $J=4.51$  joule/cal.

Nehledíme-li k pozorovacím chybám, jež při takovýchto ne snadných měřeních jsou značné, plyne z těchto rozmanitých pokusů **Jouleových**, že mechanický ekvivalent tepla (t. j. poměr zmařené práce k vyvinutému teplu) je vždy stejný, nezávislý na způsobu, jak se práce mění v teplo.

Heilbronnský lékař J. R. Mayer r. 1842 první si uvědomil (třebas to ve své práci jasně nevyjádřil), že teplo jest rovnomocný pojem k pojmu práce, a odvodil mechanický ekvivalent práce z různých obou specifických tepel plynů touto úvahou:

Gram vzduchu za normálních poměrů ( $0^{\circ}$ , 760 mm Hg) budiž uzavřen ve válci s pístem (obr. 187); má objem  $v_0=77.34 \text{ cm}^3$  a podléhá tlaku  $p_0=1.013 \cdot 10^6 \text{ dyn/cm}^2$ .

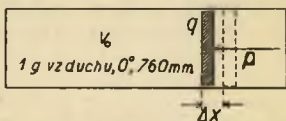
Na jeho zahřátí o  $1^{\circ}$  se spotřebuje (podle nových měření):

při stálém objemu  $c_v=0.1690 \text{ cal}$ ,

" " tlaku  $c_p=0.2375 \text{ cal}$ ,

tedy více o  $c_p - c_v = 0.0685 \text{ cal}$ .

Uvedený rozdíl obou tepel se musí rovnati práci plynem vykonané při roztahování za stálého tlaku. Na píst plochy  $q$  působí celková síla  $p_0 \cdot q$ , takže při posunutí pístu o  $\Delta x$  se vykonala práce



Obr. 187. Mayerův pokus.

$$A = p_0 q \cdot \Delta x = p_0 \cdot \Delta v = p_0 \cdot v_0 \cdot \gamma = \frac{p_0 v_0}{T_0},$$

značí-li

$$\gamma = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{273.1}$$

koeficient objemové roztlačnosti vzduchu. Označíme-li tedy mecha-

nický ekvivalent tepla  $J$ , musí platiti Mayerův vztah

$$J(c_p - c_v) = \frac{p_0 v_0}{T_0},$$

z něhož plyne

$$\begin{aligned} J &= \frac{p_0 v_0}{T_0(c_p - c_v)} = \frac{1 \cdot 013 \cdot 10^6 \cdot 77 \cdot 34}{273 \cdot 1 \cdot 0 \cdot 0685} = \\ &= 4 \cdot 189 \cdot 10^7 \text{ erg/cal} = 4 \cdot 189 \text{ joule/cal}, \end{aligned}$$

což je zhruba táž hodnota, jaká plyne z Jouleových měření.

Mayerův vztah platí pro kterýkoliv plyn. Vztahujeme-li jej na grammolekulu plynu, máme

$$J(C_p - C_v) = \frac{p_0 V_0}{T_0} = R,$$

kdež  $C_p$  a  $C_v$  jsou molekulová tepla,  $V_0$  molekulový objem a  $R$  plynová konstanta. Když vyjádříme  $C_p$ ,  $C_v$  a  $R$  v týchž jednotkách (buď v joulech nebo v kaloriích), jest ovšem  $J = 1$  a Mayerův vztah nabývá tvaru

$$C_p - C_v = R,$$

jehož jsme použili v odst. 126 při úvaze o specifických teplech plynů.

Podle myšlenek Mayerových odvodil Helmholtz r. 1847 *princip energie*. Podle něho teplo jest určitý druh energie; při všech vzájemných přeměnách tepla a práce úbytek tepelné energie rovná se vzniklé mechanické (po př. jiné) energii nebo naopak. Zpravidla měříme teplo v kaloriích a ostatní energie v mechanických jednotkách (erg, joule, kgm). Pak ovšem platí pouze úměrnost mezi prací  $A$  (v joulech) a teplem  $Q$  (v kaloriích) z ní vznikajícím. Koeficient úměrnosti je mechanický ekvivalent tepla  $J$ , tedy

$$J = \frac{A}{Q}$$

a znamená práci rovnou 1 kalorií. Podle nových měření jest

$$J = 4 \cdot 186 \cdot 10^7 \text{ erg/cal} = 4 \cdot 186 \text{ joule/cal} = 0 \cdot 427 \text{ kgm/cal}.$$

V technické praxi měří se teplo zpravidla ve velkých kaloriích a pak jest

$$J = 427 \text{ kgm/Cal}.$$

Převratná hodnota mechanického ekvivalentu tepla slove *tepelný ekvivalent práce*  $K$  a znamená teplo rovné jednotce práce. Jest

$$K = \frac{1}{J} = 0 \cdot 2389 \text{ cal/joule} = 2 \cdot 342 \text{ cal/kgm}.$$

Aby se v dalších uvahách zjednodušily vzorce, budeme důsledně

teplo vyjadřovati v mechanických jednotkách, užívající převodního vztahu  $1 \text{ cal} = 4.186 \text{ joule}$ , neboť pak oba ekvivalenty ze vzorců vypadnou.

Nauka, která jedná o přeměnách různých druhů energie v teplo a naopak a o úkazech s tím souvisících, nazývá se *thermodynamika*. Opírá se o dvě základní věty:

první věta thermodynamická vyslovuje rovnomocnost práce a tepla,

druhá věta jedná o podmínkách, za nichž se teplo mění v jiné energie.

**128. První hlavní věta thermodynamická.** První věta thermodynamická vyjadřuje princip zachování energie: Teplo jest určitý druh energie a proto při každé přeměně tepla v práci úbytek tepla (vyjádřený v mech. jednotkách) rovná se vzniklé práci. Při opačné přeměně vzniklé teplo se rovná zmařeně práci (po př. úbytku jiné energie).

Mějme určitou soustavu v rovnovážném stavu, na př. plyn uzavřený ve válci pístem nebo kapalinu s její nasycenou parou v podobném válci. Tato soustava může ze sebe vydávati energii. Zmenšíme-li tlak na píst, vytlačuje jej a koná práci; vložíme-li ji do chladnější lázně, vydává ze sebe teplo, t. j. energii. Proto přisuzujeme každé hmotné soustavě jistou zásobu energie, která se nazývá její *vnitřní energie*  $U$ . Z principu energie plyne, že vnitřní energie soustavy závisí toliko na stavu soustavy, nikoli však na způsobu, jak se do toho stavu dostala.

Celkovou velikost vnitřní energie nedovedeme sice stanoviti, ale zato můžeme určití její změnu, když z daného počátečního stavu přejde do jiného konečného. Při této změně nechť přijala soustava teplo  $Q$  (v mech. jednotkách) a byla jí dodána práce  $A$  (na př. tlakem na píst). Přírůstek vnitřní energie je pak

$$U - U_0 = Q + A.$$

Soustava může však přejíti z počátečního stavu různým způsobem do téhož konečného stavu a při tom dostává různé teplo i různou práci. Na př. gram vody  $0^\circ$  můžeme přeměnit v nasycenou páru při  $100^\circ$  různými způsoby, z nichž uvažujeme dva:

1. Gram vody  $0^\circ$  zahřejeme na  $100^\circ$ , nač potřebujeme dodati  $100 \text{ cal}$ . Pak vodu varem přeměníme v nasycenou páru; na to se spotřebuje  $539 \text{ cal}$ , vznikající pára vykoná při tom práci  $169 \text{ joule}$ . Je tedy

$$Q_1 = 639 \text{ cal} = 2675 \text{ joule}, \quad A_1 = -169 \text{ joule}$$

a pro zvýšení vnitřní energie dostáváme

$$U - U_0 = Q_1 + A_1 = 2675 - 169 = 2506 \text{ joule}.$$



2. Gram vody  $0^{\circ}$  necháme vypařiti se při této teplotě na nasycenou páru (tlaku 4·6 mm Hg). Na to se potřebuje tepla 599 cal a pára vykoná práci 127 joule. Tuto páru pak stlačujeme, při čemž se její teplota zvyšuje a musíme ji odnímati teplo, aby byla stále nasycená (ne přehřátá). Celkem při zvýšení teploty na  $100^{\circ}$  vydá pára 138 cal, ale na stlačení musíme vynaložiti práci 703 joule. Je tedy při tomto druhém způsobu

$$Q_2 = 599 - 138 = 461 \text{ cal} = 1930 \text{ joule},$$

$$A_2 = -127 + 703 = 576 \text{ joule}.$$

Zvýšení vnitřní energie jest

$$U - U_0 = Q_2 + A_2 = 1930 + 576 = 2506 \text{ joule},$$

tedy stejné jako při prvním způsobu.

V této rovnosti součtu dodané práce a tepla při různých cestách, jen když počáteční a konečný stav je týž, vězí vlastní jádro první věty thermodynamické. Kdyby totiž v uvedeném příkladu bylo na př.

$$Q_1 + A_1 < Q_2 + A_2,$$

mohli bychom gram vody  $0^{\circ}$  prvním způsobem („méně pracným“) přeměnit na nasycenou páru  $100^{\circ}$  a tu pak druhým způsobem v obráceném pořádku převést zase do počátečního stavu (voda  $0^{\circ}$ ). Dohromady bychom při tom získali energii

$$(Q_2 + A_2) - (Q_1 + A_1),$$

aniž by se cokoliv jiného změnilo. Měli bychom zařízení, jímž by se energie získávala bez náhrady (*perpetuum mobile*), což odporuje veškeré dosavadní zkušenosti a co právě princip energie vylučuje. Z nemožnosti perpetua mobile plyne tudíž důležitý výsledek:

Při přechodu soustavy z daného počátečního stavu do jiného konečného součet z dodaného tepla a dodané práce, jímž je definován přírůstek vnitřní energie

$$U - U_0 = Q + A,$$

závisí toliko na počátečním a konečném stavu soustavy, avšak nezávisí na způsobu, jímž se přechod dál. Ovšem jak dodané teplo  $Q$  samo, tak i dodaná práce  $A$  jsou na různých cestách různé; v tom právě spočívá možnost měniti teplo v práci nebo naopak.

Vnitřní energie  $U$  je tudíž funkce jen těch veličin, jimiž je stav soustavy charakterisován a jímž říkáme stavové veličiny. Pro dané množství plynu jsou stavovými veličinami dvě z těchto tří: tlak  $p$ , objem  $V$  a absol. teplota  $T$ , neboť jedna z nich je podle stavové rovnice druhými dvěma již určena. V příkladu kapa-

liny ve styku s její nasycenou parou jsou stavovými veličinami abs. teplota  $T$ , již jest určeno napětí nasycených par a tím i tlak soustavy a poměr  $x$  páry k celkové hmotě soustavy, čímž je při dané hmotě stanoven objem soustavy.

Při malé změně stavu nechť soustava přijme teplo  $\Delta Q$  a práci  $\Delta A$ ; tím se její vnitřní energie změní o

$$dU = \Delta Q + \Delta A.$$

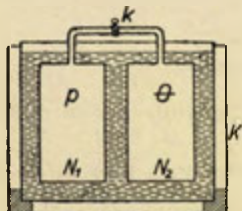
Změna  $dU$  jest úplný diferenciál určité funkce stavu, ale ani přijaté teplo  $\Delta Q$ , ani práce  $\Delta A$  nemusí býti diferenciály stavových funkcí.

**129. Vnitřní energie ideálního plynu.** Vnitřní energie plynu závisí podstatně na jeho teplotě  $T$  a vedle toho mohla by záviseti na jeho objemu  $V$  (po př. na tlaku  $p$ ). Pro tuto otázku má rozhodný význam tento pokus Gay-Lussacův (obr. 188): Dvě nádoby  $N_1, N_2$  jsou spojeny trubicí s kohoutem  $k$ ; v jedné je stlačený plyn, v druhé vakuum a obě jsou ponořeny do kalorimetru  $K$ . Po otevření kohoutu se plyn rozepne na dvojnásobný objem, aniž koná práci. Teplota v kalorimetru se při tom nezmění, tedy plyn ani nevydával ani nepřijímal teplo. Proto

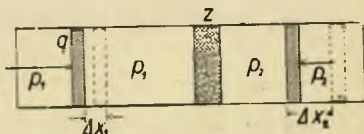
$$Q = 0, A = 0, U - U_0 = 0, \text{ tedy } U = U_0.$$

Je tudíž jeho vnitřní energie i při dvojnásobném objemu a polovičním tlaku (za téže teploty) táž jako původně. Z toho plyne, že vnitřní energie plynu nezávisí ani na objemu ani na tlaku a závisí jen na teplotě.

Tento pokus v jiné úpravě opakovali Joule a Thomson tak, že protlačovali plyn v trubici tepelně izolované skrze vatovou zátku  $z$  (obr. 189). Když projde zátkou na př. 1 g plynu, vykoná se na straně většího tlaku práce  $p_1 \cdot v_1$ , ale plyn sám na straně menšího tlaku koná práci  $p_2 \cdot v_2$  ( $v_1$  a  $v_2$  jsou spec. objemy). Podle Boyleova zákona oba



Obr. 188. Pokus Gay-Lussacův.



Obr. 189. Pokus Jouleův a Thomsonův.

tyto výrazy se rovnají, takže práce plynu dodaná je nulová; vzhledem k izolaci plyn nepřijímal ze zevnějšího tepla. Plyn po protlačení při-

blízně zachoval původní teplotu. Z toho tedy plyne rovněž, že jeho vnitřní energie při změně tlaku i objemu za téže teploty se nezměnila. Při přesných měřeních se však zjistilo, že u většiny plynů nastává nepatrné ochlazení, pro vodík malé oteplení. Z toho tedy dlužno souditi, že vnitřní energie skutečných plynů závisí, třebaž v míře nepatrné, na objemu, po př. na tlaku. Je to obdobné chování jako při Boyleově zákonu, od něhož skutečné plyny rovněž jeví malé odchylky. Abychom nemusili hleděti k těmto malým odchylkám, zavádíme abstrakci pojem *ideálního plynu*, pro nějž uvedené odchylky jsou nulové. Tedy:

Ideální plyn je takový plyn, jehož vnitřní energie jest jen funkce teploty a jenž vyhovuje přísně Boyleovu zákonu. Teplotu (thermodynamickou) definujeme pak podle rozpínavosti nebo roztažnosti tohoto plynu, takže v důsledku této definice splňuje vztah

$$p \cdot V = R \cdot T,$$

jenž se proto nazývá stavová rovnice ideálního plynu.

Poznali jsme, že specifická tepla plynů se jen málo mění s teplotou i s tlakem. O ideálním plynu předpokládáme dále, že jeho specifická tepla  $c_p$  a  $c_v$  a tudíž i molekulová tepla  $C_p$  a  $C_v$  jsou veličiny stálé.

V dalším budeme vše vztahovati na grammolekulu ideálního plynu; pak všechny odvozené vztahy budou platiti velmi přibližně i pro skutečné plyny, nezávisle na jejich jakosti. Zahřejeme-li tedy grammolekulu ideálního plynu o  $dT$  při stálém objemu, nekoná práci ( $\Delta A = 0$ ) a přijímá teplo  $\Delta Q = C_v \cdot dT$ , takže vzrůst  $dU$  jeho vnitřní energie jest

$$dU = \Delta Q + \Delta A = C_v \cdot dT.$$

Při zahřátí o konečný rozdíl teplot  $T - T_0$  jest změna jeho vnitřní energie

$$U - U_0 = C_v \cdot (T - T_0),$$

nezávisle na případné změně objemu a tlaku.

**130. Stavové změny ideálního plynu.** Ideální plyn vyhovuje přesně stavové rovnici, jež pro 1 mol má tvar

$$p \cdot V = RT, \quad \text{v níž } R = 8 \cdot 309 \text{ joule/grad } (= 1 \cdot 986 \text{ cal/grad})$$

a změna jeho vnitřní energie je dána vztahem

$$dU = C_v \cdot dT.$$

Plyn může konati práci tím, že zvětšuje svůj objem proti vnějšímu tlaku. Na element povrchu  $dP$  působí za tlaku  $p$  kolmá

síla  $p \cdot dP$ ; při posunutí tohoto elementu ve směru normály o  $dx$  vykoná se práce  $p \cdot dP \cdot dx$ . Integrací tohoto výrazu pro celý povrch  $P$  dostáváme pro práci  $\Delta A'$  plynem vykonanou

$$\Delta A' = p \int_P dP \cdot dx = p \cdot dV,$$

neboť integrál v předešlé rovnici znamená zvětšení objemu  $dV$ .

Jestliže grammolekula ideálního plynu zvýší svou teplotu o  $dT$  a zvětší objem o  $dV$ , zvětší svou vnitřní energii o  $C_v \cdot dT$  a vykoná práci  $p \cdot dV$ . Na to podle I. věty thermodynamické potřebuje ze zevnějška teplo

$$\Delta Q = C_v \cdot dT + p \cdot dV,$$

což je vedle stavové rovnice další základní rovnice platná pro jakoukoliv změnu stavu.

Hlavní stavové změny ideálního plynu jsou tyto:

1. *Změna isochorická*, při níž jest objem stálý, tedy  $V = \text{konst.}$ ,  $dV = 0$ . Pak jest podle předešlých rovnic

$$\Delta Q = C_v \cdot dT, \quad \Delta A' = 0,$$

z čehož plyne pro zvýšení teploty z  $T_0$  na  $T$

$$Q = C_v (T - T_0) = U - U_0, \quad A' = 0.$$

Práce se nekoná; přijaté teplo zvyšuje vnitřní energii plynu.

2. *Změna isobarická*, při níž je tlak stálý,  $p = \text{konst.}$ ,  $dp = 0$ . Ze stavové rovnice plyne

$$p \cdot dV = R \cdot dT,$$

což dosazeno do výrazu pro přijaté teplo  $\Delta Q$  dává

$$\Delta Q = C_v \cdot dT + p \cdot dV = (C_v + R) \cdot dT = C_p \cdot dT;$$

při tom  $C_p$  znamená teplo potřebné na zvýšení teploty o  $1^\circ$ , tedy molekulové teplo při stálém tlaku. Z předešlé rovnice plyne tedy známý Mayerův vztah (odst. 127)

$$C_p = C_v + R.$$

Dodané teplo  $Q$  a vykonaná vnější práce  $A'$  při konečných změnách jsou

$$Q = C_p (T - T_0), \quad A' = \int_{V_0}^V p \cdot dV = p(V - V_0) = R(T - T_0).$$

3. *Změna isothermická*, při níž zůstává teplota stálou,  $T = \text{konst.}$ ,  $dT = 0$ ; pak ovšem jest i vnitřní energie plynu stálá.

V tomto případě platí

$$\Delta Q = p \cdot dV = \Delta A'$$

a tedy

$$Q = A' = \int_{V_0}^V p \cdot dV = RT \int_{V_0}^V \frac{dV}{V} = RT \ln \frac{V}{V_0} = RT \ln \frac{p_0}{p}.$$

Při stálé vnitřní energii veškeré dodané teplo  $Q$  se spotřebuje na konání vnější práce  $A'$ .

4. *Změna adiabatická*, při které plyn ani nepřijímá ani nevylučuje teplo (je tepelně izolován), takže  $\Delta Q = 0$ . Ze stavové rovnice plyne

$$p \cdot dV + V \cdot dp = R \cdot dT.$$

Dosadíme-li vypočtený výraz pro  $dT$  do rovnice vyjadřující tepelnou izolaci

$$\Delta Q = C_v \cdot dT + p \cdot dV = 0,$$

máme

$$C_v \frac{p \cdot dV + V \cdot dp}{R} + p \cdot dV = 0$$

anebo po úpravě

$$(C_v + R) \cdot \frac{dV}{V} + C_v \cdot \frac{dp}{p} = 0.$$

Vzhledem k Mayerovu vztahu jest

$$\frac{C_v + R}{C_v} = \frac{C_p}{C_v} = \kappa \text{ (poměr spec. tepel),}$$

takže dřívější rovnice nabývá tvaru

$$\kappa \frac{dV}{V} + \frac{dp}{p} = 0,$$

z čehož plyne integrací

$$\kappa \cdot \ln V + \ln p = \ln H \quad \text{anebo} \quad V^\kappa \cdot p = H,$$

kdež  $H$  je integrační konstanta.

Odvozená rovnice (nazývaná Poissonova) vyjadřuje vztah, jak se mění tlak při adiabatické expansi nebo kompresi. Poněvadž  $\kappa > 1$ , znamená vztah

$$p = \frac{H}{V^\kappa},$$

že při adiabatické expansi klesá tlak silněji než podle Boyleova zákona (plyn se totiž zároveň ochlazuje). Při adiabatické kompresi podobně tlak rychleji vzrůstá, neboť plyn současně zvyšuje teplotu. Vztah pro změnu teploty při adiabatické změně dostaneme z předešlé



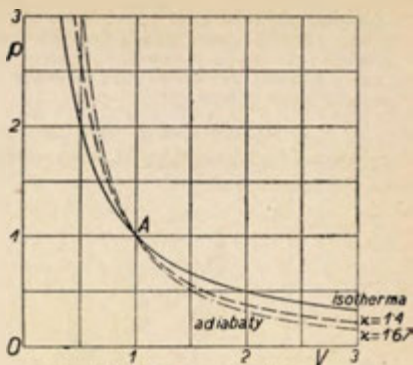
rovnice, dosadíme-li tam za tlak  $p$  výraz plynoucí ze stavové rovnice. Máme

$$\frac{RT}{V} = \frac{H}{V^\kappa} \text{ anebo}$$

$$T = \frac{H}{RV^{\kappa-1}} = \frac{\text{konst.}}{V^{\kappa-1}}.$$

Grafická znázornění závislosti tlaku  $p$  na objemu  $V$  při změnách isothermické a adiabatické slují *isothermy* a *adiabaty* (obr. 190).

Isotherma je rovno-ramenná hyperbola; adiabata v každém místě silněji klesá než isotherma.



Obr. 190. Isotherma a adiabaty.

V obr. 190 jsou vedle isothermy naryšovány dvě adiabaty a to pro jednoatomové plyny ( $\kappa = 1.67$ ) a pro dvojatomové plyny ( $\kappa = 1.40$ ).

Při adiabatické změně nepřijímá plyn energii v podobě tepla. Práce se koná tudíž na útraty vnitřní energie a jest

$$A' = U_0 - U = C_v(T_0 - T).$$

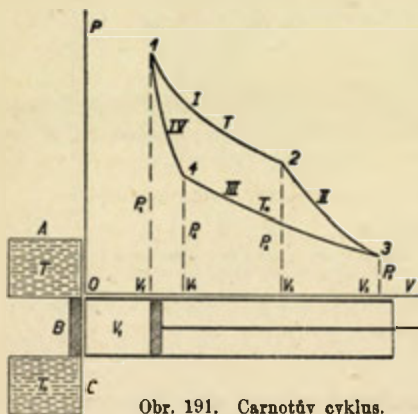
**131. Carnotův ideální kruhový děj.** Kruhovým dějem nějaké soustavy rozumíme takový soubor změn, po nichž se soustava vrátí do původního stavu.

Francouzský inženýr Sadi Carnot (1824) vyšetřoval účinnost tepelných motorů a předložil si otázku: Za jakých podmínek může stroj pracující periodicky mezi dvěma lázněmi (ohřívákem a chladníkem) vykonati největší možnou práci za každou jednotku tepla odebraného ohříváku? A správně zjistil, že největší práci poskytne stroj pracující zvrátně, t. j. tak, že veškeré děje mohou probíhati v obou směrech. Zvratnost stroje vyžaduje, aby činná látka (na př. plyn nebo pára) byla stále v mechanické i tepelné rovnováze s okolím, neboť jen tak mohou děje probíhati stejně v obou směrech. Má se tudíž tlak přemáhaný vždy právě rovnati vlastnímu tlaku plynu nebo páry. Výměna tepla s lázněmi má se díti právě při teplotě lázní. Dále nesmí vznikat ztráty ani třením ani vedením tepla. Takový stroj jest ovšem jen ideál (za rovnováhy nevznikaly by vůbec změny) a tedy prakticky neproveditelný. V praxi se pouze snažíme co nejvíce se tomuto ideálnímu stroji přiblížiti.

Carnot ve svých úvahách si představoval, že teplo koná práci jen tím, že klesá z vyšší teploty na nižší, aniž by se při tom měnilo množství tepla

(podobně jako voda koná práci klesajíc s vyšší nádržky do nižší). Tento předpoklad odporuje ovšem principu energie, jenž nebyl tehdy znám. Carnotovy úvahy uvedl později Clausius (1850) v souhlas s principem energie a při tom se ukázalo, že Carnotovy výsledky zůstávají v platnosti přes jeho nesprávný názor o teple.

Carnotův ideální stroj pracuje v cyklu čtyř po sobě jdoucích zvratných dějů, z nichž I. a III. jsou isothermické, II. a IV. jsou adiabatické.



Obr. 191. Carnotův cyklus.

Ideální plyn (1 mol) myslíme si uzavřen ve válci pístem (obr. 191). Plášť válce i píst budtež z dokonalého tepelného izolátoru; jenom dno válce může propouštět teplo. Plyn má na počátku (stav 1) teplotu  $T$  (rovnou teplotě ohříváku  $A$ ) a objem  $V_1$  při tlaku  $p_1$ . Jednotlivé děje cyklu jsou:

I. *Isothermická expanse* 1-2 při teplotě  $T$ . Uvedeme dno válce ve styk s ohřívákem  $A$  a necháme plyn rozpínati

se z objemu  $V_1$  na objem  $V_2$ ; při tom pečujeme o to, aby vnější tlak byl vždy právě rovný vlastnímu tlaku plynu. Plyn naběře teplo  $Q$  a vykoná tomu rovnou práci  $A_I$ ; vnitřní energie se totiž nemění. Podle předešlého odstavce (3) platí

$$Q = RT \ln \frac{V_2}{V_1} = A_I.$$

II. *Adiabatická expanse* 2-3, při níž teplota plynu klesne z  $T$  na  $T_0$ . Dno válce tepelně izolujeme (isolační deskou  $B$ ) a necháme plyn se rozpínati z objemu  $V_2$  na  $V_3$ , až jeho teplota klesne na teplotu chladníku  $C$ . Plyn jsa izolován nepřijímá tepla; práce  $A_{II}$  jím vykonaná dále se na útraty jeho vnitřní energie, takže jest

$$A_{II} = U_2 - U_3 = C_v (T - T_0).$$

III. *Isothermická komprese* 3-4 při teplotě  $T_0$ . Dno válce uvedeme ve styk s chladníkem  $C$  a plyn stlačujeme na objem  $V_4$  tak, aby další adiabatická komprese IV jej převedla do počátečního stavu. Na kompresi je třeba vynaložiti práci  $A_{III}$ , jež se mění

v teplo  $Q_0$  odevzdané chladníku. Při tom jest

$$Q_0 = RT_0 \ln \frac{V_3}{V_4} = A_{III}.$$

IV. *Adiabatická komprese* 4-1, při níž plyn se ohřeje z teploty  $T_0$  na  $T$ . Dno válce tepelně izolujeme a plyn stlačujeme, vracejíce další část práce, až plyn přejde do původního stavu 1. Dodaná práce  $A_{IV}$  zvyšuje vnitřní energii plynu, takže jest

$$A_{IV} = U_1 - U_4 = C_v(T - T_0).$$

Ještě třeba určit, do jaké míry máme při III. ději (isothermické kompresi) stlačit plyn, aby jej následující adiabatická komprese (děj IV) právě převedla do původního objemu. Pro jednotlivé děje po sobě platí tyto rovnice

$$p_1 V_1 = p_2 V_2; \quad p_2 V_2^x = p_3 V_3^x; \quad p_3 V_3 = p_4 V_4; \quad p_4 V_4^x = p_1 V_1^x.$$

Znásobením těchto rovnic a krácením dostáváme vztah

$$V_2^{x-1} V_4^{x-1} = V_1^{x-1} V_3^{x-1} \quad \text{anebo} \quad V_2 V_4 = V_1 V_3,$$

z čehož plyne

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4} = r.$$

To znamená: v témž poměru  $r$ , ve kterém plyn zvětšil svůj objem při isothermické expansi I, musíme jeho objem zmenšiti při isothermické kompresi III.

Práce  $A_{II}$ , získaná při adiabatické expansi II, právě se rovná práci  $A_{IV}$ , vrácené při adiabatické kompresi IV. Celková energetická bilance cyklu je tudíž:

Z ohříváku při teplotě  $T$  se nabralo teplo

$$Q = RT \ln \frac{V_2}{V_1} = RT \ln r;$$

chladníku při teplotě  $T_0$  se vrátilo teplo

$$Q_0 = RT_0 \ln \frac{V_3}{V_4} = RT_0 \ln r$$

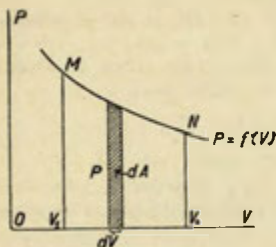
a rozdíl obou  $Q - Q_0$  se proměnil v získanou práci  $A$ , tedy

$$A = A_I - A_{III} = Q - Q_0 = R(T - T_0) \ln r.$$

Účinnost  $\eta$  tepelného motoru znamená poměr vykonané práce  $A$  k teplo  $Q$  nabranému na teplejší lázni, tedy

$$\eta = \frac{A}{Q} = \frac{Q - Q_0}{Q} = \frac{T - T_0}{T}.$$

V tlakovém diagramu (obr. 191) je znázorněna závislost tlaku  $p$  na objemu  $V$ . Práce  $dA$  při malé změně objemu  $dV$  vykonaná jest  $dA = p \cdot dV$  a je tudíž znázorněna v takovémto diagramu



Obr. 192. Znázornění práce v tlakovém diagramu.

plochou úzkého pruhu nad objemovou změnou  $dV$  (vyčárkovaná plocha v obr. 192). Celková práce vykonaná při expansi z objemu  $V_1$  na objem  $V_2$  je tudíž vyjádřena plochou  $V_1 M N V_2$ . V diagramu Carnotova cyklu (obr. 191) máme proto znázorněno plochami:

nabrané teplo  $Q = A_I = V_1 - 1 - 2 - V_2$ ,  
vrácené teplo  $Q_0 = A_{III} = V_4 - 3 - 4 - V_3$   
a získanou práci  $A = 1 - 2 - 3 - 4$ .

Účinnost stroje je pak dána poměrem ploch

$$\eta = \frac{A}{Q} = \frac{1-2-3-4}{V_1-1-2-V_2}$$

Podle předpokladu veškeré děje v ideálním Carnotově cyklu jsou zvrtné, takže uvažovaný kruhový děj může probíhati oběma směry:

V přímém směru (právě uvažovaném) nabírá plyn z teplejší lázně teplo  $Q$ , z něhož jen část přemění v práci  $A$  a zbytek tepla  $Q_0 = Q - A$  odvádí chladníku. Máme tak pracovní stroj; podstatné při tom je, že přeměna tepla v práci je provázena přechodem určitého tepla  $Q_0$  z teplejší lázně na chladnější.

V opačném směru plyn nabírá z chladnější lázně teplo  $Q_0$ , přijímá ze zevnějška práci  $A$  a na vyšší lázeň převede jak teplo nabrané  $Q_0$ , tak i teplo vzniklé z dodané práce  $A$ , tedy celkem  $Q = Q_0 + A$ . Výsledek je ochlazení nižší lázně a máme stroj chladicí. Podstatné při tom jest, že ochlazení chladnější lázně je provázáno dodávkou práce ze zevnějška.

**132. Druhá hlavní věta thermodynamická.** První věta thermodynamická se opírá o nemožnost perpetua mobile a vyjadřuje poznatek, že při přeměnách práce v teplo nebo naopak tepla v práci se energie ani neztrácí ani nezíská. Tato věta však nic neopraví o tom, může-li se neomezeně měnit práce v teplo a naopak teplo v práci; o tom nás může poučiti toliko zkušenost.

Pokusy o tření ukazují, že práce se může úplně (beze zbytku) přeměnit v teplo; na př. roztočený setrvačnický třením zahřívá ložisko a po jisté době celou svoji kinetickou energii přemění v teplo. Ale opačný děj není možný; nelze pouhou dodávkou tepla ložisku dosáhnouti, aby se setrvačnický roztočil. Uvedená přeměna práce v teplo je nezvratná.



Při Carnotově pracovním stroji mění se jen část nabraného tepla v práci a zbytek tepla se musí odvésti chladníku. Mnohem užitečnější by byl jistě stroj (cyklicky pracující, aby mohl neomezeně pracovati), který by celé nabrané teplo měnil v práci. Pak by byl chladník zbytečný a práce by se získávala pouhým odnímáním tepla jediné lázni. Tak bychom mohli získávat práci z ohromných zásob tepla pevniny, moří a ovzduší, takže vůbec by odpadla potřeba pohonných látek (paliv). Takovýto stroj by v sobě dokonce spojoval výhody stroje pracovního i mrazotvorného; jeho vedlejší činností by mohla být výroba ledu z vody říční nebo mořské. V tom by dokonce předčil i starobylé perpetuum mobile, aniž by při tom porušoval princip energie. Proto také Ostwald nazval takovýto stroj *perpetuum mobile II. druhu*. Znamenité vlastnosti tohoto stroje, byl-li by možný, by byly jistě mocnou vzpruhou vynalézavosti lidské, leč sestrojiti jej se dosud nepodařilo a máme důvodné za to, že se ani zdařiti nemůže. Poznaťte tento tvoří jádro druhé věty thermodynamické, již podle Plancka vyjadřujeme takto:

*Není možno sestrojiti periodický stroj, jenž by nic jiného nezpůsobil, než že by ochlazoval tepelnou lázeň a konal rovnomocnou práci.* Vlastní odůvodnění tohoto principu spočívá v tom, že všechny důsledky z něho plynoucí souhlasí se zkušeností.

Druhou větu thermodynamickou odvodili nezávisle na sobě Clausius (1850) a W. Thomson (lord Kelvin, 1851), avšak v jiném znění.

Clausiova formulace: „Teplo nemůže samo sebou přejíti z tělesa studenějšího na teplejší.“

Thomsonova formulace: „Je věc nemožná, ze soustavy neživých hmot získati kruhovým dějem práci jen tím způsobem, že by se jedna ze hmot ochlazovala pod teplotu nižší, než je teplota nejstudenějšího místa v okolí.“

Lze snadno nahlédnouti, že obě tyto formulace jsou v podstatě rovnomocné s formulací Planckovou, jež je nejvýstižnější.

Důsledkem II. věty thermodynamické jest Carnotova věta: Všechny zvrátne stroje periodicky pracující mezi týmiž teplotami mají stejnou účinnost; stroj nezvratný nemůže mít účinnost větší, nýbrž (poněvadž každým skutečně nezvratným dějem se ztrácí možnost získati práci z tepla) má vždy účinnost menší.

Mějme dva stroje  $M$  a  $M'$ , pracující mezi týmiž teplotami  $T$  a  $T_0$ . Prvý stroj  $M$  budiž zvratný; z tepla  $Q$  nabraného při teplotě  $T$  přemění část  $A$  v práci a zbytek  $Q_0 = Q - A$  odevzdá chladníku. Druhý stroj  $M'$  (ať zvratný či nezvratný) z téhož nabraného tepla  $Q$  na vyšší lázni přemění část  $A'$  v práci a zbytek  $Q'_0 = Q - A'$  převede do chladníku. K pracovnímu stroji  $M$  přidružíme stroj  $M'$  činný v obráceném smyslu, tedy jako chladicí. Výsledek společné činnosti obou strojů je tento: Ohřívák dostal teplo  $Q$  odebrané strojem  $M'$  nahrazeno chladicím strojem  $M$ ,



takže nedoznal změny. Zbývá práce  $A' - A$  a chladník ztratil teplo

$$Q_0 - Q_0' = (Q - A) - (Q - A') = A' - A.$$

Kdyby zbývající práce  $A' - A$  byla kladná, představoval by soubor těchto strojů zařízení, jímž by se cyklicky konala práce jen tím, že by se chladníku odnímalo rovnomocné teplo, což odporuje II. větě thermodynamické. Musí tudíž  $A' - A$  býti nulou nebo záporné, tedy

$$A' \leq A, \quad \eta' = \frac{A'}{Q} \leq \frac{A}{Q} = \eta.$$

Stroj  $M'$  nemůže mít větší účinnost než zvratný stroj  $M$ .

Jsou-li oba stroje  $M$  i  $M'$  zvratné, můžeme jejich činnost obrátit a dospějeme stejnou úvahou k důsledku, že také účinnost stroje  $M$  nemůže být větší než účinnost stroje  $M'$ . Pro zvratné stroje má tudíž platit současně

$$\eta' \leq \eta, \quad \eta \leq \eta', \quad \text{tedy musí} \quad \eta' = \eta$$

čili účinnost obou zvratných strojů je stejná. Podle toho účinnost každého zvratného stroje je táž, jako účinnost ideálního Carnotova stroje pracujícího mezi těmiž teplotami, tedy

$$\eta = \frac{A}{Q} = \frac{T - T_0}{T}.$$

Účinnost nezvratného stroje je buď menší nebo nejvýš rovná účinnosti Carnotova stroje. Ve skutečnosti nezvratný děj znamená, že byla opomenuta příležitost proměnit teplo v práci a proto je účinnost vždy menší, tedy

$$\eta = \frac{A}{Q} < \frac{T - T_0}{T}.$$

**133. Entropie.** Pro každý kruhový zvratný děj, při němž výměna tepla se děje jen při dvou teplotách  $T$  a  $T_0$ , platí podle předešlého

$$\frac{A}{Q} = \frac{Q - Q_0}{Q} = \frac{T - T_0}{T},$$

z čehož po jednoduché úpravě plyne

$$\frac{Q}{T} = \frac{Q_0}{T_0}.$$

To znamená, že nabrané teplo  $Q$  je k vydanému teplu  $Q_0$  v poměru absolutních teplot obou lázní.

V dalším budeme důsledně nabraná tepla označovat kladně; proto teplo vydané chladnější lázni označíme  $-Q_0$ , takže

hořejší rovnice nabývá tvaru

$$\frac{Q}{T} + \frac{Q_0}{T_0} = 0.$$

Tento vztah platný pro dvě tepelné lázně, zobecníme pro kruhový zvrtný děj, při němž se výměna tepel děje při větším počtu teplot  $T_1, T_2, T_3, \dots, T_n$ .

Budiž průběh tohoto kruhového děje znázorněn v obr. 193 závislosti absolutní teploty  $T$  na objemu  $V$ . Z diagramu je zřejmé, že celkový kruhový děj můžeme rozložit na  $(n-1)$  kruhových dějů probíhajících jen mezi dvěma sousedními teplotami; každá přidaná příčka v diagramu probíhá se dvakrát a to v opačných směrech, takže se v součtu ruší. Pro tyto jednoduché kruhové děje platí

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0, \quad \frac{Q'_2}{T_2} + \frac{Q'_3}{T_3} = 0, \dots, \quad \frac{Q''_{n-1}}{T_{n-1}} + \frac{Q_n}{T_n} = 0.$$

Tepla  $Q_2, Q_3, \dots, Q_{n-1}$  při původním ději nabraná jsou

$$Q_2 = Q'_2 + Q''_2, \quad Q_3 = Q'_3 + Q''_3, \dots, \quad Q_{n-1} = Q'_{n-1} + Q''_{n-1}.$$

Sečteme-li všechny dřívější rovnice, dostáváme

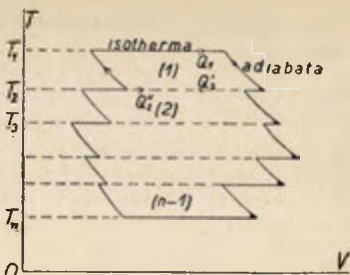
$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} + \dots + \frac{Q_n}{T_n} = 0 \quad \text{anebo} \quad \sum \frac{Q}{T} = 0.$$

V případě, že kruhový zvrtný děj probíhá při teplotách spojitě proměnlivých, přechází součet v předešlém vzorci v limitě na integrál po uzavřené cestě (to se vyznačuje kroužkem na znamení integračním) a máme

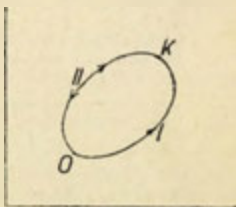
$$\oint \frac{dQ}{T} = 0.$$

Budiž  $O$  (obr. 194) počáteční stav soustavy a  $K$  některý jiný stav, do něhož se dostává soustava při kruhovém zvrtném ději. Pak můžeme horní rovnici psát ve tvaru platném pro dvě změny I. a II.

$$\int_{O(I)}^K \frac{dQ}{T} + \int_K^O \frac{dQ}{T} = 0.$$



Obr. 193. Kruhový děj s několika lázněmi.



Obr. 194. Uzavřená cesta při kruhovém ději.

Z toho plyne, změníme-li v druhém integrálu meze a tedy i jeho znaménko

$$\int_{o(II)}^K \frac{dQ}{T} = - \int_K^{o(II)} \frac{dQ}{T}.$$

To znamená, že hodnota tohoto integrálu počítaná při kterémkoli zvratném ději nezávisí na cestě a tedy závisí pouze na počátečním a konečném stavu soustavy. Hodnota toho integrálu (po zvratné cestě) definuje tudíž změnu určité funkce stavu  $S$ , kterou Clausius nazval *entropie*; platí tudíž

$$S_K - S_o = \int_o^K \frac{dQ}{T} \quad (\text{po zvratné cestě}).$$

Při malé zvratné změně je přírůstek entropie  $dS$  určen vztahem

$$dS = \frac{dQ}{T}.$$

Rozměr entropie je podle toho

$$[S] = \frac{\text{energie}}{\text{stupeň}}, \text{ tedy jednotka } \frac{\text{erg}}{\text{grad}}, \text{ v praksi } \frac{\text{cal}}{\text{grad}}.$$

Absolutní hodnotu entropie určit nedovedeme (podobně jako vnitřní energii). V praksi čítá se entropie od nulového stavu, za který se považuje kapalně skupenství při  $0^\circ$ . Entropie jest ovšem úměrná množství látky; zpravidla se vztahuje na 1 gram a pak ji označíme  $s$ .

Jako příklad vypočteme entropii 1 g vody ( $s_1$ ) a nasycené páry ( $s_2$ ) při  $100^\circ\text{C}$ . Při zvratném zahřívání vody o  $dT$  nabírá se teplo  $c \cdot dT$  ( $c = 1 \text{ cal}$ ) a tedy při zahrnutí z  $0^\circ\text{C}$  na  $100^\circ\text{C}$  se zvětší její entropie o

$$s_1 = \int_{273}^{373} \frac{c \cdot dT}{T} = c \cdot \ln \frac{373}{273} = 0.312 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot \text{grad}}.$$

Na vypaření 1 g vody při  $100^\circ$  se potřebuje 539 cal; je tedy entropie  $s_2$  nasycené páry při  $100^\circ$

$$s_2 = s_1 + \frac{539}{373} = 0.312 + 1.445 = 1.757 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot \text{grad}}.$$

Hodnoty entropie vody a nasycené páry bývají uvedeny v technických tabulkách (na př. Technický průvodce II., Felber a Hýbl, Teplo, str. 169).

Změnu entropie ideálního plynu můžeme počítati snadno. Grammolekula plynu mějí při počátečním objemu  $V_o$  a teplotě  $T_o$  entropii  $S_o$ . Při malé změně stavu (o  $dT$  a  $dV$ ) jest přijaté teplo

$$dQ = C_v \cdot dT + p \cdot dV = C_v \cdot dT + \frac{RT}{V} dV,$$

dosadíme-li za tlak  $p$  jeho hodnotu plynoucí ze stavové rovnice  $pV = RT$ . Změna entropie  $dS$  je při této malé změně stavu

$$dS = \frac{dQ}{T} = C_v \frac{dT}{T} + R \frac{dV}{V}$$

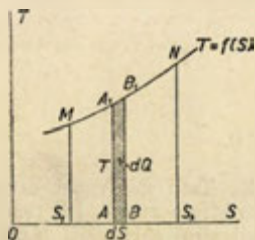
a tedy celková změna entropie při konečné změně stavu

$$S - S_0 = C_v \int_{T_0}^T \frac{dT}{T} + R \int_{V_0}^V \frac{dV}{V} = C_v \cdot \ln \frac{T}{T_0} + R \cdot \ln \frac{V}{V_0}.$$

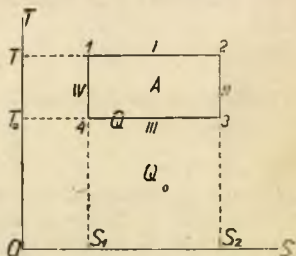
Jako I. věta thermodynamická vedla k definici vnitřní energie  $U$  jakožto funkci stavu, tak také II. věta thermodynamická definuje entropii  $S$  jako funkci stavu. Obě tyto funkce mají jednu společnou vlastnost. Vnitřní energie soustavy energeticky izolované (jež tedy nepřijímá z vnějška energii ani v podobě tepla ani v podobě práce) zůstává stálá. Podobně entropie  $S$  soustavy tepelně izolované ( $dQ = 0$ ) při zvrátných změnách zůstává stálá

$$S - S_0 = \int \frac{dQ}{T} = 0, \text{ tedy } S = S_0.$$

Při adiabatickém zvrátném ději entropie se nemění. Gibbs proto adiabatické zvrátné děje nazýval *isentropické*. Je důležité zdů-



Obr. 195. Tepelný diagram.



Obr. 196. Tepelný diagram Carnotova kruhového děje.

razniti zvrátnost uvažovaného děje; pro nezvrátné děje tato věta neplatí, jak v dalším poznáme.

Kruhové zvrátné děje můžeme s výhodou graficky vyznačiti v t. zv. tepelném diagramu (obr. 195), v němž znázorníme abs. teplotu  $T$  jako funkci entropie  $S$ . V tomto diagramu jsou totiž isothermy i adiabaty přímkami. Podle definice entropie je nabrané teplo  $dQ$  při teplotě  $T$  dáno vztahem  $dQ = T \cdot dS$  a je tedy v tepelném diagramu vyznačeno svislým pruhem  $AA_1B_1B$  nad změnou  $dS$  se prostírajícím až k čáře  $T = f(S)$ . Nabrané teplo  $Q$

při konečném zvrtném ději mezi entropiemi  $S_1$  a  $S_2$  je pak vyznačeno v tepelném diagramu plochou  $S_1 M N S_2$ .

Dříve uvažovaný Carnotův kruhový děj (odst. 131) je znázorněn v tepelném diagramu (obr. 196) stranami obdélníku 1-2-3-4. I. isothermická expanse je znázorněna přímkou 1—2 (entropie stoupá při stálé teplotě), II. adiabatická expanse přímkou 2—3 (teplota klesá při stálé entropii), III. isothermická komprese přímkou 3—4 a poslední adiabatická komprese přímkou 4—1. Nabrané teplo  $Q$  při teplotě  $T$  a vydané teplo  $Q_0$  při teplotě  $T_0$  jsou znázorněny plochami obdélníků

$$Q = S_1-1-2-S_2, \quad Q_0 = S_1-4-3-S_2;$$

jejich rozdíl znamená získanou práci

$$A = Q - Q_0 = 1-2-3-4.$$

Z diagramu lze přímo vyčísliti účinnost tohoto kruhového děje

$$\eta = \frac{A}{Q} = \frac{1-2-3-4}{S_1-1-2-S_2} = \frac{T - T_0}{T}.$$

**134. Entropie při nezvratných změnách.** Účinnost nezvratného stroje (pracujícího mezi dvěma teplotami  $T$  a  $T_0$ ) je podle Carnotovy věty vždy menší než účinnost zvrtného stroje, tudíž

$$\eta = \frac{A}{Q} = \frac{Q - Q_0}{Q} < \frac{T - T_0}{T}.$$

Z toho plyne po jednoduché úpravě

$$\frac{Q}{T} - \frac{Q_0}{T_0} < 0,$$

při čemž  $Q_0$  znamená vydané teplo. Tato nerovnost osvětluje příčinu, proč je účinnost nezvratného stroje menší. Při témž nabraném teple  $Q$  na vyšší lázni odvádí stroj chladnější lázni více tepla  $Q_0$ , než při zvrtném ději, kdy levá strana by byla nulou, a tedy méně tepla proměnil v práci.

Značíme-li důsledně nabraná tepla jako kladná, musíme u vydaného tepla  $Q_0$  změnit znaménko a máme

$$\frac{Q}{T} + \frac{Q_0}{T_0} < 0.$$

Tato nerovnost, platná pouze pro dvě tepelné lázně, zobecněna podobně jako v předešlém odstavci pro libovolný počet lázní, vede k nerovnosti

$$\Sigma \frac{Q}{T} < 0;$$



při spojitých změnách teploty platí

$$\oint \frac{dQ}{T} < 0.$$

Uvažujme kruhový děj, při němž soustava z počátečního stavu  $O$  (obr. 194) přejde po nezvratné cestě I do konečného stavu  $K$  a odtud se vrátí po zvratné cestě II do původního stavu  $O$ . Pro tento nezvratný kruhový děj platí podle předešlé rovnice

$$\int_{O(\text{nezvr.})}^K \frac{dQ}{T} + \int_K^{O(\text{zvr.})} \frac{dQ}{T} < 0,$$

anebo když v druhém integrálu po zvratné cestě II změním meze a tedy i znaménko

$$\int_{O(\text{nezvr.})}^K \frac{dQ}{T} < \int_{O(\text{zvr.})}^K \frac{dQ}{T} = S_K - S_O.$$

Integrál na pravé straně nerovnosti, vzatý po zvratné cestě, definuje totiž podle předešlého odstavce přírůstek entropie. Při nezvratném ději je tedy přírůstek entropie větší, než kolik činí hodnota integrálu

$$\int \frac{dQ}{T}.$$

V soustavě tepelně izolované platí  $dQ = 0$  a tedy předešlý integrál je nulou; z toho plyne

$$S_K - S_O > 0 \quad \text{anebo} \quad S_K > S_O.$$

Entropie izolované soustavy při nezvratném ději vždy roste, při zvratném ději zůstává stálá, takže se sama sebou nemůže zmenšovati.

Jako příklad vyšetřujme pokus Gay-Lussacův (odst. 129, obr. 188), jímž se studovala závislost vnitřní energie na objemu plynu. Plyn uzavřený v nádobě objemu  $V_0$  přejde samovolně po otevření kohoutu do druhé stejné velké a prázdné nádoby; objem se zvětší na dvojnásobný ( $V = 2V_0$ ), teplota se při tom nezměnila ( $T = T_0$ ). Změna entropie jest (odst. 133)

$$S - S_0 = C_v \ln \frac{T}{T_0} + R \ln \frac{V}{V_0} = 0 + R \ln 2.$$

Entropie se zvýšila, děj je nezvratný; plyn sám od sebe nepřejde zpět do jedné nádoby, aby vytvořil v druhé vakuum.

Entropie je pojem málo názorný. O jejím smyslu poučí nás tato úvaha. Izolovaná soustava při zvratných dějích musí být stále v rovnovážném stavu, neboť jen tak mohou děje probíhat v obou směrech; entropie se při tom nemění. Není-li však soustava v rovnováze (na př. v různých místech je různá

teplota nebo různý tlak, jež se samy vyrovnávají), pak soustava sama sebou přechází do stavu bližšího rovnováze a změny ty jsou nezvratné; entropie roste. Proto můžeme podle Plancka spatřovati v entropii míru záliby, jakou příroda má pro jednotlivé stavy. Je-li tato záliba (entropie) pro počáteční i konečný stav stejná, nedává příroda žádnému z nich přednost a děj může postupovati v obou směrech, je zvrtný. Je-li však záliba přírody (entropie) pro konečný stav větší než pro počáteční, pak příroda dovoluje jen přechod z počátečního stavu do konečného a zabráňuje přechod opačný; děj je nezvratný.

Se stanoviska kinetické teorie tepla je stav soustavy určen okamžitými stavy (polohou a rychlostí) jednotlivých molekul. Podle toho můžeme přisuzovati jednotlivým možným stavům soustavy různé statistické pravděpodobnosti  $W$ . Boltzmann ukázal, že entropie  $S$  souvisí s pravděpodobností  $W$  daného stavu vztahem

$$S = k \cdot \ln W,$$

při čemž  $k$  slove Boltzmannova konstanta a rovná se (pro mol) plynové konstantě  $R$  dělené Avogadrovým číslem  $N$ ,

$$k = \frac{R}{N} = 1.372 \cdot 10^{-16} \frac{\text{erg}}{\text{grad}} = 3.277 \cdot 10^{-24} \frac{\text{cal}}{\text{grad}}.$$

V tomto smyslu jsou pak věty o entropii zcela názorné. Isolovaná soustava sama sebou se mění v tom smyslu, že pravděpodobnost konečného stavu je větší než počátečního stavu a tedy entropie stoupá. Jen tehdy, když pravděpodobnosti počátečního a konečného stavu jsou stejné, mohou děje probíhati v obou směrech; proto při zvrtných dějích entropie se nemění.

**135. Jiné funkce stavu.** V rovnovážném stavu soustavy mají zcela určitou hodnotu, závislou jen na daném stavu, tyto veličiny: tlak  $p$ , objem  $V$ , abs. teplota  $T$ , vnitřní energie  $U$  a entropie  $S$ .

Také každá funkce utvořená jen z těchto veličin je rovněž závislá pouze na daném stavu, ne však na způsobu, jak se soustava do toho stavu dostala. V termodynamice zavádějí se tři další funkce stavu, jejichž význam v dalším stručně objasníme.

#### 1. Tepelný obsah $I = U + p \cdot V$ .

Zahříváme-li soustavu při stálém tlaku (děj isobarický), zvýší se její vnitřní energie o  $\Delta U$  a vykoná práci  $p \cdot \Delta V$ , nač musí ze zevnějšíka přijati teplo

$$\Delta Q = \Delta U + p \cdot \Delta V = \Delta I_p,$$

při čemž index (v daném případě tlak  $p$ ) určuje veličinu, která při dané změně se nemění. Předchozí rovnice tudíž znamená: teplo přijaté při isobarickém zvrtném ději se rovná přírůstku tepelného obsahu; odtud jméno té funkce.

#### 2. Volná energie $F = U - T \cdot S$ .

Při zvrtné isothermické změně ( $T = \text{stálé}$ ) koná soustava práci  $\Delta A = p \cdot \Delta V$ , jež se podle I. věty rovná

$$p \cdot \Delta V = \Delta Q - \Delta U.$$

Podle definice entropie je však

$$\Delta Q = T \cdot \Delta S,$$

takže po dosazení máme

$$\Delta A = p \cdot \Delta V = T \cdot \Delta S - \Delta U = -(\Delta F)_T.$$

To znamená: práce vykonaná při zvrátané isothermické změně rovná se úbytku volné energie. Volná energie  $F$  znamená tedy tu část vnitřní energie, kterou můžeme za stálé teploty přeměnit v práci, odtud její jméno. Zbývající část vnitřní energie

$$G = U - F = T \cdot S$$

se nedá isothermicky přeměnit v práci a nazývá se vázaná energie.

3. *Thermodynamický potenciál*  $\Phi = U + p \cdot V - T \cdot S$ .

Tato stavová funkce má význam při změně skupenství, jež se děje za stálého tlaku i za stálé teploty.

Při libovolné malé změně soustavy jest

$$d\Phi = dU + p \cdot dV + V \cdot dp - T \cdot dS - S \cdot dT.$$

Pro teplo  $\Delta Q$  při tom přijaté platí vztah (z I. věty a z definice entropie)

$$\Delta Q = dU + p \cdot dV = T \cdot dS,$$

takže po dosazení za  $T \cdot dS$  do předešlé rovnice zbývá

$$d\Phi = V \cdot dp - S \cdot dT.$$

Při změně skupenství je

$$dp = 0, \quad dT = 0, \quad \text{tedy i } d\Phi = 0.$$

To znamená, že při změně skupenství se nemění thermodynamický potenciál. Tedy táž látka (na př. voda a její nasycená pára) má v různých skupenstvích, jež jsou spolu v rovnováze, stejný thermodynamický potenciál (vztahovaný ovšem na jednotku hmoty).

**136. Gibbsovo fázové pravidlo.** Určitá látka (na př. voda nebo síra) nebo soustava látek (na př. voda a kuchyňská sůl) může se vyskytovat v různých modifikacích (videch), z nichž každá je fysikálně stejnorodá, ale liší se od vidů ostatních.  $H_2O$  se vyskytuje jako led, voda a pára. Síru známe ve 4 modifikacích, dvě jsou pevné, kosočtverečná a jednoklonná, jedna kapalná a jedna plynná. V soustavě  $H_2O + NaCl$  jsou možné tyto modifikace: led, pevná sůl, roztok a vodní pára. Takovéto modifikace nazýváme obecně *fáze*. Je tedy fáze látka fysikálně i chemicky stejnorodá (nemusí to býti však chemicky čistá látka, na př. roztok, směs plynů).

*Složky* jsou chemicky čisté látky, z nichž se dá daná soustava fází složit. Soustava vody a páry má jednu složku ( $\text{H}_2\text{O}$ ), solný roztok má dvě složky ( $\text{H}_2\text{O}$ ,  $\text{NaCl}$ ).

*Rovnováha soustavy* je takový její stav, při němž se soustava sama ze sebe nemění. Voda se svou nasycenou parou je v rovnováze; avšak ve styku vody s přehřátou parou není rovnováhy, nýbrž voda se vypařuje tak dlouho, až se pára stane nasycenou. Rovnováha soustavy nezávisí na tom, kolik hmoty obsahuje každá fáze, nýbrž toliko na fyzikálním stavu každé fáze.

Počet nezávislých stavových veličin, jimiž je daný rovnovážný stav fyzikálně určen, nazývá se počet stupňů volnosti nebo zkrátka *volnost* soustavy. Na př. vodní pára má dva stupně volnosti, neboť může se nezávisle na sobě měnit její tlak  $p$  a její teplota  $T$ ; soustava je bivariantní.

Voda a pára tvoří soustavu monovariantní, t. j. s jediným stupněm volnosti, neboť její teplotou  $T$  jest již stanoveno napětí  $p$  nasycené páry a tedy i tlak celé soustavy.

Solný roztok ve styku s vodní parou je soustava o dvou složkách ( $\text{H}_2\text{O}$ ,  $\text{NaCl}$ ) a má dva stupně volnosti, totiž teplotu  $T$  a koncentraci  $c$  roztoku; jimi je pak určeno napětí  $p$  par vodních.

Gibbs (1874) odvodil z thermodynamických úvah velmi důležitý vztah mezi počtem složek  $n$ , počtem fází  $f$  a volností  $v$  každé soustavy v rovnováze, totiž

$$f + v = n + 2;$$

*počet fází a počet stupňů volnosti jest o 2 větší než počet nezávislých složek.* Tedy počet stupňů volnosti  $v$  určité soustavy počítáme ze vztahu

$$v = n - f + 2.$$

Správnost tohoto fázového pravidla nahlédneme touto úvahou: Jediná složka (na př.  $\text{H}_2\text{O}$ ) v jediné fázi (na př. pára) má 2 stupně volnosti v souhlase s fázovým pravidlem,  $v = 1 - 1 + 2 = 2$ . Připojíme-li další fázi (na př. vodu), musí býti splněna podmínka, že thermodynamické potenciály obou fází jsou stejné; tato podmínka určuje jednu stavovou veličinu (na př.  $p$ ) jako funkci druhé ( $T$ ), takže zbývá jediná nezávislá veličina stavová ( $v = 1$ ). Platí tudíž zase hořejší pravidlo,  $v = 1 - 2 + 2 = 1$ .

Připojíme-li k této soustavě (voda + pára) novou složku (na př.  $\text{NaCl}$ ), aniž bychom měnili počet fází, máme soustavu „roztok + pára“, jež má jakožto novou nezávislou veličinu koncentraci  $c$  roztoku. Počet stupňů volnosti je 2, zase v souhlase s uvedeným pravidlem  $v = 2 - 2 + 2 = 2$ . — Obecný důkaz fázového pravidla spočívá

na úvahách thermodynamických; je to vlastně zobecnění načrtnutých myšlenek.

Podle Gibbsova pravidla jedna fáze jediné složky je bivariantní ( $v=2$ ) a může mít různé teploty i tlaky. Soustava dvou fází téže složky je monovariantní ( $v=1$ ); rovnováha nastává při různých teplotách, ale pak jest již tlak určen (nebo naopak). Soustava tří fází téže složky nemá vůbec volnosti a je invariantní. To znamená, že tři fáze téže složky mohou být v rovnováze jen při zcela určitém tlaku a při zcela určité teplotě; příslušný stav se jmenuje trojbod.

**137. Clapeyronova rovnice.** Stejná množství různých fází téže látky, jež jsou vespolek v rovnováze, tedy při témž tlaku a při téže teplotě, mají různé vnitřní energie i různé objemy. V dalším budeme vše vztahovati na 1 gram a příslušné stavové veličiny budeme značiti malými písmeny. Tu fázi, která má za stejných podmínek větší vnitřní energii, nazýváme vyšší, na př. pára je vyšší fáze než voda, voda je vyšší než led. Na změnu nižší fáze (1) na vyšší (2) je třeba dodati jisté teplo  $l$ , jež se obecně nazývá *utajené teplo* (latentní); při změnách skupenství sluje teplo *skupenské*. Největší část tohoto tepla  $l$  zvyšuje vnitřní energii o část  $(u_2 - u_1)$ , zbytek se spotřebuje na vykonání práce spojené se změnou objemu, jež jest  $p \cdot (v_2 - v_1)$ . Podle I. věty thermodynamické platí

$$l = (u_2 - u_1) + p(v_2 - v_1) = (u_2 + p v_2) - (u_1 + p v_1) = i_2 - i_1.$$

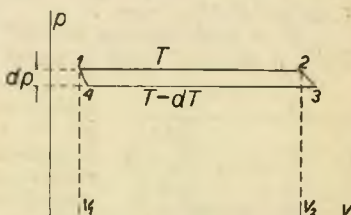
Utajené teplo rovná se přírůstku tepelného obsahu  $i$ . Ta část utajeného tepla, která se spotřebuje jen na zvýšení vnitřní energie, nazývá se vnitřní utajené teplo  $(u_2 - u_1)$ ; zbytek proměněný na práci slove vnější utajené teplo a jest  $p \cdot (v_2 - v_1)$ .

Na př. gram vody  $100^\circ$  potřebuje utajené (skupenské) teplo  $538.7$  cal, aby se přeměnil na nasycenou páru téže teploty. Při tom se objem zvětší z hodnoty  $v_1 = 1.04 \text{ cm}^3$  platné pro vodu na objem  $v_2 = 1675 \text{ cm}^3$  pro nasycenou páru a to za tlaku  $p = 1 \text{ atm} = 1.013 \cdot 10^6 \text{ dyn/cm}^2$ . Vykoná se tudíž práce

$$p(v_2 - v_1) = 1.013 \cdot 10^6 \cdot 1674 = 1.696 \cdot 10^9 \text{ erg} = 169.6 \text{ joule} = 40.5 \text{ cal},$$

což je tedy vnější utajené teplo. Na vnitřní utajené teplo (zvýšení vnitřní energie) tedy zbývá  $498.2 \text{ cal}$ .

Vykonejme s 1 gramem látky Carnotův kruhový děj, zahrnující v sobě změny fáze při teplotách  $T$  a  $T - dT$ . Pro určitost popisu mějme na mysli vypařování vody, ale úvaha platí obecně pro jakoukoliv změnu fáze. Gram vody při tep-



Obr. 197. Carnotův cyklus při změnách fáze.



lotě  $T$  necháme vypařiti se na nasycenou páru (děj 1—2 v obr. 197); na to se potřebuje teplo  $Q=l$  a objem se změní z  $v_1$  na  $v_2$ . Pak necháme páru adiabaticky se rozepnouti, až se ochladí na teplotu  $T-dT$  (děj 2—3) a při této teplotě ji zkapalníme (děj 3—4) do té míry, aby následující adiabatická komprese (4—1) ji převedla na kapalinu v původním stavu. Práce  $dA$  tímto cyklem získaná je v tlakovém diagramu znázorněna plochou 1—2—3—4, jež je v limitě úzkým obdélníkem délky  $(v_2-v_1)$  a šířky  $dp$ , tudíž

$$dA = (v_2 - v_1) \cdot dp.$$

Podle Carnotovy věty jest účinnost tohoto cyklu

$$\eta = \frac{dA}{Q} = \frac{(v_2 - v_1) dp}{l} = \frac{dT}{T},$$

z čehož plyne pro utajené teplo  $l$  (ovšem vyjádřené v mechanických jednotkách)

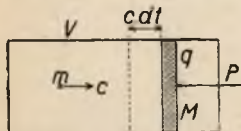
$$l = T \cdot (v_2 - v_1) \cdot \frac{dp}{dT}.$$

Tento důležitý vztah sluje Clapeyronova rovnice. Vztahujeme-li vše na grammolekulu, při čemž její objem značíme  $V$  a molekulové latentní teplo  $L$ , má tato rovnice tvar

$$L = T(V_2 - V_1) \cdot \frac{dp}{dT}.$$

**138. Kinetická theorie plynů.** D. Bernoulli (1738) vyslovil myšlenku, že molekuly plynů se pohybují přímočaře a že tlak plynů vzniká nárazy molekul na stěnu. Na základě tohoto názoru odvozovali zákony platné pro plyny Joule (1851) a Krönig (1856). O vybudování této nauky, zvané *kinetická theorie plynů*, zasloužili se zejména Clausius, Maxwell, Gibbs a Boltzmann. V dalším podáme základní myšlenky této nauky, avšak v zjednodušeném tvaru.

Plyn budiž uzavřen ve válci  $V$  s pístem  $M$  (obr. 198). V  $1\text{ cm}^3$  budiž  $n$  molekul, každá o hmotě  $m$ . Pro zjednodušení předpokládáme, že všechny molekuly mají za dané teploty stejnou rychlost  $c$  a že se pohybují jen ve třech směrech k sobě kolmých. V každém ze tří směrů se tedy pohybuje třetina molekul, polovička z toho na jednu stranu, druhá polovička na opačnou stranu. Směrem k pístu se tedy pohybuje v každém  $\frac{1}{3}n$  molekul. Za krátkou dobu  $dt$



Obr. 198.  
Vznik tlaku v plynu.

proběhne každá molekula dráhu  $c \cdot dt$ ; narazí tedy za tu dobu na píst  $M$  šestina z celkového počtu molekul, které jsou obsaženy v prostoru  $q \cdot c dt$  u pístu, a bude nárazů  $\frac{1}{6} nq \cdot c \cdot dt$ . Každá molekula při nárazu odevzdá pístu až do svého zastavení impuls  $m \cdot c$ , pak se odrazí touž rychlostí a tím udělí pístu znovu reakční impuls  $m \cdot c$ . Celkový impuls  $dG$  dodaný pístu za dobu  $dt$  je tudíž

$$dG = \frac{1}{6} nqc \cdot dt \cdot 2mc = \frac{1}{3} nmqc^2 \cdot dt = P \cdot dt,$$

značí-li  $P$  sílu, jež by za dobu  $dt$  udělila pístu stejný impuls. Působí tedy tyto velmi četné nárazy molekul na píst stejně jako trvalá síla

$$P = \frac{1}{3} nmqc^2.$$

Tak velkou silou musíme s druhé strany působiti na píst, aby zůstal v klidu.

Síla působící na jednotku plochy je tlak  $p$ , pro nějž dostáváme

$$p = \frac{P}{q} = \frac{1}{3} nmc^2 = \frac{1}{3} \sigma c^2.$$

Součin  $n \cdot m$  znamená totiž celkovou hmotu v jednotce objemové a rovná se spec. hmotě  $\sigma$  plynu. Tlak plynu za dané teploty je tedy úměrný spec. hmotě plynu.

Budíž  $\mu$  molekulová hmotu plynu a  $V$  objem grammolekuly. Pak je  $\sigma = \mu/V$  a po dosazení dostáváme

$$p \cdot V = \frac{1}{3} \mu c^2.$$

Součin z tlaku a objemu je za dané teploty stálý, což je Boyleův zákon. Srovnání této rovnice se stavovou rovnicí  $p \cdot V = R \cdot T$  vede k vztahu  $\frac{1}{3} \mu c^2 = RT$  anebo  $\frac{1}{2} \mu c^2 = \frac{3}{2} RT$ .

Kinetická energie grammolekuly (a tedy i jednotlivé molekuly) jest úměrná absolutní teplotě. Pro kinetickou energii jedné molekuly dostáváme

$$\frac{1}{2} mc^2 = \frac{1}{2} \frac{\mu}{N} c^2 = \frac{3}{2} \frac{R}{N} T = \frac{3}{2} kT.$$

Při tom znamená  $N$  počet molekul v grammolekule (Avogadrovo číslo) a  $k$  se nazývá Boltzmannova konstanta. V uvažovaném případě má molekula 3 stupně volnosti; na jeden stupeň volnosti připadá tedy energie  $\frac{1}{2} k \cdot T$ , jak jsme toho již použili při výkladu specifických tepel (odst. 124 a 126).

Pro rychlost  $c$  molekuly plyne ze vzorce

$$\frac{1}{2} \mu c^2 = RT \quad \text{hodnota} \quad c = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}.$$

Při teplotě  $0^{\circ}\text{C}$  ( $T=273^{\circ}$ ) dostáváme pro molekulu vodíku ( $\mu=2.016$ ) rychlost 1840 m/sec, kyslíku 461 m/sec, kysličníku uhlí-  
čitého 393 m/sec.

Za téže teploty mají molekuly různých plynů touž kinetickou energii, tedy

$$\frac{1}{2} m_1 c_1^2 = \frac{1}{2} m_2 c_2^2.$$

Budiž za téhož tlaku i teploty v objemové jednotce prvního plynu  $n_1$  molekul, podobně druhého plynu  $n_2$  molekul. Rovnost jejich tlaků vyžaduje

$$p = \frac{1}{3} n_1 m_1 c_1^2 = \frac{1}{3} n_2 m_2 c_2^2.$$

Z obou uvedených rovnic plyne  $n_1 = n_2$ ; tedy objemová jednotka různých plynů za téhož tlaku i téže teploty obsahuje vždy též počet molekul, což je zákon Avogadrův.

Ve skutečnosti molekuly se pohybují všemi směry a při vzájemných srážkách mění své rychlosti. Tím stávají se vývody kinetické teorie plynů mnohem složitější; vedou však k výsledkům právě odvozeným, jen místo stálé rychlosti  $c$  nutno položit ve vzorcích kvadratický průměr  $\bar{c}$  ze všech rychlostí, tedy

$$\bar{c}^2 = \frac{1}{n} (c_1^2 + c_2^2 + \dots + c_n^2).$$

## IV. Soustavy o jedné složce.

**139. Tání a tuhnutí.** Zahříváme-li chemicky čistou látku pevnou (na př. salol nebo naftalin) ve vodní lázni, teplota nejprve stoupá, až při určitém stupni, t. zv. *teplotě tání* nebo *bodě tání*, začne se měnit v kapalinu. Pokud jsou vedle sebe pevná a kapalná fáze, teplota se nemění. Teprve až všechna látka roztaje, počne teplota dále stoupat. Stálost bodu tání je důležitou kontrolou čistoty dané látky.

Při ochlazování kapaliny je děj právě obrácený. Teplota nejprve klesá až k teplotě tuhnutí, jež pro čisté látky se přesně rovná teplotě tání. Po dobu tuhnutí se teplota nemění; teprve když všechna látka ztuhla, počne teplota dále klesati. O stanovení teploty tání a tuhnutí viz Zákł. prakt. fys., str. 112.

Při teplotě tání je pevná a kapalná fáze v rovnováze, t. j. tato soustava za tepelné izolace sama ze sebe se nemění (nepřibývá ani neubývá žádné z obou fází). Dodáme-li soustavě teplo, teplota se ovšem nezmění, ale přibývá fáze kapalná; při odnímání tepla přibývá fáze pevná. Teplo potřebné k tomu, aby 1 g pevné fáze, zahřátý na teplotu tání, se proměnil v kapalinu téže teploty, nazývá se *skupenské teplo tání*. Je to teplo potřebné jen na změnu skupenství (vedle nepatrné vnější práce), neprojevuující se změnou

teploty a proto se mu dříve říkalo teplo utajené (latentní). Při tuhnutí kapaliny každý gram látky vydává na venek stejně velké skupenské teplo, jež je třeba odváděti, má-li tuhnutí pokračovati. Skup. teplo tání měříme kalorimetrem; viz Zákl. prakt. fys., str. 134.

V následující tabulce jsou uvedeny teploty tání a skupenská tepla v cal/g některých čistých látek:

| Látka                 | Teplota tání | Skup. teplo tání | Látka               | Teplota tání | Skup. teplo tání |
|-----------------------|--------------|------------------|---------------------|--------------|------------------|
| rtuť . . . . .        | — 38·9°      | 2·8              | olovo . . . . .     | 327°         | 5·4              |
| voda . . . . .        | 0·0°         | 79·7             | zinek . . . . .     | 419·4°       | 27               |
| benzol . . . . .      | 5·5°         | 30·1             | magnesium . . . . . | 650°         | 46·5             |
| salol . . . . .       | 42·0°        | —                | hliník . . . . .    | 658°         | 94               |
| fosfor bílý . . . . . | 44·2°        | 5                | stříbro . . . . .   | 960·5°       | 26·0             |
| naftalin . . . . .    | 80·0°        | 35·6             | zlato . . . . .     | 1063°        | 15·9             |
| cín . . . . .         | 231·9°       | 14·0             | měď . . . . .       | 1083°        | 42               |
| vismut . . . . .      | 271°         | 13·0             | nikl . . . . .      | 1451°        | 58               |
| kadmium . . . . .     | 320·9°       | 13·7             | platina . . . . .   | 1764°        | 27               |

Kapalná fáze sama o sobě může existovati i pod bodem tuhnutí; tomu zjevu říkáme *přechlazení*. Na př. sirnatan sodný, tající při 48°, dá se přechladiti až na 15°, aniž ztuhne. Vhodíme-li však do přechlazené kapaliny krystalek pevné fáze, počne kapalina ihned tuhnutí, při čemž se uvolněným teplem skupenským zahřívá až na normální teplotu tuhnutí. Také vodu zbavenou vzduchu je možné přechladiti o 10° i více.

Tání i tuhnutí je provázeno změnou objemu. Zpravidla se objem látek táním zvětšuje. Zvětšení objemu táním činí u olova 3·4%, kadmia 4·7%, rtuti 3·7%, kyseliny octové 12·6%. Fáze pevná, majíc větší spec. hmotu, klesá ke dnu ve fázi kapalně. Výjimečně se objem u některých látek zmenšuje. Sem patří led, jenž táním zmenšuje objem o 9·1%; naopak voda tuhne zvětšuje svůj objem (prasknutí zamrzlého vodovodu, roztržení bomby s vodou mrazem, trhání skal mrazem). Podobně se chová vismut (zmenšení 3·3%) a antimon (také šedá litina a některé slitiny).

Rovnováha mezi pevnou a kapalnou fází má podle Gibbsova fázového pravidla jeden stupeň volnosti; je totiž

$$n = 1, \quad f = 2, \quad v = n - f + 2 = 1.$$

To znamená, že rovnováha existuje za různých tlaků  $p$ , jímž je teprve stanovena teplota tání. Avšak změna teploty tání s tlakem je dosti malá a proto se k ní v praxi nepřihlíží. Jaký účinek má zvýšení tlaku o  $dp$ , o tom nás poučuje Clapeyronova rovnice (odst. 137)

$$l = T(v_2 - v_1) \frac{dp}{dT},$$

v níž  $l$  znamená skupenské teplo,  $T$  absolutní teplotu tání a  $v_1$  a

$v_2$  specifické objemy fáze pevné a kapalné. Z ní plyne

$$\frac{dT}{dp} = \frac{T(v_2 - v_1)}{l}.$$

Zpravidla táním se objem zvětšuje, tedy  $v_2 > v_1$  a pravá strana je kladná. To znamená, že u těchto látek se stoupajícím tlakem se zvyšuje teplota tání. Zvýšení bodu tání způsobené zvětšením tlaku o 1 atm činí pro olovo  $0.008^\circ$ , pro zinek  $0.006^\circ$ , pro kadmium  $0.003^\circ$ .

U látek, jež při tání objem zmenšují, jest  $v_2 < v_1$  a tedy

$$\frac{dT}{dp} < 0.$$

Takové látky při vyšším tlaku tají již za nižší teploty.

Vypočteme jako příklad snížení bodu tání u vody, způsobené vzrůstem tlaku  $dp = 1 \text{ atm} = 1.013 \cdot 10^6 \text{ dyn/cm}^2$ . Pro vodu platí

$$v_1 = 1.09070, \quad v_2 = 1.0012, \quad \text{tudíž } v_2 - v_1 = -0.0906 \text{ cm}^3,$$

$$T = 273^\circ, \quad l = 79.7 \text{ cal} = 79.7 \cdot 4.186 \cdot 10^7 \text{ ergů}.$$

Po dosazení máme

$$dT = \frac{T(v_2 - v_1)}{l} dp = - \frac{273 \cdot 0.0906}{79.7 \cdot 4.186 \cdot 10^7} \cdot 1.013 \cdot 10^6 = -0.0075^\circ,$$

což úplně souhlasí s pozorováním. Na tomto snížení bodu tání při větším tlaku spočívá známý pokus o regulaci ledu, dále vznik kolejí ve sněhu, tání ledu pod bruslemi a proto malé tření při bruslení, sesouvání ledovců. Podobně se chovají i ostatní látky, zmenšující táním objem.

**140. Nasycené páry.** Ve válcové nádobě s pístem (obr. 199) mějme kapalinu a její páru. Tato soustava má podle Gibbsova pravidla jeden stupeň volnosti; to znamená, že rovnováha mezi kapalinou a parou může nastati při kterékoliv teplotě  $t$ , ale pak už je rovnovážný tlak  $p$  určen. Pára, která je v rovnováze se svou kapalinou, nazývá se *nasycená* nebo *sytá*; její tlak  $p$  se jmenuje *napětí nasycené páry* při dané teplotě. Jestliže při dané teplotě vnější tlak je větší než napětí nasycených par, páry kapalněji (kondensují), až zbudě jen kapalná fáze. Při menším vnějším tlaku vypaří se kapalina úplně a vzniklé páry se rozeprnou na takový objem, aby jejich napětí se rovnalo vnějšímu tlaku. Takovéto páry slovou *přehřáté* a jejich napětí je menší než napětí nasycených par.



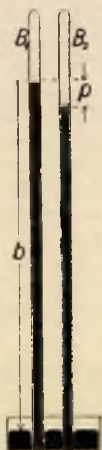
Obr. 199.  
Rovnováha  
mezi kapalinou  
a plynnou fází.

Páry samotné (dobře zbavené prachu) mohou míti také větší napětí, než je napětí nasycených par; nazýváme je *přesycené*. Jakmile tam však vznikne jediná kapka kapaliny, ihned se přebytečné páry srazí a napětí klesne na hodnotu nasycených par.

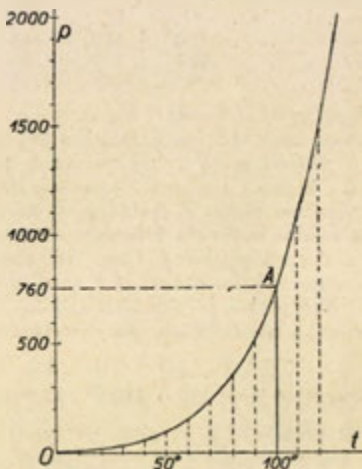


Páry jsou (až na některé výjimky) tak čiré jako plyny a tedy neviditelné. Při kondensaci tvoří se v nich mlha v podobě malých kapiček volně se vznášejících, jež je teprve oku patrná. Takováto pára s mlhou slove *vlhká pára*.

Napětí nasycených par můžeme nejlépe měřit, vpravíme-li něco kapaliny do vakua v Toricelliově trubici  $B_2$  (obr. 200). Jakmile kapalina vyplove na povrch rtuti, vytvoří se rovnovážný stav mezi kapalinou a parou; snížení původního sloupce rtuťového určuje napětí  $p$  nasycených par za dané teploty, jež se stanoví buď v mm Hg  $0^\circ$  nebo v technických atmosférách ( $1 \text{ at} = 1 \text{ kg/cm}^2$ ).



Obr. 200. Napětí nasycených par.



Obr. 201. Napětí nasycených par vodních.

Zahříváme-li Toricelliovu trubici s kapalinou a parou, zjistíme, že napětí nasycených par s teplotou urychleně vzrůstá. Theoretický vztah pro závislost napětí  $p$  nasycených par na teplotě, jenž by platil obecně, nepodařilo se dosud odvodit. Pro menší rozmezí teplot dobře vyhovuje vztah Kolářkův (1882)

$$\ln p = A - \frac{B}{T} - C \ln T;$$

v něm  $T$  znamená abs. teplotu a  $A, B, C$  jsou konstanty různé pro různé kapaliny. V praxi závislost napětí nasycených par na teplotě, jak vyplývá z měření, vyjadřujeme buď tabulkou nebo grafem (obr. 201).

Tabulka napětí nasycených par vodních v mm Hg a v technických atmosférách (kg/cm<sup>2</sup>).

|     | mm Hg | at     |     | mm Hg | at    |      | mm Hg | at    |
|-----|-------|--------|-----|-------|-------|------|-------|-------|
| 0°  | 4.6   | 0.0062 | 50° | 92.5  | 0.126 | 100° | 760   | 1.033 |
| 10° | 9.2   | 0.0125 | 60° | 149.4 | 0.203 | 110° | 1075  | 1.461 |
| 20° | 17.5  | 0.0238 | 70° | 233.7 | 0.318 | 120° | 1489  | 2.025 |
| 30° | 31.8  | 0.0433 | 80° | 355.1 | 0.483 | 130° | 2026  | 2.755 |
| 40° | 55.3  | 0.0752 | 90° | 525.8 | 0.715 | 140° | 2711  | 3.685 |

Různé látky mají ovšem napětí nasycených par za téže teploty také různé, jak je zřejmé z následující tabulky ( $p$  v mm Hg 0°):

| teplota . . . . . | 0°    | 10°   | 20°   | 30°   | 40°   | 50°    |
|-------------------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|
| alkohol . . . . . | 12.7  | 24.2  | 44.5  | 78.5  | 133.7 | 219.9  |
| benzol . . . . .  | 25.3  | 45.2  | 75.6  | 120.2 | 183.6 | 271.4  |
| éter . . . . .    | 184.4 | 286.8 | 432.8 | 634.8 | 907.0 | 1264.8 |

V rovnovážné soustavě kapaliny s její nasycenou parou můžeme považovati také tlak za nezávislou veličinu. Ke každému danému tlaku  $p$  přísluší zcela určitá teplota  $t$ , při níž vedle sebe existují obě fáze, kapalná i plynná; tato teplota nazývá se *bod varu* příslušný danému tlaku. Z grafu napětí nasycených par (obr. 201) stanovíme snadno bod varu příslušný danému tlaku; na obr. 201 jest určen bod varu příslušný tlaku 760 mm Hg, jenž je ovšem 100°. S rostoucím tlakem stoupá bod varu zprvu rychle, čím dále však volněji. Pro praksi je nejdůležitější závislost bodu varu vody na tlaku v techn. atmosférách, jež je sestavena v následující tabulce:

|           |       |       |        |        |        |        |        |        |        |
|-----------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| tlak:     | 0.5   | 1.0   | 2.0    | 3.0    | 4.0    | 5.0    | 7.5    | 10     | 15 at  |
| bod varu: | 80.9° | 99.1° | 119.6° | 132.9° | 142.9° | 151.5° | 167.0° | 179.0° | 197.4° |

Při přeměně 1 g kapaliny na sytou páru téže teploty se zvýší jednak vnitřní energie o  $(u_2 - u_1)$ , jednak se koná práce  $p \cdot (v_2 - v_1)$ , znamená-li  $p$  napětí nasycených par,  $v_2$  jejich spec. objem a  $v_1$  spec. objem kapaliny. Podle I. věty thermodynamické je tudíž třeba dodat 1 g kapaliny určité teplo  $l$ , zvané *teplo výparné* nebo také *skupenské teplo vypařovací*, pro něž platí

$$l = (u_2 - u_1) + p(v_2 - v_1).$$

Teplo výparné se stanoví v cal/g; při tom je třeba v předešlém vzorci jak zvýšení vnitřní energie (t. zv. *vnitřní* teplo výparné), tak i vykonanou práci (t. zv. *vnější* teplo výparné) rovněž stanovit v cal/g. O kalorimetrickém měření výparného tepla viz Zákł. prakt. fys., str. 136. Vnější teplo výparné  $p \cdot (v_2 - v_1)$  se počítá z napětí nasycených par  $p$  a ze spec. objemů  $v_2$  páry a  $v_1$  kapaliny; odečtením jeho hodnoty od celkového výparného tepla dostaneme vnitřní výparné teplo  $u_2 - u_1$  (srovnej příklad v odst. 137).

Z měření plyne, že jak celkové výparné teplo  $z$ , tak i vnitřní výparné teplo ( $u_2 - u_1$ ) s rostoucí teplotou ustavičně klesá, až při jisté teplotě, zvané *kritickou* (pro vodu  $374^\circ$ ), se stává nulou. Vnější teplo výparné  $p \cdot (v_2 - v_1)$  s rostoucí teplotou mírně stoupá až do maxima (pro vodu asi při  $220^\circ$ ) a pak rychle klesá a při teplotě kritické je rovněž nulou. Pro praksi jsou nedůležitější výparná tepla vody, jež jsou sestavena v následující tabulce (vesměs v cal/g).

| $t$                   | $0^\circ$ | $50^\circ$ | $100^\circ$ | $150^\circ$ | $200^\circ$ | $250^\circ$ | $300^\circ$ | $350^\circ$ | $374^\circ$ |
|-----------------------|-----------|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| $u_2 - u_1$           | 565.3     | 533.0      | 498.2       | 459.5       | 416.5       | 361.8       | 289.4       | 182.6       | 0           |
| $p \cdot (v_2 - v_1)$ | 30.1      | 35.4       | 40.5        | 44.6        | 47.3        | 46.3        | 40.8        | 27.7        | 0           |
| $z$                   | 595.4     | 568.4      | 538.7       | 504.1       | 463.8       | 408.1       | 330.2       | 210.3       | 0           |

Jestliže kapalinu necháme rychle se odpařovati (odvádějice vzniklé páry) a nedodáváme jí tepla, kapalina se silně ochlazuje. Prudkým odpařováním étheru dá se dosáhnouti značně nízkých teplot. V praksi užívá se tohoto zjevu ke konstrukci chladicích strojů, v nichž se prudce vypařuje tekutý épavek, o př. kysličník uhličitý nebo kysličník siřičitý.

Jestliže nasycené páry kondensují v kapalinu, uvolňuje se jejich výparné teplo a jím se okolí zahřívá. Na tom se zakládá ústřední topení vodní parou.

Obsáhlé tabulky, týkající se vodní páry, jsou uvedeny v Techn. průvodci II., Felber a Hýbl, Teplo, str. 162 až 171.

**141. Vypařování a var.** Dosud jsme předpokládali, že kapalina je ve styku toliko se svou parou. Zpravidla však je volný povrch kapaliny ve styku se vzduchem. V tomto případě utvoří se těsně nad povrchem kapaliny vrstva nasycených par, jež difusí odcházejí do sousedního vzduchu; na jejich místo vycházejí z povrchu kapaliny nové nasycené páry. Tomuto zjevu říkáme *vypařování*; páry vznikají jen na volném povrchu, avšak při každé teplotě. Poněvadž difuze par do vzduchu postupuje celkem zvolna, je vypařování za obvyklých poměrů pomalé. Rychlost vypařování je tím větší, čím je vyšší napětí nasycených par; proto se stoupající teplotou rychlost vypařování značně vzůstá. Zvýšimo-li však teplotu tak, že při ní napětí nasycených par se právě rovná tlaku vnějšího vzduchu, nastane zjev jiný. Vrstva nasycené páry nad kapalinou se může rozpínati, přemáhajíc vnější tlak, a proto nové páry mohou rychle vznikat. Jsou-li v kapalině malé bublinky vzduchu, vznikají nasycené páry i uvnitř bublinek, značně je rozšiřují a vystupují kлокotem nad povrch kapaliny. Tento zjev se nazývá *var* kapaliny; vzniká jen při určité teplotě (bodu varu), při níž napětí nasycených par se rovná vnějšímu tlaku, a páry se tvoří netoliko na povrchu, nýbrž i uvnitř kapaliny. Pokud kapalina vře, má teplotu stálou; veškeré dodané teplo se zužitkuje na přeměnu skupenství. Teplo potřebné k tomu, aby se 1 g vroucí kapaliny proměnil na nasycenou páru téže teploty, nazývá se *skupenské teplo varu* a rovná se ovšem výparnému teplu při téže teplotě.

Není-li v kapalině bublinek vzduchových (byly-li na př. předcházejícím varem úplně vypuzeny), může se kapalina přehřát i o několik stupňů. Když pak nastane var, je velmi prudký, neboť najednou se vytvoří tolik par,

že se jejich skupenským teplem odebere kapalině takové množství tepla, až se ochladí na příslušný bod varu. Prehřátí kapalin zamezujeme tím, že do ní dáme platinové, po př. železné odstrižky, skleněné kuličky a pod., na jejichž povrchu tkví vrstva vzduchu.

Normální teplota (bod) varu je ta teplota, při níž vře daná kapalina za normálního tlaku atmosférického (760 mm Hg 0°). V následující tabulce jsou sestaveny norm. body varu  $t_1$  různých látek a skup. tepla varu  $l$  v cal/g:

|                       | $t_1$    | $l$  |               | $t_1$  | $l$   |
|-----------------------|----------|------|---------------|--------|-------|
| vodík . . .           | — 252·6° | —    | alkohol . . . | 78·3°  | 207·0 |
| dusík . . .           | — 195·7° | 48   | benzol . . .  | 80·2°  | 94·9  |
| kyslík . . .          | — 183·0° | 51   | voda . . .    | 100·0° | 538·7 |
| CO <sub>2</sub> . . . | — 78·5°  | 142  | anilin . . .  | 184·4° | 113·9 |
| chlor . . .           | — 33·6°  | 67   | rtuť . . .    | 357·0° | 67·8  |
| NH <sub>3</sub> . . . | — 33·5°  | 341  | síra . . .    | 444·6° | 362   |
| ether . . .           | + 34·6°  | 88·4 | zinek . . .   | 918·0° | —     |

Na teplotu varu má ovšem podstatný vliv vnější tlak působící na kapalinu. To nahlédneme snadno z diagramu napětí nasycených par (obr. 201). Z něho je zřejmé, že při větším tlaku kapalina vře vždy při vyšší teplotě, za menšího tlaku ovšem při nižší teplotě. O zvýšení bodu varu  $dT$ , jež způsobí zvětšení tlaku o  $dp$ , poučí nás Clapeyronova rovnice

$$l = T(v_2 - v_1) \cdot \frac{dp}{dT},$$

z níž plyne

$$dT = \frac{T(v_2 - v_1)}{l} \cdot dp.$$

Jako příklad vypočteme toto zvýšení  $dT$  pro vodu v okolí normálního bodu varu pro  $dp = 1$  mm Hg; při tom ovšem všechny veličiny musíme vyjádřit v absolutní mře. Jest

$$dp = 1 \text{ mm Hg} = \frac{1 \cdot 013 \cdot 10^6}{760} \text{ dyn/cm}^2; \quad T = 373^\circ,$$

$$v_2 = 1675 \text{ cm}^3/\text{g}, \quad v_1 = 1 \text{ cm}^3/\text{g},$$

$$l = 538 \cdot 7 \text{ cal/g} = 538 \cdot 7 \cdot 4 \cdot 186 \cdot 10^7 \text{ erg/g}.$$

Po dosazení máme

$$dT = \frac{373 \cdot 1674}{538 \cdot 7 \cdot 4 \cdot 186 \cdot 10^7} \cdot \frac{1 \cdot 013 \cdot 10^6}{760} = 0 \cdot 0369^\circ,$$

což se úplně shoduje s pozorováním. Při barometrickém tlaku  $b$  (mm Hg 0°), nepřilíh odchylném od normálního tlaku, lze tedy počítati teplotu varu vody  $t_1$  podle vzorce

$$t_1 = 100 \cdot 0 + 0 \cdot 037 (b - 760),$$

jak to bylo již v termometrii uvedeno.

Určíme-li teplotu varu čisté vody na volném prostranství, můžeme z toho stanoviti barometrický tlak. Na tom se zakládá *hypsothermometr*, jehož se užívá



při barometrickém měření výšek hor pro stanovení tlaku vzdušného na lodích a p.d. Je to v podstatě nádoba, v níž vaří čistá voda; teplota varu odčítá se na teploměru dělením v okolí  $100^{\circ}$  aspoň na desetiny stupně, aby bylo možno teplotu varu na setinu stupně zjistiti. K dané teplotě varu pomocí tabulek vyhledá se pak příslušný barometrický tlak (změně teploty varu o  $0.01^{\circ}$  odpovídá zhruba změna tlaku o  $0.27$  mm Hg).

**142. Sublimace. Trojbod.** Sublimací nazýváme přímou přeměnu pevné fáze v plynnou. Na př. led se i za mrazu stále vypařuje (zmrzlé prádlo uschne, aniž by led roztál). Vpravíme-li do Toricelliova vakua za teploty pod  $0^{\circ}$  kousek ledu, nastane tam rovnovážný stav mezi ledem a parami, jež se v tomto případě nazývají nasycené nad ledem. Napětí nasycených par nad ledem je vždy nižší než napětí nasycených par nad přechlazenou vodou, jak vysvitá z této tabulky (napětí v mm Hg  $0^{\circ}$ ):

|                 |             |              |               |               |               |
|-----------------|-------------|--------------|---------------|---------------|---------------|
| nas. páry:      | $0^{\circ}$ | $-5^{\circ}$ | $-10^{\circ}$ | $-15^{\circ}$ | $-20^{\circ}$ |
| nad ledem . . . | 4.58        | 3.02         | 1.96          | 1.25          | 0.78          |
| nad vodou . . . | 4.58        | 3.16         | 2.14          | 1.42          | —             |

Sublimace jeví se též dobře na jodu a vůbec na látkách páchnoucích, neboť zápach je podmíněn přítomností par dané látky ve vzduchu.

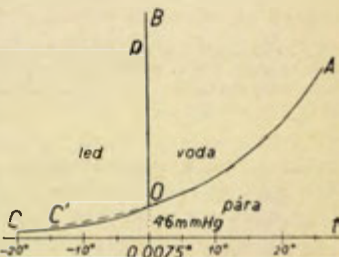
Také na sublimaci 1g látky je zapotřebí určitého tepla, jež se nazývá *teplo sublimační*.

Rovnovážný stav mezi 3 fázemi téže čisté látky (na př. led, voda a pára) může nastati jen při zcela určité teplotě a určitém tlaku, neboť tato soustava je podle fázového pravidla invariantní. Tento stav se nazývá *trojbod*. V stavovém diagramu (obr. 202), v němž stav látky je vyznačen bodem o souřadnicích  $t$  a  $p$ , sbíhají se v trojbodu tři mezní čáry, určující rovnovážné stavy vždy mezi dvěma fázemi. Pro vodu je určen trojbod hodnotami

$$p = 4.6 \text{ mm Hg}, \quad t = +0.0075^{\circ}.$$

Na obr. 202 je naznačen stavový diagram vody. V něm je:

- $O$  trojbod,
- $OA$  čára vypařovací, určující rovnováhu mezi vodou a parou,
- $OB$  čára tuhnutí, stanovící rovnováhu mezi ledem a vodou.
- $OC$  čára sublimační, vyjadřující rovnováhu mezi ledem a parou;
- $OC'$  určuje rovnováhu mezi přechlazenou vodou a parou (je to pokračování čáry  $AO$ ).



Obr. 202. Stavový diagram vody.



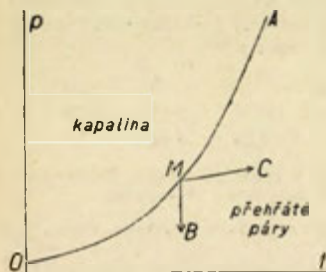
Označíme-li fázi pevnou indexem 1, kapalnou 2 a plynnou 3, platí podle I. věty thermodynamické pro skupenská tepla  $l_{12}$ ,  $l_{23}$  a  $l_{13}$  vztah

$$l_{13} = l_{12} + l_{23}.$$

Podle toho sublimační teplo  $l_{13}$  ledu při trojvodu (a též při  $0^\circ$ ) je

$$l_{13} = 79.7 + 595.4 = 675 \text{ cal/grad.}$$

**143. Páry přehřáté.** Páry, jež mají menší napětí než přísluší nasyceným parám při dané teplotě, nazývají se přehřáté. Vzniknou z nasycených par (stav určený bodem  $M$  na čáře



Obr. 203. Stavový diagram.

vypařovací  $OA$  v obr. 203), jež nejsou ve styku s kapalinou, když buď zvětšíme isothermicky jejich objem a tím snížíme jejich tlak (děj  $MB$ ) nebo když při témž objemu zvýšíme jejich teplotu (děj  $MC$ ); v posledním případě jejich napětí sice stoupá, ale méně, než vyžaduje křivka vypařovací.

Jestliže páru necháme rozpínati se adiabaticky, nemůžeme předem říci, stane-li se přehřátou či začne-li kapalněti. Adiabatickou expansí sníží se totiž

zároveň tlak i teplota par. Jestliže snížený tlak je menší než napětí par nasycených při snížené teplotě, stanou se páry přehřátými; tak se chovají páry étherové. Zpravidla však snížený tlak zůstane větší, než je napětí nasycených par při snížené teplotě; v tom případě páry jsou přesycené a, je-li v nich prach a pod., začnou kapalněti v podobě mlhy. Takto se chovají zejména páry vodní, jež tedy při adiabatické expansi se mění ve vlhkou páru, ale při adiabatické kompresi se stávají přehřátými.

Chceme-li 1 g nasycené páry vodní proměnit kompresí na nasycenou páru teploty o  $1^\circ\text{C}$  vyšší, musíme parám odňmáti teplo (t. j. dodati záporné teplo  $c'$ ). Toto teplo  $c'$  nazývá se specifické teplo nasycených par a činí pro vodní páru při  $100^\circ\text{C}$   $c' = -1.08 \text{ cal/g}$ . U étherových par je toto teplo  $c'$  kladné.

Páry přehřáté řídí se velmi přibližně týmiž zákony jako plyny. Vyhovují tudíž stavové rovnici  $p \cdot V = R \cdot T$  a to tím lépe, čím jsou dále od stavu nasycenosti. Pro spec. hmotu  $s$  přehřátých par platí tudíž též vztah jako u plynů, totiž

$$\frac{s}{s_0} = \frac{p}{p_0} \cdot \frac{T_0}{T}.$$

# Kramerius 5

Digitální knihovna

---

## Podmínky využití

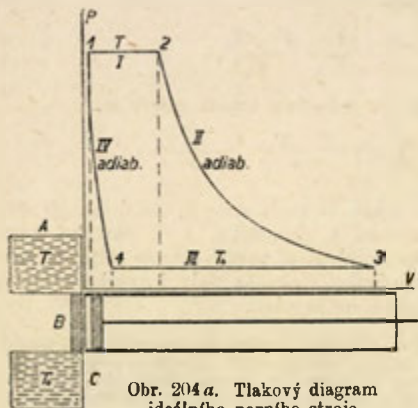
Moravská zemská knihovna v Brně poskytuje přístup k digitalizovaným dokumentům pouze pro nekomerční, vědecké, studijní účely a pouze pro osobní potřeby uživatelů. Část dokumentů Digitální knihovny MZK podléhá autorským právům. Využitím Digitální knihovny MZK a vygenerováním kopie části digitalizovaného dokumentu se uživatel zavazuje dodržovat tyto podmínky využití, které musí být součástí každé zhotovené kopie. Jakékoli další kopírování materiálu z Digitální knihovny MZK není možné bez případného písemného svolení knihovny.

Hlavní název: **Technická fyzika**

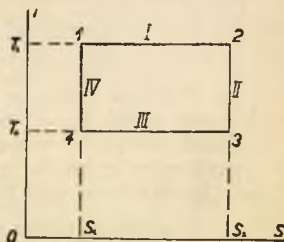
Stránky: 285, 286, 287, 288, 289, 290, 291, 292, 293, 294, 295, 296, 297, 298, 299, 300, 301, 302, 303, 304, 305, 306, 307, 308, 309, 310, 311, 312, 313, 314, 315, 316, 317, 318, 319, 320, 321, 322, 323, 324, 325, 326, 327, 328, 329, 330, 331, 332, 333, 334, 335, 336, 337, 338, 339, 340, 341, 342, 343, 344, 345, 346, 347, 348, 349, 350, 351, 352, 353, 354, 355, 356, 357, 358, 359, 360, 361, 362, 363, 364, 365, 366, 367, 368, 369, 370, 371, 372, 373, 374, 375, 376, 377, 378, 379, 380, 381, 382, 383, 384, 385, 386, 387, 388, 389, 390, 391, 392, 393, 394, 395, 396, 397, 398, 399, 400, 401, 402, 403, 404, 405, 406, 407, 408, 409, 410, 411, 412, 413, 414, 415, 416, 417, 418, 419, 420, 421, 422, 423, 424, 425, 426, 427, 428, 429, 430

Můžeme tudíž definovati hustotu přehřátých par jakožto poměr hmoty daných par ke hmotě stejného objemu suchého vzduchu za téhož tlaku a teploty. Hustota přehřátých par nezávisí ani na tlaku ani na objemu a jest úměrná molekulové hmotě par. Proto stanovení hustoty par je důležitou methodou pro určování molekulových hmot. Jak se měří hustota par, je uvedeno v Zákł. prakt. fys., str. 108 až 112.

**144. Ideální parní stroj.** V praksi teplo měníme nejčastěji v práci parním strojem, v němž je činnou látkou vodní pára. Podle Carnotovy věty (odst. 132) bude tato přeměna práce v teplo nejúčinnější tehdy, jsou-li všechny děje zvrátelné. Této podmínce ovšem v praksi nelze zcela vyhověti, ale přece se snažíme co nejvíce se přiblížiti zvrátelnosti všech dějů, což by pak představovalo ideální parní stroj.



Obr. 204 a. Tlakový diagram ideálního parního stroje.



Obr. 204 b. Tepelný diagram ideálního parního stroje.

Ve válci s izolujícím pístem i s izolujícím pláštěm (pouze dno je pro teplo propustné) mějme na počátku (stav 1, obr. 204 a a b) vodu abs. teploty  $T$  a tlaku  $p$ , rovného napětí nasycených par. Čtyři děje tohoto Carnotova cyklu jsou pak:

I. Isothermické vypařování, znázorněné přímkou 1—2 v tlakovém i tepelném diagramu. Dno válce spojíme s ohřívákem  $A$  teploty  $T$  a necháme vodu za stálé teploty se vypařiti na nasycenou páru tlaku  $p$ . Při tom se nabere na každou jednotku vypařené vody skupenské teplo  $l$ .

II. Adiabatická expanse, znázorněná čarou 2—3. Dno válce tepelně izolujeme (deskou  $B$ ) a necháme páru adiabaticky se

rozpínati, až se ochladí na teplotu chladníku  $T_0$ . Pára při tom již částečně kondensuje, stává se vlhkou a má napětí nasycených par  $p_0$ .

III. Isothermická kondensace při teplotě  $T_0$ , znázorněná přímkou 3—4. Dno válce uvedeme ve styk s chladníkem  $C$  teploty  $T_0$  a stlačováním páry za stálého tlaku  $p_0$  ji kondensujeme do té míry, aby další adiabatická kondensace IV. ji přeměnila na vodu původního stavu. Pára odvádí při tom své kondensační teplo chladníku.

IV. Adiabatická kondensace, znázorněná čarou 4—1. Dno válce tepelně izolujeme a stlačujeme páru s vodou adiabaticky, při čemž stoupá teplota, takže na konec máme zase vodu původního stavu ( $p, T$ ).

Teplo nabrané při vyšší teplotě  $T$  je skupenské teplo  $l$ ; pro účinnost  $\eta$  stroje platí vztah

$$\eta = \frac{A}{Q} = \frac{A}{l} = \frac{T - T_0}{T},$$

takže práce  $A$  (vztahovaná na jednotku hmoty páry) je

$$A = l \cdot \frac{T - T_0}{T}.$$

Z tohoto vzorce je zřejmé, že parní stroj je tím účinnější, čím je větší rozdíl teplot ohříváku a chladníku, t. j. parní kotle a kondensátoru. Proto snaha po zlepšení parního stroje vede k tomu, užívatí páry vysokého původního tlaku (a tedy i vysoké teploty) a v kondensátoru míti teplotu co nejnižší.

Ve skutečném parním stroji je práce vykonaná značně menší než stanoví odvozený vzorec. Příčinou toho jsou jednak ztráty třením a vedením tepla, jednak okolnost, že veškeré děje ve skutečném parním stroji jsou (a vlastně musí býti) nevratné. Např. v parním stroji na 5 at ( $T = 151 \cdot 5^\circ + 273 \cdot 1^\circ = 424 \cdot 6^\circ$ ), má-li kondensátor teplotu  $27^\circ$  ( $T_0 = 27^\circ + 273 \cdot 1^\circ = 300 \cdot 1^\circ$ ), je theoretická účinnost

$$\eta = \frac{T - T_0}{T} = \frac{124 \cdot 5}{424 \cdot 6} = 0 \cdot 293,$$

čili skoro 30%. Skutečná účinnost v praxi bývá však jen asi 12%.

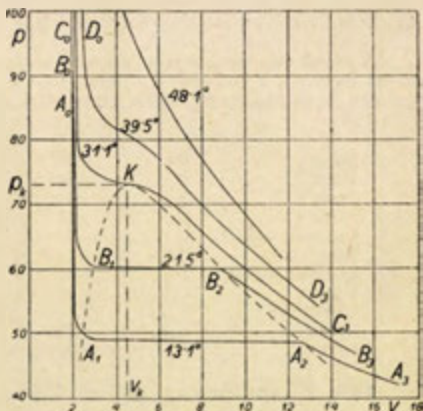
Větší účinnost výbušných motorů spočívá v tom, že se v nich pracuje s mnohem větším rozdílem teplot, který jest pro parní stroj nedosažitelný. Veškeré děje v nich jsou však velmi vzdálené od ideálu zvrátneho stroje, jemuž se nejvíce přibližuje dobrý parní stroj.

**145. Stav kritický.** Ve válcovité nádobě s pístem mějme nějakou látku, na př.  $\text{CO}_2$ , která se vyskytuje ve skupenství kapalném i plynném, a udržujeme ji na stálé teplotě. Při velmi značném vnějším tlaku látka je kapalná; její stav budiž vyjádřen v tlakovém diagramu bodem  $A_0$  (obr. 205; pro úsporu místa je rýsována pouze

horní část tlakového diagramu od 40 do 100 atm). Zmenšujeme-li tlak, zvětšuje se zcela nepatrně objem (děj  $A_0 A_1$ ). Jakmile však vnější tlak klesne na hodnotu rovnou napětí nasycených par, nastane vypařování a máme rovnovážnou soustavu kapalně a plynné fáze. Tato soustava může mít různě velký objem, nejmenší ( $A_1$ ), je-li tam pouze kapalná fáze, a největší ( $A_3$ ), je-li tam pouhá nasycená pára. Rovnováze obou fází přísluší čára  $A_1 A_2$ , jež znamená buď vypařování (směr  $A_1 A_2$ ) nebo kapalnění (směr  $A_2 A_1$ ). Zmenší-li se tlak pod napětí nasycených par, objem se zvětšuje podle Boyleova zákona, což je vyznačeno čarou  $A_2 A_3$ . Čára  $A_0 A_1 A_2 A_3$  je isotherma soustavy, příslušná určité teplotě  $t$  (v daném příkladu  $13\cdot1^\circ$ ).

Opakujeme-li též pokus při vyšší teplotě, na př.  $21\cdot5^\circ$  (isotherma  $B_0 B_1 B_2 B_3$ ), jest čára vypařování  $B_1 B_2$  kratší, nasycené páry při této teplotě jsou mnohem hustší a proto jejich spec. objem je značně menší ( $B_2$ ); mimo to spec. objem kapalně fáze se mírně zvětšil ( $B_1$ ).

Zvyšujeme-li dále teplotu, čára vypařování se stále zkracuje, až při určité teplotě (pro  $\text{CO}_2$   $31\cdot1^\circ$ ), jež se nazývá kritická, zkrátí se na nulu ( $K$ ), t. j. spec. objem kapalně i plynné fáze je stejný. Tento stav, určený bodem  $K$ , slove *kritický stav*; jemu přísluší určitý kritický objem  $v_k$  a kritický tlak  $p_k$ . V uvedeném příkladu kysličníku uhličitého jest kritická teplota  $31\cdot1^\circ \text{C}$ , kritický tlak 73 atm a kritický objem (vztažený na to množství plynu, jež by při  $0^\circ \text{C}$  a 760 mm Hg mělo jednotkový objem)  $0\cdot0044 \text{ cm}^3$ .

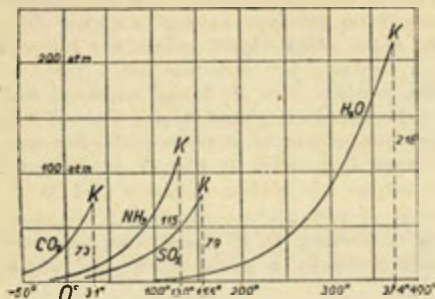


Obr. 205. Isothermy kysličníku uhličitého.

V obr. 205 jsou nakresleny isothermy kysličníku uhličitého podle měření Andrewsových (1869); tlak je vyjádřen v atmosférách a objem v tisícínách toho objemu, jež má  $\text{CO}_2$  při  $0^\circ \text{C}$  a při tlaku 1 atm. Příslušné teploty jsou připsány u isotherm. — Kritický stav znal již Cagniard de la Tour (1822); zavrhně se jeho studiem zabývali Andrews, Amagat, Wroblewski a Olszewski.



V kritickém stavu mizí vůbec rozdíl mezi kapalnou a plynnou fází. Netoliko spec. objem, nýbrž i jejich vnitřní energie je stejná



Obr. 206. Vypařovací čáry  $\text{CO}_2$ ,  $\text{NH}_3$ ,  $\text{SO}_2$  a  $\text{H}_2\text{O}$ .

a proto výparné teplo se stává nulou; »kapalina« i »pára« tvoří jedinou fází. Mizí proto volný povrch mezi oběma fázemi a povrchové napětí jen nulové. Čára vypařovací, znázorňující závislost napětí nasycených par na teplotě (obr. 206), nepokračuje do nekonečna, nýbrž končí se bodem  $K$ , příslušným kritickému stavu.

V následující tabulce jsou uvedeny kritické hodnoty některých látek, kritická teplota  $t_k$  v stupních C, kritický tlak  $p_k$  v atm a kritický objem  $v_k$ , vztahující se na jednotkový objem plynné fáze za normálních poměrů ( $0^\circ\text{C}$ , 760 mm Hg):

|                    |                                | $t_k$                | $p_k$ | $v_k$   |
|--------------------|--------------------------------|----------------------|-------|---------|
| helium             | He                             | — 260 <sup>0</sup>   | 2.3   | 0.00299 |
| vodík              | $\text{H}_2$                   | — 234.5 <sup>0</sup> | 20    | 0.00264 |
| dusík              | $\text{N}_2$                   | — 146 <sup>0</sup>   | 33    | 0.00517 |
| kyslík             | $\text{O}_2$                   | — 118 <sup>0</sup>   | 50    | 0.00426 |
| kysličník uhličitý | $\text{CO}_2$                  | + 31.1 <sup>0</sup>  | 73    | 0.0044  |
| ammoniak           | $\text{NH}_3$                  | + 130 <sup>0</sup>   | 115   | 0.0048  |
| kysličník siřičitý | $\text{SO}_2$                  | + 155 <sup>0</sup>   | 79    | 0.0059  |
| éter               | $\text{C}_2\text{H}_5\text{O}$ | + 197 <sup>0</sup>   | 35.8  | 0.0158  |
| alkohol            | $\text{C}_2\text{H}_5\text{O}$ | + 243 <sup>0</sup>   | 62.7  | 0.0071  |
| benzol             | $\text{C}_6\text{H}_6$         | + 288.5 <sup>0</sup> | 47.9  | 0.0161  |
| voda               | $\text{H}_2\text{O}$           | + 374 <sup>0</sup>   | 217.5 | —       |

**146. Zkapalňování plynů.** Při teplotě vyšší, než je kritická teplota, isotherma  $D_0D_3$  (obr. 205) blíží se tvaru isothermy dokonalých plynů, jež je rovnoramenná hyperbola. Při teplotě vyšší než kritická nenastává vůbec zkapalnění, ať zvyšujeme tlak jakkoliv. To vysvětluje nezdár starších pokusů Nattererových, jemuž se nepodařilo ani tlakem několika tisíc atm zkapalnit t. zv. permanentní plyny. Má-li být plyn zkapalněn, je třeba, aby byl plyn předem ochlazen pod kritickou teplotu.

Andrews navrhl, aby se užívalo pro plynnou fází nad kritickou teplotou názvu plyn a pod kritickou teplotou názvu pára. Podle toho  $\text{CO}_2$  je za obvyklé teploty parou, při teplotách nad 31.1<sup>0</sup> však je plynem. Za takového označování platí věta: Páry se dají zkapalnit pouhým tlakem, ne však plyny, jež musí být napřed ochlazeny pod kritickou teplotu, aby přešly do stavu par.

Při zkapaňování t. zv. permanentních plynů je tedy podstatnou podmínkou ochladiti je pod jejich kritickou teplotu, nač obyčejné mrazotvorné směsi nepostačí. Dříve se užívalo k tomu ochlazení prudkého vypařování vhodných látek ( $\text{SO}_2$ ,  $\text{NH}_3$ ,  $\text{CH}_3\text{Cl}$ ,  $\text{CO}_2$ ,  $\text{C}_2\text{H}_4$ ) zkapaňovaných a ochlazených; zpravidla bylo třeba užití několika ochlazovacích stupňů (stupňová neboli kaskádní metoda).

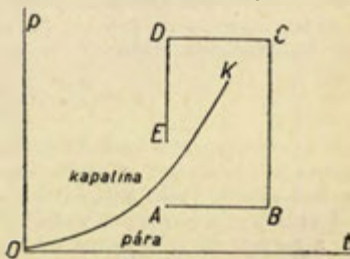
V novějších strojích, jež sestrojili Linde v Německu a Hampson v Anglii, používá se Joule-Thomsonova zjevu, že skutečné plyny silně stlačené se při náhlé expansi poněkud ochlazují. Takto ochlazený plyn vede se zpět vnější trubicí protiproudového zařízení (dvě trubice v sebe zasunuté), při čemž ochlazuje stlačený plyn nově přiváděný vnitřní trubicí, jenž pak při své expansi se ochladí ještě silněji; tak se pokračuje do té míry, až teplota plynu klesne pod jeho kritickou teplotu. Při expansi pak část plynu začíná kapalněti.

Kapalné plyny (vzduch, kyslík a pod.) lze po delší dobu chovati v nádobách Dewarových, jež mají dvojité stěny, mezi nimiž je vakuum jakožto jediný dokonale tepelný izolátor. Použitím tekutého vzduchu nebo kyslíku (teplota asi  $-183^\circ$ ) lze demonstrovati chování se různých látek za velmi nízkých teplot:

1. Barevné roztoky v tekutém vzduchu tak rychle zmrznou, že přidaná látka zůstává v ledu, a dostáváme barevný led.
2. Btuž rychle tuhne, rovněž éther, alkohol, glycerin a pod.
3. Kovy silně ochlazené mají větší modul pružnosti; proto kovový zvonek ochlazen zvýší tón. Olovo se stává pružným; olověný zvonek vydává zvuk. — Kaučuk stává se křehkým.
4. Odpor kovů se značně zmenšuje. Připojme k malé žárovce, napájené akumulátory, kovovou spirálu takového odporu, aby jen slabě svítila; po ochlazení odporu v tekutém vzduchu svítí jasněji.
5. Svítiplyn vedme skleněným chladičem, ponořeným do tekutého vzduchu; ze svítiplynu vymrzá ethylén a plamen pozbývá svítivosti. Jakmile vyjeme chladič z tekutého vzduchu, ethylén se odpařuje a silně zvyšuje svítivost plamene.
6. Mnohá barviva mění barvu; minium a rumělka zežloutnou.

## 147. Stavová rovnice van der Waalsova. Plynnou fází

(na př.  $\text{CO}_2$ ) můžeme přeměnit na kapalnou bez kondensace tímto pochodem: Páru, jejíž stav je v stavovém diagramu (obr. 207) určen bodem A, při stálém tlaku zahřejeme nad kritickou teplotu (děj AB), pak ji stlačíme isothermicky na tlak vyšší než je kritický tlak (děj BC), za tohoto tlaku ji ochladíme pod kritickou teplotu (děj CD) a snížíme isothermicky tlak



Obr. 207. Přeměna fáze bez kondensace.

(děj *DE*). Celý původní plynný obsah se změní v kapalný, aniž by kdykoliv nastala kondensace. Obráceně pochodem *EDCBA* můžeme kapalnou fázi (stav *E*) převést bez vypařování na páru (stav *A*). To vede k myšlence, že mezi plynnou a kapalnou fází je spojitost a že lze stav látky v obou fázích vyjádřití jedinou stavovou rovnicí. Tato stavová rovnice bude pak zajisté v sobě obsahovati výklad odchylek, jež skutečné plyny jeví od stavové rovnice ideálního plynu. Úlohu naléztí stavovou rovnici skutečných plynů (a kapalin) řešil s poměrným zdarem nejprve van der Waals (1873).

Vztahujeme vše na 1 grammolekulu. Při velmi značném objemu musí hledaná rovnice stavová přejíti v limitě na stavovou rovnici ideálního plynu

$$p \cdot V = R \cdot T,$$

jíž podle zkušenosti plyny za velkého zředění velmi dobře vyhovují. Při malých objemech nastávají však úchyly a to z dvojího důvodu:

1. Molekuly mají svůj vlastní objem. Proto i při největším možném tlaku ( $\lim p = \infty$ ) nebude objem nulový, jak by to vyžadovala předešlá stavová rovnice, nýbrž nabude jisté mezní hodnoty *b*. Nutno tudíž od proměnlivého celkového objemu *V* odečísti tento mezní objem molekul (oprava na vlastní objem molekul).

2. Mezi molekulami působí vzájemné přitažlivé síly. Účinek jejich pro molekulu uvnitř se vzájemně ruší, neboť působí se všech stran. Avšak molekuly poblíže stěny podléhají od sousedních molekul jednostrannému tahu směrem dovnitř (t. zv. *kohesní tlak*). Jeho účinkem zmenšuje se pohybová energie molekul směřujících ke stěně a tudíž i hybnost odevzdávaná při nárazu na stěnu, jíž je podmíněn měřený tlak *p* (srovn. odst. 138). Tlak plynu *p'* uvnitř je proto o kohesní tlak větší než měřený tlak. Z předpokladu, že přitažlivé síly jsou úměrné přitahované i přitahující hmotě, plyne, že kohesní tlak jest úměrný dvojmoci hustoty plynu a tudíž nepřímě úměrný dvojmoci objemu. Tak dostáváme pro kohesní tlak hodnotu  $a/V^2$  (*a* jest určitá konstanta plynu), jíž je třeba k měřenému tlaku *p* přidati (oprava na kohesní tlak). Tím nabývá stavová rovnice van der Waalsova tvaru:

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right) (V - b) = RT.$$

Tato stavová rovnice dosti dobře vystihuje data pozorovací, v čemž spočívá její oprávnění. Úplného souhlasu s pozorováním však přece jen nedosahuje. Proto byla odvozena buď theoreticky nebo pokusně celá řada jiných stavových rovnic. V celku však van der Waalsova rovnice při své jednoduchosti se nejlépe osvědčuje.

Meze platnosti této stavové rovnice můžeme zkouseti tím

způsobem, že sestrojíme theoretické isothermy ( $T = \text{konst.}$ , obr. 208), jež jsou dány rovnicí

$$p = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2},$$

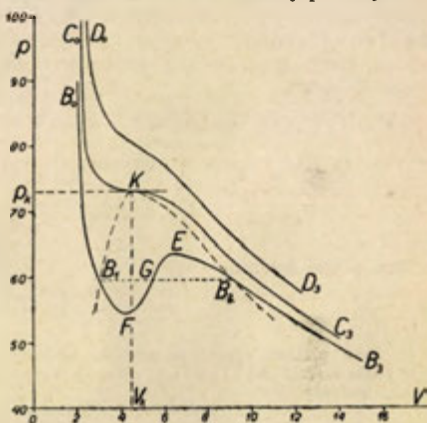
a srovnáme je s isothermami pozorovanými (obr. 205). Theoretická rovnice isotherm po úpravě podle mocnin objemu  $V$  jest

$$V^3 - \left( \frac{RT}{p} + b \right) V^2 + \frac{a}{p} V - \frac{ab}{p} = 0,$$

tudíž vzhledem k objemu třetího stupně. Obecně tedy pro daný tlak  $p$  a danou teplotu  $T$  dává tato rovnice tři kořeny pro objem  $V$  (příslušné ovšem jediné fázi). Dva z kořenů mohou být soujenné a pak zbývá jediný reálný objem; pro tento případ (nad kritickou teplotou) stavová rovnice dosti dobře vyhovuje (isotherma  $D_0 D_3$ ).

Avšak pod kritickou teplotou, kdy pro určité tlaky dává rovnice tři reálné kořeny, nastává z části jiný zjev, než určuje theoretická isotherma. Při velkém objemu (stav  $B_3$ ) existuje pouze plynná fáze. Při zmenšování objemu tlak vzrůstá, dokud tlak nestoupne na hodnotu rovnou napětí nasycených par (stav  $B_2$ ); tato část  $B_2 B_3$  isothermy také dobře souhlasí s pozorováním. Při dalším zmenšování objemu nestoupá však tlak podle čáry  $B_2 E$ , nýbrž zůstává stálý (čárkovaná přímka  $B_2 B_1$ ) a pára kapalná, až zmizí úplně fáze plynná (stav  $B_1$ ). Pro tento přechod  $B_2 B_1$  nemůže platiti stavová rovnice odvozená pro jedinou fázi, poněvadž existují dvě fáze vedle sebe. Při dalším zmenšování objemu tlak prudce stoupá a tato část  $B_1 B_0$  zase souhlasí se skutečností.

Aspoň krajní části theoretické křivky  $B_1 F G E B_2$  se podařilo pozorováním zjistiti. Část  $B_2 E$  přísluší přesyceným parám (při kompresi, jsou-li bez prachu), část  $B_1 F$  odpovídá zmenšení tlaku na kapalinu pod napětí nasycených par (přehřátá kapalina, z níž byly vypuzeny bublinky vzduchové).



Obr. 208. Isothermy theoretické.



Kdybychom mohli vykonati kruhový zvrtný děj, skládající se z theoretického přechodu  $B_1 F E B_2$  a z kondensace vyznačené přímkou  $B_2 B_1$ , byla by získaná práce znázorněna plochou  $B_1 F G E B_2 B_1$ , jejíž levou část  $B_1 F G$  nutno považovati za zápornou a pravou část  $G E B_2$  za kladnou. Poněvadž celý děj probíhá při téže teplotě, je účinnost cyklu nulová a tedy i získaná práce je nula. To znamená, jak Maxwell první ukázal, že přímkou  $B_2 B_1$  znázorňující kapalnění je tak položena, že obě plochy  $B_1 F G$  a  $G E B_2$  jsou stejně velké.

Kritický stav je definován jakožto mezní stav, při němž přestává rozdíl mezi fází kapalnou a plynnou. V diagramu isotherm je tento stav vyznačen bodem  $K$ , v němž 3 reálné kořeny pro objem (stanovené při nižší teplotě body  $B_1, G, B_2$ ) splývají v jediný trojnásobný kořen; vlnová část  $B_1 F G E B_2$  přechází v bod obratu s vodorovnou tečnou. Na základě této úvahy je možno z van der Waalsovy rovnice vypočítati kritické hodnoty  $p_k, V_k$  a  $T_k$ . V kritickém stavu musí rovnice isothermy, majíc tři stejné kořeny  $V_k$ , přejíti do tvaru

$$(V - V_k)^3 = 0 \quad \text{anebo} \quad V^3 - 3V_k \cdot V^2 + 3V_k^2 \cdot V - V_k^3 = 0.$$

Srovnáním této rovnice s dřívějším tvarem plyne

$$3V_k = \frac{RT_k}{p_k} + b, \quad 3V_k^3 = \frac{a}{p_k}, \quad V_k^3 = \frac{ab}{p_k}.$$

Z nich plyne řešením

$$V_k = 3b, \quad p_k = \frac{a}{27b^2}, \quad T_k = \frac{8a}{27bR}.$$

Jako příklad vypočteme kritické hodnoty pro kyslík uhlíčitý, pro nějž podle měření Andrewsoých mají konstanty ve van der Waalsově rovnici hodnoty

$$a = 0.00717, \quad b = 0.00191;$$

při tom se bere za základ objem plynu za tlaku 1 atm a za teploty  $0^\circ \text{C}$  ( $273^\circ \text{abs.}$ ). Plynová konstanta  $R$  má v tomto případě hodnotu

$$R = \frac{p \cdot V}{T} = \frac{1 \cdot 1}{273} = 0.00367.$$

Dosažením do předešlých vzorců dostáváme theoretické kritické hodnoty, jež můžeme srovnávati s hodnotami plynoucími z pozorování:

$$V_k = 3b = 0.00573, \quad \text{pozorováno } V_k = 0.0044,$$

$$p_k = \frac{a}{27b^2} = 72.8 \text{ atm}, \quad \text{„} \quad p_k = 73 \text{ atm},$$

$$T_k = \frac{8a}{27bR} = 303.1^\circ, \quad \text{„} \quad T_k = 273^\circ + 31.1^\circ = 304.1^\circ.$$

Ač souhlas není naprostý, je přece velmi přibližný; nutno míti na mysli, že uvažované veličiny se nesebná měří a že jsou proto zatíženy dosti značnými chybami pozorovacími.



Jako důsledek plynoucí z van der Waalsovy rovnice poznáváme, že Boyleův zákon pro všechny plyny je jenom přibližný. Pro součin z tlaku a objemu dostáváme

$$p \cdot V = RT \cdot \frac{V}{V-b} - \frac{a}{V},$$

kdež pravá strana i při téže teplotě není stálá, nýbrž závisí na objemu. Odchyłky jsou zřetelné při malých objemech, tedy při velkých tlacích.

**148. Stavy souhlasné.** Jsou-li známy kritické hodnoty  $p_k$ ,  $V_k$ ,  $T_k$ , je možné vypočítati z nich konstanty  $a$ ,  $b$ ,  $R$  van der Waalsovy rovnice. Řešením rovnic v předešlém odstavci uvedených dostaneme

$$a = 3 p_k V_k^2, \quad b = \frac{1}{3} V_k, \quad R = \frac{8 V_k p_k}{3 T_k}.$$

Zvolme si za jednotky objemu, tlaku a teploty kritické hodnoty těchto veličin; takto měřené stavové veličiny nazývají se *redukované* a jsou

$$\varphi = \frac{V}{V_k}, \quad \pi = \frac{p}{p_k}, \quad \vartheta = \frac{T}{T_k}.$$

Dosaďme nyní za stavové veličiny  $V$ ,  $p$ ,  $T$  jejich redukované hodnoty podle vztahů

$$V = V_k \cdot \varphi, \quad p = p_k \cdot \pi, \quad T = T_k \cdot \vartheta$$

do van der Waalsovy rovnice, v níž také konstanty  $a$ ,  $b$ ,  $R$  vyjádříme kritickými hodnotami. Po zkrácení dostaneme

$$\left( \pi + \frac{3}{\varphi^2} \right) (3\varphi - 1) = 8\vartheta,$$

kterýžto jednoduchý vztah se nazývá *redukováná rovnice stavová*. V této rovnici nejsou žádné individuální konstanty, jež by se vztahovaly jen na určitou látku (plyn nebo páru); platí tudíž obecně pro všechny látky. To znamená: za téže redukované teploty a téhož redukováného tlaku mají všechny látky stejný redukováný objem. Takové stavy, které jsou určeny týmiž redukovánými veličinami, nazývají se *souhlasné stavy*; v nich se chovají všechny látky stejně.

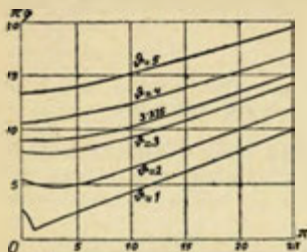
Tato věta a všechny další z ní odvozené důsledky platí ovšem jen přibližně, neboť i van der Waalsova rovnice má toliko přibližnou platnost, ale celkem se dosti dobře osvědčuje.

Redukovanou stavovou rovnici je za stálé teploty dán tlak  $\pi$  jako funkce objemu  $\varphi$

$$\pi = \frac{8\vartheta}{3\varphi - 1} - \frac{3}{\varphi^2};$$

k němu pak můžeme počítati součin  $\pi\varphi$  a považovati jej za funkci tlaku  $\pi$ ,

tedy  $\pi\varphi = f(\pi)$ . Tato závislost se nazývá *redukovaná isoterma* a je znázor-



Obr. 209. Redukované isothermy  
 $\pi\varphi = f(\pi)$ .

něna pro různé  $\theta$  na obr. 209. Za přísné platnosti Boyleova zákona měl by součín  $\pi\varphi$  býti stálý, takže by redukované isothermy měly býti vodorovné přímky. Průběh isotherm na obr. 209 stanoví tudíž odchylky od Boyleova zákona. Pokud je redukovaná teplota  $\theta$  menší než 3.375, součín  $\pi\varphi$  s rostoucím tlakem nejprve klesá na minimum a pak teprve stále stoupá. Pro  $\theta > 3.375$  součín  $\pi\varphi$  již od počátku se zvětšuje s rostoucím tlakem.

Vodík má kritickou teplotu  $-234.5^\circ\text{C}$ , takže  $T_k = 38.6^\circ$  abs. Redukované teplotě  $\theta = 3.375$  přísluší  $130.3^\circ$  abs. čili  $-142.8^\circ\text{C}$ . Za obyčejné teploty je tedy pro něj  $\theta > 3.375$ , takže součín tlaku a objemu se má s rostoucím tlakem stále zvětšovati, jak je to

také pozorováním zjištěno (je méně stlačitelný než podle zákona Boyleova).

Dusík má kritickou teplotu  $-146^\circ\text{C}$ , tedy  $T_k = 127^\circ$ , takže  $3.375 T_k = -429^\circ$  abs. čili  $156^\circ\text{C}$ . Za obyčejné teploty je tedy  $\theta < 3.375$ ; proto u dusíku (a u všech ostatních plynů mimo vodík a helium) s rostoucím tlakem se součín  $\pi\varphi$  nejprve zmenšuje k minimum a pak teprve stále roste. Tyto plyny jsou tedy při mírných tlacích stlačitelnější, než jak by žádal Boyleův zákon, a teprve za vysokých tlaků se stávají méně stlačitelnými. To souhlasí úplně s tím, co jsme uvedli v odst. 67 (str. 143) o odchylkách od zákona Boyleova.

**149. Vlhkost vzduchu.** Spodní vrstvy atmosférického vzduchu jsou ve styku s volným povrchem vodním (v mořích a pod.), z něhož ustavičně vystupují vodní páry; proto vzduch vždy obsahuje proměnlivé množství vodních par, což označujeme jako jeho *vlhkost*. Absolutní vlhkost definujeme jakožto množství vodních par v gramech obsažených v  $1\text{ m}^3$ . Absolutní vlhkost vzduchu se stanoví tím, že se měřený objem vzduchu nechá proproudit U-trubicí, v níž je kyselina sírová (po př.  $\text{CaCl}_2$ ,  $\text{P}_2\text{O}_5$ ), jež pohltí veškeré páry vodní. Z přírůstku  $m$  na váze U-trubice a z objemu  $V$  ( $\text{cm}^3$ ) proproudivšího vzduchu se pak počítá absolutní vlhkost  $f$  dle vztahu

$$f = \frac{m}{V} \cdot 10^6 \frac{\text{g}}{\text{m}^3}.$$

Podrobnosti viz v Zákł. prakt. fys., str. 123.

Absolutní vlhkost nevyjadřuje však dosti výstižně, do jaké míry je vzduch vlhký, neboť to záleží také na tom, kolik par by mohlo býti ve vzduchu při nasycení za dané teploty. Zavádíme proto relativní vlhkost  $\varphi$ , jíž rozumíme poměr absolutní vlhkosti  $f$  k vlhkosti maximální  $F$ , jaká by byla při nasycení. Při téže teplotě je napětí vodních par úměrné jejich sp. hmotě (aspoň velmi přibližně). Můžeme tudíž poměr absolutních vlhkostí  $f/F$  nahraditi poměrem jejich napětí  $e/E$ , kdež znamená  $e$  napětí par

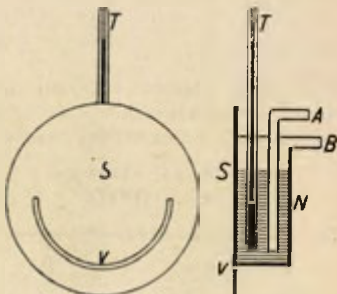
ve vzduchu skutečně obsažených a  $E$  napětí par nasycených při dané teplotě. Je tedy vlhkost relativní

$$\varphi = \frac{f}{F} = \frac{e}{E} \quad \text{nebo v procentech} \quad \varphi = \frac{f}{F} \cdot 100\% = \frac{e}{E} \cdot 100\%.$$

Napětí  $e$  par ve vzduchu obsažených se zjišťuje určením *rosného bodu*, což je teplota, při níž jsou páry právě nasyceny a počínají se srážeti v podobě zamžení lesklých těles.

#### *Hygrometr Lambrechtův*

(obr. 210) je kovová válcová nádobka  $N$ , v níž je éter. Trubicí  $B$  se odssává vzduch s éterovými parami; trubicí  $A$  nový vzduch probublává éterem. Tím se podněcuje rychlé vypařování éteru, takže se éter i nádobka postupně ochlazuje. Sledujeme přední lesklou stěnu  $S$  nádobky, srovnávajíc její lesk s leskem mezikruží odděleného polokruhovým výřezem  $v$ ; v okamžiku, když se stěna  $S$  zamží, odečteme na



Obr. 210. Hygrometr Lambrechtův.

teploměru  $T$  teplotu. Pak přestaneme odssávat vzduch, takže se nádobka teplem z okolí otepluje; zjistíme teplotu, při které zamžení právě zmizí. Průměr z obou teplot stanoví rosný bod; napětí nasycených par při této teplotě rovná se napětí  $e$  par ve vzduchu skutečně obsažených. Je-li  $E$  napětí nasycených par při teplotě vzduchu, je relativní vlhkost

$$\varphi = \frac{e}{E} \cdot 100\%.$$

Na podobné myšlence jsou založeny starší hygrometry Daniellův a Regnaultův.

Pro stálé měření vlhkostí se hodí *psychrometr* Augustův. Jsou to v podstatě dva teploměry, z nichž baňka jednoho (vlhkého) je obalena mušelinou sahající do nádobky s vodou, čímž se povrch teploměru udržuje vlhký. Druhý teploměr sluje suchý a stanoví teplotu  $t$  vzduchu. Teploměr vlhký ukazuje nižší teplotu  $t'$ , poněvadž odpařování vody mu stále odnímá teplo. Rychlost odpařování jest úměrná rozdílu napětí par  $E'$  nasycených při jeho teplotě  $t'$  a napětí par  $e$  ve vzduchu skutečně obsažených; mimo to je nepřímou úměrná barometrickému tlaku. Této rychlosti

odpařování je pak úměrná časová ztráta tepla, jež tedy jest

$$\text{konst.} \frac{E' - e}{b}.$$

Poněvadž má vlhký teploměr nižší teplotu ( $t'$ ) než okolí ( $t$ ), dostává stále z okolí teplo a časový zisk jest úměrný psychrometrickému rozdílu teplot ( $t - t'$ ). Teploměr vlhký ustálí se proto na takové teplotě  $t'$ , při níž časová ztráta tepla se právě uhrazuje časovým ziskem tepla. Platí tudíž vztah

$$\frac{E' - e}{b} = A \cdot (t - t'),$$

kdež  $A$  je empirická konstanta. Její hodnota je závislá na tom, děje-li se odpařování z vody ( $t' > 0$ ) či z ledu ( $t' < 0$ ). Měříme-li napětí par i barometrický tlak v mm Hg, jest

$$A = 0.00080 \text{ pro } t' > 0 \text{ (odpařování z vody),}$$

$$A = 0.00069 \text{ „ } t' < 0 \text{ ( „ z ledu).}$$

Ze vztahu výše uvedeného plyne

$$e = E' - A b (t - t')$$

a tedy

$$\varphi = \frac{e}{E} \cdot 100\% = \frac{E' - A b (t - t')}{E} \cdot 100\%.$$

V úpravě Assmannově jsou nádoby obou teploměrů v trubcích, jimiž se větrníčkem prohání vzduch stálou rychlostí 2 m/sec; pak má konstanta  $A$  hodnotu 0.00066.

Pro hrubá měření vlhkosti stačí *hygrometr vlasový*. Zakládá se na tom, že vlas tuku zbavený přijímá vlhkost ze vzduchu a při tom se prodlužuje. Vlas na horním konci upevněný a na dolním konci mírně zatížený přenáší pohyb dolního konce na ručičku, jež ukazuje na stupnici empiricky nanesenou.

Podrobnosti o stanovení relativní vlhkosti v Zákl. prakt. fys., str. 124.

## V. Soustavy o dvou složkách.

**150. Roztoky.** Styká-li se kapalina s pevnou látkou (na př. voda s krystaly modré skalice nebo s kuchyňskou solí), přechází mnohdy pevná látka do kapaliny, až vytvoří stejnorodou látku, zvanou *roztok*. Jakožto *normální* roztok zavádíme takový roztok, v němž je 1 grammolekula pevné látky rozpuštěna v 1 litru roztoku.

*Koncentraci c* roztoku rozumíme pak počet grammolekul pevné látky, rozpuštěných v 1 litru roztoku. Roztok tvoří jedinou fázi o dvou složkách a má proto podle Gibbsova fázového pravidla tři stupně volnosti,

$$v = n - f + 2 = 2 - 1 + 2 = 3.$$

To znamená, že jeho stav jest úplně určen třemi nezávislými stavovými veličinami, jež jsou tlak  $p$ , teplota  $t$  a koncentrace  $c$ .

Při rozpouštění pevné látky roztok se ochlazuje (pokud kapalina a pevná látka nereagují navzájem chemicky). Na rozpouštění musíme tudíž dodávati ze zevnějška teplo, nemá-li se teplota měniti. *Rozpouštěcí teplo* znamená ono množství tepla, jež je třeba dodati 1 g látky, aby se rozpustila ve velkém množství rozpouštědla na zředěný roztok téže teploty. Výsledný objem roztoku je zpravidla menší, než kolik činil součet objemů čisté kapaliny a čisté pevné látky.

Přidáváme-li pevnou látku (na př. kuchyňskou sůl) do jejího roztoku, rozpouští se po řádném promíchání, avšak jen do určité míry, při níž je roztok *nasycen*. Roztok je pak v rovnováze s pevnou látkou (dvě fáze) a má tudíž tato soustava jen 2 stupně volnosti, tlak  $p$  a teplotu  $t$ , jimiž jest již koncentrace  $c$  určena.

Jakožto *rozpustnost* definujeme počet gramů bezvodé soli rozpuštěných v 100 g vody. Rozpustnost závisí značně na teplotě (s rostoucí teplotou zpravidla stoupá), mimo to též poněkud na tlaku (mírně stoupá s tlakem), jak je zřejmé z následujících tabulek.

#### Závislost rozpustnosti na teplotě:

|                             | teplota: | 0°   | 20°  | 50°   | 100°  |
|-----------------------------|----------|------|------|-------|-------|
| NaCl . . . . .              |          | 35·6 | 35·8 | 36·7  | 39·1  |
| KCl . . . . .               |          | 28·5 | 34·3 | 42·9  | 56·6  |
| NaNO <sub>3</sub> . . . . . |          | 73·0 | 88·0 | 114·0 | 175·5 |
| KNO <sub>3</sub> . . . . .  |          | 13·3 | 31·6 | 85·5  | 246·0 |

#### Závislost rozpustnosti NaCl na tlaku (při 24·9°):

|                       |       |       |       |          |
|-----------------------|-------|-------|-------|----------|
| tlak . . . . .        | 0     | 500   | 1000; | 1500 atm |
| rozpustnost . . . . . | 35·90 | 36·55 | 37·02 | 37·36    |

Roztok nasycený za vyšší teploty je po ochlazení přesycen a vystupuje z něho rozpuštěná látka v podobě krystalů, až nastane rovnovážný stav nasycenosti.

Také dvě stýkající se kapaliny mohou vytvořiti stejnorodou směs (po př. dvě směsi), jež jest jejich vzájemným roztokem. Jsou v podstatě možné tři různé případy:



1. Kapaliny se mísí v libovolném poměru, takže vytvoří jedinou stejnorodou fázi, na př. ethylalkohol a voda. Takové kapaliny jsou vzájemně rozpustné v neomezené míře.

2. Kapaliny se vzájemně rozpouštějí jen v určitých poměrech; po důkladném promíchání vzniknou dva stejnorodé roztoky, lišící se svým složením. Na př. po promíchání éteru a vody se vytvoří dva roztoky, jež mají při 20° toto složení:

|         |       |   |         |       |
|---------|-------|---|---------|-------|
| 98·78 ‰ | éteru | a | 1·22 ‰  | vody, |
| 6·48 ‰  | "     | a | 93·52 ‰ | vody. |

V uvedeném případě s rostoucí teplotou rozpustnost vody v éteru stoupá, ale rozpustnost éteru ve vodě klesá.

Někdy však s rostoucí teplotou rozpustnosti obou látek stoupají, až při určité teplotě (t. zv. horní kritické teplotě) stávají se kapaliny mísitelné v libovolném poměru. Příkladem toho je soustava fenol ( $C_6H_5OH$ ) a voda. Oba různé roztoky obsahují tato procenta fenolu:

|           |         |         |
|-----------|---------|---------|
| při 20°   | 8·40 ‰  | 72·24 ‰ |
| při 40°   | 9·78 ‰  | 66·81 ‰ |
| při 60°   | 17·10 ‰ | 56·10 ‰ |
| při 68·8° | 35·90 ‰ |         |

Nad teplotu 68·8° mísí se fenol a voda v libovolném poměru a vzniká jediný roztok (buď fenolu ve vodě nebo vody ve fenolu). — Podobně sirouhlík a methylalkohol pod horní kritickou teplotou 40·5° tvoří dva vzájemné roztoky, nad ní jsou libovolně mísitelné.

U některých směsí kapalin existuje dolní kritická teplota; pod ní se obě kapaliny mísí v neomezeném poměru, nad ní se rozpouštějí vzájemně jen v omezené míře. Na př. triethylamin  $(C_2H_5)_3N$  a voda pod 18·6° vytvoří jediný roztok, nad tou teplotou dva roztoky lišící se svým složením.

U některých soustav (na př. nikotin a voda) existují výjimečně obě kritické teploty dolní i horní. Uvedené kapaliny (za dostatečného tlaku) v rozmezí teplot 61° až 210° se rozpouštějí vzájemně jen v omezeném množství, ale pod 61° a nad 210° se mísí v libovolném poměru.

3. Kapaliny se vzájemně vůbec nerozpouštějí (nebo jen v míře zcela nepatrné); příkladem je parafinový olej a voda nebo sirouhlík a voda.

**151. Napětí nasycených par nad roztoky.** Rozpustíme-li v kapalině nějakou netěkavou látku, jest napětí  $p'$  nasycených par (jež ovšem obsahují jen páry čistého rozpouštědla) menší než napětí  $p$  nasycených par nad čistým rozpouštědlem. Raoult

(1887) dokázal pokusně pro zředěné roztoky neelektrolytů\*), že poměrné snížení  $(p - p')/p$  napětí nasycených par se rovná poměru gram molekul  $n$  rozpuštěné látky k celkovému počtu  $(N + n)$  gram molekul roztoku ( $N =$  počet gram molekul rozpouštědla), tedy

$$\frac{p - p'}{p} = \frac{n}{N + n}.$$

Správnost tohoto I. Raoultova zákona nahlédneme touto úvahou: Rovnovážný stav mezi nasycenou parou a kapalinou si představujeme ve smyslu kinetické teorie dynamicky. Z volného povrchu kapaliny ustavičně odletují molekuly a rychlost tohoto odpařování jest úměrná koncentraci molekul v kapalně fázi. Současně však vnikají molekuly par do kapaliny a rychlost tohoto srážení par je úměrná koncentraci molekul v plynné fázi, tedy i napětí par. Rovnovážný stav nastane, když rychlost odpařování kapaliny se právě rovná rychlosti srážení se par. Je-li však v roztoku vedle  $N$  gram molekul rozpouštědla ještě  $n$  gram molekul rozpuštěné látky, jest koncentrace gram molekul rozpouštědla v poměru  $N : (N + n)$  snížena a v tom poměru je tedy snížena jak rychlost odpařování, tak i za rovnováhy rychlost srážení se par a tedy i napětí par  $p'$  nad roztokem. Je tedy

$$\frac{p'}{p} = \frac{N}{N + n},$$

z čehož jednoduše plyne zákon Raoultův.

Důsledkem zákona Raoultova jest, že ekvimolekulární roztoky různých rozpuštěných látek způsobují stejné poměrné snížení napětí nasycených par. Na tom bylo by možno založiti metodu pro stanovení molekulové hmoty rozpuštěné látky. Avšak snížení napětí par se nesnadno měří a proto je tato metoda málo přesná. K témuž účelu užívá se výhodněji buď snížení bodu mrazu nebo zvýšení bodu varu roztoků, jak o tom v dalším odstavci pojednáme.

Pro roztoky elektrolytů je poměrné snížení napětí nasycených par vždy větší, než vyplývá z Raoultova zákona, tedy tak, jako by v roztoku bylo více molekul rozpuštěné látky. Tento nesouhlas vysvětlil Arrhenius předpokladem, že elektrolyty jsou v roztoku disociovány, t. j. rozštěpeny na ionty kladně a záporně nabitě; každý ion působí v roztoku jako samostatná molekula, čímž se počet „molekul“ zvětšuje. Ve velmi zředěných roztocích jest elektrolyt téměř úplně disociován (t. j. skoro všechny molekuly se rozštěpily na ionty), v koncentrovanějších roztocích je disociace jen částečná.

\*) Neelektrolyty jsou látky, jejichž roztoky nejsou vodivé pro elektrický proud; látky, jež v roztoku vedou proud, slují elektrolyty.

Jiná je otázka, jaké napětí mají páry nasycené nad směsí dvou kapalin. Jestliže se kapaliny vůbec nemísí (na př. sirouhlík a voda), vytvoří po protřepání každá kapalina svou nasycenou páru tak, jako by druhé kapaliny nebylo. Výsledné napětí par rovná se pak podle Daltonova zákona součtu napětí nasycených par obojího druhu.

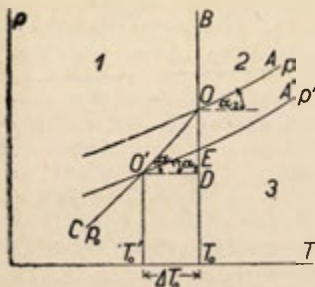
Jestliže se kapaliny mísí buď neomezeně nebo ve vzájemných roztocích, pak obojí páry mají menší napětí, než by bylo nad čistými rozpouštědly, a proto napětí směsi par je menší, než kolik činí součet napětí obou jednotlivých nasycených par.

**152. Snížení bodu mrazu a zvýšení bodu varu roztoků.** Roztoky tuhnou vždy při nižší teplotě a vaří se při vyšší teplotě než čisté rozpouštědlo. Raoult (1882—1884) odvodil z četných měření pro zředěné roztoky neelektrolytů zákony:

Snížení bodu mrazu  $\Delta t_0$  i zvýšení bodu varu  $\Delta t_1$  jest úměrné molekulové koncentraci neelektrolytu, avšak nezávisí na jeho jakosti. Molekulovou koncentrací rozumíme při tom počet gram-molekul látky rozpuštěné v 1000 g čistého rozpouštědla. Je-li  $m$  gramů látky o molekulové hmotě  $\mu$  rozpuštěno v 1000 g rozpouštědla, jest molekulová koncentrace  $m/\mu$  a Raoultovy zákony mají tvar:

$$\text{II. } \Delta t_0 = -K \cdot \frac{m}{\mu}; \quad \text{III. } \Delta t_1 = +E \cdot \frac{m}{\mu}.$$

Konstanta  $K$  slove *kryoskopická konstanta* a znamená snížení bodu mrazu pro roztok, v němž v 1000 g je rozpuštěna 1 grammolekula dané látky. Konstanta  $E$  se nazývá *ebulioskopická konstanta* a znamená zvýšení bodu varu při jednotkové molekulové koncentraci. Pro obě tyto konstanty odvodil van't Hoff z thermodynamiky vztahy



Obr. 211. Stavový diagram v okolí trojbodu.

$$K = \frac{RT_0^2}{1000 l_0}, \quad E = \frac{RT_1^2}{1000 l_1}.$$

Při tom jest  $R = 1.986$  cal plynová konstanta,  $T_0$  a  $T_1$  absolutní teploty mrazu a varu čistého rozpouštědla a  $l_0$  a  $l_1$  skupenské teplo tání, po př. varu čistého rozpouštědla.

K odvození vztahu pro snížení bodu mrazu zředěných roztoků uvažujeme stavový diagram (obr. 211) v okolí trojbodu  $O$ , v němž jsou v rovnováze pevná (1), kapalná (2) a plynná (3) fáze čistého rozpouštědla. Podmínka rovno-

váhy v trojbodu  $O$  jest, že napětí par  $p_0$  nad pevnou fází a  $p$  nad kapalnou fází musí být stejné. Trojbod je tedy stanoven průsečíkem vypařovací čáry  $OA$  a sublimační čáry  $OC$ ; jeho úsečka stanoví bod mrazu  $T_0$  (teplotu tuhnutí nebo tání) čistého rozpouštědla.

Napětí  $p'$  par nasycených nad roztokem je podle I. Raoultova zákona menší než napětí  $p$  nad čistým rozpouštědlem. Proto vypařovací čára  $O'A'$  pro roztok leží pod vypařovací čarou  $OA$  pro čisté rozpouštědlo a protíná sublimační čáru v jiném trojbodu  $O'$ ; jím je dán bod mrazu roztoku  $T'_0$ , jenž je tedy nižší než bod mrazu  $T_0$  čistého rozpouštědla.

Směrnice čar vypařovací  $OA$  a sublimační  $OC$  v trojbodu  $O$  stanoví Clapeyronova rovnice (odst. 137), již užijeme ve tvaru platném pro gram-molekulu. Jsou-li  $V_1, V_2, V_3$  molekulové objemy pevné, kapalně a plynné fáze ( $V_3$  značně větší než  $V_1$  i  $V_2$ ) a  $L_{13}, L_{23}, L_{12}$  molekulová tepla skupenská, máme pro čáru

$$\text{sublimační} \quad \operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{dp_0}{dT} = \frac{L_{13}}{T_0(V_3 - V_1)} \doteq \frac{L_{13}}{T_0 \cdot V_3},$$

$$\text{vypařovací} \quad \operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{dp}{dT} = \frac{L_{23}}{T_0(V_3 - V_2)} \doteq \frac{L_{23}}{T_0 \cdot V_3},$$

při čemž zanedbáváme  $V_1$  a  $V_2$  jako malé proti  $V_3$ . Pro rozdíl napětí par nad rozpouštědlem  $p$  a roztokem  $p'$  při teplotě  $T_0$  plyne z obr. 211

$$p - p' = EO = DO - DE = O'D. (\operatorname{tg} \alpha_1 - \operatorname{tg} \alpha_2),$$

neboť čáry  $OA$  a  $O'A'$  jsou při značně zředěných roztocích téměř rovnoběžné. Po dosazení máme

$$p - p' = \Delta T_0 \cdot \frac{L_{13} - L_{23}}{T_0 \cdot V_3} = \Delta T_0 \cdot \frac{L_{12}}{T_0 \cdot V_3},$$

neboť rozdíl molekulových tepel sublimačního  $L_1$  a vypařovacího  $L_2$  dává molekulové teplo tání  $L_{12}$  (srov. odst. 142). Nalezený rozdíl napětí  $p - p'$  dosadíme do I. zákona Raoultova

$$\frac{p - p'}{p} = \Delta T_0 \cdot \frac{L_{12}}{T_0 \cdot V_3 \cdot p} = \frac{n}{N + n} \doteq \frac{n}{N},$$

při čemž ve jmenovateli pravé strany vynecháváme počet  $n$  grammolekul rozpouštěné látky jakožto velmi malý (ve zředěných roztocích); vedle počtu  $N$  grammolekul rozpouštědla. Z předešlého vztahu plyne pro snížení  $\Delta T_0$  bodu mrazu (připojujeme důsledně znaménko  $-$ ).

$$\Delta T_0 = - \frac{T_0 \cdot V_3 p}{N L_{12}} \cdot n.$$

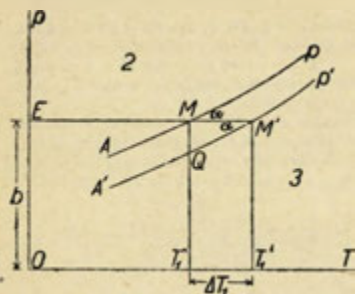
Podle stavové rovnice, platné pro plynnou fázi při trojbodu, jest  $p \cdot V_3 = R T_0$ . Odvozený vzorec vztahujeme na roztok, v němž v 1000 g rozpouštědla (obsahující  $N$  grammolekul) je rozpouštěno  $m$  gramů látky o molekulové hmotě  $\mu$ , takže  $n = m/\mu$ . Pak  $N L_{12}$  znamená teplo potřebné na změnu 1000 g pevné fáze na kapalnou, což tedy jest 1000  $l_0$ , značí-li  $l_0$  skupenské teplo tání. Tím nabývá vzorec tvaru

$$\Delta T_0 = - \frac{R T_0^2}{1000 l_0} \frac{m}{\mu} = - K \cdot \frac{m}{\mu}, \quad K = \frac{R T_0^2}{1000 l_0},$$

čímž jest druhý zákon Raoultův odvozen, rovněž i van t'Hoffova hodnota kryoskopické konstanty.



Podobnou úvahou odvodíme i III. Raoultův zákon, platný pro zvýšení bodu varu za stálého vnějšího tlaku. Podmínkou varu jest, že napětí par  $p$  se musí právě rovnati vnějšímu tlaku  $b$ .



Var čistého rozpouštědla ( $M$  v obr. 212) a roztoku ( $M'$ ) je tedy dán průsečíky příslušných vypařovacích čar  $Ap$  a  $A'p'$  s vodorovnou čarou  $EM$  ( $p=b$ ). Poněvadž vypařovací čára  $A'p'$  roztoku leží podle I. zákona Raoultova pod vypařovací čarou  $Ap$  čistého rozpouštědla, je bod varu  $T_1'$  roztoku vyšší než bod varu  $T_1$  rozpouštědla. Z Clapeyronovy rovnice (odst. 137) plyne za dřívějšího označení pro směrnici vypařovací čáry  $Ap$  v bodu  $M$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{dp}{dT} = \frac{L_{23}}{T_1(V_3 - V_2)} \doteq \frac{L_{23}}{T_1 \cdot V_3},$$

Obr. 212. Zvýšení bodu varu roztoků. když zase  $V_2$  vynecháme jako malé proti  $V_3$ .

Pro značně zředěný roztok jest vypařovací čára  $A'p'$  téměř rovnoběžná s čarou  $Ap$ ; z obr. 212 plyne pro rozdíl napětí  $p$  nad čistým rozpouštědlem a  $p'$  nad roztokem

$$p - p' = QM = MM' \cdot \operatorname{tg} \alpha = \Delta T_1 \cdot \frac{L_{23}}{T_1 \cdot V_3}.$$

Tuto hodnotu dosadíme do I. zákona Raoultova

$$\frac{p - p'}{p} = \Delta T_1 \cdot \frac{L_{23}}{T_1 \cdot V_3 \cdot p} = \frac{n}{N + n} \doteq \frac{n}{N},$$

z kteréžto rovnice plyne pro zvýšení bodu varu

$$\Delta T_1 = \frac{T_1 \cdot V_3 p}{N \cdot L_{23}} \cdot n.$$

Užijeme-li zase tohoto vztahu pro roztok, jenž v 1000 g =  $N$  grammolekul obsahuje  $m$  gramů rozpouštěné látky o molekulové hmotě  $\mu$ , jest zase

$$V_3 \cdot p = R T_1, \quad N \cdot L_{23} = 1000 l_1, \quad n = \frac{m}{\mu},$$

kdež  $l_1$  značí skupenské teplo varu. Po dosazení těchto hodnot do předešlého vztahu máme

$$\Delta T_1 = \frac{R T_1^2}{1000 l_1} \cdot \frac{m}{\mu} = E \cdot \frac{m}{\mu}, \quad E = \frac{R T_1^2}{1000 l_1},$$

čímž je i třetí Raoultův zákon odvozen.

V následující tabulce jsou uvedeny body mrazu  $t_0$ , skup. tepla tání  $l_0$ , kryoskopické konstanty  $K$ , body varu  $t_1$ , skup. tepla varu  $l_1$  a ebullioskopické konstanty  $E$  některých významných rozpustitelů.

| Rozpouštědlo      | $t_0$ | $l_0$ | $K$  | $t_1$  | $l_1$ | $E$  |
|-------------------|-------|-------|------|--------|-------|------|
| voda . . . . .    | 0·0°  | 79·7  | 1·86 | 100·0° | 538·7 | 0·52 |
| benzol . . . . .  | 5·5°  | 30·4  | 5·12 | 80·2°  | 94    | 2·7  |
| kys. mravenčí . . | 8·0°  | 57·4  | 2·8  | 101·0° | 120   | 2·4  |
| kys. octová . . . | 16·6° | 43·7  | 3·9  | 118·5° | 90    | 3·1  |



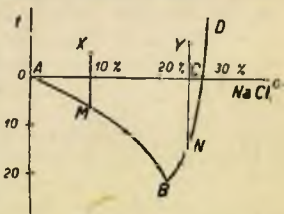
Na změně bodu mrazu nebo bodu varu roztoků jsou založeny důležitě metody (kryoskopická a ebullioskopická) pro stanovení molekulové hmoty rozpustných látek. Beckmannovým teploměrem metastatickým (odst. 117) zjistíme bod mrazu, po př. varu čistého rozpouštědla. Toto měření se opakuje, když v  $M$  gramech rozpouštědla bylo rozpuštěno  $m_1$  gramů zkoumané látky, takže na 1000 g rozpouštědla připadá  $m = \frac{1000}{M} \cdot m_1$  gramů rozpuštěné látky.

Tak se určí snížení bodu mrazu  $\Delta t_0$ , po př. zvýšení bodu varu  $\Delta t_1$  roztoku. Z dříve uvedených vzorců plyne pak pro molekulovou hmotu

$$\mu = \frac{Km}{\Delta t_0} \quad \text{nebo} \quad \mu = \frac{E \cdot m}{\Delta t_1}.$$

Pro elektrolyty uvedené zákony neplatí; snížení bodu mrazu i zvýšení bodu varu je vždy větší než přísluší počítané koncentraci molekul. Příčinou toho jest podle Arrhenia disociace elektrolytů. Molekuly elektrolytu rozpadly se v roztoku zčásti (v zředěných roztocích téměř úplně) na ionty, při čemž každý ion působí jako samostatná molekula. Tím se tedy zvětšuje molekulová koncentrace a je tedy změna bodu mrazu i bodu varu větší, než podle Raoultových zákonů. Z těchto odchylek od Raoultových zákonů je možno stanovit, do jaké míry je elektrolyt v roztoku disociován.

**153. Tuhnutí roztoků a slitin.** Zchlazujeme-li zředěný roztok, jehož stav  $X$  jest určen v stavovém diagramu (obr. 213) teplotou  $t$  a koncentrací  $c$  (v %), za stálého atmosférického tlaku, počne při jeho bodu tuhnutí  $M$  vystupovati z roztoku nejprve pevná fáze čistého rozpouštědla (na př. z roztoku NaCl čistý led). Tím stává se roztok koncentrovanějším a proto jeho teplota tuhnutí klesá dále podle čáry tuhnutí  $MB$ , až konečně je roztok nasycen (stav  $B$ ). Dalším odnímáním tepla se už jeho teplota nesnižuje. Z roztoku vystupuje současně pevná fáze rozpouštědla i rozpuštěné látky v stálém poměru; tato výsledná pevná látka sluje *kryohydrát* a příslušná teplota se jmenuje *kryohydratická* neboli *eutektická*. Kryohydrát taje a tuhne při stálé teplotě, jakoby to byla stejnorodá (homogenní) látka. Mikroskopická analýsa však ukazuje, že je to látka nestejnorodá (heterogenní). V uvedeném příkladu je



Obr. 213. Tuhnutí roztoku kuchyňské soli.

že je to látka nestejnorodá (heterogenní). V uvedeném příkladu je

kryohydrát složen z krystalů ledu a z krystalů  $\text{NaCl} \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ ; eutektická teplota je  $-21\cdot2^\circ$ .

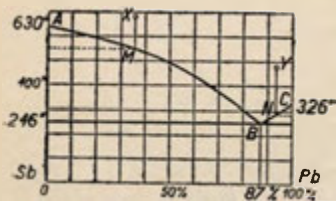
Kdybychom vyšli od roztoku (stav *Y*), jehož koncentrace je větší, než má kryohydrát, pak při ochlazování roztok se stane nejprve nasyceným (stav *N*) a při dalším ochlazování vystupují z něho krystaly rozpouštěné látky (v daném případě  $\text{NaCl} \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ ); teplota se dále snižuje podle čáry nasycenosti *NB*, až se dospeje k eutektickému bodu *B*, při němž z roztoku vystupuje zase kryohydrát.

V uvedeném příkladu roztoku kuchyňské soli vystupuje z roztoku při teplotách nad  $+0\cdot15^\circ$  anhydrid  $\text{NaCl}$ , jehož čára nasycenosti je *CD*, při teplotách pod  $0\cdot15^\circ$  sůl s krystalovou vodou  $\text{NaCl} \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ , jejíž čára nasycenosti je *CB*.

Kryohydratické teploty vodních roztoků leží zpravidla hluboko pod  $0^\circ$  a proto se jich používá k mrazivým směsím. Smícháme-li kuchyňskou sůl a sníh (po př. jemně roztlučený led) v poměru 1:3 (přesněji 22·4%  $\text{NaCl}$  a 77·6%  $\text{H}_2\text{O}$ ), něco soli se rozpustí účinkem vody lpějící na ledu na nasycený roztok. S ním však led není v rovnováze, jež by nastala při nižší teplotě. Proto část ledu roztaje, při čemž odnímá svému okolí potřebné skupenské teplo; ve vzniklé vodě rozpouští se další sůl, roztok vzbuzuje další tání ledu atd. Teplota samočinně klesá až ke kryohydratické teplotě  $-21\cdot2^\circ$ . — Jiná vhodná mrazivá směs je dva díly krystalovaného chloridu vápenatého a 1 díl sněhu; směs se ochladí na teplotu  $-55^\circ$  a kryohydrát má složení 58·8%  $\text{CaCl}_2 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$  + 41·2%  $\text{H}_2\text{O}$ .

Tuhnutí směsí kapalin, jež jsou dokonale mísitelné, a slitin je značně rozmanité podle toho, jestli se obě složky v pevné fázi buď vůbec nemísí nebo tvoří sloučeninu nebo pevné roztoky (t. zv. směsné krystaly). Poměry při tuhnutí znázorňujeme diagramem tuhnutí, v němž na osu úseček nanášíme koncentraci (v %) II. složky a na osu pořadnic teplotu. Hlavní případy jsou:

1. Obě složky krystalují z kapalně fáze v čistém stavu (netvoří ani sloučenin ani tuhých roztoků); příkladem je soustava antimon a olovo (obr. 214). Přidavkem olova k antimonu snižuje se teplota tuhnutí podle čáry *AB*. Vydeme-li od slitiny tekuté, jejíž stav jest určen bodem *X*, při ochlazování přijdeme k bodu tuhnutí *M*, při němž ze slitiny vystupuje čistý antimon; zbývající tekutá fáze se stává bohatší na olovo a proto bod tuhnutí se snižuje podle čáry *MB*. — Malý přídavek antimonu k olovu snižuje teplotu tuhnutí podle čáry *CB*;



Obr. 214. Diagram tuhnutí Sb-Pb.

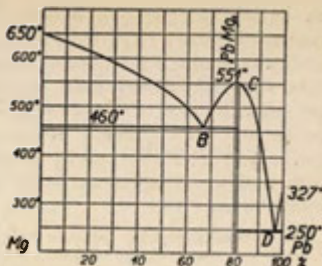
při tuhnutí vystupuje ze slitiny čisté olovo. Průsečík  $B$  obou čar tuhnutí  $AB$  a  $CB$  je eutektický bod ( $246^\circ$ ), při němž vystupuje ze slitiny směs obou složek v pevném stavu ( $13\%$  Sb +  $87\%$  Pb), jež se nazývá *eutektikum*. Pouze při této teplotě má kapalná i pevná fáze stejné složení. — Jiné příklady jsou Ba-Pb, Bi-Cd; přibližně též Pb-Sn, jehož eutektikum ( $36\%$  Pb +  $64\%$  Sn, klempířská pájka), taje při  $181^\circ$ .

2. Obě složky tvoří v pevné fázi sloučeninu, ale netvoří pevných roztoků. Příkladem je soustava Mg-Pb, jejíž diagram tuhnutí má tvar vyznačený v obr. 215. Bod  $C$  vyznačuje teplotu tání sloučeniny  $PbMg_2$  ( $551^\circ$ ); přidávkem buď olova nebo hořčíku se vždy její teplota snižuje. Body  $B$  a  $D$  určují dvě různá eutektika. Prvé, stanovené bodem  $B$  (při  $460^\circ$ ), obsahuje Mg a sloučeninu  $PbMg_2$ ; druhé, určené bodem  $D$  (při  $250^\circ$ ), obsahuje  $PbMg_2$  a Pb. — Podobným způsobem se chovají slitiny Mg-Zn, Mg-Bi, Mg-Sb, Mg-Sn a jiné.

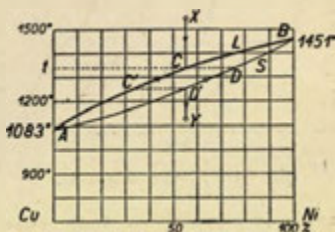
Mnohdy tvoří složky několik sloučenin. Na př. v soustavě Cu-Mg tvoří se sloučeniny  $Cu_2Mg$  a  $CuMg_2$ . V tomto případě diagram tuhnutí vykazuje 2 maxima, příslušná dvěma sloučeninám a 3 eutektické body.

3. Obě složky tvoří „pevné roztoky“ neboli „směsné krystaly“ proměnlivého složení. Příklad k tomu podává soustava Cu-Ni (obr. 216). Za určité teploty  $t$  jsou v rovnováze tavenina a směsné krystaly, jež se však svým složením liší. Tavenina má složení určené bodem  $C$ , směsné krystaly složení  $D$ . Dostáváme tak v diagramu dvě čáry: horní  $L$  (t. zv. liquidus) přísluší kapalně fázi a stanoví její teplotu tuhnutí za různých koncentrací; dolní  $S$  (t. zv. solidus) přísluší pevné fázi a určuje její teplotu tání v závislosti na složení.

Ochlazujeme-li taveninu, jejíž stav je dán bodem  $X$ , zůstává kapalnou, dokud teplota neklesne na hodnotu určenou bodem  $C$



Obr. 215. Diagram tuhnutí Mg-Pb.

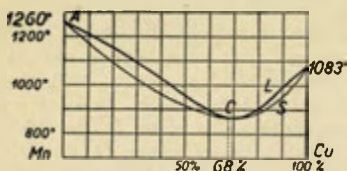


Obr. 216.

Diagram tuhnutí Cu-Ni.

na liquidu  $L$ . Při této teplotě počnou z taveniny vystupovati pevné směsné krystaly o složení stanoveném bodem  $D$  (tedy bohatší na složku nesnadněji tavitelnou). Ochlazujeme-li soustavu z volna, aby byla stále rovnováha mezi taveninou a směsnými krystaly, stává se tavenina bohatší na složku snáze tavitelnou a její stav se mění podle čáry  $CC'$ . Směsné krystaly mění rovněž své složení i teplotu podle čáry  $DD'$ . Při stavu  $D'$  je celá soustava ve skupenství pevném a dále se ochlazuje podle přímky  $D'Y$ . — Podobně se chová soustava Ag-Au.

V předcházejícím případě byly všechny body tání i tuhnutí mezi hodnotami pro čisté složky. Mnohdy však teplota tání a tuhnutí má minimum ležící pod teplotou tání obou složek. Příkladem toho je soustava Mn-Cu (obr. 217).

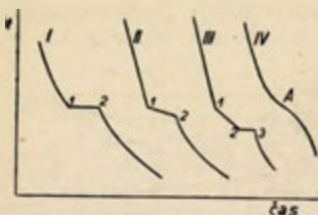


Obr. 217. Diagram tuhnutí Mn-Cu.

V minimu  $C$  společném pro obě čáry  $L$  a  $S$  taje i tuhne příslušná slitina (68% Cu + 32% Mn) beze změny svého složení, jako by to byla látka chemicky stejnorodá. Podobně se chovají slitiny Co-Mn, Mn-Ni a jiné.

Dosud jsme předpokládali, že „v pevném roztoku“ jsou obě složky mísitelné v libovolných poměrech. Může se však v pevných roztocích vyskytnouti též případ omezené rozpustnosti (na př. soustavy Hg-Cd nebo Bi-Pb), což však dále sledovati nebudeme.

Který z uvedených případů nastává při tuhnutí kapalně fáze, pozná se podle Tammana nejlépe z křivek chladnutí (obr. 218), jež dostaneme, nanášíme-li k úsečkám vyjadřujícím čas za poradnice příslušné teploty  $t$  při stejno-



Obr. 218. Křivky chladnutí.

měrném chladnutí. Tuhne-li látka beze změny složení (čisté látky, eutektika a slitiny s minimálním bodem tuhnutí), máme křivku tvaru I, v němž vodorovná úsečka 12 (t. zv. *prodleva*) stanoví bod tuhnutí. Má-li při tuhnutí kapalná a pevná fáze různé složení, je čára tuhnutí dána tvarem II; šikmá úsečka 12 vyznačuje začátek a konec tuhnutí. Jestliže se v tomto případě dosáhne eutektického bodu, projeví se to prodlevou 23 (tvar III), určující eutektickou teplotu. V případě složité směsi (na př. parafin) má křivka chladnutí tvar IV vyznačující, že přechod z fáze kapalně na

pevnou je poněkud náhlý; v tomto případě rozumíme bodem tuhnutí teplotu určenou bodem obrátu  $A$ .

Vhodným výběrem několika kovů lze sestavit slitiny s velmi nízkou teplotou tání. Příkladem toho jest Woodova slitina, tající při  $65.5^{\circ}$ , jež má složení





**154. Absorpce plynů.** Stýká-li se kapalina s plynem (na př. voda s kyslíčkem uhličitým), kapalina se ovšem vypařuje, tvoříc v plynu nasycené páry. Vedle toho však také plyn vniká do kapaliny a jest jí pohlcován (absorbován), až při rovnovážném stavu vytvoří kapalná fáze nasycený roztok plynu; dosažení nasycenosti se urychlí protřepáváním. Rozpustnost plynů v kapalinách závisí netoliko na jakosti kapaliny i plynu a na teplotě, jako je tomu u roztoků pevných látek, nýbrž i na tlaku plynu nad kapalinou.

Rovnovážný stav mezi nasyceným roztokem a plynem představujeme si podle kinetické theorie plynů dynamicky; v určité době právě tolik molekul plynu z roztoku uniká, kolik se jich nově pohltí. Když se tedy zvýší tlak plynu nad roztokem, zvětší se v témž poměru počet molekul do roztoku vstupujících; má-li to býti vyrovnáno zvětšeným počtem molekul z roztoku unikajících, musí se za nové rovnováhy zvětšiti v stejném poměru počet pohlcených molekul. To znamená, že množství plynu kapalinou za nasycenosti pohlceného jest úměrné tlaku plynu nad kapalinou (zákon Henryův, 1803). Na př. při dvakrát větším tlaku pohltí určitý objem kapaliny dvakrát větší množství plynu, jež však podle Boyleova zákona má při dvojnásobném tlaku stejný objem jako jednonásobné množství plynu při jednonásobném tlaku. To znamená, že daný objem  $V$  kapaliny pohlcuje za různých tlaků vždy stejný objem  $v$  plynu, měřený při tlaku a teplotě plynu nad kapalinou. Stálý poměr těchto objemů

$$\frac{v}{V} = \alpha'$$

služe podle Ostwalda *rozpustnost* plynu a stanoví tedy objem plynu pohlcený jednotkovým objemem kapaliny. Rozpustnost plynů s rostoucí teplotou zpravidla rychle klesá.

Bunsen zavedl jakožto *absorpční koeficient*  $\alpha$  poměr objemu  $v_0$  plynu měřeného sice při tlaku plynu nad roztokem avšak při teplotě  $0^\circ$ , k objemu  $V$  kapaliny. Vztah mezi absorpčním koeficientem  $\alpha$  a rozpustností  $\alpha'$  je tudíž

$$\alpha = \frac{v_0}{V} = \frac{v}{(1 + \gamma t) V} = \frac{\alpha'}{1 + \gamma t},$$

značí-li  $\gamma = 0.00367$  koeficient roztažnosti plynů.

Za velkých tlaků se jeví odchylky od Henryova zákona, jenž podobně jako Boyleův zákon platí jen přibližně. Přesná definice absorpčního koeficientu  $\alpha$  jakož i rozpustnosti  $\alpha'$  vyžaduje tudíž, aby byl zvolen určitý tlak za základní, na nějž se  $\alpha$  i  $\alpha'$  vztahují; bere se za něj normální tlak atmosférický.

Absorpční koeficient (podobně jako rozpustnost) s rostoucí teplotou se zpravidla velmi značně zmenšuje. Výjimku činí helium a neon, jejichž absorpční koeficient ve vodě s teplotou roste. Závislost absorpčních koeficientů vody na teplotě pro některé plyny ukazuje následující tabulka:



| plyn: | H <sub>2</sub> | N <sub>2</sub> | O <sub>2</sub> | CO <sub>2</sub> | SO <sub>2</sub> | NH <sub>3</sub> |
|-------|----------------|----------------|----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| 0°    | 0·0215         | 0·0231         | 0·0489         | 1·713           | 79·8            | 1175            |
| 10°   | 0·0196         | 0·0183         | 0·0380         | 1·194           | 56·6            | 840             |
| 20°   | 0·0182         | 0·0152         | 0·0310         | 0·878           | 39·4            | 683             |
| 30°   | 0·0172         | 0·0132         | 0·0262         | 0·665           | 27·2            | —               |
| 40°   | 0·0164         | 0·0116         | 0·0231         | 0·530           | 18·8            | —               |

Velký absorpční koeficient kyslíčného siričitého a zejména amoniaku ukazuje na to, že vedle vlastní absorpce spolupůsobí také chemické vlivy.

Je-li nad kapalinou směs plynů je každý z nich absorbován tak, jako by ostatních plynů nebylo, tedy úměrně svému parciálnímu tlaku. Má proto pohlcená směs plynová jiné procentové složení než směs nad roztokem. Z tabulky plyne, že absorpční koeficient kyslíku je zhruba dvakrát větší než pro dusík; proto vzduch pohlcený vodou je bohatší na kyslík než volný vzduch atmosférický. Na př. při 20° je v pohlceném vzduchu 34% kyslíku (podle objemu), kdežto ve volném vzduchu jen 21%. To má velký význam pro vodní živočišstvo.

Kapalina absorbující plyn zvětšuje svůj objem a zahřívá se. Sníží-li se tlak nad kapalinou fází anebo zvýší-li se její teplota, vystupuje z kapaliny část pohlcených plynů; varem se zpravidla vypudí všechny pohlcené plyny.

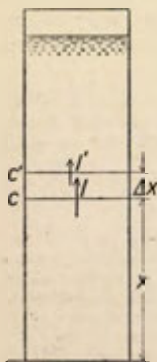
Také roztavené kovy pohlcují plyny; zejména měď a stříbro pohlcují dosti kyslíku, jenž se při tuhnutí uvolňuje a způsobuje prasknutí. Některé kovy i v pevném skupenství pohlcují plyny, na př. palladium pohlcuje vodík; tomuto zjevu říkáme *okluse*.

Od okluse je třeba rozlišovati *adsorpci*, již rozumíme, že na povrchu pevných látek se tvoří hustá vrstva stlačeného plynu. Velmi značnou adsorpci jeví dřevěné nebo živočišné uhlí, jež bylo dříve vyžíháno. Toho se užívá k dosažení vysokého vakua (na př. v elektronových lampách); kokosové uhlí ochlazené na teplotu tekutého vzduchu adsorbují téměř úplně zbývající plyny. Platinová černá silně adsorbují vodík a při tom se zahřívá; na tom se zakládají samočinné zapalovače svítíplynu.

**155. Difuse.** Do válcové nádoby nasypme trochu krystalů modré skalice a pak tam nalijme opatrně vodu. Za dobu poměrně krátkou vytvoří se na vrstvě, až kam sahají krystaly CuSO4, nasycený roztok modré skalice, oddělený ostrým rozhraním od čisté vody nad ním. Roztok a čistá voda jsou sice v mechanické rovnováze, ne však v thermodynamické rovnováze, jež vyžaduje, aby koncentrace roztoku byla v celé nádobě stejná. Po delším čase pozorujeme, že původní ostré rozhraní zmizelo a že roztok postupuje proti tíži výše a výše. Tento nezvratný děj slove *diffuse*; rozpuštěná látka proudí stále směrem spádu koncentračního. Koncentrací roztoku v určitém místě rozumíme počet gramů molekul rozpuštěné látky, připadající na objemovou jednotku.

Budiž ve výšce  $x$  (obr. 219) ode dna koncentrace  $c$ , ve výšce  $x + \Delta x$  koncentrace  $c'$ ; pak koncentrační spád definujeme jakožto

$$\lim \frac{c - c'}{\Delta x} = - \frac{\partial c}{\partial x}.$$



Obr. 219. Diffuse.

Difusní tok  $I$  stanovíme jakožto počet grammolekul, jež projdou jednotkou průřezu za jednotku doby. V prvním přiblížení je difusní tok  $I$  úměrný koncentračnímu spádu, tedy

$$I = -D \cdot \frac{\partial c}{\partial x}.$$

Konstanta  $D$  slove *koefficient difuze* a má rozměr

$$[D] = \left[ I \frac{dx}{dc} \right] = \frac{\text{mol}}{\text{cm}^2 \cdot \text{sec}} \cdot \text{cm} \cdot \frac{\text{cm}^3}{\text{mol}} = \frac{\text{cm}^2}{\text{sec}}.$$

Poněvadž však difuze postupuje velmi zvolna, brává se za jednotku doby den; koefficient difuze je pak vyjádřen v jednotkách  $\text{cm}^2/\text{den}$ .

Koefficient difuze závisí na teplotě, s níž roste, a to poněkud rychleji než podle úměrnosti. Rovněž závisí na koncentraci; zpravidla s rostoucí koncentrací mírně klesá, jak je zřejmé z tabulky pro  $\text{CuSO}_4$  při  $17^\circ \text{C}$ .

|                                  |       |      |      |      |
|----------------------------------|-------|------|------|------|
| $c$ (mol/litr)                   | 0.005 | 0.30 | 0.95 | 1.95 |
| $D$ ( $\text{cm}^2/\text{den}$ ) | 0.47  | 0.33 | 0.26 | 0.23 |

Difusí se mění koncentrace v jednotlivých vrstvách tak, že se rozdíly koncentrace vyrovnávají, až po velmi dlouhé době by byla koncentrace všude stejná. Budiž průřez uvažované nádoby  $q$ ; ve vrstvě výšky  $\Delta x$  je množství soli  $c \cdot q \cdot \Delta x$  (v mol). Za dobu  $dt$  přibude tam soli  $q(I - I') \cdot dt$ , což se rovná časovému přírůstku obsahu soli v té vrstvě. Dostáváme tak vztah

$$q \cdot \Delta x \frac{\partial c}{\partial t} \cdot dt = q(I - I') \cdot dt,$$

z něhož plyne

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \frac{I - I'}{\Delta x} = -\frac{\partial I}{\partial x} = +D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2}.$$

Tato rovnice určuje časový průběh difuze; je to stejná rovnice, jaká platí pro vedení tepla. To nám podává názornou představu o průběhu difuze; difuze soli v kapalině postupuje právě tak, jako se šíří teplo kovovou izolovanou tyčí (ovšem značně volněji).

Stejně vztahy platí i pro vzájemnou difusi dvou kapalin (na př. vody a alkoholu), jež se buď neomezeně mísí nebo vzájemně rozpouštějí.

Také plyny se difusí vzájemně promíchávají, i když původně hustší plyn (na př.  $\text{CO}_2$ ) byl dole a lehčí (na př.  $\text{H}_2$ ) nahoře. Pro difusi plynů platí stejné vztahy jako pro difusi solí v kapalinách nebo pro vzájemnou difusi kapalin; difuze plynů postupuje však mnohem rychleji. Místo koncentrace  $c$  zavádíme však výhodněji

parciální tlak  $p$  plynu, jenž je koncentraci úměrný. Časový průběh difuze je pak dán vztahem

$$\frac{\partial p}{\partial t} = D \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial x^2}.$$

Koeficient difuze je nepřímo úměrný úhrnnému tlaku obou plynů a vzrůstá téměř úměrně s dvojmocí jejich absolutní teploty. Koeficienty difuze  $D$  plynů se vyjadřují v jednotkách  $\text{cm}^2/\text{sec}$  (ne den); některé jsou uvedeny v následující tabulce pro celkový tlak 1 atm a teplotu  $0^\circ\text{C}$ .

|        |                         |                        |                          |                          |                  |
|--------|-------------------------|------------------------|--------------------------|--------------------------|------------------|
| Plyny: | $\text{H}_2\text{—O}_2$ | $\text{H}_2\text{—CO}$ | $\text{H}_2\text{—CO}_2$ | $\text{O}_2\text{—CO}_2$ | $\text{CO—CO}_2$ |
| $D$    | 0.678                   | 0.649                  | 0.538                    | 0.136                    | 0.131            |

Difusí je způsobeno, že vzduch obsahuje všude kyslík a dusík v témž poměru (aspoň v spodních vrstvách atmosféry).

Pokud se difundující plyny stýkají přímo, je rychlost difuze obou plynů stejná, neboť tlak ve všech vrstvách se udržuje samostatně na téže velikosti. Jestliže plyny difundují do sebe skrze průlinčitou stěnu, průběh difuze se změní a říkáme tomuto zjevu *transfuse*. Každý plyn proniká totiž průlinkami tak, jako by druhého plynu ani nebylo a jeho rychlost  $v$  je stanovena tímž vzorcem, jaký platí pro průtok plynu úzkým otvorem (str. 153), totiž přibližně

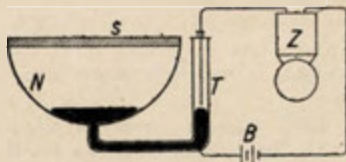
$$v = \sqrt{\frac{2(p_1 - p_0)}{s}},$$

kdež  $p_1$  a  $p_0$  znamenají jeho parciální tlaky na obou stranách průlinčité stěny, a  $s$  spec. hmotu. Ze vzorce plyne, že lehčí plyny difundují rychleji



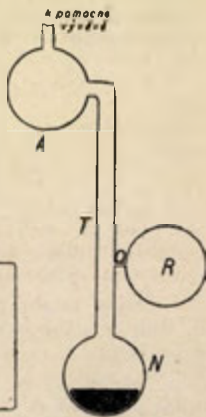
Obr. 220.

Transfuse svítivoplynu do vzduchu.



Obr. 221.

Ansellův indikátor.



Obr. 222.

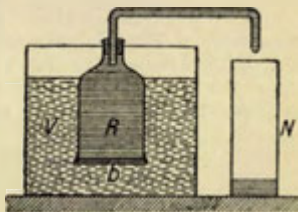
Princip rtuťové vývěvy difusní.

než těžší, takže na straně, kde byl dříve těžší plyn, vzniká přetlak. To se dá pěkně demonstrovati na transfusi svítiplynu do vzduchu (obr. 220); uvnitř průlinčité nádoby *N* vzniká přetlak, jenž se ukáže vodním manometrem *M*. Kdybychom místo svítiplynu vedli pod skleněnou nádobu *S* kysličník uhličitý, zmenší se tlak uvnitř nádoby *N*, neboť vzduch difunduje rychleji ven, než  $\text{CO}_2$  dovnitř.

Na tomto pozorování se zakládá Ansellův *indikátor* (obr. 221), jímž se samočinně oznamuje přítomnost báňského plynu v ubelných dolech. Je to kulová nádoba železná *N*, dole vybíhající v trubici dvakrát ohnutou, v níž je něco rtuti. Polokulová nádoba je nahoře uzavřena rovnou sádrovou stěnou *s*. Nad rtutí v úzké trubici *T* je kovový drát, mezi něj a rtuť je zařazen vodivý kruh, obsahující baterii *B* a zvonek *Z*. Jakmile se v dolech objeví methan, difunduje stěnou *s* dovnitř nádoby *N*, kde se zvýší tlak. V trubici *T* stoupne hladina rtuti a uzavře vodivé spojení, takže zvonek počne zvoniti.

Na difusi plynů zakládá se *difusní vývěva* (Gaede 1913), již se dá dosíci téměř úplného vakua. Její princip je naznačen na obr. 222. V nádobě *N* se vaří rtuť, jejíž páry vystupující trubicí *T* vytlačují před sebou vzduch a vstupují pak do nádoby *A* chlazené vodou, kdež se srážejí na kapalnou rtuť. Vzduch vytlačený do nádoby *A* se odssává dobrou pomocnou vývěvou (na př. olejovou). Trubice *T* je spojena velmi úzkým otvorem *o* s recipientem *R*, z něhož má býti vzduch vyčerpán. Tímto úzkým otvorem difunduje vzduch a snaží se vyrovnati parciální tlaky vzduchu v trubici *T* a v recipientu *R*. Poněvadž z trubice *T* byl vzduch parami rtuťovými úplně vytlačen, vzniká v recipientu dokonalé vakuum. Praktické provedení této vývěvy jest ovšem mnohem složitější, neboť musí býti postaráno o to, aby sražená rtuť v chladiči *A* jakož i do recipientu vniklá samočinně se vracela do vařiče *N*.

**156. Osmosa.** Kapaliny se samovolně promíchávají i tehdy, jsou-li odděleny průlinčitou blánou (pergamenovým papírem, zvířecím měchýřem a pod.). Zjev ten, zvaný *osmosa*, první pozoroval abbé Nollet (1748) a zabýval se jím obšírně Graham. Jestliže na př. v endosmometru (obr. 223) oddělíme roztok *R* chromanu draselného pergamenovým papírem *b* od čisté vody *V*, pronikají se skrze blánu obě kapaliny, avšak voda rychleji do



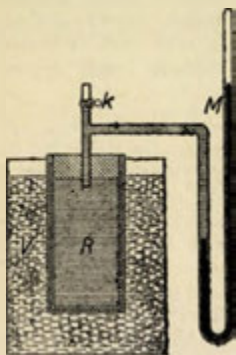
Obr. 223. Endosmometr.



roztoku, než roztok do vody. Uvnitř vznikne přetlak, jenž se projeví odkapáváním roztoku do nastavené nádoby *N*.

Rozpuštěné látky, jež takovýmito blanami pronikají, nazval Graham *krystaloidy*; látky nepronikající průlinčitými blanami slovou *koloidy*. Tímto způsobem lze tedy oddělovati krystaloidy od koloidů, což se nazývá *dialýsa*; užívá se jí v cukrovarství, v lékařnictví a pod.

Je však možné sestrojiti t. zv. *polopropustné* blány, jež propouštějí toliko čisté rozpouštědlo, nikoli však rozpuštěnou látku. Průlinčitou hliněnou nádobu naplníme 4% roztokem ferrokyanidu draselného  $K_4Fe(CN)_6$  (žlutá krevní sůl) a ponoříme ji do 3% ního roztoku síranu mědnatého  $CuSO_4$ . Na stykové ploše obou kapalin v průlinčité stěně se vytvoří blána ferrokyanidu mědnatého  $Cu_2Fe(CN)_6$ , jež má vlastnosti polopropustné blány.



Obr. 224. Osmotický tlak.

Takovouto průlinčitou nádobu s polopropustnými stěnami (obr. 224) naplníme roztokem *R*, na př. saccharosu, spojíme ji pak s manometrem *M* a vložíme do širší nádoby s vodou *V*. Voda vniká do roztoku, takže uvnitř tlak stoupá; vnikání ustane, až tlak dostoupí určité hodnoty, zvané *osmotický tlak*, jež změříme zavřeným rtuťovým manometrem *M*. Teprve za tohoto tlaku nastane rovnovážný stav mezi roztokem a vodou. Pro 1% ní roztoky při 16° C jsou osmotické tlaky:

|                   |                        |
|-------------------|------------------------|
| saccharosa . . .  | 521 mm Hg = 0.686 atm, |
| dextrin . . . .   | 166 " " = 0.213 "      |
| $KNO_3$ . . . .   | 1780 " " = 2.34 "      |
| $K_2SO_4$ . . . . | 1922 " " = 2.53 "      |

Pro zředěné roztoky neelektrolytů dokázali van't Hoff theoreticky a Morse pokusně, že osmotický tlak je právě takový, jako kdyby rozpuštěná látka zaujímala objem roztoku ve stavu plyném. V tomto případě lze tudíž osmotický tlak *p* rozpuštěné látky počítati podle stavové rovnice plynů

$$p = n R \frac{T}{V},$$

kdež *R* je plynová konstanta, *T* abs. teplota a *V* objem roztoku, obsahujícího *n* grammolekul rozpuštěné látky. Z toho plyne, že



osmotický tlak je úměrný koncentraci a abs. teplotě roztoku. V roztocích koncentrovanějších jeví se však odchylky od tohoto jednoduchého vztahu.

Měříme-li tlaky v atm a objemy v litrech, má plynová konstanta hodnotu  $R = 0.08204$  l. atm/grad (odst. 120). Saccharosa  $C_{12}H_{22}O_{11}$  má molekulovou hmotu 342; jednoprocenní roztok obsahuje v litru 10 g saccharosu, takže  $n = 10/342$ . Podle van't Hoffova vzorce při  $16^{\circ}$  ( $289^{\circ}$  abs.) plyne pro osmotický tlak

$$p = \frac{10}{342} \cdot 0.08204 \cdot \frac{289}{1} = 0.693 \text{ atm,}$$

tedy hodnota skoro stejná jako naměřená.

Roztoky elektrolytů jeví vždy větší osmotický tlak, než vyplývá z předešlého vzorce. Příčinou toho jest, že jsou zčásti nebo úplně disociovány; jednotlivé ionty působí jako samostatné molekuly, čímž se stává molekulová koncentrace a tedy i osmotický tlak větší.

Pro síran draselný  $K_2SO_4$  v 1% roztoku podává výpočet podle van't Hoffova vzorce pro osmotický tlak hodnotu 1.37 atm, což je značně méně než podle pozorování, jak se dalo vzhledem k disociaci očekávat.

Osmotickou rovnováhu můžeme si představovati takto: molekuly vody vně i uvnitř jsou v tlakové rovnováze; avšak v roztoku přistupuje ještě tlak molekul rozpuštěné látky, počítaný podle kinetické teorie plynů, jenž se jeví jako tlak osmotický.

## VI. Šíření tepla.

**157. Šíření tepla prouděním.** Teplo může přecházeti s místa na místo třím způsobem:

1. Přenáší je teplá hmota při svém proudění, což se jeví zejména v kapalinách a v plynech. Tento zjev nazýváme přenos tepla prouděním (*konvekce* tepla).

2. Teplo samo přechází z teplejších míst tělesa na studenější místa, což je přechod tepla vedením (*kondukcce* tepla).

3. Teplo se šíří z teplého tělesa všemi směry v přímočarých paprscích, což se nazývá záření tepelné (sálání, radiace).

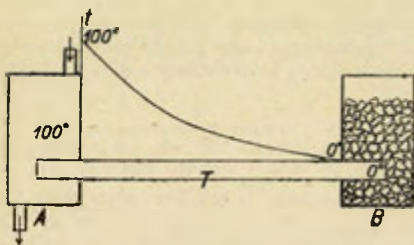
V kapalinách nebo v plynech zdola zahříváných stávají se dolní části řidšími a vystupují vzhůru, přenášejíce s sebou teplo; na jejich místa přichází horní chladné a hustší části. Proto se kapaliny a plyny zdola zahříváné rychle prohřejí. Mají-li se rychle ochladiti, je třeba ochlazovati je shora.

Proudění tepla má význam zejména v atmosféře zemské. V rovníkových krajinách vystupuje oteplený vzduch vzhůru a proudí směrem k pólům. Na

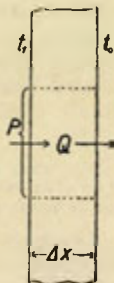
jeho místo proudí při povrchu vzduch z chladnějších krajín, což se jeví jako pasátní větry. Teplé horní proudy vzduchové zvolna klesají k povrchu a přinášejí teplo, oteplují krajiny mírného pásma.

Na proudění tepla se zakládá ústřední topení, jež se děje buď přehřátou parou nebo teplou vodou nebo horkým vzduchem.

**158. Vedení tepla.** Zahříváme-li kovovou tyč  $T$  (obr. 225) na jednom konci na př. vodní parou a udržujeme-li druhý konec na nízké teplotě (na př. ledem), nastane po jisté době ustálený stav a teplo přechází tyčí s míst vyšší teploty na nižší. O tom nás



Obr. 225. Vedení tepla tyčí.



Obr. 226.  
Vedení tepla deskou.

přesvědčuje ubývání ledu v chladnější lázni  $B$ . Měříme-li teplotu v různých průřezech tyče teploměry nebo termoelektrickým článkem, shledáme, že u teplejší lázně ubývá teploty rychle, čím dále však, tím volněji, jak je to naznačeno na obr. 225. Příčinou tohoto složitého zjevu jest, že vedle vedení tepla v tyči odchází část tepla povrchem tyče do okolí. Zjev by se stal jednodušším, kdybychom mohli tyč obaliti dokonalým tepelným izolátorem, jenž však neexistuje.

Abychom nemusili přihlížeti k ztrátám tepelným do okolí, uvažujeme vedení tepla v desce (obr. 226), jejíž plocha je značně velká proti tloušťce  $\Delta x$  a jejíž obě stěny udržujeme na různých teplotách  $t_1$  a  $t_0$ . Množství tepla  $Q$ , jež projde plochou  $P$  za dobu  $\tau$ , jest za ustáleného stavu úměrné ploše desky  $P$  a době  $\tau$ ; mimo to z měření plyne, že jest (aspoň velmi přibližně) úměrné teplotnímu spádu  $(t_1 - t_0)/\Delta x$ . Platí tudíž vztah

$$Q = \lambda \cdot P \cdot \tau \cdot \frac{t_1 - t_0}{\Delta x}.$$

Konstanta úměrnosti  $\lambda$  se nazývá *koefficient tepelné vodivosti*; znamená množství tepla, jež projde plochou  $1 \text{ cm}^2$  za vteřinu při jednotkovém spádu teplotním (rozdíl teplot ve vzdálenosti  $1 \text{ cm}$  je  $1^\circ \text{C}$ ).

Intensitou  $i$  tepelného proudu rozumíme množství tepla prošlého jednotkovou plochou za jednotku času; podle předešlého vzorce je tato intensita úměrná teplotnímu spádu, takže máme v limitě

$$i = \frac{Q}{P \cdot \tau} = \lambda \cdot \frac{t_1 - t_0}{\Delta x} = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x}.$$

Tento vzorec platí i při neustáleném proudění tepelném, kdy se teplota  $t$  s časem  $\tau$  mění. Štří-li se teplo směrem  $x$  kolmo vrstvou plochy  $1 \text{ cm}^2$  a tloušťky  $\Delta x$ , vstoupí tam za krátkou dobu  $\Delta \tau$  přední stranou teplo  $i \cdot \Delta \tau$  a zadní stranou vystoupí teplo  $i' \cdot \Delta \tau$ , takže přírůstek tepla jest  $(i - i') \cdot \Delta \tau$ ; jím se hmota vrstvy  $s \cdot \Delta x$  oteplí o  $\Delta t$ , určené vztahem

$$\Delta t = \frac{(i - i') \cdot \Delta \tau}{c \cdot s \cdot \Delta x},$$

v němž  $c$  znamená specifické teplo a  $s$  specifickou hmotu. Pro časový přírůstek teploty dostáváme z předešlého vzorce

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \lim \frac{\Delta t}{\Delta \tau} = \frac{1}{c \cdot s} \lim \frac{i - i'}{\Delta x} = -\frac{1}{c \cdot s} \cdot \frac{\partial i}{\partial x} = \frac{\lambda}{c \cdot s} \cdot \frac{\partial^2 t}{\partial x^2}.$$

To jest podobná diferenciální rovnice, jakou jsme poznali v odst. 155 pro průběh difuze.

Jak se měří koeficienty tepelné vodivosti, viz Zák. prakt. fys., str. 139. V následující tabulce jsou uvedeny tyto koeficienty při teplotě  $18^\circ$  v jednotkách  $\text{cal/cm} \cdot \text{sec} \cdot \text{grad}$ .

|                   |              |                     |                        |                  |         |
|-------------------|--------------|---------------------|------------------------|------------------|---------|
| stříbro . . . . . | 1.01         | železo 0.14 až 0.17 | dřevo 0.0003 až 0.0006 |                  |         |
| měď . . . . .     | 0.91         | olovo . . . . .     | 0.00042                |                  |         |
| hliník . . . . .  | 0.48         | rtuť . . . . .      | 0.00033                |                  |         |
| zinek . . . . .   | 0.27         | mramor . . . . .    | 0.00032                |                  |         |
| mosaz . . . . .   | 0.15 až 0.30 | sklo 0.001 až 0.002 | svítiplyn . . . . .    | 0.00013          |         |
| čín . . . . .     | 0.15         | voda . . . . .      | 0.00136                | vzduch . . . . . | 0.00005 |

Nejllepšími vodiči jsou kovy, z nich zvláště stříbro a měď; ostatní pevné látky vedou teplo mnohem méně a užíváme jich jako tepelných izolátorů. Vodivost kapalin je zhruba 100krát menší než kovů, vodivost plynů je ještě menší. — Vodivost slitin je vždy menší, než jak by vyšla podle směšovacího pravidla.

V technické praxi měří se plocha v  $\text{m}^2$ , teplotní spád ve stupních na metr, doba v hodinách a množství tepla ve velkých kaloriích. Pak koeficienty tepelné vodivosti jsou dány v jednotkách  $\text{Cal/m} \cdot \text{hod} \cdot \text{grad}$  a jejich číselné velikosti jsou 360krát větší než hodnoty uvedené v foregoing tabulce. Na př. čín má koeficient tepelné vodivosti

$$\begin{aligned} \lambda &= 0.15 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{sec} \cdot \text{grad}} = 0.15 \cdot \frac{0.001 \text{ Cal}}{0.01 \text{ m} \cdot \frac{1}{3600} \text{ hod} \cdot \text{grad}} \\ &= 0.15 \cdot 360 \frac{\text{Cal}}{\text{m} \cdot \text{hod} \cdot \text{grad}} = 54 \frac{\text{Cal}}{\text{m} \cdot \text{hod} \cdot \text{grad}}. \end{aligned}$$

Koeficienty tepelné vodivosti závisí též poněkud na teplotě. Vodivost čistých kovů s rostoucí teplotou mírně klesá, u slitin zpravidla s teplotou poněkud stoupá.

Je pozoruhodné, že řada čistých kovů seřazených podle tepelné vodivosti  $\lambda$ , souhlasí s řadou sestavenou podle elektrické vodivosti  $\lambda_e$  (což je pře-

vratná hodnota specifického odporu). Wiedemann a Franz usoudili ze svých pokusů, že tepelná vodivost čistých kovů je přibližně úměrná vodivosti elektrické, ale konstanta úměrnosti se mění s teplotou. Pravidlo toto zobecnili Lorenz a Lorentz, podle nichž poměr obou vodivostí tepelné  $\lambda$  a elektrické  $\lambda_e$  jest úměrný absolutní teplotě  $T$ , tedy

$$\frac{\lambda_e}{\lambda} = \text{konst. } T = 5 \cdot 8 \cdot 10^{-9} \cdot T.$$

Tomuto pravidlu vyhovují Pb, Cd, Sn, Ni, Zn, Ag, Cu; odchylky jeví Fe a Al.

Vodivost plynů, nejsou-li příliš zředěny, nezávisí na tlaku. Tento překvapující zjev odvodil Maxwell z kinetické theorie plynů a byl pak dodatečným měřením úplně potvrzen. Teprve při velkém zředění vodivost plynů silně klesá. Dokonalé vakuum je nejlepším tepelným izolátorem. Toho se používá v t. zv. Dewarových nádobách, jež mají dvojité skleněné stěny, mezi nimiž je vysoké vakuum. Aby se zmenšilo sálání tepla, je vnitřní povrch obou stěn postříben. V takovýchto nádobách lze dlouho chovati i převážet tekuté vzduch; užívá se jich též s výhodou jakožto kalorimetrů.

**159. Průchod tepla rozhraním.** Dosavadní úvahy se vztahovaly na průchod tepla uvnitř téže látky. Prochází-li však teplo rozhraním, oddělujícím dvě různé látky, vzniká nový zjev. Těsně před rozhraním a za ním nejsou teploty stejné, nýbrž liší se o určitou konečnou hodnotu; pravíme, že na rozhraní vzniká teplotní skok. Tepelný proud  $i$  (vztahovaný na  $1 \text{ cm}^2$  plochy za vteřinu) je podle zkušenosti úměrný tomuto teplotnímu skoku  $t - t'$ , tudíž

$$i = \alpha (t - t').$$

Konstanta úměrnosti  $\alpha$  slove *koefficient přestupu* tepla; jeho hodnota závisí netoliko na jakosti obou stýkajících se látek, nýbrž i na drsnosti rozhraní a u kapalin a plynů stýkajících se s kovy též na tom, jsou-li v klidu nebo v pohybu.

Pro technickou praxi je zejména důležitý přechod tepla z horkých plynů v topeništi stěnou kotlu do vody uvnitř kotlu. Budiž  $t_1$  teplota horkých plynů,  $t'_1$  a  $t'_0$  teploty na vnější a vnitřní straně kotelní stěny, jež má tloušťku  $d$ , a  $t_0$  teplota vody v kotlu. Pro tepelný proud  $i$  procházející  $1 \text{ cm}^2$  povrchu za vteřinu platí pak současně tyto vztahy

$$i = \alpha_1 (t_1 - t'_1) = \lambda \cdot \frac{t'_1 - t'_0}{d} = \alpha_2 (t'_0 - t_0).$$

Známe jest ovšem jen celkový teplotní rozdíl  $t_1 - t_0$ . Pro jednotlivé rozdíly teplot plyne z předšlého

$$t_1 - t'_1 = \frac{i}{\alpha_1}, \quad t'_1 - t'_0 = i \cdot \frac{d}{\lambda}, \quad t'_0 - t_0 = \frac{i}{\alpha_2}.$$

Sečtením těchto rovnic dostaneme

$$t_1 - t_0 = i \left( \frac{d}{\lambda} + \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} \right)$$

a tedy

$$i = k \cdot (t_1 - t_0), \quad \text{kdež} \quad \frac{1}{k} = \frac{d}{\lambda} + \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2}.$$

Konstanta  $k$  stanoví celkový koeficient průchodu tepla, tedy množství tepla, jež by prošlo za vteřinu jednotkovou plochou při teplotním rozdílu  $1^\circ$  mezi horkými plyny a vodou. Stanovíme-li tento koeficient  $k$  a tím i intensitu tepelného proudu, můžeme pak podle dřívějších vztahů určití skoky teplotní na obou rozhraních kotelní stěny; je zřejmé, že teplotní skok je na té straně větší, na níž má koeficient přestupu  $\alpha$  menší hodnotu.

**160. Tepelné záření.** Z každého tělesa šíří se ustavičně do okolí tepelná energie, jež postupuje v přímočarých paprscích rychlostí světla. Podle dnešních názorů jsou to krátké elektromagnetické vlny téhož druhu jako viditelné záření (světlo). O geometrických vlastnostech tohoto záření platí vše jako o světelném záření a pojednáme o tom až v optice. Tepelné záření je složené, t. j. skládá se ze záření různých délek vlnových  $\lambda$ . Intensita tohoto záření jakož i její rozložení na různé délky vlny velmi podstatně záleží na teplotě zářícího tělesa a do jisté míry též na jeho jakosti. V dalším podáme hlavní zákony tepelného záření, ale bez odvození, jež je dosti složité.

Úhrnná energie  $E$ , kterou  $1 \text{ cm}^2$  povrchu vyzáří za vteřinu, nazývá se jeho úhrnná *zářivost* (emise). Z úhrnné zářivosti  $E$  připadá na obor vlnových délek od  $\lambda$  do  $\lambda + d\lambda$  část  $E_\lambda \cdot d\lambda$ , při čemž součinitel  $E_\lambda$  se nazývá *spektrální zářivost* příslušná vlnové délce  $\lambda$ . Pro úhrnnou zářivost samozřejmě platí

$$E = \int_0^\infty E_\lambda \cdot d\lambda.$$

Dopadá-li takovéto záření na nějakou látku, část se ho odrazí, část propustí a zbytek se pohltí, při čemž tato část zářivé energie se mění zase v teplo. Poměr pohlcené energie k celkové dopadající energii se nazývá *poměrná pohltivost* (relativní absorpce)  $A$ . Tělesa černá téměř úplně pohlcují veškerou dopadající energii. Abstrakci zavádíme pojem tělesa absolutně černého, jež pohlcuje všechnu dopadající zářivou energii; jeho pohltivost je tedy  $A_0 = 1$ .

Je pozoruhodné, jak jednoduchým způsobem lze realizovati absolutně černé těleso; je to prostě malý otvor, za nímž je větší dutina s černými stěnami. Záření vstupující otvorem do dutiny se na stěnách při několikanásobných odrazech dokonale pohltí, takže se otvorem nic nevrací zpět. Je to známá zkušenost, že otevřený vikýř ve střeše se jeví jako „absolutně černý“.

Kirchhoff (1850) odvodil z thermodynamických úvah, že poměr zářivosti  $E$  a relativní absorpce  $A$  závisí pouze na teplotě



tělesa, ne však na jeho jakosti. Poměr tento  $E/A$  rovná se tudíž zářivosti abs. černého tělesa  $E_0$ , pro něž  $A_0 = 1$ . Důsledkem tohoto zákona jest, že černá tělesa nejsilněji září. Kirchhoffův zákon platí netoliko pro úhrnnou zářivost, nýbrž i pro spektrální zářivost  $E_\lambda$  a pohltivost  $A_\lambda$ , jejichž poměr závisí tedy jen na abs. teplotě  $T$  a na délce vlny  $\lambda$ , takže

$$\frac{E_\lambda}{A_\lambda} = f(\lambda, T) = \text{spektr. zářivost abs. černého tělesa.}$$

Jednotlivé látky pohlcují tudíž nejsilněji právě ty druhy záření, jež samy nejsilněji vysílají. Je proto důležité znáti funkci  $f(\lambda, T)$ , t. j. spektrální zářivost abs. černého tělesa, jejíž vlastnosti byly však poznávány jen postupně.

Stefan (1879) na základě různých měření odvodil zákon, že úhrnná zářivost  $E_0$  černého tělesa roste úměrně se čtvrtou mocninou abs. teploty, tedy

$$E_0 = \sigma \cdot T^4, \quad \sigma = 5.74 \cdot 10^{-5} \text{ erg/cm}^2 \cdot \text{sec} \cdot \text{grad}^4.$$

Z pozorování na Zemi můžeme stanovití úhrnnou zářivost Slunce a z toho počítati abs. teplotu jeho povrchu, pro niž vychází  $T = 5860^\circ$  abs., ovšem za předpokladu, že povrch Slunce se chová jako absolutně černé těleso.

Má-li těleso teplotu  $T$  a okolí teplotu  $T_0$ , vydává každý  $\text{cm}^2$  za vteřinu energii  $\sigma \cdot T^4$  a z okolí přijímá energii  $\sigma \cdot T_0^4$ , takže přebývající výdej  $e$  energie jest

$$e = \sigma (T^4 - T_0^4).$$

Při malém rozdílu teplot jest

$$e = \sigma (T^2 + T_0^2) (T + T_0) (T - T_0) \doteq \sigma \cdot 4 T'^3 \cdot (T - T_0) = k \cdot (t - t_0),$$

při čemž součty nahrazujeme dvojnásobnými průměry  $T'$ . Za malého rozdílu teplot tělesa a okolí je vydávané teplo úměrné rozdílu teplot, kterýžto vztah znal již Newton.

O nalezení vyzařovacího zákona pokusil se prvý Wien (1896). Ač nedosáhl úplného zdaru, přece zjistil, že vlnová délka  $\lambda_m$ , pro kterou je spektrální záření  $E_\lambda$  za dané teploty  $T$  největší, jest ne přímo úměrná této teplotě, tedy

$$\lambda_m \cdot T = \text{konst.} = 0.2885 \text{ cm} \cdot \text{grad.}$$

To tedy znamená, že čím vyšší je teplota, tím více se maximální záření posunuje na stranu kratších délek vlnových (t. zv. Wienův posunovací zákon). Proto zahřívané těleso nejprve (asi při  $525^\circ \text{C}$ ) vydává jen světlo červené (dlouhovlnné), s rostoucí teplotou přistupuje záření kratších vlnových délek, čímž barva se mění v oranžovou, žlutou až bílou.

Sluneční záření má maximum v oboru žlutozeleném,  $\lambda = 5000 \text{ \AA} = 5 \cdot 10^{-6} \text{ cm}$ . Z Wienova posunovacího zákona plyne pro teplotu slunečního povrchu  $T = 5770^\circ$  abs., v dobré shodě s odhadem dřívejším.

Teprve Planck (1900) odvodil správný zákon záření abs. černého tělesa, když učinil odvážný předpoklad, že výměna energie mezi tělesem a zářením neděje se spojitě, nýbrž po *kvantech* energie  $\varepsilon$ , jež jsou úměrná kmitočtu  $\nu$  daného záření,

$$\varepsilon = h \cdot \nu = \frac{hc}{\lambda}, \quad h = 6.545 \cdot 10^{-27} \text{ erg. sec.}$$

Konstanta  $h$  slove Planckova konstanta,  $c = 3 \cdot 10^{10}$  cm/sec je rychlost světla. Planckův zákon vyřazovací pro spektrální zářivost  $E_\lambda$  jest

$$E_\lambda = f(\lambda, T) = \frac{C_1}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{\frac{C_2}{\lambda T}} - 1},$$

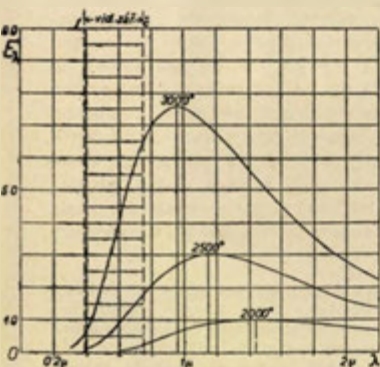
kdež konstanty  $C_1$  a  $C_2$  mají hodnotu

$$C_1 = 2\pi h c^3 = 3.702 \frac{\text{erg} \cdot \text{cm}^3}{\text{sec}}, \quad C_2 = \frac{hc}{k} = 1.432 \text{ cm} \cdot \text{grad.}$$

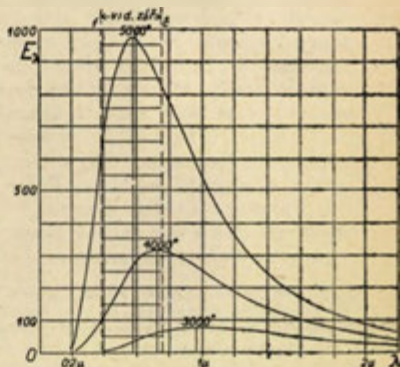
Při tom

$$k = \frac{R}{N} = 1.372 \cdot 10^{-16} \text{ erg/grad}$$

je Boltzmannova konstanta (srovn. odst. 124). Planckův zákon vyřazovací pro černé těleso úplně souhlasí se všemi pozorováními.



Obr. 227. Planckův zákon vyřazovací.



Obr. 228.

Závislost spektrální zářivosti  $E_\lambda$  na vlnové délce  $\lambda$  pro několik absolutních teplot je znázorněna na obrazech 227 a 228. Při tom se však předpokládá, že vlnové délky  $\lambda$  se měří v mikronech ( $1\mu = 0.001$  mm) a energie v kaloriích; pak konstanty Planckova zákona mají číselné hodnoty

$$C_1 = 8845, \quad C_2 = 14320.$$

Z obr. 227 na př. zjistíme, že největší zářivost při  $3000^{\circ}$  je pro vlnovou délku  $\lambda_{\max} = 0.96 \mu$  a jest  $E_{\lambda} = 76$ : to znamená, že každý čtverečný centimetr za vteřinu by vydal pro spektrální obor  $d\lambda = 1 \mu$ , kdyby ovšem v tak širokém oboru byla zářivost stálá, což však není splněno, energii 76 cal. Pro 1000krát menší spektrální obor  $d\lambda = 1 \mu\mu = 0.001 \mu$ , v němž můžeme zářivost aspoň přibližně považovati za stálou, je tedy energie vyzařena plochou  $1 \text{ cm}^2$  za vteřinu 0.076 cal. Při  $5000^{\circ}$  je maximální zářivost při  $\lambda_{\max} = 0.58 \mu$  a pro obor  $d\lambda = 1 \mu\mu$  činí 0.97 cal. — Z obou obrazců z nichž druhý je rysován v 10krát menším měřítku pro  $E_{\lambda}$ , je zřejmé, že maximum záření se posunuje při vyšších teplotách ke kratším vlnovým délkám, jak žádá Wienův zákon.

Podle Planckova zákona vyzařovacího (srovn. obr. 227) tepelné záření pozemských zdrojů se skládá z největší části ze záření infračerveného (neviditelného), jež má delší vlnovou délku než záření červené. Propustnost různých látek pro toto záření jest odlišná od propustnosti pro záření viditelné. Tak na př. sklo, dokonale průhledné, silně pohlcuje toto dlouhovlnné záření; naproti tomu tenká deska ebonitová, pro světlo zcela neprůhledná, aspoň zčásti propouští infračervené záření. Látky, jež propouštějí dlouhovlnné tepelné záření, nazývají se průteplivé (diathermanní); patří k nim zejména kamenná sůl a kazivec.

**161. Zdroje tepla.** Přírozeným zdrojem téměř veškerého tepla pozemského je Slunce, jež vysílá ze svého povrchu ohromnou energii v podobě záření. Jakožto *solární konstantu* definujeme množství tepla, jež dopadá za minutu na plochu  $1 \text{ cm}^2$  kolmo postavenou k paprskům slunečním ve střední vzdálenosti Země od Slunce. Teplo, které skutečně dopadá na povrch zemský, jest ovšem menší o část pohlcenou v atmosféře, jež činí asi  $40\%$ . Abbot a Fowle (1912) určili ze svých měření pro solární konstantu průměrnou hodnotu  $1.93 \text{ cal/min. cm}^2$ , kolem níž průběhem doby kolísá v rozmezí asi  $5\%$ . Podle toho celý povrch Země přijímá od Slunce za každou minutu  $2.5 \cdot 10^{18} \text{ cal}$ , což je však jen zcela nepatrná část z ohromného záření slunečního, vysílaného na všechny strany do světového prostoru.

Je proto otázka, odkud Slunce tuto ohromnou energii bere. Původní Helmholtzova domněnka, že tato energie vzniká z práce konané gravitačními silami při povolném smršťování Slunce, na vysvětlení nestačí, ač ovšem aspoň část úbytku energie sluneční je tímto způsobem kryta. Podle novějších názorů nutno předpokládati, že ve vnitřku Slunce, kde teplota je nadmíru vysoká, existují radioaktivní atomy na Zemi neznámé, jichž rozpadem se energie uvolňuje. Podle Eddingtona snad je možným zdrojem to, že proton a elektron za těchto výjimečných podmínek mohou se vzájemně zničit, čímž se jejich hmota podle teorie relativity mění v zářivou energii nesmírně krátké vlnové délky, což by k výkladu stačilo.

Také Země má své vlastní teplo, jak tomu nasvědčuje přibývání teploty s hloubkou pod povrchem zemským (v dolech a pod.).

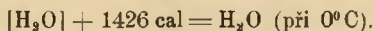
V hloubce asi 20 m pod povrchem je stálá teplota kolem  $12^{\circ}$ , jež směrem dolů za každých 31 m stoupá o  $1^{\circ}$ . Tento „geothermický gradient“ vedl by k ohromně vysokým teplotám nitra zemského (na př. v hloubce 200 km by měla být teplota asi  $6000^{\circ}$ ), což vede k některým nesrovnalostem s pozorováním. Nutno proto předpokládati, že přibývání teploty s hloubkou se postupně zmiňuje, takže největší část nitra zemského má teplotu stálou.

Na povrchu Země mění se teplota účinkem záření slunečního periodicky, při čemž periody jsou den a rok. Denní změny teploty zasahují jen do hloubky 1 m, roční změny zasahují do hloubky 10 m, ale vliv jejich se dá zjistiti ještě ve hloubce 20 m; jsou vždy však zpožděny proti změnám na povrchu.

Umělým zdrojem tepla je zpravidla chemická energie, neboť při chemických reakcích buď se vybavuje teplo (reakce exothermická) nebo se teplo spotřebuje (reakce endothermická). Chemické rovnice, mají-li úplně charakterisovati danou reakci, potřebují tudíž doplnění tímto reakčním teplem. Při tom je třeba též vyznačiti skupenství reagujících látek. Podle Ostwalda skupenství pevné se označuje hranatými závorkami, skupenství plynné kulatými závorkami; skupenství kapalné jest bez závorek. Podle toho znamená



Na př. tání ledu vyjadřuje chemicko-energetická rovnice

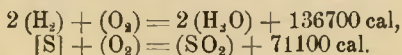


Z rovnice vyjadřující oxydaci uhlíku

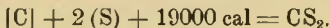


seznáváme, že grammolekula uhlíku (12 g) při úplném spálení vydá 94300 cal. Spalné teplo, připadající na 1 g látky, je tedy 7860 cal.

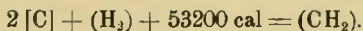
Podobný význam mají rovnice, určující spalování vodíku a síry



To jsou reakce exothermické. Jako příklad reakcí endothermických uvádíme vznik sirouhlíku, vedou-li se páry sírové přes rozzhavené uhlí



Nebo podobný vznik acetylénu



V technické praxi *spalným teplem* (výhřevností) rozumíme teplo (ve velkých kaloriích), vzniklé dokonalým spálením 1 kg paliva. Číselně jest ovšem stejné jako spalné teplo pro 1 g paliva

v malých kaloriích. Spalné teplo se stanoví kalorimetrickou bombou (Berthelotovou, Mahlerovou a pod.). Je to bomba, jejíž stěny jsou vyloženy platinou nebo porculánem. Do ní se vloží odvážené množství paliva a napumpuje se tam dostatečně kyslíku, aby se všechno palivo mohlo dokonale spáliti. Bomba se vloží do vodního kalorimetru a elektrickým proudem se palivo zapálí. Ze zvýšení teploty kalorimetru (po ustálení teploty) se pak spalné teplo snadno vypočte. Některá spalná tepla v Cal/kg nebo v cal/g podává následující tabulka:

|                   |  |
|-------------------|--|
| vodík . . . 34200 | svítiplyn . . . 12000 (na m <sup>3</sup> 5600 cal) |
| petrolej . 11000  | anthracit . . . 7600 až 8400                       |
| koks . . . 7400   | kamenné uhlí . 7000 až 8000                        |
| líh . . . 7000    | suché dřevo . . 3900 až 4400                       |

Zdrojem tepla může býti také mechanická energie, jak jsme o tom jednali v thermodynamice, dále energie elektrického proudu, o čemž pojednáme v nauce o elektřině.

---



# Nauka o elektřině a magnetismu.

## I. Elektrostatika.

**162. Vývoj poznatků o elektřině.** Již ve starověku bylo známo, že třený jantar přitahuje drobná tělíska; to však zůstalo dlouho nepovšimnuto. Teprve lékař Gilbert (1540—1603) počal se soustavně zabývatí takovými zjevy, jež podle řeckého názvu jantaru (elektron) nazval *elektrické* (zkratka el.). Látky, které se mu podařilo třením zelectrovati (dnešní izolátory), nazýval *idielektrické*. Představoval si, že třením se vyvinuje jemná látka, rozšiřující se do okolí, jež pak, vracejíc se zpět, unáší s sebou lehká tělíska. Látky, jež nedovedl třením zelectrovati (dnešní vodiče), nazýval *anelektrické*.

První primitivní elektriku (otáčivá sírová koule, třená suchou rukou) sestrojil Guericke r. 1663; sám také poznal, že lehká tělíska dotknuvší se zelectrovaného tělesa se pak od něho odpuzují.

Hawksbee (1709) zjistil působení zelectrovaného tělesa na dálku a je tak objevitelem *elektrostatické indukce*. Gray (1729) poznal sdílení elektrického stavu dotykem a vedením; tím se vysvětlilo, proč se Gilbertovi nepodařilo zelectrovati kovy (vzbuzená elektřina se odvádí do země). Z těchto poznatků počínala se zvolna tvořiti představa o elektrickém *fluidu*. Dufay (1733) poznal, že jsou vlastně dva druhy elektřiny, sklová a pryskyřicová, jak je nazýval; stejnojmenné elektřiny se odpuzují, nestejnojmenné elektřiny se přitahují.

Vlastním zakladatelem *fluidové theorie* elektřiny je Franklin (kolem r. 1750). Zjistil, že třením vznikají vždy obě elektřiny zároveň. Svůj výklad založil na existenci jediného fluida. Každé těleso neelektrické má jisté přiměřené množství el. fluida. Elektrovaní třením spočívá v tom, že část fluida přechází s jednoho tělesa na druhé, takže jedno má pak méně a druhé více fluida než v normálním stavu; prvé je záporně elektrické, druhé je kladně elektrické. Z pozorování tichého výboje mezi dvěma hroty (z kladného hrotu vychází světelný keříček) soudil, že elektřina sklová vzniká nadbytkem fluida, a proto ji označil za kladnou. Vzájemně

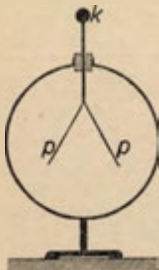
působení zelektrovaných těles vykládal si působením na dálku: elektrická fluida se vzájemně odpuzují, ale el. fluidum a hmota se přitahují. Aepinus doplnil to dalším předpokladem, že také částice hmoty se vzájemně odpuzují. Tak vznikla theorie jednoho fluida (*unitární*), jež v podstatě souhlasí s dnešními názory theorie elektronové, až na to, že místo kladného fluida předpokládáme nyní záporné elektrony.

Více se však ujala theorie *dualistická*, jež pochází od Symmera (1759). Podle ní existují dvě fluida elektrická, kladné a záporné, jejichž účinek na venek se vzájemně ruší. Souhlasná fluida se odpuzují, nesouhlasná se přitahují. Tato fluida jsou ve vodičích volně pohyblivá, ale nevodiče neboli izolátory jsou pro ně neprostopupné. V neelektrickém tělese jest obou fluid stejně mnoho; elektrování spočívá v tom, že obě fluida navzájem promísená od sebe oddělíme. Vodič, mající nadbytek jednoho fluida, jeví se příslušně elektrickým; přebývajícím volné fluidum pro vzájemné odpuzování se usadí na povrchu vodiče, kde okolní izolátor brání dalšímu oddalování.

Obě theorie fluidové, unitární a dualistická, liší se vlastně jen formálně; dualistická theorie je názornější, proto se všeobecně ujala a podle ní se upravily názvy zjevů elektrických.

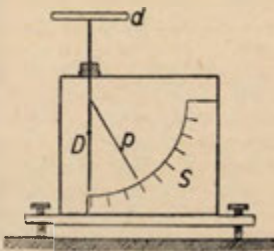
**163. Základní pokusy.** K počátečním pokusům o elektrině užíváme tyčí buď z těžkého olovnatého skla, jež se třením o hedvábí neb o amalgamovanou kůži nabíjí kladně, nebo z ebonitu (tvrdého kaučuku), jež třením srstí se nabíjí záporně. Snadno zjistíme, že souhlasné elektrické tyče se vzájemně odpuzují, nesouhlasné elektrické se přitahují.

Pro jemnější studium užíváme *elektroskopu* (obr. 229). Jsou to dva lehké proužky  $p$  (papírové, aluminiové, pozlátkové), zavěšené na svislém izolovaném drátě, jež je nahoře zakončen kovovou kuličkou  $k$  nebo deskou. Pro ochranu před proudy



Obr. 229.  
Elektroskop.

vzdušnými jsou proužky uzavřeny v obalu z části skleněném a z části kovovém. Kovovou část spojujeme vodivě se zemí. Elektroskop s jedním proučkem (obr. 230), v němž odchylku listku  $p$  od pevného drátu  $D$  můžeme měřiti na slídové stupnici  $S$ , nazývá se *listkový elektrometr*.



Obr. 230.  
Elektrometr listkový.

Přeneseme-li na elektroskop zkusnou kuličkou (kovovou kuličkou na izolujícím držadle) trochu elektřiny, rozestupují se proužky a to tím více, čím více elektřiny jsme přenesli. Při přiblížení souhlasně elektrického tělesa rozstup proužků se zvětšuje, při přiblížení nesouhlasně elektrického tělesa se rozstup proužků zmenšuje. Dotkneme-li se kuličky nabitého elektroskopu izolující tyčinkou, rozstup proužků se nemění; při dotyku vodivou tyčinkou proužky ihned sklesnou.

Přenášíme-li zkusnou kuličkou na elektroskop elektřinu z různých částí na př. izolované duté krychle, kterou jsme zelektovali, zjistíme, že nejvíce elektřiny je na rozích, nejméně na rovných stěnách, a že v dutině vůbec není elektřiny.

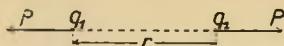
Dvěma elektroskopy, jež spojíme vodivým drátem na izolujícím držadle, můžeme vyšetřiti elektrostatickou indukci. Přiblížme k jednomu elektroskopu tyč na př. kladně elektrickou, oddalme napřed spojující drát a pak indukující tyč. Oba elektroskopy jsou nabitý a to bližší nesouhlasně, vzdálenější souhlasně. Indukcí rozestupují se totiž oba druhy elektřiny. Nesouhlasná je přitahována do bližší části vodiče a jest vázána (dotykem nemůžeme ji odvésti do země). Souhlasná elektřina jest odpuzována do vzdálenějších míst vodiče a je volná; dotykem odvede se do země.

Na indukci se zakládá Voltův *elektrofor*. Je to ebonitová deska v plechovém talíři; k desce přiléhá kovový kotouč s izolovanou rukojetí. Třeme-li ebonitovou desku srstí, zelektruje se záporně. Přiložením kovového kotouče váže se v něm nesouhlasná (kladná) elektřina; souhlasnou volnou elektřinu odvedeme dotykem do země. Po oddálení je pak kotouč nabit kladně.

Větší množství elektřiny získáváme elektrikami. Historický význam má třetí elektrika Winterova. Moderní influenční elektriky (Holtz, Töpler, Wimshurst, Wommelsdorf a j.) spočívají na elektrostatické indukci.

Indukcí vykládáme též ssání elektřiny hroty, jež objevil Diviš (v pol. XVIII. stol.). Elektroskop opatříme ostrým hrotem a proti hrotu postavíme zelektrované těleso. Indukcí rozstoupí se v elektroskopu obě elektřiny; nesouhlasná je přitahována do hrotu, z něhož vysrší na zelektrované těleso, zmenšujíc takto jeho náboj. V elektroskopu po oddálení tělesa zbývá souhlasná elektřina, takže výsledek je takový, jako by hrot byl vysál část elektřiny z tělesa.

**164. Zákon Coulombův.** Ve smyslu fluidové theorie zavádíme pojem měřitelného množství elektřiny (kladné nebo záporné). Při tom velikost určitého náboje elektrického posuzujeme podle jeho účinku na venek. Dva bodové náboje  $q_1$  a  $q_2$  (obr. 231) v určité



Obr. 231.

Vzájemné působení dvou el. nábojů.

Nahradíme-li jeden náboj, na př.  $q_1$ , jiným  $q'_1$  a mají-li i pak síly  $P$  stejnou velikost jako dříve, soudíme, že náboje  $q_1$  i  $q'_1$  jsou stejně velké. Jsou-li však v druhém případě působící síly  $P'$   $n$ -krát větší, jsme oprávněni k úsudku, že náboj  $q'_1$  jest  $n$ -krát větší než náboj  $q_1$ . Podle toho výslední síla  $P$ , působící mezi dvěma náboji  $q_1$  a  $q_2$ , jest úměrná jak velikosti prvního náboje  $q_1$ , tak i velikosti druhého  $q_2$  a tudíž i jejich součinu  $q_1 \cdot q_2$ . Mimo to však závisí na jejich vzdálenosti  $r$  a na prostředí. Již Priestley (1767) a nezávisle na něm Cavendish (1771) soudili, že té síly ubývá s dvojmocí vzdálenosti. Coulomb (1785) potvrdil tento zákon měřením pomocí torsních vah a podle něho jej nazýváme zákon Coulombův. Platí tudíž

$$P = \text{konst.} \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2},$$

při čemž velikost konstanty závisí jednak na prostředí, jednak na volbě jednotky pro el. náboj. Pro zjednodušení volíme za *absolutní jednotku elektrostatickou* takový náboj, jenž na stejně velký náboj ve vzdálenosti 1 cm ve vakuu působí silou jednoho dynu. Pak konstanta Coulombova zákona má pro vakuum hodnotu jednotkovou a platí

$$P = \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}.$$

V jiných prostředích (na př. v petroleji) má ona konstanta hodnotu odlišnou od 1 (vždy menší než 1); její převratná hodnota se nazývá *dielektrická konstanta*  $\epsilon$ , jež je tedy vždy větší než 1. Je tedy obecný výraz Coulombova zákona

$$P = \frac{1}{\epsilon} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}.$$

Důsledný postup při odvozování elektrických jednotek v absolutní soustavě by byl, považovati právě definovanou jednotku elektrického množství za novou základní jednotku, označenou na př. „el“ a družící se k základním jednotkám dřívějším (cm, g, sec, grad). Pak by obecný zákon Coulombův definoval jednotku dielektrické konstanty  $\epsilon$ , jejíž rozměr by byl složen z jednotek mechanických i elektrické. Pro tento rozměr  $[\epsilon]$  by z Coulombova zákona plynulo:



$$\varepsilon = \frac{q_1 \cdot q_2}{P \cdot r^2}; \quad \text{tedy} \quad [\varepsilon] = \frac{\text{el}^2}{\frac{\text{g} \cdot \text{cm}}{\text{sec}^2} \cdot \text{cm}^2} = \frac{\text{el}^2 \cdot \text{sec}^2}{\text{g} \cdot \text{cm}^3}.$$

Avšak vývoj jednotek v soustavě elektrostatické (zkratka elst.) bral se jinou cestou. Dielektrická konstanta  $\varepsilon$  se považuje (ovšem neoprávněně) za pouhé číslo a pak Coulombův zákon vyjadřuje elst. jednotku elektřiny pomocí základních jednotek mechanických. Položíme-li totiž v Coulombově zákoně  $q_1 = q_2 = q$ ,  $\varepsilon = 1$ , máme

$$P = \frac{q^2}{r^2}, \quad \text{z čehož} \quad q = r \sqrt{P}$$

a tedy rozměr elst. jednotky elektřiny

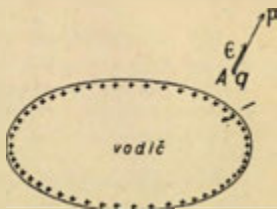
$$[q] = \text{cm} \cdot \sqrt{\frac{\text{g} \cdot \text{cm}}{\text{sec}^2}} = \text{g}^{1/2} \cdot \text{cm}^{3/2} \cdot \text{sec}^{-1}.$$

Neodůvodněný předpoklad, že diel. konstanta  $\varepsilon$  je pouhé číslo, má za následek, že rozměry elektrických jednotek jsou složité a nepodávají správného názoru o jejich podstatě.

V technické praxi jednotkou pro množství elektřiny jest *internacionální coulomb* (označení C), jehož přímou definici podáme v nauce o elektrolysi. Velmi přibližně platí

$$\text{int. coulomb} = 1 \text{ C} \approx 3 \cdot 10^9 \text{ abs. j. elst.}$$

**165. Intensita elektrického pole.** V izolujícím prostoru kolem nabitého vodiče (obr. 232) jeví se působení el. náboje a nazýváme tento prostor elektrické pole. O tom se přesvědčíme, vložíme-li do pole malou zeлектроvanou kuličku; v různých místech pole působí na kuličku různé veliké síly, kterou jako vektor označíme  $P$ . Tato síla  $P$  závisí jednak na el. poli, jednak je též úměrná velikosti náboje  $q$  zvolené kuličky. *Intensitu el. pole* v určitém místě definujeme proto jako vektor  $E$ , určený poměrem síly  $P$  k náboji  $q$  (za předpokladu, že náboj  $q$  je bodový a tak malý, že se jeho vložením el. pole ztelně nezměnilo). Podle toho intensita el. pole znamená sílu, která by v daném místě působila na jednotkový náboj, a proto se také někdy nazývá *elektrická síla*. Z definice intensity el. pole plyne rozměr její jednotky v soustavě elst.; je totiž



Obr. 232. Elektrické pole.

$$E = \frac{P}{q}, \quad \text{tedy} \quad [E] = \frac{\text{g} \cdot \text{cm}}{\text{sec}^2} : \frac{\text{g}^{1/2} \cdot \text{cm}^{3/2}}{\text{sec}} = \text{g}^{1/2} \cdot \text{cm}^{-1/2} \cdot \text{sec}^{-1}.$$



Správný rozměr měl by ovšem býti

$$[E] = \frac{\text{dyn}}{\text{el}} = \frac{\text{g} \cdot \text{cm}}{\text{sec}^2 \cdot \text{el}}.$$

Snadno můžeme vypočítati z Coulombova zákona intensitu el. pole vzbuzeného bodovým nábojem  $q$  ve vzdálenosti  $r$ . Tato intensita má směr průvodiče a její velikost je

$$E = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{q}{r^2}.$$

Týž nabitý vodič, je-li obklopen různými izolátory (na př. vzduchem, petrolejem), vzbuzuje v nich el. pole různé intensity, nepřímo úměrné dielektrické konstantě  $\varepsilon$ . Jestliže tedy intensitu el. pole  $E$  násobíme diel. konstantou  $\varepsilon$  použitého izolátoru, dostaneme nový el. vektor

$$D = \varepsilon \cdot E,$$

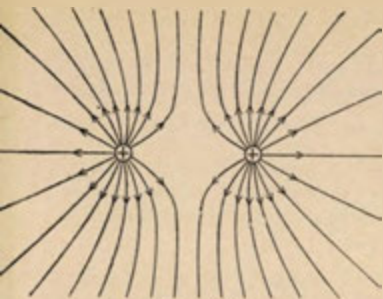
jež má při témž zeлектроvaném vodiči v různých stejnorodých izolátorech vždy touž hodnotu. Tento vektor  $D$  nazval Maxwell *elektrické posunutí*; někdy se též nazývá *elektrostatická indukce*. Pro bodový náboj  $q$  jest

$$D = \frac{q}{r^2}.$$

V elst. soustavě má el. posunutí  $D$  týž rozměr a tedy i stejnou jednotku jako intensita el. pole  $E$ , neboť diel. konstanta se považuje za pouhé číslo. Ve skutečnosti oba vektory jsou různé veličiny; správný rozměr el. posunutí jest el/cm<sup>2</sup>.

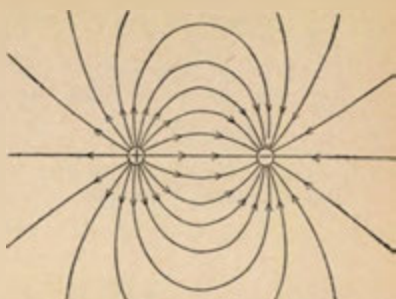
**166. Faradayova theorie elektrického pole.** Fluidová theorie předpokládala, že elektrické náboje působí bezprostředně do dálky, což je vlastně protismyslné. Faraday odstranil tuto myšlenkovou závalu tím, že si vytvořil o vzniku elektrického působení nový názor, jež pak prohloubil a v ucelenou theorii zpracoval Maxwell.

Faradayovo stanovisko je fenomenologické, t. j. vychází z toho, co se dá skutečně pozorovati, a proto za základní zjev považuje elektrické pole kolem zeлектроvaných vodičů. V něm postupuje elektrické působení podél určitých čar, zvaných *síločáry*, jež svým směrem určují v každém místě směr intensity elektrického pole. Můžeme je tudíž sledovati podle toho, jak by se v daném poli pohybovala malá, kladně zeлектроvaná kulička. Podle toho elektrické síločáry vycházejí z těles kladně elektrických a končí se na tělesích záporně elektrických. Na obr. 233 a 234 je naznačen tvar el. síločar mezi souhlasnými a mezi nesouhlasnými náboji.



Obr. 233.

Siločáry mezi souhlasnými náboji.



Obr. 234.

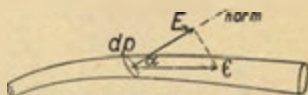
Siločáry mezi nesouhlasnými náboji.

Podle Faradaye jsou siločáry v určitém stavu napětí; po délce snaží se zkracovati, napříč roztahovati (podobají se tudíž napjatým kaučukovým vláknům). Z obr. 233 poznáváme, že siločáry mezi dvěma souhlasnými náboji snaží se v důsledku příčného roztahování souhlasné náboje oddalovati; podélné napětí siločar mezi nesouhlasnými náboji (obr. 234) naopak snaží se je přibližovati. Tím je tedy vzájemné působení el. nábojů vyloženo jakožto z prostředkované napětím siločar v izolátoru.

Poněvadž v každém bodě má intenzita elektrického pole jediný určitý směr, prochází každým bodem jediná siločára; siločáry se nikde neprotínají. Obvodem určité malé plochy  $dp$  (obr. 235) vedme všechny siločáry, čímž dostaneme určitou silotrubici. Siločáry, které procházejí vnitřkem uvažované plochy, stále zůstávají uvnitř té silotrubice a naopak siločáry vnější jsou vždy vně oné silotrubice. Můžeme tudíž rozdělení intenzity  $E$  el. pole připodobniti rozdělení rychlosti  $v$  při ustáleném proudu vodním. Tato obdoba vede k zavedení pojmu *silového toku*. Jestliže plochou  $dp$  protéká voda rychlostí  $v$ , jejíž směr svírá s normálou plochy úhel  $\alpha$ , proteče za vteřinu objem vody  $v \cdot dp \cdot \cos \alpha$ . Obdobně definujeme silový tok  $dS$  plochou  $dp$  výrazem

$$dS = E \cdot dp \cdot \cos \alpha = E_n \cdot dp = E \cdot dp_n,$$

kdež  $E_n = E \cdot \cos \alpha$  znamená složku intenzity el. pole připadající do směru normály a  $dp_n = dp \cdot \cos \alpha$  znamená kolmý řez silotrubicí. V dalším poznáme, že silový tok určitou silotrubicí je ve



Obr. 235. Elektrická silotrubice.

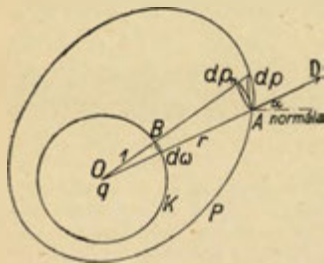
všech místech stejný (obdobně jako při proudění nestlačitelné kapaliny).

Jestliže v předešlé definici silového toku místo intensity  $\epsilon$  zavedeme el. posunutí  $D$ , definujeme tím *indukční tok*  $dN$ , tedy

$$dN = D \cdot dp \cdot \cos \alpha = D_n \cdot dp = D \cdot dp_n.$$

Indukční tok  $N$  procházející konečnou plochou  $p$  určíme tím, že danou plochu rozložíme na plošné elementy  $dp$  a pak sečteme příslušné elementární indukční toky  $dN$ , tedy

$$N = \int D_n \cdot dp.$$



Obr. 236.

Indukční tok z bodového náboje.

Chceme-li vypočítati celkový indukční tok vycházející z bodového náboje  $q$  (obr. 236), myslíme si jej obklopen libovolnou uzavřenou plochou  $P$ . Z bodu  $O$ , obsahujícího náboj  $q$ , vedme kužel otvoru  $d\omega$ , což je plocha, kterou kužel vytíná z koule  $K$  opsané z bodu  $O$  poloměrem jednotkovým. Tento kužel tvoří ur-

čítou silotrubici, jež vytíná z plochy  $P$  elementární plošku  $dp$ ; kolmý průřez této silotrubice v bodě  $A$  jest  $dp_n = r^2 \cdot d\omega$ . V tom bodě má el. posunutí hodnotu  $D = q/r^2$ , takže indukční tok procházející plochou  $dp$  jest

$$dN = D \cdot dp_n = \frac{q}{r^2} \cdot r^2 \cdot d\omega = q \cdot d\omega.$$

V tomto výsledku se průvodič  $r$  zkrátí; to znamená, že indukční tok je ve všech místech uvažované trubice vždy stejný (nezávislý na  $r$ ). Celkový indukční tok  $N$  vypočteme, když sečteme všechny elementární toky  $dN$  pro celou plochu  $P$  (integrace pro  $d\omega$  se vztahuje na kouli  $K$  o poloměru jednotkovém). Je tedy

$$N = \int_P D \cdot dp_n = \int_K q \cdot d\omega = q \int_K d\omega = 4\pi q,$$

což znamená, že nezávisí na tvaru plochy  $P$ , ovšem jen když úplně obklopuje náboj  $q$ . Podle toho náboj  $q$  je zřídlem indukčního toku o velikosti  $4\pi q$ .

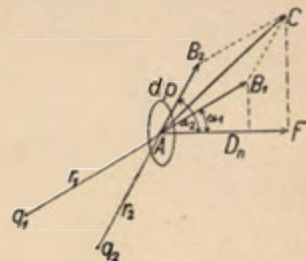
Kdyby náboj  $q$  byl vně plochy  $P$ , pak by elementární kuželové trubice buď danou plochu vůbec neprotínaly, nebo by ji protínaly dvakrát; v posledním případě při prvním průseku vstupuje

do plochy  $P$  určitý tok  $dN$ , ale v druhém průřezu právě zase týž tok  $dN$  z plochy  $P$  vystupuje, takže celkový indukční tok z plochy  $P$  je nulou.

Indukční tok  $dN$  vyslaný dvěma náboji  $q_1$  a  $q_2$  plochou  $dp$  (obr. 237) stanovíme takto: el. posunutí  $D_1 = AB_1$  a  $D_2 = AB_2$  vektorově sečteme, čímž dostaneme výsledné el. posunutí  $D = AC$ , jehož normální složka je  $D_n = AF$ . Z obrazce je zřejmé, že tato normální složka  $D_n$  se rovná součtu normálních složek obou částečných el. posunutí  $AB_1$  a  $AB_2$ . Proto také celkový tok  $dN$  rovná se součtu jednotlivých toků  $dN_1$  a  $dN_2$ , které vysílají oba náboje  $q_1$  a  $q_2$  pro sebe. Je totiž

$$dN = D_n \cdot dp = (D_1 \cdot \cos \alpha_1 + D_2 \cdot \cos \alpha_2) dp = dN_1 + dN_2.$$

Tento výsledek platí pro každou plochu  $dp$  a tedy zůstává v platnosti i pro jakoukoliv konečnou plochu  $P$  a také pro libovolný počet nábojů.



Obr. 237. Indukční tok dvou nábojů.

Určitá uzavřená plocha  $P$  nechť obsahuje uvnitř náboje  $q_1, q_2, \dots$  a vně plochy buďtež náboje  $q'_1, q'_2, \dots$ . Celkový indukční tok  $N$  z plochy  $P$  rovná se podle předešlého součtu indukčních toků od jednotlivých nábojů, při čemž však vnější náboje  $q'_1, q'_2, \dots$  mají nulové toky. Je tedy třeba přiblížeti jen k vnitřním nábojům  $q_1, q_2, \dots$ , takže platí

$$N = N_1 + N_2 + \dots = 4\pi q_1 + 4\pi q_2 + \dots = 4\pi \Sigma q_n.$$

To znamená: celkový indukční tok vycházející z uzavřené plochy se rovná  $4\pi$ -násobnému součtu nábojů uvnitř plochy obsažených (Gaussova věta).

Tato věta má základní důležitost pro Faradayovu teorii el. pole. To, co skutečně můžeme pozorovati a měřiti, nejsou el. fluda, nýbrž intenzita  $E$  el. pole, k níž můžeme stanoviti el. posunutí podle vztahu  $D = \epsilon \cdot E$  a z toho počítati indukční tok  $N$  vycházející z určité uzavřené plochy. Tím pak je teprve definován pojem el. náboje  $q$  uvnitř plochy obsaženého a to

$$q = \frac{N}{4\pi}.$$

Elektrický náboj je takto ve Faradayově teorii pouze pomocným názvem pro zřídla indukčního toku.

Dejme tomu, že by elektrina byla rozložena prostorově v izolátoru. Hustotou  $\rho$  elektriny rozumíme množství elektriny, obsažené v jednotce objemové. Výtok určitého vektoru  $H$ , vycházející z ob-

jemové jednotky, nazývá se *divergence* (označení *div*, odst. 17). Jsou-li složky uvažovaného vektoru ve směru souřadnicových os  $A_1, A_2, A_3$ , jest divergence dána výrazem

$$\operatorname{div} \mathbf{H} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}.$$

Podle Gaussovy věty pak platí

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = 4\pi\rho \quad \text{anebo} \quad \frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z} = 4\pi\rho,$$

což jest jedna ze základních rovnic Maxwellových.

V stejnorodém izolátoru, jehož dielektrická konstanta jest  $\epsilon$ , uvažujme část silotrubice (obr. 238), omezené dvěma koncovými kolnými průřezy  $p_1$  a  $p_3$ , v nichž el. posunutí má hodnoty  $D_1$  a  $D_3$ . Pláštěm silotrubice neprochází žádný indukční tok, takže stačí uvažovati jen koncové průřezy. Prvým vstupuje dovnitř tok  $p_1 \cdot D_1$ , druhým vystupuje ven  $p_3 \cdot D_3$ . Není-li uvnitř nábojů, je celkový indukční tok vystupující z prostoru uvažované trubice nulový, tedy

$$p_3 \cdot D_3 - p_1 \cdot D_1 = 0 \quad \text{anebo} \quad p_1 \cdot D_1 = p_2 \cdot D_2 = p_3 \cdot D_3 = \dots$$

Tedy indukční tok kterýmkoli průřezem silotrubice je vždy stejný. To platí vzhledem k vztahu  $\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$  i pro silový tok. V místech velké intensity el. pole mají silotrubice malý průřez a jsou tam tudíž hustě nakupeny a naopak.

Dosud měly el. siločáry pouze geometrický význam (jejich tečna vyznačuje směr intensity el. pole). Především poznatek dovolu-  
je dáti siločárám fyzikální kvantitativní význam. Jakožto jednotkovou siločáru definujeme takovou silotrubici, v níž v každém průřezu je silový tok jednotkový, tedy

$$p \cdot E = 1.$$

V místě, kde jest intensita el. pole  $E$ , má tudíž jednotková siločára průřez  $p = 1/E$ , takže plochou  $1 \text{ cm}^2$  kolmo k siločárám vedenou prochází  $1/p = E$  siločar. Podle toho hustota siločar (počet jednotkových siločar procházejících kolmo  $1 \text{ cm}^2$ ) stanoví přímo intensitu el. pole v daném místě.

Jestliže určitá plocha protíná šikmo jednotkovou siločáru, takže její normála svírá se siločárou úhel  $\alpha$ , je tento šikmý řez  $p' = p/\cos \alpha$ , takže jednotkovou plochou prochází



$$\frac{1}{p'} = \frac{\cos \alpha}{p} = E \cdot \cos \alpha = E_n$$

siločar. Obecně tedy počet jednotkových siločar procházejících plochou  $1 \text{ cm}^2$  určuje normální složku  $E_n$  intensity elektrického pole.

Podobně jako jsme zavedli jednotkovou siločáru, můžeme definovati též jednotkovou indukční čáru jakožto takovou indukční trubici, v níž každým průřezem prochází jednotkový indukční tok. Podle Gaussovy věty z náboje  $q$  vychází  $4\pi q$  jednotkových indukčních čar.

Faradayova a Maxwellova theorie elektřiny podává nám tudíž tento obraz o zjevech elektrických: jejich příčinou jsou zvláštní napětí v izolátoru, jimiž jsou stanoveny el. siločáry, určující svým směrem a hustotou směr a velikost intensity el. pole v daném místě. To, co fluidová theorie nazývala el. fluidy, jsou zřídla indukčního toku; z t. zv. kladného náboje  $q$  vychází  $4\pi q$  indukčních čar, na záporném náboji  $-q$  končí se  $4\pi q$  indukčních čar.

Ve vakuu (a přibližně i ve vzduchu) jest  $\epsilon = 1$ , takže siločáry i indukční čáry mají tu číselně stejnou hodnotu. Obecně však indukční čáry a silové čáry mají zásadně různý význam; jsou k sobě ve vztahu jako příčina a následek, jako na př. protažením materiálu vzniká v něm napětí. El. náboj znamená existenci indukčních čar v jeho okolí; účinkem těchto indukčních čar budí se v el. poli napětí, různá podle jakosti dielektrika, jež se na venek projevují jako elektrické siločáry.

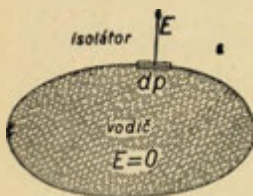
**167. Isolátory a vodiče.** Názvy izolátor a vodič byly utvořeny podle fluidové theorie. Ve vodičích je el. fluidum volně pohyblivé, takže souhlasná fluida pro své odpuzování se pohybují až na povrch vodiče, kde okolní izolátor, pro el. fluida neprostupný, zabraňuje jejich dalšímu pohybu. Podle toho volná elektrina sídlí pouze na povrchu vodičů, jak se dá pokusem s dutou koulí nebo s Faradayovou klecí zjistiti.

Se stanoviska Faradayovy theorie je třeba stanoviti rozdíl mezi izolátorem a vodičem pomocí el. pole. Příčinu el. zjevů spatřujeme v tom, že el. pole obsahuje určitou energii; jak později poznáme (odst. 173), jest hustota energie  $w$  (t. j. energie obsažená v  $1 \text{ cm}^3$ ) dána vzorcem

$$w = \frac{\epsilon E^2}{8\pi} = \frac{D \cdot E}{8\pi}.$$

Bylo-li by vzbuzeno el. pole uvnitř vodiče, proudí kladná elektrina směrem intensity el. pole, a to tak dlouho, až se celá energie

pole uvnitř vodiče vyčerpá, tedy až je uvnitř všude nulová intenzita a pole vymizí. Považujeme proto za charakteristický znak vodičů,



Obr. 239. Coulombova věta.

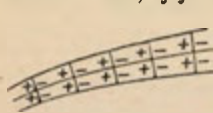
že se v nich el. pole samo sebou neudrží, ledaže bychom jeho energii ustavičně obnovovali, jak se na př. děje v drátu spojujícím póly galvanického článku. El. siločáry při statickém stavu tedy buď na povrchu vodiče začínají (při kladném náboji) nebo na něm končí (při záporném náboji). Na povrchu vodiče stojí siločáry kolmo; kdyby totiž byly šikmé k povrchu, účinkem tečné složky el. síly by proudila po povrchu elektrina tak dlouho, až by

tečná složka el. síly klesla na nulu a zbyla jen kolmá složka. Plošnou hustotou elektriny  $\sigma$  rozumíme množství elektriny vězící na plošné jednotce povrchu vodiče. Uvažujeme malou plochu  $dp$  (obr. 239) na povrchu vodiče a myslíme si ji uzavřenou nízkým válcem, jehož jedna základna je těsně nad povrchem a druhá těsně pod povrchem vodiče. El. siločáry vystupují jen z vnější základny (neboť uvnitř je  $E=0$ ), takže celkový indukční tok z uvažovaného válce jest  $D \cdot dp$  nebo  $\varepsilon \cdot E \cdot dp$ ; podle Gaussovy věty rovná se  $4\pi$ -násobnému náboji uvnitř obsaženému, jenž jest  $\sigma \cdot dp$ . Z rovnosti

$$D \cdot dp = 4\pi \sigma \cdot dp \quad \text{plyne} \quad \sigma = \frac{D}{4\pi} = \frac{\varepsilon E}{4\pi},$$

kterýžto výsledek nazývá se Coulombova věta: Hustota elektriny na povrchu vodiče se rovná el. posunutí  $D = \varepsilon \cdot E$ , dělenému  $4\pi$ .

Isolátory jsou na rozdíl od vodičů takové látky, v nichž el. pole jednou vzbuzené se samo sebou udrží a jež jsou tedy schopny v sobě shromažďovati el. energii. El. pole vzbuzuje v izolátoru zvláštní stav, jež nazýváme *dielektrická polarisace* (obr. 240).



Obr. 240.

Dielektrická polarisace.

Myslíme-li si tenkou silotrubici, rozdělenou příčnými řezy, jeví se každá část prostředí zelektrována tak, jako by na jednom konci měla kladný pól a na druhém záporný pól. Proto izolátor nazýváme také dielektrikum. S tohoto stanoviska je zřejmé, že dielektrikum má vliv na el. pole.

Určitý náboj je zřídlem vždy stejného indukčního toku. Ve vakuu, kde není dielektrické polarisace, el. posunutí  $D$  stanoví současně i el. sílu  $E$ . Je-li však náboj obklopen stejnorodým dielektrikem, vzniká v něm dielektrická polarisace, jež v každém místě vzbuzuje el. sílu opačného směru, než jaká by byla ve vakuu, a tím zeslabuje výslední el. sílu a to v stálém poměru  $\varepsilon$ ,

jenž se nazývá *dielektrická konstanta*. Je tudíž

$$E = \frac{D}{\epsilon} \quad \text{nebo} \quad D = \epsilon \cdot E,$$

jak jsme to již dříve zavedli.

Dielektrické konstanty některých izolátorů (při 18°):

|                         |            |          |            |
|-------------------------|------------|----------|------------|
| vzduch (za norm. tlaku) | 1.0006     | síra     | 3.6 až 4.3 |
| petrolej                | 2.0        | porculán | 5 " 6      |
| parafinový olej         | 2.2        | slída    | 6 " 8      |
| parafin                 | 1.8 až 2.3 | sklo     | 5 " 10     |
| ebonit                  | 2.7        | mramor   | 8.3        |

Na rovinném rozhraní dvou dielektrik nastává v důsledku různé dielektrické polarisace lom siločar. V prostředí I. (obr. 241) o diel. konstantě  $\epsilon'$  nechť svírá výsledná el. síla  $E'$  s kolmicí  $OK$  úhel  $\alpha'$ . Rozložme si tuto el. sílu na dvě složky, normální  $E'_n$  a tečnou  $E'_t$ . Na stejné tečné pošinutí el. náboje těsně nad rozhraním i pod rozhraním je třeba stejné práce, z čehož plyne, že tečné složky el. síly nad rozhraním i pod rozhraním jsou stejné,  $E'_t = E''_t$ , a tedy  $A'O = OA''$ . Kolmý indukční tok skrze rozhraní zůstává stálý a proto také normální složky el. posunutí nad rozhraním  $D'_n$  a pod rozhraním  $D''_n$  jsou stejné, takže

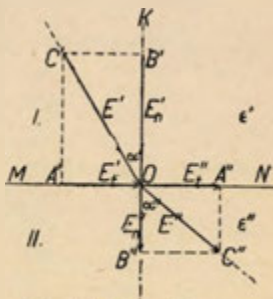
$$D'_n = D''_n \quad \text{anebo} \quad \epsilon' \cdot E'_n = \epsilon'' \cdot E''_n,$$

$$t. j. \quad \epsilon' \cdot B'O = \epsilon'' \cdot OB''.$$

Pro úhly  $\alpha'$  a  $\alpha''$ , jež svírají siločáry s kolmicí, platí

$$\operatorname{tg} \alpha'' : \operatorname{tg} \alpha' = \frac{OA''}{OB''} = \frac{A'O}{B'O} = B'O : OB'' = \epsilon'' : \epsilon'.$$

Při přechodu z prostředí o menší diel. konstantě  $\epsilon'$  do prostředí s větší diel. konstantou  $\epsilon''$  nastává tudíž lom od kolmice.



Obr. 241. Lom siločar.

**168. Theorie elektronová.** Theorie Faradayova a Maxwelllova dovede uspokojivě vysvětliti velmi mnoho el. zjevů, avšak přece pro některé, na př. pro elektrolysu nebo pro výboj ve zředěných plynech, neměla přiměřeného výkladu. Příčinou toho byla jistá její jednostrannost, že totiž nepřihlížela k možnosti, že by elektrina mohla míti samostatnou existenci. Zákony o elektrolyse ve spojení s atomismem hmoty a studium katodových paprsků zřejmě ukazovaly na to, že podstatou záporné elektriny jsou samostatné atomy záporné elektriny, nazvané *elektrony*; stejně velký, avšak kladný náboj má též jádro vodíkové, jež tedy představuje kladný atom elektriny, zvaný *proton*. Po této stránce doplnil a prohloubil Faradayovu theorii holandský fysik H. A. Lorentz, jenž takto vytvořil *elektronovou theorii*, zahrnující v sobě

výklad všech zjevů elektrických bez výjimky. Lorentz podržel dobré stránky dřívější theorie Faradayovy, totiž že se el. působení šíří po el. siločarách, a doplnil to poznatkem, že zápornými zřídly siločar jsou elektrony, jež podle měření Millikanových mají

$$\begin{aligned}\text{náboj } e &= -4.774 \cdot 10^{-10} \text{ abs. j. elst.} \\ \text{a hmotu } m &= 9.00 \cdot 10^{-28} \text{ g.}\end{aligned}$$

Kladná zřídla elektriny jsou vázána na jádra atomů, jak o tom pojednáme později. Proton má

$$\begin{aligned}\text{náboj } e &= +4.774 \cdot 10^{-10} \text{ abs. j. elst.} \\ \text{a hmotu } M &= 1.662 \cdot 10^{-24} \text{ g} = 1846 \cdot m.\end{aligned}$$

**169. Potenciál.** Uvažujme el. pole v okolí kladně nabitého vodiče. Chceme-li z nekonečna převést malý kladný náboj  $\Delta q$  do určitého místa v el. poli, musíme na to vynaložiti práci  $\Delta L$  proti odpudivým silám v poli působícím. Tato práce se jeví jakožto potenciální energie onoho náboje; když totiž onen náboj převedeme z uvedeného místa zpět do nekonečna, dostaneme zase stejně velkou práci. Tato potenciální energie  $\Delta L$  jest úměrná velikosti náboje, pokud je dosti malý, aby se el. pole jeho vložením znatelně nezměnilo; mimo to závisí též na el. poli a jest v různých jeho místech ovšem různá. Potenciální energie přepočtená na jednotkový náboj — tedy  $\Delta L/\Delta q$  — závisí pouze na poloze v el. poli a nazývá se *potenciál*  $\varphi$  v daném místě. Podle toho potenciál v nekonečnu je nulou a stoupá, čím více se blížíme ke kladně nabitému vodiči.

Bylo by možné voliti nulovou polohu pro potenciál v libovolném místě; pak by se potenciály ve všech ostatních místech lišily jen o stálou hodnotu. Je tedy hodnota potenciálu v el. poli určena až na jistou aditivní konstantu, jejíž hodnota závisí na volbě počáteční polohy. Zpravidla za nulovou polohu potenciálu v elektrostatice volíme povrch zemský.

Absolutní jednotka elektrostatická pro potenciál je potenciál v tom místě, kam se abs. jednotka elektriny uvede prací 1 ergu. Rozměr této jednotky jest

$$[\varphi] = \left[ \frac{\Delta L}{\Delta q} \right] = \frac{\text{g} \cdot \text{cm}^2}{\text{sec}^2} : \frac{\text{g}^{1/2} \text{cm}^{3/2}}{\text{sec}} = \text{g}^{1/2} \text{cm}^{1/2} \text{sec}^{-1}.$$

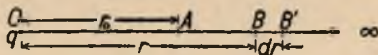
Správně by za rozměr jednotky potenciálu měl býti považován výraz erg/el.

Praktická jednotka potenciálu sluje *volt* (označení V) a znamená potenciál v tom místě, kam se 1C převede prací rovnou 1 joule. Pro převod praktické jednotky na absolutní platí vztah

$$1\text{V} = \frac{1 \text{ joule}}{1 \text{ C}} = \frac{10^7 \text{ erg}}{3 \cdot 10^9 \text{ abs. j.}} = \frac{1}{300} \text{ abs. j. elst.}$$



Absolutní jednotka potenciálu je tedy 300 V. — *Internacionální volt* byl realizován článkem Westonovým, jak o tom pojednáme později (odst. 186).



Obr. 242. Potenciál při bodovém náboji.

Vypočítáme potenciál v místě  $A$  (obr. 242) vzdáleném o  $r_0$  od bodového náboje  $q$ . V určitém místě  $B$ , vzdáleném o  $r$ , jest intensita pole

$$E = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{q}{r^2}.$$

Práce  $dL$ , kterou získáme převedením malého náboje  $q_0$  na dráze  $BB' = dr$ , jest

$$dL = E \cdot q_0 \cdot dr = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{q q_0}{r^2} \cdot dr.$$

Tedy práce  $L$  celkem získaná při převedení náboje  $q_0$  z polohy  $A$  do nekonečna činí

$$L = \frac{q \cdot q_0}{\varepsilon} \int_{r_0}^{\infty} \frac{dr}{r^2} = \frac{q \cdot q_0}{\varepsilon r}.$$

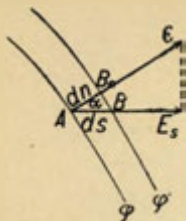
Tato práce, přepočtená pro jednotkový náboj  $q_0 = 1$ , určuje potenciál  $\varphi$  v místě  $A$ , jenž tedy jest

$$\varphi = \frac{L}{q_0} = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{q}{r_0}.$$

V daném el. poli můžeme zjistiti místa, jež mají stejný potenciál. Soubor těchto míst stejného potenciálu tvoří jistou plochu, jež se nazývá *plocha ekvipotenciální* neboli *hladina*. Každým místem prochází jedna a jen jedna plocha ekvipotenciální. Pohybuje-li se určitý náboj  $q_0$  po ploše ekvipotenciální, je podle definice potenciálu práce na ten pohyb potřebná nulová. Z toho soudíme, že tečná složka  $E_t$  el. síly musí býti nula. To znamená, že existuje jen složka kolmá k ploše ekvipotenciální. Intensita el. pole  $E$  je tudíž vždy kolmá k plochám ekvipotenciálním; siločáry protínají plochy ekvipotenciální všude kolmo.

Elektrické pole můžeme kvantitativně popsati tím, že stanovíme v každém místě buď intensitu el. pole  $E$  nebo potenciál  $\varphi$ . Intensita  $E$  je vektor a skládá se tudíž vektorovým sčítáním. Potenciál  $\varphi$  (jakožto práce) je skalár a skládá se algebraickým sčítáním, což je jednodušší. V tom spočívá značná formální přednost potenciálu.





Obr. 243.

Vztah mezi intenzitou a potenciálem.

Složka intenzity el. pole v určitém směru rovná se spádu potenciálu v daném směru. Známe-li tudíž prostorové rozdělení potenciálu  $\varphi$ , jsou složky intenzity ve směru souřadnicových os

$$E_x = -\frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad E_y = -\frac{\partial \varphi}{\partial y}, \quad E_z = -\frac{\partial \varphi}{\partial z}.$$

Tento výsledek můžeme ještě jinak vyjádřit. Uvažujme dvě blízké plochy ekvipotenciální  $\varphi$  a  $\varphi'$  (obr. 243). Výsledná intenzita  $\epsilon$  je kolmá k plochám ekvipotenciálním a má tedy směr největšího spádu potenciálu. Její velikost je tedy

$$E = -\frac{\partial \varphi}{\partial n}.$$

Největší stoupání určité skalární veličiny (na př. potenciálu) co do směru i co do velikosti nazývá se *gradient* (označení grad, odst. 16). Největší spád je záporný gradient, takže intenzita  $\epsilon$  je vektorově určena vztahem

$$\epsilon = -\text{grad } \varphi.$$

Dosud jsme definovali pouze potenciál uvnitř el. pole, v ně vodičů. Tuto definici můžeme snadno rozšířit i na vodiče. Potenciál vodiče je stanoven prací, které je třeba, aby se jednotkový náboj převedl z nekonečna až na povrch vodiče.

Elektrické pole uvnitř vodičů je všude nulové. To znamená, že nabitý vodič za rovnovážného stavu má všude stejný potenciál. Povrch a vnitřek vodiče tvoří tudíž ekvipotenciální prostor.

Spojíme-li dva vodiče, původně nabité na různé potenciály, vodivým drátem, přechází kladná elektřina s vodiče o vyšším potenciálu na druhý potud, až oba vodiče mají stejný potenciál. Na tom se zakládá měření potenciálu elektroskopem. Vnější vodivý obal elektroskopu spojíme se zemí (t. j. s místem nulového potenciálu) a kuličku s daným vodičem. Podle rozstupu proužků elektroskopu můžeme pak usuzovati na potenciál vodiče. Elektroskop

mívá někdy slídovou stupnici, jejíž dílky přímo vyznačují potenciál ve voltech; takovýto přístroj nazývá se lístkový elektrometr (obr. 230, stupnice není však rovnoměrná). Měří ovšem potenciál, ne el. náboj a měl by se tedy vlastně nazývati lístkový voltmetr.

Takovýmto elektrometrem můžeme také stanoviti potenciál v libovolném místě el. pole. Spojíme kuličku elektrometru tenkým drátem s plamenem svíčky postavené do el. pole. Plyn spálením vznikající odnášejí do okolí el. náboj tak dlouho, až má plamen a tedy i elektrometr týž potenciál jako el. pole v tom místě. Při silných polích elektrických stačí místo plamene svíčky použití ostrého hrotu (na př. jehly); spočívá to na známém zjevu Divišově (odst. 163), že z hrotu srší elektřina tak dlouho, dokud mezi hrotem a okolím je rozdíl potenciálový.

**170. Elektrické pole nabité koule.** Vodivá koule  $K_0$  poloměru  $R$  (obr. 244) budiž nabitá nábojem  $q$ , jenž se rozdělí rovnoměrně po povrchu, takže plošná hustota elektřiny na povrchu jest

$$\sigma = \frac{q}{4\pi R^2}.$$

V okolí koule budiž dielektrikum o diel. konstantě  $\epsilon$ . Z důvodů souměrnosti siločáry i indukční čáry mají směr prodloužených poloměrů a počínají se na povrchu koule. Ve vzdálenosti  $r$  budiž el. posunutí  $D$ ; indukční tok koulí  $K$  o poloměru  $r$  jest  $4\pi r^2 \cdot D$  a rovná se podle Gaussovy věty  $4\pi q$ . Z rovnice

$$4\pi r^2 \cdot D = 4\pi q$$

plyne

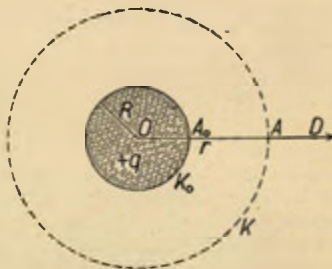
$$D = \epsilon E = \frac{q}{r^2}, \quad E = \frac{q}{\epsilon r^2}.$$

To je stejný výsledek, jaký bychom dostali, kdyby místo vodivé koule byl celý náboj soustředěn ve středu  $O$  koule. Proto také vně koule je všude právě takový potenciál, jaký by budil bodový náboj  $q$  v  $O$ , tedy

$$\varphi = \frac{q}{\epsilon r}.$$

Těsně při povrchu koule jest

$$E_0 = \frac{q}{\epsilon R^2}, \quad \varphi_0 = \frac{q}{\epsilon R}.$$



Obr. 244. El. pole nabité koule.

Uvnitř koule jest ovšem nulová intenzita a potenciál stejný jako na povrchu koule, tedy

$$\varphi_0 = \frac{q}{\varepsilon R}.$$

Pro kouli ve vakuu (a přibližně i ve vzduchu) platí  $\varepsilon = 1$ , takže

$$E = \frac{q}{r^2}, \quad \varphi = \frac{q}{r}.$$

Obecně tedy intenzity ubývá s druhou mocninou, potenciálu s prvou mocninou vzdálenosti od středu koule.

Má-li vodič jiný tvar než kulový, jest elektrina rozdělena po povrchu nestejnoměrně; úkol stanovit el. pole poččetně je velmi nesnadný.

**171. Kapacita.** Kolem izolovaného vodiče, jenž má náboj  $q$ , vytvoří se el. pole a vodič nabývá určitého potenciálu  $\varphi$ . Jestliže náboj  $n$ -krát zvětšíme, zvětší se v témž poměru intenzita pole v každém místě a tedy i potenciál vodiče. Náboj vodiče  $q$  a jeho potenciál  $\varphi$  jsou navzájem úměrné,

$$q = C \cdot \varphi, \quad \varphi = \frac{q}{C}.$$

Konstanta úměrnosti  $C$  znamená náboj potřebný k tomu, aby se daný vodič nabil na jednotkový potenciál, a nazývá se *kapacita*, tedy

$$C = \frac{q}{\varphi}.$$

Kapacita  $C$  závisí na tvaru vodiče (ne však na jeho jakosti), na omezení pole (jsou-li na př. v okolí vodiče ještě jiné vodiče udržované na nulovém potenciálu) a na diel. konstantě  $\varepsilon$  izolátoru obklopujícího daný vodič. Kapacita stanoví tudíž určitou vlastnost el. pole v izolátoru a závisí na vodiči jen potud, pokud jest jeho tvarem omezeno el. pole.

Abs. jednotku kapacity má vodič, který se abs. jednotkou elektriny nabije na jednotkový potenciál. Rozměr této jednotky jest

$$\text{abs. j. kapacity} = [C] = \left[ \frac{q}{\varphi} \right] = \frac{g^{1/2} \cdot \text{cm}^{3/2} \cdot \text{sec}^{-1}}{g^{1/2} \cdot \text{cm}^{1/2} \cdot \text{sec}^{-1}} = \text{cm}.$$

V abs. míře elst. má tedy kapacita rozměr délky; není to ovšem délka, neboť k tomuto důsledku se došlo neoprávněným předpokladem, že diel. konstanta je prosté číslo. Správný rozměr kapa-

city by měl být

$$[C] = \left[ \frac{q}{\varphi} \right] = \text{el} : \frac{\text{erg}}{\text{el}} = \frac{\text{el}^2}{\text{erg}} = \frac{\text{el}^2 \cdot \text{sec}^2}{\text{g} \cdot \text{cm}^2}.$$

Praktická jednotka kapacity je *farad* (F), což je kapacita vodiče, jenž se nábojem 1 C nabije na potenciál 1 V. Farad, vyjádřen v absolutní míře, dává

$$1 \text{ F} = \frac{1 \text{ C}}{1 \text{ V}} = \frac{3 \cdot 10^9}{300} = 9 \cdot 10^{11} \text{ cm} = 9,000,000 \text{ km}.$$

Miliontina této jednotky sluje *mikrofarad* ( $\mu\text{F}$ ) a jest

$$1 \mu\text{F} = 9 \cdot 10^5 \text{ cm} = 9 \text{ km}.$$

Snadno určíme kapacitu vodivé koule o poloměru  $R$  v neomezeném prostředí o diel. konstantě  $\varepsilon$ . Tato koule nábojem  $q$  se nabíjí na potenciál  $\varphi = q/\varepsilon R$ , takže její kapacita jest

$$C = \frac{q}{\varphi} = \varepsilon R, \quad \text{ve vakuu } C = R.$$

Kapacita osamělé koule ve vakuu je tedy v abs. míře elst. dána délkou jejího poloměru. Podle toho kapacita Země jest 6371 km, což jest

$$\frac{6371 \cdot 10^5}{9 \cdot 10^{11}} = 0.000708 \text{ F} = 708 \mu\text{F}.$$

Vložíme-li nabitou kouli, vodivě spojenou s malým elektroskopem, do nádoby s petrolejem ( $\varepsilon = 2$ ), zvětší se její kapacita na dvojnásobnou hodnotu; proto potenciál klesne na polovičku, což se projeví zmenšením rozstupu lístků elektroskopu.

Osamělá tenká kruhová deska (poloměr  $= r$ , tloušťka  $= d$ ) má kapacitu (v abs. míře)

$$C = \frac{2r}{\pi} \left( 1 + \frac{d}{\pi r} \right) \doteq \frac{2r}{\pi}.$$

Osamělý drát délky  $l$  a poloměru  $r$  má kapacitu

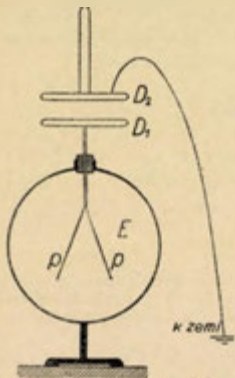
$$C = \frac{l}{2 \ln \frac{l}{r}}.$$

Vodorovná antena délky  $l$  a poloměru  $r$ , napjatá ve výšce  $h$  ( $< l$ ) nad zemí, má kapacitu

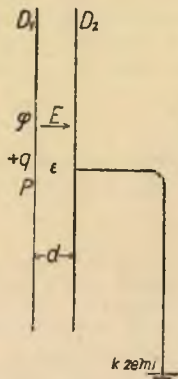
$$C = \frac{l}{2 \ln \frac{2h}{r}}.$$

**172. Kondensátory.** Mnohdy potřebujeme vodiče, které by měly při malém rozsahu značnou kapacitu; nazýváme je *kondensátory* podle toho, že je v nich elektrina zhuštěna, kondensována.

Kapacita závisí totiž netoliko na tvaru vodiče, nýbrž i na tom, jak je okolní el. pole omezeno, takže kapacita vlastně přísluší celkovému poli elektrickému. Když do okolí nabitého vodiče vložíme jiný vodič spojený se zemí, změní se tím celé el. pole; potenciál nabitého vodiče se zmenší, což znamená, že se jeho kapacita zvětšila. O tom se přesvědčíme pomocí kondensačního elektroskopu (obr. 245). Je to elektroskop  $E$  s vodivou deskou  $D_1$ , k níž se může přibližovati druhá deska  $D_2$  vodivě spojená se zemí. Nabijeme nejprve elektroskop, když byla deska  $D_2$  oddálena, takže rozstup listků je velký. Přibližujeme-li pak desku  $D_2$  vodivě spojenou se zemí, rozstup listků klesá na znamení, že potenciál desky  $D_1$  a elektroskopu  $E$  se zmenšuje; poněvadž náboj jejich zůstává při tom stejný, kapacita desky  $D_1$  s elektroskopem se zvětšuje.



Obr. 245. Kondensační elektroskop.



Obr. 246. Kondensátor deskový

Soustava dvou blízkých desek, z nichž jedna jest izolována a druhá spojena se zemí, má velmi značnou kapacitu a tvoří tudíž *kondensátor*. Deska izolovaná se nazývá *kolektorová*, deska spojená se zemí slove *kondensátorová*.

Vyšetříme kapacitu rovinného kondensátoru (obr. 246), u něhož vzdálenost desek  $d$  je malá proti rozměrům desek, jejichž plocha budiž  $P$ . V tomto případě téměř veškeré siločáry procházejí prostorem mezi oběma deskami a vytvoří tam velmi přibližně stejnorodé pole intenzity  $E$ . Zanedbáme-li siločáry vystupující z vnějšího povrchu kolektorové desky  $D_1$ , jest celkový silový tok mezi oběma deskami  $P \cdot E$  a tedy indukční tok  $\epsilon \cdot P \cdot E$  ( $\epsilon$  = diel. konstanta izolátoru). Indukční tok rovná se podle Gaussovy věty



$4\pi q$ , znamená-li  $q$  náboj kolektorové desky, takže

$$4\pi q = \varepsilon PE, \quad \text{z čehož} \quad q = \frac{\varepsilon PE}{4\pi}.$$

Potenciál  $\varphi$  kolektorové desky  $D_1$  je práce potřebná k přenesení abs. jednotky elst. z kondensátorové desky  $D_2$  (nulového potenciálu) na kolektorovou desku, tedy

$$\varphi = E \cdot d.$$

Z toho plyne pro kapacitu  $C$  tohoto kondensátoru

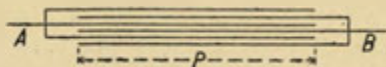
$$C = \frac{q}{\varphi} = \frac{\varepsilon P}{4\pi d}.$$

Kapacita kondensátoru je přímo úměrná ploše desky  $P$ , díel. konstantě  $\varepsilon$  izolátoru a nepřímo úměrná vzdálenosti desek  $d$ . Odvozený vzorec platí i pro kondensátor jiného tvaru, jehož desky mají všude stejnou vzdálenost (ovšem malou).

Starší tvary kondensátorů jsou Franklinova deska a leydská láhev. V nich je izolátorem sklo, jež však má nevýhodu, že jeví elektrickou hysterese (elektrické residuum). Při nabití kondensátoru se totiž sklo dielektricky polarisuje; po vybití zůstává aspoň zčásti tato dielektrická polarisace, jejímž účinkem se po chvíli polepy zase nabíjejí, jak se o tom pokusem snadno přesvědčíme. Nejlepším izolátorem je vzduch, jenž nejeví vůbec el. hysterese, a pak slída, mající jen nepatrnou hysterese.

Jak později poznáme, kondensátor propouští dosti dobře střídavý proud. V tomto případě dielektrická hysterese způsobuje určitou ztrátu energie, neboť na nabití kondensátoru se potřebuje větší práce, než kterou kondensátor při vybití vrátí; tato ztracená energie jeví se ovšem jako teplo, jímž se izolátor zahřívá. Kapaliny a plyny nejeví díel. hysterese. — Vedle díel. hysterese způsobuje další ztráty vodivost izolátoru, která však bývá zpravidla velmi malá.

Každý izolátor vydrží jen určitý rozdíl potenciálový, při jehož překročení se proráží jiskrou. Mluvíme v tomto případě o elektrické pevnosti izolátoru. Při tloušťce 1 mm vydrží vrstva vzduchu za normálních poměrů nejvýše asi 4300 V, parafinový olej 6000 až 10.000 V, sklo 20.000 V, ebonit 34.000 V, slída 60.000 V. Čísla tato jsou ovšem jen přibližná.



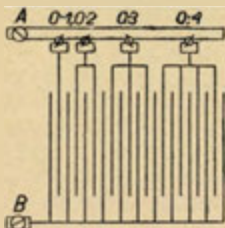
Obr. 247. Lístkový kondensátor.

Kondensátory pro velkou kapacitu se sestavují v podobě *lístkového kondensátoru* (obr. 247). Polepy jsou staniolové a dielektrikem je pro přesné práce slída; pro hrubší účely stačí parafinovaný papír

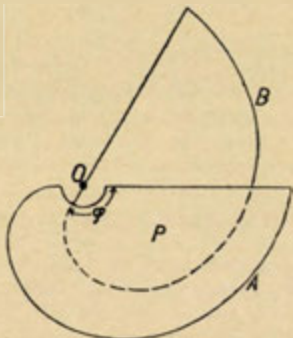
Účinnou plochou  $P$  tohoto kondensátoru je společná plocha, v níž se staniolové polepy vzájemně překrývají.

K měřicím účelům sestavují se *měrné kondensátory* (obr. 248), v nichž zastrčením kuliček se zařadují stálé kapacity (na příkl.  $0.1 \mu F$ ,  $0.2 \mu F$ ,  $0.3 \mu F$ ,  $0.4 \mu F$ ).

Pro mnohé účely je třeba míti kondensátory s kapacitou spojitě proměnlivou (t. zv. *kapacitní variátory*). Sestavují se v podobě *otočných kondensátorů* (obr. 249). Je to dvojí soustava desek, pevných  $A$  a otáčivých  $B$ , oddělených vzájemně vzduchovými mezerami. Stáčením otáčivých desek mění se účinná plocha, v níž se desky vzájemně překrývají a již



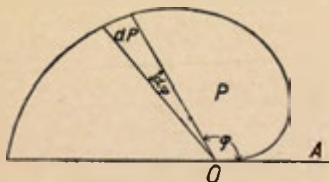
Obr. 248. Měrný kondensátor.



Obr. 249.

Otočný kondensátor pro radiofonii.

je kapacita úměrná. Při polokruhovém tvaru desek roste kapacita úměrně s otočením. Pro radiofonické účely se žádá, aby kapacita rostla úměrně s dvojnásobkem otočení. Toho se dosáhne vhodným (ledvinovým) tvarem kondensátorových desek (obr. 249).



Obr. 250. Ledvinový tvar kondensátorových desek.

délka  $\lambda$  úměrně vzrůstala s otočením  $\varphi$  (obr. 250); to znamená, že účinná plocha  $P$  musí vzrůstati úměrně s dvojnásobkem otočení, tedy

$$P = a \cdot \varphi^2, \text{ z čehož } dP = 2a\varphi \cdot d\varphi.$$

Oscilační kruh, složený ze stálé samoindukce  $L$  a z proměnné kapacity  $C$ , má dobu kmitovou (odst. 239)

$$T = 2\pi\sqrt{LC}.$$

Značí-li  $c$  rychlost vydávaných vln elektromagnetických (ve vakuu  $3 \cdot 10^{10}$  cm/sec), jest jejich vlnová délka

$$\lambda = c \cdot T = 2\pi c\sqrt{LC}$$

úměrná odmocnině z kapacity a tedy při otočném kondensátoru úměrná účinné ploše  $P$ . V radiofonii se žádá, aby vlnová

Dosadíme-li za přírůstek plochy  $dP$  známý výraz, máme vztah

$$dP = \frac{1}{2} r^2 \cdot d\varphi = 2a\varphi \cdot d\varphi,$$

z něhož plyne, že obvodová čára kondensátorové desky má v polárních souřadnicích rovnici

$$r^2 = 4a \cdot \varphi \quad \text{anebo} \quad r = \text{konst.} \sqrt{\varphi},$$

což je t. zv. parabolická spirála, jejíž první polootočka (obr. 250) má tvar ledviny. Přiblíží-li se k tomu, že pevné desky mají kolem osy polokruhový výřez poloměru  $r_0$ , má obvodová čára rovnici

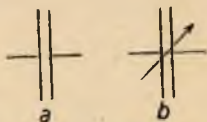
$$r^2 - r_0^2 = 4a \cdot \varphi.$$

Někdy se požaduje, aby se kmitočet  $\nu = 1/T$  vlnění, na něž jest oscilační kruh naladěn, měnil úměrně s otočením; tomu se dá vyhovět jen v omezeném oboru kmitočetů a příslušná obvodová čára je dána vztahem

$$r = \frac{1}{\sqrt{(a - b\varphi)^3}};$$

kondensátorové desky mají v tomto případě tvar mečovitý.

Kondensátor ve schemech elektrického spojení se vyznačuje dvěma rovnoběžnými úsečkami (obr. 251 a), při čemž proměnný kondensátor má připojenu šikmou šipku (obr. 251 b).



Obr. 251.

Kondensátory (o kapacitách  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3 \dots$ ) můžeme spojovat buď vedle sebe (paralelně) nebo za sebou (seriově). Při spojení vedle sebe (obr. 252) nabíjejí se všechny kondensátory na též rozdíl potenciálův  $\varphi$ , takže jejich náboje jsou

$$q_1 = C_1 \cdot \varphi, \quad q_2 = C_2 \cdot \varphi, \quad q_3 = C_3 \cdot \varphi$$

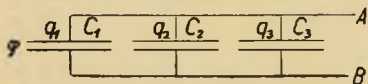
a celkový náboj

$$q = q_1 + q_2 + q_3 = (C_1 + C_2 + C_3) \varphi = C \cdot \varphi,$$

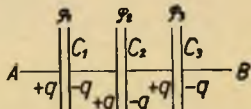
což znamená pro celkovou kapacitu  $C$  vztah

$$C = C_1 + C_2 + C_3.$$

Při spojení vedle sebe výsledná kapacita se rovná součtu jednotlivých kapacit.



Obr. 252. Spojení kapacit vedle sebe.



Obr. 253. Spojení kapacit za sebou.

Spojíme-li kondensátory za sebou (obr. 253), nabíjejí se indukci tak, že náboj  $+q$  přivedený na kolektorovou desku prvního kondensátoru váže na kondensátorové desce náboj  $-q$ , čímž

se stejný náboj  $+q$  uvolňuje na kolektorové desce druhého kondensátoru atd. Všechny kondensátory za sebou spojené mají tedy stejné náboje  $q$ , jež ovšem vzbuzují na nich různé rozdíly potenciálové  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$  podle jejich kapacit  $C_1, C_2, C_3$ , takže

$$\varphi_1 = \frac{q}{C_1}, \quad \varphi_2 = \frac{q}{C_2}, \quad \varphi_3 = \frac{q}{C_3}.$$

Výsledný rozdíl potenciálový  $\varphi$  rovná se součtu jednotlivých rozdílů potenciálových; je-li tedy  $C$  výsledná kapacita, platí vztah

$$\frac{q}{C} = \varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} + \frac{q}{C_3}$$

anebo

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}.$$

Při spojení za sebou se sčítají převratné hodnoty kapacit.

**173. Elektrostatická energie.** Osamělý vodič kapacity  $C$  se nabije nábojem  $q$  na potenciál  $\varphi = q/C$ . Chceme-li na něj přivést další malý náboj  $dq$ , je třeba na to vynaložit práci

$$dL = \varphi \cdot dq = \frac{q}{C} \cdot dq.$$

Celková práce potřebná k tomu, abychom na neelektrický vodič přenesli postupně po malých částkách  $dq$  celkový náboj  $q$ , stanoví jeho potenciální energii  $W$ , jež tedy je

$$W = \frac{1}{C} \int_0^q q \cdot dq = \frac{q^2}{2C},$$

což se dá také vyjádřit ve tvaru

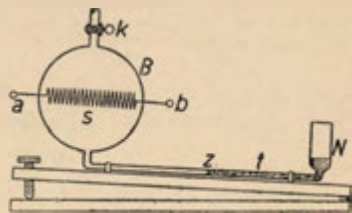
$$W = \frac{1}{2} q \cdot \varphi = \frac{1}{2} C \cdot \varphi^2,$$

kdež  $\varphi$  znamená jeho potenciál.

Výbojem se mění tato potenciální energie v jiné druhy energie, nejčastěji v tepelnou. O tom se přesvědčíme Riessovým elektrickým teploměrem (obr. 254). Je to skleněná baňka  $B$ , v níž je kohoutkem  $k$  a kapalinovým sloupcem  $z$  uzavřen určitý objem vzduchu. Celek bývá na dřevěné desce se šroubem, aby bylo možno měniti sklon trubice  $t$  a tím regulovati citlivost přístroje. Jestliže spirálou  $s$  z tenkého drátu vedeme výboj nabitého kondensátoru, mění se elst. energie v tepelnou, jíž se zahřeje uzavřený vzduch; to se projeví posunutím kapalinové značky  $z$ . Z posunut

značky můžeme určití teplo výbojem vzniklé a tedy též velikost původní elst. energie; ovšem toto měření je jen hrubé.

Zpravidla výboj se děje jiskrou ve vzduchu; jím se elst. energie mění hlavně v energii tepelnou, zčásti též světelnou. Délka jiskry závisí na rozdílu potenciálovém, její svítivost na velikosti původní elst. energie. Pěkné pokusy lze konati influenční elektrikou. Jími se přesvědčíme, že jiskra proráží papír nebo sklo (zjišťujeme tím jejich elektrickou pevnost, odst. 172), zapaluje hořlavé látky (svítiplyn nebo benzin). Při tichém výboji mezi hrotem a deskou mění se vzdušný kyslík na ozon. To se dá dokázat škrobovým mazem, k němuž bylo přidáno trochu jodidu draselného. Vzniklý ozon vylučuje jod z KJ a jeho přítomnost se prozradí zmodráním škrobového mazu. — Vedeme-li výboj izolovanou spirálou z měděného drátu, ocelový drát do spirály vložený se zmagnetuje. O výbojích elektřiny pojednáme obšírně později.



Obr. 254. Riessův elektrický teploměr.

Ve smyslu Faradayovy theorie za sídlo elst. energie považujeme izolátor, t. j. připisujeme energii elektrickému poli vzniklému v izolátoru a ne vodiči. Je proto úlohou naléztí energii objemové jednotky el. pole čili hustotu energie  $w$ . Uvažujme deskový kondensátor (obr. 246), mající plochu  $P$ , vzdálenost desek  $d$  a vyplněný izolátorem o diel. konstantě  $\epsilon$ . V nabitém kondensátoru jsou téměř veškeré siločáry uvnitř mezi oběma deskami a vytvoří tam stejnorodé el. pole o intensitě  $E$ . Potenciál kolektorové desky je tedy  $\varphi = E \cdot d$ . — Náboj kondensátoru  $q$ , přihlížíme-li jen k siločarám uvnitř obou desek, je podle Gaussovy věty

$$q = \frac{P \cdot D}{4\pi} = \frac{P \cdot \epsilon E}{4\pi}$$

a tedy pro celkovou energii  $W$  plyne

$$W = \frac{1}{2} q \cdot \varphi = \frac{\epsilon E^2}{8\pi} \cdot Pd.$$

Výraz  $Pd$  znamená vnitřní objem izolátoru. Na jednotku objemovou připadá tedy energie

$$w = \frac{W}{Pd} = \frac{\epsilon E^2}{8\pi} = \frac{DE}{8\pi}.$$



Dá se dokázati, že tento výraz pro hustotu elst. energie platí obecně, tedy i pro pole nestejnorodé. Podle těchto názorů je el. pole samo nositelem elst. energie a nikoli vodiče. Jakmile vniká elst. energie do vodiče, mění se tam ihned v teplo.

Výraz pro hustotu energie  $w$  má ještě jiný důležitý význam. Obě desky kondensátoru se přitahují určitou silou  $F$ . Na oddálení desek o  $dx$  při téměř náböi  $q$ , takže intensita pole  $E$  uvnitř zůstává stálou, musíme dodati práci  $F \cdot dx$ ; tím se zvýší elst. energie pole, jež má pak při stejné hustotě  $w$  objem větší o  $P \cdot dx$ . Z principu energie plyne

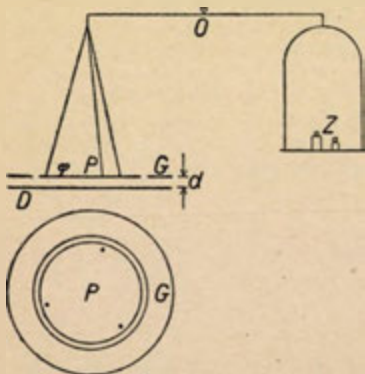
$$F \cdot dx = w \cdot P dx \quad \text{a tedy} \quad F = w \cdot P.$$

Tah  $f$  působící na jednotku plochy je tedy

$$f = \frac{F}{P} = w = \frac{\epsilon E^2}{8\pi},$$

a stanoví tudíž podélné napětí (tah na  $\text{cm}^2$ ) siločar. Dá se ukázati, že stejně velký je příčný tlak siločar (vztahovaný zase na jednotku plošnou).

**174. Elektrostatické přístroje měřicí.** Nejdůležitější úlohou jest měřiti potenciál, z něhož se pak ostatní el. veličiny dají snadno odvoditi. K absolutním měřením se užívá t. zv. *absolutního elektrometru* Thomso-



Obr. 255. Absolutní elektrometr.

nova (obr. 255). Měří se síla  $F$ , jíž se dvě desky kondensátoru k sobě přitahují. Budiž plocha pohyblivé desky  $P$ , vzdálenost desek  $d$ ; je-li uvnitř kondensátoru intensita el. pole  $E$ , plyne z předešlého odstavce pro přitažlivou sílu

$$F = w \cdot P = \frac{\epsilon E^2}{8\pi} \cdot P.$$

Potenciál pohyblivé desky jest  $\varphi = E \cdot d$ , takže po dosazení za  $E$  do předešlého vzorce máme

$$F = \frac{\epsilon \cdot \varphi^2}{8\pi d^2} \cdot P.$$

Z toho vztahu můžeme tudíž počítati potenciál  $\varphi$  v abs. jednotkách (300 V); je totiž

$$\varphi = d \sqrt{\frac{8\pi F}{\varepsilon P}}.$$

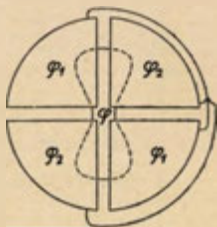
Ve vzduchu jest ovšem  $\varepsilon = 1$ .

Při odvození vzorce pro přitažlivou sílu mezi oběma deskami se nepři-  
hlíželo k rozptylu siločar na krajích, čímž vzniká určitá chyba. Tato chyba  
se značně zmenší, když pohyblivou desku  $P$  obklopíme pevným ochranným  
prstenem  $G$ , nabitým na stejný potenciál. Při výpočtu je pak třeba zvětšiti  
poloměr  $r$  desky  $P$  o poloviční šířku kruhové štěrbiny.

Absolutní elektrometr se hodí pro měření vysokých potenciálů; jím  
můžeme graduovati škálu listkového elektrometru, kterým pak potenciály  
mnohem pohodlněji a rychleji měříme.

Pro měření malých rozdílů potenciálových je vhodný *kvad-*  
*rantový elektrometr* (obráz. 256), jež rovněž sestrojil W. Thomson.

Je to nízká válcová krabice kovová, rozříz-  
nutá dvěma kolmými řezy, čímž se rozpadla  
na 4 kvadranty. Uvnitř krabice jest alumi-  
niová „jehla“ tvaru lemniskáty, visící na  
tenkém drátku. Dva a dva protější kvadranty  
jsou spolu vodivě spojeny a nabíjejí se na  
potenciály  $\varphi_1$  a  $\varphi_2$ ; potenciál jehly budiž  $\varphi$ ,  
obal elektrometru je spojen se zemí. Po na-  
bití elektrometru jehla se vychýlí ze souměrné  
polohy o výchylku  $\alpha$ . V předešlém případě  
abs. elektrometru působící síla  $F$  byla úměrná  
dvojnásobku potenciálu; obdobně soudíme, že  
v tomto případě dvojice  $D$  působící na jehlu  
a tedy i výchylka  $\alpha$  jest obecně kvadratická funkce potenciálů  
 $\varphi$ ,  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$ . Ve dvou případech nenastane však z důvodů souměrnosti  
výchylka, když se totiž potenciály obou kvadrantů liší právě o stejnou  
hodnotu od potenciálu jehly, tedy když



Obr. 256.

Kvadrantový elektrometr.

$$\begin{aligned} \text{buď} \quad & \varphi - \varphi_1 = \varphi - \varphi_2 \\ \text{nebo} \quad & \varphi - \varphi_1 = \varphi_2 - \varphi. \end{aligned}$$

To znamená, že výchylka  $\alpha$  musí býti nulová v těch případech, když

$$\begin{aligned} \text{buď} \quad & \varphi_1 - \varphi_2 = 0 \\ \text{nebo} \quad & \varphi - \frac{1}{2}(\varphi_1 + \varphi_2) = 0. \end{aligned}$$

Z toho soudíme, že hledaná kvadratická funkce pro výchylku  $\alpha$   
má tvar

$$\alpha = A(\varphi_1 - \varphi_2) \left[ \varphi - \frac{1}{2}(\varphi_1 + \varphi_2) \right],$$

kdež  $A$  je konstanta přístroje.

Zpravidla se jehla nabíjí pomocnou baterií na značně vysoký  
potenciál  $\varphi$  (druhý pól baterie je spojen se zemí). Jeden pár kva-

drantů se nabije na měřený malý potenciál,  $\varphi_1 = x$ , a druhý pár kvadrantů se spojí se zemí,  $\varphi_2 = 0$ . Pak jest

$$\alpha = Ax(\varphi - \frac{1}{2}x) = A\varphi \cdot x \quad \text{a tedy} \quad x = \text{konst.} \cdot \alpha.$$

Malá chyba způsobená tím, že v závorce zanedbáme  $\frac{1}{2}x$  vedle  $\varphi$ , odstraní se po případě tím, že jehlu nabíjíme na stejně vysoký potenciál záporný (vyměníme póly baterie) a z obou úchylek vezmeme střed. Toto spojení se nazývá *kvadrantové*.

Při spojení *jehlovém* nabíjí se jehla na měřený potenciál,  $\varphi = x$ . Oba páry kvadrantů spojíme s póly dobře izolované baterie, jejíž střed je spojen se zemí, takže  $\varphi_1 = -\varphi_2$ . Pro výchylku  $\alpha$  pak platí

$$\alpha = A \cdot 2\varphi \cdot x, \quad \text{z čehož plyne} \quad x = \text{konst.} \cdot \alpha.$$

Je také možno měřiti bez pomocné baterie. Jehla se spojí s jedním párem kvadrantů a nabije se na neznámý potenciál,  $\varphi = \varphi_1 = x$ ; druhý pár kvadrantů se spojí se zemí,  $\varphi_2 = 0$ . Pak jest

$$\alpha = \frac{1}{2} A \cdot x^2, \quad \text{z čehož} \quad x = \text{konst.} \cdot \sqrt{\alpha}.$$

Toto spojení se nazývá *idiostatické*.

Kvadrantovým elektrometrem lze měřiti přesně i malé rozdíly potenciálů, avšak vyžaduje to, aby byl elektrometr zcela správně justován (jehla v poloze naprosto souměrné ke kvadrantům, také kvadranty navzájem symetrické).

Kvadrantovým elektrometrem můžeme také srovnávat kapacity. Neznámou kapacitu  $C$  spojíme s jedním párem kvadrantů (kapacity  $c$ ), nabijeme ji určitým nábojem a změříme příslušný potenciál  $\varphi$ . Pak přidáme k tomu známou kapacitu  $C_0$  (na př. deskový kondensátor vzduchový, jehož kapacitu dovedeme vypočítati). Tím se sníží potenciál na hodnotu  $\varphi'$ . Při dokonalé izolaci se náboj nezmění, takže

$$(C + c) \cdot \varphi = (C + c + C_0) \cdot \varphi',$$

z kteréžto rovnice můžeme počítati  $C$ , známe-li kapacitu  $c$  kvadrantů; při velkých kapacitách  $C$  a  $C_0$  můžeme ji však zpravidla zanedbat.

Dielektrickou konstantu  $\epsilon$  stanovíme tím, že určíme kapacitu rovinného deskového kondensátoru, mezi jehož deskami je jednou vzduch (kapacita  $C_1$ ) a po druhé zkoumané dielektrikum ( $C_2$ ). Pak jest  $\epsilon = C_2/C_1$ .

Elektrický náboj  $q$  se určí tím, že jím nabijeme známou kapacitu  $C$  a změříme pak potenciál  $\varphi$ ; jest  $q = C \cdot \varphi$ .

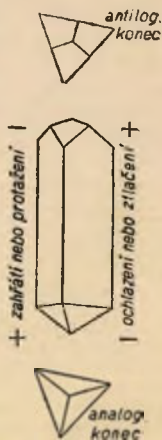
Uvedená měření elektrostatická mají sice základní význam pro nauku o elektřině, jsou však dosti nesnadná a málo přesná, neboť není možno zaručiti dokonalou izolaci. V praxi užíváme proto jiných metod, založených na

nauce o el. proudech. Rozdíly potenciálové měříme voltmetrem, náboje tím, že je necháme vybiti balistickým galvanometrem; kapacity určujeme můstkovou metodou, používajíc k tomu střídavých proudů. O tom pojednáme v dalších výkladech.

**175. Pyroelektrické a piezoelektrické zjevy.** Bylo již dávno známo, že turmalinový krystal se jeví po zahřátí na obou koncích opačně elektrickým. Krystal turmalinu je v podstatě trojboký hranol, na konci seříznutý plochami klence (obr. 257). Na jednom konci (analogickém) stěny koncové i boční souhlasí, na druhém konci (antilogickém) stěny koncové přecházejí v boční hrany a naopak. Při zahřátí se nabíjí analogický konec kladně, antilogický konec záporně. O tom se přesvědčíme, když krystal posypeme směsí sirného květu a minia, prosívanou mušelinem. Síra se nabíjí záporně a usazuje se proto na konci kladně nabitým; minium se nabíjí kladně a usazuje se na záporně nabitým konci. Při ochlazení krystalu nabíjí se konec analogický záporně, antilogický kladně.

Tyto zjevy pozorované i na jiných nesouměrných krystalech nazývají se *pyroelektrické*. Vykládáme si je tím, že takovéto krystaly jsou trvale dielektricky polarisovány (podobají se magnetu) a mají na opačných koncích nesouhlasné póly elektrické. Ovšem povrch krystalu je také poněkud vodivý a proto se shromáždí během doby na obou koncích opačné povrchové náboje, jimiž se el. působení polarisace právě ruší. Zahřátím nebo ochlazením izolovaného krystalu změní se stav diel. polarisace a tato změna se pak projeví jako elektrický účinek na venek.

V r. 1880 objevili J. a P. Curieové, že se určité krystaly (nesouměrné) také napětím nebo tlakem stávají elektrickými, což jsou t. zv. zjevy *piezoelektrické*. Turmalin napiatý ve směru osy elektruje se stejně jako při zahřátí, tlakem se zelektruje obdobně jako při ochlazení. Zvlášť výhodný je pro studium těchto zjevů krystal křemene, jenž je dokonalý izolátor. Z křemene se vyřízne deska, jejíž plocha je rovnoběžná s hlavní osou křemene a kolmá k některé vedlejší ose, a obě protější plochy se postříbří (Curieova lamela). Jestliže tuto desku podrobíme podélnému napětí ve směru hlavní osy, jeví se oba polepy opačně elektrickými a množství vyvinuté elektřiny je přímo úměrné napětí. Je proto možno užití tohoto zjevu k měření velkých napětí nebo tlaků.



Obr. 257.

Krystal turmalinu.



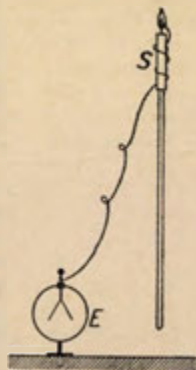
Také tlakem na plochu Curieovy lamely stávají se oba polepy opačně elektrické.

Výklad piezoelektrických a pyroelektrických zjevů na základě dielektrické polarisace vede k předpokladu, že tyto zjevy jsou podmíněny toliko deformací krystalu, ať byla vzbuzena změnou teploty či napětím nebo tlakem. S tím je v souhlase, že turmalin při podélném napětí se elektruje právě tak jako při zahřátí, neboť v obojím případě nastává podélné protažení. Oba zjevy, piezoelektrický i pyroelektrický, jsou podle toho téhož původu; nesporné však to prokázáno dosud není.

Uvedené zjevy jsou zvrtné; vzbudíme-li vnějším působením silné pole elektrické uvnitř takovýchto krystalů, vzniká tím jejich deformace. Na př. deska vyříznutá kolmo k ose turmalinu a opatřená polepy se tlakem zelektruje tak, že na antilogické straně vzniká kladný náboj (srovn. obr. 257). Když však antilogickou stranu nabijeme kladně (udržíme druhý pól na nulovém potenciálu), turmalin se ve směru osy prodlouží.

Tohoto zvrtného zjevu se používá zajímavým způsobem v radiofonii k udržení stálého kmitočtu vysílačů. Tenká křemenová deska, vyříznutá po způsobu Curieovy lamely a opatřená polepy, představuje kondensátor. Nabíjíme-li jej střídavým proudem, křemenová deska se střídavě protahuje a zkracuje ve směru své tloušťky a uvede se do obzvlášť silného kmitání, když perioda střídavého proudu souhlasí s vlastní periodou podélných kmitů, podmíněných pružností (případ resonance). Takovýto křemenový kondensátor se zapne do mířkového obvodu vysílací lampy elektronové. Slabý počáteční proudový náraz způsobí, že se deska křemenová slabě rozkmitá podélně (ovšem ve směru tloušťky desky) ve své vlastní periodě; tím způsobuje ve stejné periodě změny mířkového napětí, takže v téže tempu se již silněji rozkmitá anodový obvod. Tyto kmity se zpětnou vazbou převádějí na mířkový obvod, kdež zesilují kmity křemenové desky, jež zase zesilují el. kmity anodového obvodu atd., až nastane ustálený stav. Tím způsobem se anodový obvod rozkmitá přesně s frekvencí, jakou mají vlastní podélné kmity křemenové desky. Vysílané elektromagnetické vlnění má zcela určitou vlnovou délku; křemenová deska představuje takto normál určité vlnové délky (podmíněný ovšem tloušťkou desky).

**176. Zemské pole elektrické.** Jestliže na volném prostranství za jasného počasí spojíme elektroskop *E* (obr. 258) na zemi postavený s plamenem svíčky *S*, kterou zdvihneme do výšky, shledáme, že se elektroskop nabíjí kladně a to tím silněji, čím je plamen svíčky výše. Z toho soudíme, že v ovzduší zemském je stále el. pole, v němž potenciál do výše stoupá. Stoupnutí potenciálu (ve voltech) na výšku 1 m nazývá se gradient potenciálu je však značně proměnlivý



Obr. 258.

Měření el. gradientu  
v ovzduší.

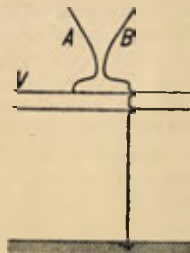


a mnohdy se v krátké době silně mění; v zimě bývá zpravidla větší, v létě menší. Z dlouholetých pozorování byl zjištěn také průměrný denní chod gradientu, jenž mívá za den a noc 1 nebo 2 periody. V našich krajinách mívá gradient zpravidla hlavní minimum mezi 3. až 4. hod. ranní, pak stoupá k maximum kolem 9 hod., klesá k vedlejšímu minimum po poledni a večer mívá druhé maximum.

Gradientu potenciálového do výše ubývá; ve výšce 1 km jest jen asi 25 V/m, v 9 km toliko 3·5 V/m, takže v nejvyšších částech atmosféry je pravděpodobně nulový.

Velmi značný vliv na zemské pole el. má vznik mraků, při nichž bývají poměry zcela nepravidelné (gradient bývá 10000 V/m i více). Za bouří vzniká tak silné el. pole, že ve vzduchu vzniká ionisace nárazem iontů a nastává jiskrový výboj, zvaný blesk. Množství elektřiny, jež se bleskem vybíjí, činí průměrně asi 20 C.

Proti zhoubným účinkům blesku chráníme budovy bleskosvodem, jež navrhl Franklin r. 1750. První bleskosvod podle jeho úpravy (kovová tyč na nejvyšším místě budovy umístěná a vodivě spojená se zemí) byl postaven r. 1762. Před tím však již Prokop Diviš v Příměticích u Znojma postavil bleskosvod založený na ssacím účinku hrotů. Byl to vysoký sloup opatřený vodorovnými příčkami, jež nesly na koncích krabice s kovovými odpadky; ve víku krabic byly zatlučeny hřebíky trčící hroty do výše.



Obr. 259.

Růžková bleskojistka.



Obr. 260.

Telefonní bleskojistka.

Elektrická vedení silnoprůdává chráníme *růžkovými bleskojiskami* (obr. 259). Jsou to dva silné měděné dráty *A*, *B*, ohnuté v podobě rohů, z nichž jeden je spojen s vedením *V* a druhý se zemí. Při úderu blesku vznikne na nejužším místě jiskrou spojení se zemí; jiskra sama stoupá do výše a tam se přetrhne.

Pro ochranu telefonního a telegrafního vedení *T* má bleskojistka tvar dvou vodivých desek *a*, *b* (obr. 260) s ostrými rýhami tak postavených, aby hroty směřovaly proti sobě a byly odděleny jen velmi malou mezerou vzduchovou. Jakmile vznikne mezi vedením a zemí vysoké napětí elektrické, vyrovnává se mezi hroty a elektřina se odvede neškodně do země.

## II. Nauka o magnetismu.

**177. Základní poznatky o magnetismu.** Základní úkazy magnetické (zkráceně mg.) byly poznány již velmi dávno. Aristoteles (384—322 př. Kr.) uvádí ve svých spisech, že ruda magnetovec ( $\text{Fe}_3\text{O}_4$ ) přitahuje k sobě železné piliny. Takový přirozený magnet jeví obvyklejné největší účinky na dvou protilehlých koncích, jež se nazývají *póly*; mezi nimi je *pásmo netečné*.

Číňané a Japonci aspoň od VII. stol. po Kr. věděli, že takovýto přirozený magnet sám sobě ponechán staví se tak, že jeden pól ukazuje přibližně k severu, druhý k jihu, a užívali toho k orientaci při cestách. Prostřednictvím Arabů přišla známost o této vlastnosti magnetu v XIII. stol. do Evropy. Peregrinus r. 1269 zjistil, že souhlasné póly magnetu se odpuzují, nesouhlasné se přitahují. Bylo záhy poznáno, že magnetické vlastnosti se dají přenést i na ocelové tyče, jichž se pak mohlo užívat jako kompasu. Kolumbus na své plavbě do Ameriky zjistil, že osa magnetky se odchyluje od astronomického poledníku o určitý úhel, zvaný *deklinace* (u nás  $5^\circ$  na západ), jenž je v různých místech různý. Hartmann r. 1540 objevil magnetickou inklinaci. Opatříme-li totiž magnetku osou jdoucí přesně jejím těžištěm a zavěsíme-li ji tak, aby osa byla vodorovná a kolmá k magnetickému poledníku, sklání se severní pól pod vodorovnou rovinu o úhel zvaný *inklinace* (u nás  $65^\circ$ ). Soustavně zabýval se všemi zjevy magnetickými Gilbert, ač ovšem jeho názory jsou dnes zastaralé. Poznal zejména magnetickou *indukci*, že se totiž železná tyč v blízkosti magnetu stává magnetickou; deklinaci a inklinaci správně vykládal tím, že Země sama je velký magnet.

Umělé magnety (tvaru tyče, podkovy nebo magnetky) hotoví se z tvrdé oceli a to výhradně magnetováním pomocí el. proudu; jsou nepoměrně silnější než magnety přirozené. Snadno se přesvědčíme, že magnet přitahuje mimo železo též nikl, kobalt a t. zv. slitiny Heuslerovy (na př.  $\text{MnAlCu}_2$ , t. j. 26% Mn + 13% Al + 61% Cu). Takovéto látky nazýváme *feromagnetické*. Je pozoruhodné, že ocel s přídavkem 12% Mn nebo železo s 6% Mn a 9% Ni jsou za obvyklých teplot téměř nemagnetické.

Působení magnetu se jeví v celém jeho okolí, jež pak nazýváme jeho *magnetické pole*. Toto mg. pole prostupuje různými látkami s výjimkou látek feromagnetických, na nichž se mg. pole končí. Tak na př. magnet přitahuje hřebíčky skrze skleněnou nebo měděnou desku, nikoli však skrze železnou.

Na mg. vlastnosti látek feromg. má značný vliv teplota. Ocelový zmagnetovaný drát, byv vyžhán do červeného žáru, pozbývá magne-

tismu; železný drát v červeném žáru není přitahován magnetem, Vykládáme si to tím, že železo existuje ve dvou fázích  $\alpha$  a  $\beta$ . z nichž prvá je feromagnetická a existuje jen pod  $770^{\circ}$ . Nad  $770^{\circ}$  přechází ve fázi  $\beta$ , jež je nemagnetická. Tato teplota  $770^{\circ}$ , nad níž železo pozbývá magnetických vlastností, slove *teplota zániku* nebo Curieův bod. Nikl má teplotu zániku  $360^{\circ}$ , kobalt  $1075^{\circ}$ .

Jednoduchými pokusy s magnety zjistíme, že souhlasné póly dvou magnetů se odpuzují, nesouhlasné se přitahují. V účinku na venek se souhlasné póly zesilují, nesouhlasné se zeslabují, po př. ruší. Přiblížíme-li k pólu silného magnetu nějakou látku feromagnetickou, stává se dočasným magnetem a má na bližším konci pól souhlasný, na vzdálenějším konci pól souhlasný. Tento zjev se nazývá *magnetická indukce*. Oddálíme-li pak uvažovanou látku z magnetického pole, pozbývá téměř úplně magnetismu až na malý zbytek, jenž se nazývá *remanentní magnetismus*. Pouze u tvrdé oceli (zejména s přídavkem wolframu, chromu nebo molybdenu) zbývá značný remanentní magnetismus; na tom se zakládá hotovení trvalých magnetů. Soudíme z toho, že v tvrdé oceli existuje t. zv. *koercitivní síla*, jež brání změnám magnetisace jednou vzniklé.

Na základě mg. indukce můžeme velmi pěkně znázorniti poměry v mg. poli. Magnet pokryjeme papírem nebo skleněnou deskou a na ni sypeme drobné piliny železné. Každá pilinka se stává malým magnetem; za jemného poklepání řadí se pilinky všude ve směru mg. síly do řetězců, jež pěkně znázorňují magnetické siločáry. Siločarám připisujeme určitý smysl, ve kterém by se pohyboval v poli malý severní pól. Pravíme, že siločáry vystupují ze severního pólu a vstupují do pólu jižního. Velmi poučné jsou zejména siločáry mezi dvěma blízkými póly nesouhlasnými a mezi póly souhlasnými (srovn. obr. 265 a 266).

Takové pole, v němž mg. siločáry jsou rovnoběžné přímky, nazýváme stejnorodé (homogenní); v něm na týž pól působí všude stejně velká síla téhož směru.

**178. Theorie magnetismu.** 1. Nejstarší theorie magnetismu, t. zv. fluidová, předpokládala, že mg. zjevy jsou způsobovány dvěma fluidy, kladným (severním) a záporným (jižním), jež mají opačné účinky. V nemagnetickém železe jsou obě fluida ve stejném množství a vespolek promíšena, takže se jejich vnější účinky vzájemně ruší. Ve zmagnetované oceli jsou tato fluida oddělena na opačné strany a projevují se na venek jako mg. póly magnetu. Ve smyslu těchto názorů mluvíme o „*magnetickém množství*“, obsaženém v jednotlivém pólu; jeho velikost definujeme podle vnějšího účinku, t. j. posuzujeme mg. množství podle síly, kterou působí z téže vzdálenosti na týž srovnávací pól. Důsledkem této definice

jest, že síla  $P$ , působící mezi dvěma póly, jest úměrná součinu obou mg. množství  $m_1$  a  $m_2$  těch pólů a mimo to ovšem závisí na jejich vzdálenosti  $r$  a po př. i na jakosti prostředí, jež odděluje oba póly. Závislost oné síly  $P$  na vzdálenosti  $r$  pokusně studoval Coulomb (1780) a to dvěma methodami. Především určoval přímo velikost té síly svými torsními vahami. Mimo to odvodil nepřímou závislost z pozorování, jak se mění doba kyvu malé magnetky, přibližujeme-li k ní do různých vzdáleností týž pól dlouhého magnetu. Z měření těchto plyne, že síly  $P$  ubývá úměrně s dvojmočí vzdálenosti  $r$ . Platí tudíž Coulombův zákon

$$P = \text{konst.} \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}.$$

Velikost konstanty v tomto vzorci je podmíněna volbou jednotky pro mg. množství. Volíme-li za ni mg. množství takového pólu, jenž na stejně silný pól ze vzdálenosti 1 cm působí ve vakuu silou 1 dynu, stává se konst. = 1 a máme

$$P = \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}.$$

Uvedená jednotka mg. množství má podle předešlého rozměr

$$\text{abs. j. mg.} = [r \sqrt{P}] = \text{cm} \cdot \sqrt{\frac{\text{g} \cdot \text{cm}}{\text{sec}^2}} = \text{g}^{1/2} \cdot \text{cm}^{1/2} \cdot \text{sec}^{-1},$$

tedy stejný, jako abs. jednotka elst. pro množství elektriny.

Stejný zákon platí velmi přibližně i tehdy, je-li mezi dvěma póly určité hmotné prostředí. Teprve mnohem později byl zjištěn nepatrný celkem vliv prostředí na sílu působící mezi dvěma mg. póly. Pak ovšem pro tato prostředí má konstanta úměrnosti hodnoty poněkud odlišné od jedničky; její převratná hodnota nazývá se *permeabilita*  $\mu$ . Obecný zákon Coulombův je tedy

$$P = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}.$$

Permeabilita  $\mu$  všech látek mimo feromagnetické má hodnotu velmi blízkou jedničce (větší nebo menší). Látky, pro něž je  $\mu > 1$ , slují *paramagnetické*; na př. platina má  $\mu = 1.00036$ , mangan  $\mu = 1.00038$ . Látky, u nichž je  $\mu < 1$ , nazývají se *diamagnetické*; nejsilněji diamagnetickou látkou je vizmut, pro něž  $\mu = 0.99982$ . Permeabilita feromagnetických látek, jak poznáme později, má značně velké hodnoty a jest proměnlivá (závislá na mg. polí).

Rozměr jednotky mg. množství byl odvozen za předpokladu, že permeabilita  $\mu$  je pouhé číslo, podobně jako při odvozování elst. jednotek se po-



žovala dielektrická konstanta  $\epsilon$  za pouhé číslo. Obojí předpoklad je neoprávněný a proto rozměry jednotek mg. i el. nepodávají správného názoru o povaze těch veličin.

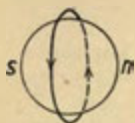
2. *Theorie molekulových magnetů* (Weber). Rozložíme-li zmagetovaný drát na dva kusy, je každá část zase celým magnetem, majícím na opačných koncích dva nesouhlasné póly. Toto pozorování odporuje theorii fluidové, podle níž bychom očekávali, že rozlomením oddělíme kladný pól od záporného. I každým dalším dělením dostáváme vždy celé magnety se dvěma póly. Z toho podle Webera usuzujeme, že i molekuly železa (a též feromg. látek) jsou magnety se dvěma póly, t. zv. *molekulové magnety*. V nemagnetickém železe jsou tyto molekulové magnety zcela nepravidelně uspořádány a proto se jejich účinek na venek vzájemně ruší. Magnetování železa spočívá v tom, že buď tahem permanentního magnetu nebo lépe mg. polem proudu protékajícího cívkou seřadí se osy všech molekulových magnetů týmž směrem. Pak jsou k jednomu konci všechny molekulové magnety přivráceny severními póly, k druhému konci jižními póly. Jeví se proto první konec jako severní pól, druhý konec jako jižní pól. Uvnitř magnetu jsou všude k sobě přivráceny nesouhlasné póly sousedních molekul a proto se jejich účinek ruší (srovn. obr. 262).

Ve smyslu kinetické theorie tepla předpokládáme, že molekuly jsou ve stálém kmitavém pohybu, jímž se pravidelné uspořádání molekulových magnetů stále porušuje. Proto ve slabém poli magnetickém se projevuje usměrňovací účinek pole jen slabě a vzniká poměrně slabý magnet. S rostoucím mg. polem usměrňovací účinek pole stále více a více převládá, vzniká silnější magnet. Když je vnější pole mg. tak silné, že jeho usměrňovací účinek úplně přemůže rušivý vliv kmitů molekul, jsou všechny molekuly uspořádány týmž směrem a máme nasycený magnet. Další zesílení vnějšího mg. pole nemá již účinku. Jakmile však vnější pole mg. přestane působiti, uspořádání molekulových magnetů se tepelným účinkem rychle ruší a železo pozbývá své magnetičnosti až na malý zbytek, t. zv. mg. remanenci.

Tvrďá ocel podržuje však (aspoň z největší části) magnetismus jednou získaný. To si vykládáme účinkem t. zv. koercitivní síly, jež udržuje molekulové magnety ve směru jednou jimi zaujatém. Proto se ocel nesnadno magnetuje, ale byvši jednou zmagetována, má značnou mg. remanenci a představuje tak trvalý (permanentní) magnet.

3. *Theorie elementárních proudů* (Ampère). Jak v dalším poznáme, vzbuzuje uzavřený elektrický proud ve svém okolí právě takové magnetické pole jako tenká deska, proložená daným prou-





Obr. 261.  
Ampèrova před-  
stava mol.  
magnetu.

dovodičem a napříč zmagnetovaná tak, že by měla na jedné ploše severní magnetismus, na druhé jižní magnetismus. Z toho soudil Ampère, že si můžeme představovat molekuly magnety tak, že kolem molekuly feromagnetické látky proudí věčný proud elektrický (obr. 261). Tím vlastně zjevy magnetické převádíme na zjevy elektrické. Tato představa má tu přednost, že pochopujeme, proč vlastně severní a jižní pól nedají se od sebe oddělit, neboť jsou to následky jednoho a téhož proudu. Na závadu však

jest, že tyto proudy by musily trvati od věčnosti do věčnosti, aniž by se jejich energie měnila v teplo, jak to pozorujeme u skutečných proudů elektrických. Přijmeme-li však tuto představu, další výklad mg. zjevů je týž jako v theorii Weberově.

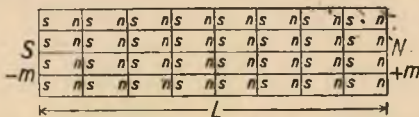
4. *Theorie elektronová.* Právě uvedenou nesnáz Ampèrovy theorie odstraňuje theorie elektronová. Podle ní představujeme si atom složený z kladně nabitého jádra, kolem něhož krouží v různých drahách záporně nabité elektrony. Kroužící elektron představuje věčný elektrický proud, jenž ve svém okolí způsobuje mg. pole a působí tedy jako magnet. U všech prvků s výjimkou Fe, Ni, Co musíme ovšem předpokládati, že dráhy různých obíhajících elektronů jsou tak uspořádány, že se jejich mg. účinek navzájem ruší (buď zcela nebo téměř úplně). Pouze u feromg. prvků Fe, Ni, Co zůstává konečný magnetický účinek kroužících elektronů a proto tyto atomy představují atomové magnety. Další výklad mg. zjevů je pak stejný jako v theorii Weberově.

Tato elektronová theorie vede také k výkladu (aspoň kvalitativnímu) chování látek paramg. a diamg. V paramagnetickém atomu předpokládáme, že zbývá jakýsi nepatrný účinek magnetický. Vnější pole magnetické má proto také jistý (třebas malý) usměrňovací účinek. Látky tyto se chovají podobně jako látky feromagnetické (ovšem v míře velmi malé), tedy v mg. poli se poněkud zmagnetují a tím zesilují na venek pole magnetické.

V atomu diamagnetické látky jsou mg. účinky kroužících elektronů zcela vyrovnány, takže na ně mg. pole nemá vůbec usměrňovacího vlivu. Ale vložením takové látky do mg. pole nastává zjev obdobný elmg. indukci, totiž posměnění se dráhy kroužících elektronů. Podle Lenzova pravidla (odst. 222) jest účinek elmg. indukce vždy takový, že se protiví změně, kterou byl vzbuzen. Dráhy jednotlivých elektronů změny se tedy tak, že mg. pole atomu jest opačné než vnější pole magnetické, jež se jeví tudíž zeslabeno.

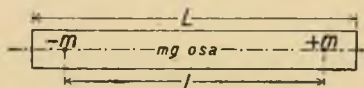
Sluší ovšem poznamenati, že zcela uspokojivý výklad magnetismu představou o kroužících elektronech se dosud nepodařil.

**179. Magnetický moment.** Podle předešlého představujeme si každý magnet jakoby složený ze samých elementárních magnetů, z nichž každý má oba póly a jejichž osy mají též směr (obr. 262). V tom případě všechny vnitřní póly se vzájemně v působení na venek ruší, takže magnet působí na venek tak, jako by jen na obou koncových plochách byl volný magnetismus (severní a jižní). Účinek magnetu na venek závisí však netoliko na množství volného magnetismu  $m$  na obou pólech, nýbrž i na jejich vzdálenosti. Jakožto *magnetický moment*  $M$  daného magnetu definujeme součin z volného magnetismu  $m$  v jednom pólu a ze vzdálenosti  $L$  obou polů, tedy  $M = m \cdot L$ .



Obr. 262. Představa o složení magnetu.

Tyčovitý magnet průřezu  $q$  a délky  $L$  nechť má na obou koncových plochách plošnou hustotu volného magnetismu  $J$ . Pak je mg. množství na celém pólu  $m = J \cdot q$  a tedy jeho mg. moment  $M = J \cdot q \cdot L = J \cdot V$ , značí-li  $V$  objem celého magnetu. Podle toho veličina  $J$  znamená magnetický moment jednotky objemové a nazývá se *intensita magnetisace* nebo zkrátka jen *magnetisace*. V magnetu nepravidelně magnetovaném může míti ovšem magnetisace  $J$  v různých místech různý směr; je tedy dokonale určena velikostí a směrem a proto ji považujeme za vektor. Také mg. moment  $M$  je vektor, jehož směr určuje osa daného magnetu.



Obr. 263. Redukovaný magnet.

Kdyby byla magnetisace  $J$  všude uvnitř magnetu naprosto stejná, působil by magnet na venek tak, jako by měl volné póly magnetické jen na obou koncích. Takto se však dají zmagnetovati jen velmi tenké dráty ocelové, jež pak mají bodové póly na svých koncích. Při magnetování ocelových tyčí konečného průřezu působí však vznikající koncové póly v opačném směru proti magnetující síle a proto magnetisace  $J$  poblíž konců bývá menší než uprostřed. Důsledkem toho jest, že takovýto magnet působí na venek přibližně tak, jako by měl dva bodové póly  $+m$  a  $-m$ , posunuté však na

ose směrem dovnitř. Můžeme proto tyčový magnet pro účinky poněkud dále od něho nahraditi redukováným magnetem, jenž má dva bodové póly  $+m$  a  $-m$  na ose v redukované vzdálenosti  $l$  (obr. 263). Poměr redukované délky  $l$  ke skutečné délce  $L$  závisí na rozměrech magnetu a na způsobu magnetování; z měření plyne pro tento poměr

$$\frac{l}{L} = 0.72 \text{ až } 0.84, \text{ průměrně } \frac{4}{5}.$$

Má-li daný magnet mg. moment  $M$ , je množství magnetismu  $m$  obsažené v redukováném pólu dáno vztahem

$$M = m \cdot l, \quad \text{z čehož plyne } m = \frac{M}{l}.$$

Sluší připomenouti, že náhrada skutečného magnetu redukováným je správná pouze pro místa dosti daleká od magnetu; v blízkosti magnetu se magnetické pole magnetu redukováného a skutečného od sebe liší.

**180. Magnetické pole.** Prostor, ve kterém se jeví působení na malou tam vloženou magnetku, nazývá se magnetické pole. Malá volná magnetka staví se v každém místě pole zcela určitým směrem; osa magnetky určuje směr intensity mg. pole. Čára, jejíž tečna stanoví v každém místě směr intensity mg. pole, nazývá se magnetická siločára. O demonstraci mg. siločar železnými pilinami jsme se již zmínili.

Velikost *intensity*  $H$  mg. pole neboli magnetické síly v určitém místě definujeme (obdobně jako v elektrickém poli) takto: V daném místě budiž bodový mg. pól  $m$  (na př. konec dlouhého tenkého magnetu); na něj působí síla  $P$ . Intenzitu  $H$  pole měříme velikostí síly působící na jednotkový bodový pól, je tedy

$$H = \frac{P}{m}.$$

Jednotka pro intenzitu mg. pole nazývá se *gauss* (značka G) a znamená intenzitu v takovém místě, v němž na jednotkový mg. pól působí síla 1 dynu. Pro rozměr této jednotky plyne z dřívějšího

$$[H] = 1 \text{ gauss} = 1 \text{ G} = \left[ \frac{P}{m} \right] = \frac{\text{g cm}}{\text{sec}^2} : \frac{\text{g}^{1/2} \text{ cm}^{3/2}}{\text{sec}} = \text{g}^{1/2} \text{ cm}^{-1/2} \text{ sec}^{-1}.$$

Intenzita mg. pole, určená velikostí a směrem, je vektor a budeme ji jako vektor značiti  $\mathbf{H}$ .

Bodový osamělý pól  $m$  vzbuzuje podle Coulombova zákona ve vzdálenosti  $r$  intenzitu mající směr prodlouženého průvodiče a velikost

$$H = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{m}{r^2},$$

kdež  $\mu$  je permeabilita prostředí. Jako jsme zavedli v elektrostatice vedle intensity pole  $E$  ještě el. posunutí  $D = \epsilon \cdot E$ , tak také je třeba v magnetismu uvažovati vektor

$$B = \mu H,$$

zvaný *magnetická indukce* nebo *mg. sycení*. Poněvadž se permeabilita  $\mu$  považuje (třebas neprávem) za pouhé číslo, měříme *mg. indukci* týmiž jednotkami jako *mg. intensitu*, tedy *gaussy*. Bodový pól  $m$  vzbuzuje ve vzdálenosti  $r$  *mg. indukci*  $B = m/r^2$ , jež nezávisí na prostředí, ovšem je-li stejnorodé.

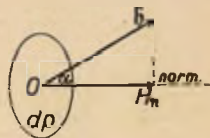
Obdobným způsobem jako v elektrostatice definujeme *magnetický silový tok*  $S$  a *indukční tok*  $\Phi$ . Svírá-li intensita *mg. pole*  $H$  s normálou malé plochy  $d\rho$  úhel  $\alpha$  (obr. 264), je příslušný silový tok  $dS$  a indukční tok  $d\Phi$

$$dS = H \cdot d\rho \cdot \cos \alpha = H_n \cdot d\rho;$$

$$d\Phi = B \cdot d\rho \cdot \cos \alpha = B_n \cdot d\rho,$$

kdež  $H_n$  a  $B_n$  znamenají *normální složky* intensity  $H$  a indukce  $B$ . Platí vztah

$$d\Phi = \mu \cdot dS.$$



Obr. 264. Magnetický tok.

Silový a indukční tok *mg.*, procházející konečnou plochou, stanovíme sečtením elementárních toků pro celou plochu, tedy

$$S = \int H_n \cdot d\rho, \quad \Phi = \int B_n \cdot d\rho.$$

Jednotka *mg. silového toku* a také *indukčního toku* nazývá se *maxwell* (označení  $M$ ); je to tok plochou  $1 \text{ cm}^2$  v místě, v němž intensita (po př. indukce) má normální složku  $1 G$ .

Zcela podobným způsobem jako v elektrostatice možno odvoditi pro indukční tok  $\Phi$  vycházející z uzavřené plochy větu Gaussovu, podle níž indukční tok  $\Phi$  se rovná  $4\pi$ -násobnému magnetickému množství uvnitř plochy obsaženému. Avšak je zásadní rozdíl mezi magnetismem a elektrinou v tom, že neexistuje osamoceny pól *mg.*, nýbrž vždy celý magnet se dvěma póly  $+m$  a  $-m$ . Celkový součet magnetismu (kladného i záporného) je vždy nulou, takže podle Gaussovy věty platí, že *mg. tok*  $\Phi$  vycházející z jakékoliv uzavřené plochy je vždy nulový. To znamená: v magnetickém poli není zřídlo indukčního toku, magnetické pole je tedy *nezřídlové* a má charakter *vírový*. Tok libovolného vektoru z jednotkového objemu nazývá se *divergence*; Gaussovu větu lze tedy vyjádřiti vztahem

$$\text{div } B = 0,$$

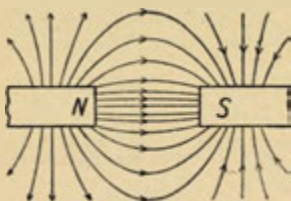
což je další ze základních rovnic *Maxwellových*.



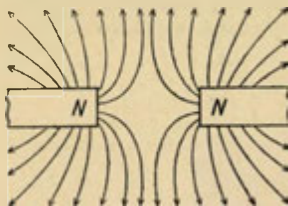
Podle Faradaye spatřujeme původ mg. zjevů v mg. siločarách, o nichž dá se odvodit vše, co jsme dříve uvedli v elektrostatice (odst. 173). Mg. pole je sídlem energie, jejíž hustota  $w$  (t. j. energie vězíci v objemové jednotce) jest

$$w = \frac{\mu H^2}{8\pi} = \frac{B \cdot H}{8\pi}.$$

Vzájemné působení magnetů je zprostředkováno siločarami, jež jeví podélné napětí a příčný tlak. Velikost tohoto podélného napětí i příčního tlaku se právě rovná hustotě mg. energie a je tedy stanovena hořejším vzorcem. Z průběhu siločar mezi nesouhlasnými póly (obr. 265) poznáváme, že



Obr. 265. Mg. siločary mezi nesouhlasnými póly.



Obr. 266. Mg. siločary mezi souhlasnými póly.

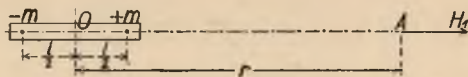
podélným napětím siločar vzniká přitahování nesouhlasných pólů. Naopak příčný tlak siločar mezi souhlasnými póly (obr. 266) způsobuje jejich odpuzování.

Jako dříve můžeme mg. siločarám (a též indukčním čarám) dáti význam kvantitativní. Vedeme-li všechny siločary procházející obvodem malé plochy  $p$ , vytvoří tyto siločary plášť silotrubice (srovn. obr. 235), jíž všude prochází stejný silový tok. Taková silotrubice, v níž silový tok se rovná 1 maxwellu, nazývá se jednotkovou siločárou. V místě intensity  $H$  má jednotková siločára příčný průřez  $p_n = 1/H$  a tedy plochou  $1 \text{ cm}^2$  prochází právě  $H$  siločar. Podle toho hustota siločar (t. j. počet jednotkových siločar procházejících kolmo plochou  $1 \text{ cm}^2$ ) stanoví intenzitu mg. pole  $H$ . Podobně jakožto jednotkovou indukční čáru definujeme indukční trubici, jejímž každým průřezem prochází jednotkový indukční tok. Hustota indukčních čar stanoví velikost mg. indukce  $B$  v daném místě.

**181. Magnetické pole tyčového magnetu.** Jak jsme již uvedli v odst. 179, můžeme tyčový magnet, jde-li o jeho působení



v poněkud větší vzdálenosti, nahraditi redukováným magnetem, majícím dva póly  $+m$  a  $-m$  vzdálené o redukovanou délku  $l$ ; mg. moment magnetu je pak  $M = m \cdot l$ . Vypočteme nejprve intensitu  $H$  mg. pole ve dvou hlavních polohách Gaussových, I. ve směru osy, II. na rovině souměrnosti magnetu.



Obr. 267. I. Gaussova poloha.

*I. Gaussova poloha* (obr. 267). Podle Coulombova zákona jest intensita  $H_1$  v bodě  $A$  na ose magnetu, vzdáleném o  $r$  od jeho středu  $O$ , dána vztahem (předpokládáme-li  $\mu = 1$ )

$$H_1 = \frac{m}{\left(r - \frac{l}{2}\right)^2} - \frac{m}{\left(r + \frac{l}{2}\right)^2} = \frac{m \cdot 2rl}{\left(r^2 - \frac{l^2}{4}\right)^2} = \frac{2M}{r^3 \left(1 - \frac{l^2}{4r^2}\right)^2}.$$

Je-li vzdálenost  $r$  značně velká proti redukované délce  $l$ , platí přibližně

$$H_1 \doteq \frac{2M}{r^3}.$$

*II. Gaussova poloha* (obr. 268). V místě  $B$ , vzdáleném v rovině souměrnosti magnetu o  $r$  od středu magnetu  $O$ , vzbuzoval by každý z obou pólů sám pro sebe intensitu  $H$  ve směru spojnice

$$H = \frac{m}{r^2 + \frac{1}{4}l^2}.$$

Obě tyto mg. intensity se skládají ve výslednou intensitu  $H_2$ , rovnoběžnou s osou magnetu, pro jejíž velikost platí úměra

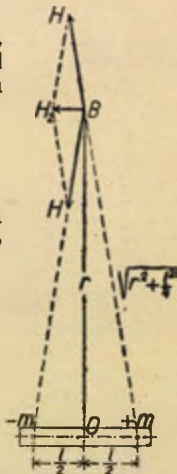
$$H_2 : H = l : \sqrt{r^2 + \frac{1}{4}l^2},$$

z níž plyne

$$H_2 = \frac{m \cdot l}{\left(r^2 + \frac{l^2}{4}\right)^{3/2}} = \frac{M}{r^3 \left(1 + \frac{l^2}{4r^2}\right)^{3/2}}.$$

V dosti velké vzdálenosti platí přibližně

$$H_2 \doteq \frac{M}{r^3}.$$



Obr. 268. II. poloha Gaussova.

V obou případech ubývá intenzity  $mg.$  pole s třetí mocninou vzdálenosti  $r$  od magnetu, ovšem za předpokladu, že je  $r$  dosti velké proti  $l$ . V téže vzdálenosti  $r$  je intenzita v I. Gaussově poloze zhruba dvakrát větší než v II. poloze.

Intenzitu  $mg.$  pole v jiných polohách můžeme snadno odvoditi z předchozích dvou výrazů v tom případě, že je magnet velmi krátký proti vzdálenosti  $r$ . Ke dvěma pólům  $N$  a  $S$  (obr. 269) původního (redukovaného) magnetu přidejme dva pomocné póly  $n$  a  $s$  stejné silné, opačného znamení, takže se jejich účinek vzájemně ruší, v takovém bodě  $C$ , aby dvojice  $nS$  znamenala magnet rovnoběžný s průvodičem a dvojice  $Ns$  magnet k průvodiči kolmý. Jejich momenty jsou



Obr. 269.  $mg.$  pole elementárního magnetu.

$$M_1 = m \cdot l \cos \alpha = M \cdot \cos \alpha,$$

$$M_2 = m \cdot l \sin \alpha = M \cdot \sin \alpha,$$

a osou původního magnetu. První magnet  $M_1$  je v I. Gaussově poloze a vzbuzuje tedy intenzitu ve směru průvodiče

$$H_1 = \frac{2 M \cdot \cos \alpha}{r^3}.$$

Druhý magnet  $M_2$  je v II. poloze, způsobuje tedy intenzitu ve směru kolmém k průvodiči

$$H_2 = \frac{M \cdot \sin \alpha}{r^2}.$$

Výsledná intenzita  $H$  má tudíž velikost

$$H = \sqrt{H_1^2 + H_2^2} = \frac{M}{r^3} \sqrt{4 \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha} = \frac{M}{r^3} \sqrt{1 + 3 \cos^2 \alpha}$$

a svírá s průvodičem úhel  $\beta$ , pro nějž platí

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{H_2}{H_1} = \frac{1}{2} \operatorname{tg} \alpha.$$

**182. Magnet v stejnorodém poli magnetickém.** Stejnorodé (homogenní) pole magnetické je takové, v němž má  $mg.$  intenzita  $H$  všude stejnou velikost i stejný směr, takže siločáry jsou rovnoběžné přímkami.

Budiž osa magnetu, jehož  $mg.$  moment je  $M = m \cdot l$ , odchýlena od směru  $mg.$  intenzity  $H$  o úhel  $\varphi$  (obr. 270). Na každý redukovaný pól  $m$  působí pole silou  $mH$ . Obě síly, jsouce opačně rovnoběžné a stejně velké, znamenají dvojici sil, jejíž moment  $D$  jest

$$D = mH \cdot l \sin \varphi = MH \cdot \sin \varphi.$$

Tato dvojice hledí osu magnetu stočiti do polohy rovnoběžné s intenzitou pole  $H$ . Je-li moment setrvačnosti magnetu  $J$ , platí pro pohyb magnetu známá pohybová rovnice

$$J \cdot \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = -D = -MH \cdot \sin \varphi.$$

Znaménko — je třeba připojit proto, že dvojice jest opačného smyslu, než ve kterém čítáme úhel  $\varphi$ . Tato pohybová rovnice úplně souhlasí s pohybovou rovnicí fyzického kyvadla (str. 81), jež jest

$$J \cdot \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = -Mga \cdot \sin \varphi.$$

To znamená, že magnet v mg. poli kývá kolem směru intenzity mg. pole.

Za předpokladu malého rozkyvu můžeme za  $\sin \varphi$  s dostatečnou přibližností psáti  $\varphi$  a pohybová rovnice nabude tvaru

$$\frac{d^2 \varphi}{dt^2} = -\frac{MH}{J} \cdot \varphi = -\omega^2 \varphi, \text{ píšeme-li } \frac{MH}{J} = \omega^2.$$

To je známá rovnice harmonického pohybu (str. 43). Jí vyhovuje integrál

$$\varphi = C \cdot \sin(\omega t + \gamma),$$

kdež  $C$  a  $\gamma$  jsou integrační konstanty. Veličina  $\omega$  je kruhová frekvence; je-li  $T_1$  perioda, platí

$$\omega T_1 = 2\pi, \text{ z čehož } T_1 = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{J}{MH}}.$$

Doba kyvu  $T$  se rovná poloviční periodě  $T_1$ , takže pro ni dostáváme

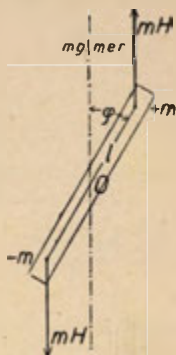
$$T = \pi \sqrt{\frac{J}{MH}}.$$

Není-li rozkyv  $\alpha$  dosti malý, je doba kyvu dána opraveným vzorcem

$$T = \pi \sqrt{\frac{J}{MH}} \left[ 1 + \left( \frac{1}{2} \right)^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} + \left( \frac{1.3}{2.4} \right)^2 \sin^4 \frac{\alpha}{2} + \dots \right],$$

v němž lze se zpravidla omeziti na první člen korekční (srovň. str. 82).

**183. Měření magnetických veličin.** Nejdůležitější úlohou je stanovití mg. moment  $M$  daného magnetu. Kdybychom znali vodorovnou složku zemského magnetismu  $H$  (přibližně 0.2 G), stačilo by stanovití dobu kyvu daného magnetu, kývá-li ve vodorovné rovině



Obr. 270. Kyvy magnetu v mg. poli.

kolem směru mg. poledníku. Ze vzorce pro dobu kyvu

$$T = \pi \sqrt{\frac{J}{MH}} \quad \text{plyne} \quad M = \frac{\pi^2 J}{T^2 H}.$$

Moment setrvačnosti  $J$  tyčového magnetu, jehož průřez jest obdélníkový, jest (str. 79)

$$J = \frac{1}{12} M_0 (a^2 + b^2),$$

znamená-li  $M_0$  hmotu magnetu,  $a$  jeho délku a  $b$  šířku (měřenou ve vodorovném směru; na tloušťce  $c$  nazáleží).

Není-li rozkvyv  $\alpha$  dosti malý, je třeba pozorovanou dobu kyvu  $T'$  redukovati na dobu kyvu  $T$  pro nekonečně malý rozkvyv podle vztahu

$$T' = T(1 + \frac{1}{4} \sin^2 \frac{1}{2} \alpha + \dots),$$

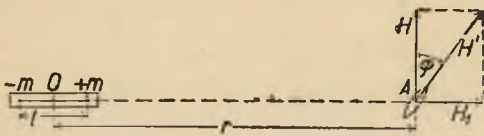
z něhož plyne

$$T = \frac{T'}{1 + \frac{1}{4} \sin^2 \frac{1}{2} \alpha + \dots} \doteq T'(1 - \frac{1}{4} \sin^2 \frac{1}{2} \alpha).$$

Zpravidla však není horizontální intensita  $H$  zemského pole mg. s dostatečnou přesností známa. V tom případě stanovení doby kyvu  $T$  podává nám jednu rovnici pro určení dvou neznámých  $M$  a  $H$ , totiž

$$M \cdot H = \frac{\pi^2 J}{T^2}. \quad (1)$$

Druhou rovnici dostaneme, srovnáváme-li mg. pole daného magnetu s mg. polem zemským tak, aby obě intensity byly navzájem



Obr. 271. Měření poměru  $M/H$ .

kolmé. Malá magnetka opatřená ukazovatelem a děleným kruhem (t. zv. busola), stanoví směr mg. poledníku. K ní přiblížíme daný magnet

tak, aby jeho osa byla kolmá na mg. poledník a směřovala do středu magnetky  $A$  (obr. 271). Magnet vzbuzuje v bodě  $A$  intensitu (odst. 181)

$$H_1 = \frac{2M}{r^3 \left(1 - \frac{l^2}{4r^2}\right)^2} \doteq \frac{2M}{r^3},$$

jež se skládá s intensitou zemskou  $H$  na výslednou intensitu  $H'$ , odkloněnou od mg. poledníku o úhel  $\varphi$ . O tento úhel vychýlí se tudíž magnetka z původní polohy a změříme jej. Pro něj platí

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{H_1}{H} = \frac{2M}{Hr^3 \left(1 - \frac{l^2}{4r^2}\right)^{\frac{3}{2}}} \doteq \frac{2M}{Hr^3}.$$

Z tohoto vztahu dostáváme druhou potřebnou rovnici

$$\frac{M}{H} = \frac{r^3}{2} \left(1 - \frac{l^2}{4r^2}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot \operatorname{tg} \varphi \doteq \frac{r^3}{2} \cdot \operatorname{tg} \varphi. \quad (2)$$

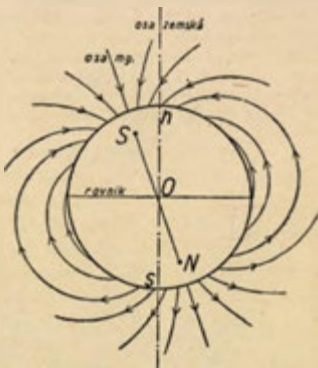
Z rovnic (1) a (2) se pak snadno vypočte jak mg. moment  $M$ , tak i intensita  $H$  zemského pole mg. — Praktické pokyny pro toto měření viz Zákl. prakt. fys., str. 197.

**184. Zemské pole magnetické.** Volně otáčivá magnetka, zavěšená přesně v těžišti, staví se v různých místech povrchu zemského různým směrem. Z toho soudíme, že v celém okolí Země je mg. pole, jehož původ spatřujeme v tom, že Země je magnetem. Ze srovnání směrů mg. siločar (obr. 272), jak je stanoví magnetka, poznáváme že jižní pól mg.  $S$  je na severní polokouli pod místem, jež má severní šířku asi  $70^\circ$  a západní délku  $97^\circ$ ; severní pól  $N$  je na jižní polokouli (jižní šířka asi  $73^\circ$ , východní délka  $154^\circ$ ). Magnetická osa zemská je tedy odchýlena od rotační osy zemské a neprochází středem Země.

Mg. pole zemské v určitém místě je stanoveno třemi mg. souřadnicemi, jež jsou:

1. *Deklinace*  $\delta$ , což je úhel mezi mg. poledníkem a zemským poledníkem. Stanovíme ji ze směru deklinační magnetky, t. j. magnetky otáčivé ve vodorovné rovině, když jsme astronomickým pozorováním zjistili směr zemského poledníku. Deklinace je buď západní (+) nebo východní (—). V Praze r. 1930 byla  $\delta = 4^\circ 48'$ .

Abychom přehlédlí rozdělení mg. deklinace v různých místech povrchu zemského, spojujeme na mapách místa stejné deklinace čarami, jež se nazývají *isogony*. Čára nulové deklinace, kde tedy magnetka ukazuje přesně směr poledníku, sluje *agona*. Znalost deklinace v různých místech je velmi důležitá, zejména pro námořní plavbu, neboť pak *kompasem* můžeme pohodlně zjišťovati strany světové.



Obr. 272. Mg. pole zemské.

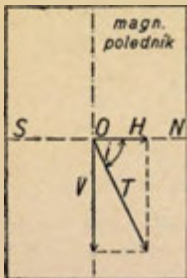


Hodnoty mg. deklinace pro různá místa našeho státu jsou uvedena podle měření Čechurových ve Hvězdárské ročence na roky 1929 a 1930.

2. *Inklinace*  $i$ , jež znamená úhel mezi směrem mg. siločar a vodorovnou rovinou. Přístroj pro určování inklinace se jmenuje *inklinatorium*. Je to svislý dělený kruh, otáčivý kolem osy svislé, takže může býti postaven do kterékoli svislé roviny; uprostřed děleného kruhu je magnetka otáčivá kolem krátké vodorovné osy, jež má přesně procházeti těžištěm magnetky a souhlasiti se středem děleného kruhu. Sklon magnetky od vodorovné roviny stanoví pak inklinaci  $i$ . V Praze byla r. 1930 inklinace asi  $65^\circ$ .

Chybu vznikající tím, že osa magnetky nesouhlasí se středem děleného kruhu, odstraníme tím, že odečítáme na obou koncích magnetky a z obou odečtení bereme průměr. Mg. osa magnetky nemusila by přesně souhlasiti s podélnou její geometrickou osou. Tuto chybu odstraníme tím, že magnetku překlopíme (krátká osa rotační má pak opačný směr) a zase stanovíme průměr. Největší chybu může způsobiti, že těžiště magnetky je mimo osu. Pro vyloučení této chyby nezbývá než celou magnetku přemagnetovati tak, aby se póly její změnily v opačné a stejně silné, a s ní pak celé měření opakovati. Bylo-li na př. původně těžiště pod osou magnetky, zvětšovalo poněkud hodnotu inklinace. Po přemagnetování je nad osou a zmenšuje o stejnou hodnotu inklinaci, takže průměrná hodnota z obou měření je této chyby prostá. Kurčení inklinace je tedy třeba celkem osmi odečtení, z nichž se vypočítá průměr.

Čáry na mapách, spojující místa stejné inklinace, slují *isokliny*. Isoklina s inklinací nulovou (magnetka se staví vodorovně) se nazývá *aklina* nebo mg. rovník.



Obr. 273. Složky magnetické intensity.

3. *Horizontální intensita*  $H$ , o jejímž stanovení bylo pojednáno v předešlé kapitole. V Praze byla r. 1930  $H = 0.195 \text{ gauss} \pm 0.2 \text{ G}$ . Čáry spojující místa stejné horizontální intensity  $H$  slují horizontální *isodynamy*.

Ze známé horizontální intensity a inklinace  $i$  můžeme počítati *vertikální* intensitu  $V$  a *totální* intensitu  $T$  (obr. 273) podle vztahů

$$V = H \cdot \operatorname{tg} i, \quad T = \frac{H}{\cos i}.$$

Pro Prahu vychází (v r. 1930)

$$V = 0.42 \text{ G}, \quad T = 0.46 \text{ G}.$$

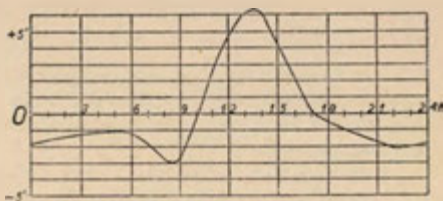
Největší vertikální intensita je na magnetických pólech, totiž  $V = 0.64 \text{ G}$ . Největší horizontální intensita je na mg. rovníku a měří  $H = 0.32 \text{ G}$ . Z dat těchto lze odhadnouti celkový mg. moment Země  $M_z$  jakož i průměrnou její magnetisaci  $J_z$ , pro něž vychází

$$M_z = 8.33 \cdot 10^{25} \text{ abs. j.},$$

$$J_z = 0.077 \text{ abs. j.}$$

V celku lze říci, že se Země chová tak, jako by v každém jejím  $m^3$  byl oceľový magnet  $100\text{ cm}^3$  velký. Ve skutečnosti není ovšem Země všude stejně magnetována a proto se jeví na povrchu jejím různé nepravidelnosti (t. zv. *anomalie*), jež jsou značné zejména v okolí ložisek rud železných.

Mg. pole zemské mění se však časově i na témže místě; tyto změny jsou buď pravidelné (t. zv. *variace*), nebo nepravidelné (t. zv. *perturbace*).



Obr. 274. Průměrná denní variace mg. deklinace v březnu.

Nejlépe jsou prostudovány změny deklinace. Denní variace deklinace (obr. 274) má hlavní maximum odpoledne (v 13 až 15 hod.), hlavní minimum dopoledne (8 až 10 hod.) a mimo to vedlejší maximum k ránu a vedlejší minimum před půlnocí. Rozsah této denní variace (rozdíl mezi maximem a minimem) je v zimě nejmenší (asi  $6'$ ), v létě největší (asi  $11'$ ), což je t. zv. roční variace. Vedle těchto krátkodobých změn se také mění deklinace ve velkých časových obdobích. Podle dlouholetých záznamů byla v Paříži mg. deklinace r. 1541 východní ( $-7^{\circ}30'$ ), stále se však zmenšovala až na nulu, což nastalo r. 1666. Od té doby byla západní a stále rostla až do r. 1815, kdy byla  $+22^{\circ}30'$ , a nyní zase stále se zmenšuje (sekulární variace). V Praze ubývá deklinace za rok průměrně o  $10.5'$ .

Občas jsou pozorovány rychlé a velké změny deklinace, t. zv. *perturbace*, jež se také označují názvem magnetické bouře; v tu dobu zpravidla bývá na slunci velká skvrna, mířící k Zemi a v polárních krajích se pozoruje polární záře. Počet slunečních skvrn se mění zhruba v periodě  $11\frac{1}{2}$  roku, jež však kolísá mezi 7 a 17 roky. Za maxima slunečních skvrn bývá denní amplituda variací deklinačních velká, v dobách minima slunečních skvrn je malá.

### III. Elektrokinetika.

**185. Zjev Voltův.** Galvani r. 1789 pozoroval, že čerstvě preparované žabí nožičky, zavěšené měděným drátem na železném zábradlí, vždy sebou trhly, jakmile se dotkly zábradlí a tak uzavřely vodivý kruh, a vykládal tento zjev domnělou elektřinou živočišnou. Volta ze svých jemných pokusů soudil, že příčinou je rozdíl potenciálový, který vzniká na stykové ploše dvou různých kovů. Na př. při dotyku zinku a mědi shledal Volta, že zinek se nabíjí kladně, měď záporně; mezi nimi je potenciálový rozdíl asi  $0.8\text{ V}$ , což se značí  $\text{Zn/Cu} = +0.8\text{ V}$ . Podle Volty lze seřaditi kovy a uhel, jež nazval vodiče I. řádu, v řadu

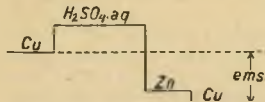
+ Zn, Pb, Sn, Fe, Cu, Au, Ag, Pt, C —

té vlastnosti, že při dotyku dvou členů přední v řadě se nabíjí kladně, zadní záporně; jejich potenciálový rozdíl se rovná součtu potenciálových rozdílů všech dvojic mezi nimi obsažených, na př.

$$\text{Zn/Cu} = \text{Zn/Pb} + \text{Pb/Sn} + \text{Sn/Fe} + \text{Fe/Cu}.$$

Podle toho, zařadíme-li za sebou libovolné kovy, ale tak, aby první a poslední byl stejný, jest potenciální rozdíl mezi koncovými kovy nulový, takže se tímto způsobem zdroj stálého rozdílu potenciálového získati nedá.

Podle novějších badání Voltův výklad, že pouhým dotykem kovů vzniká potenciálový rozdíl, není vlastně správný; onen potenciální rozdíl vzniká totiž účinkem stop vlhkosti na obou kovech, takže Voltova měření se vlastně týkala galvanických článků, v nichž elektrolytem byla voda. Při úplném vysušení příslušných kovů a za vysokého vakua nevznikají žádné potenciální rozdíly (nebo nanejvýše jen asi 1000krát menší, než jaké naměřil Volta).



Obr. 275. Diagram potenciálů v galv. článku.

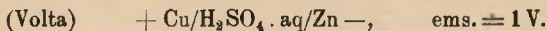
elektrolyt se nabíjí vždy kladně ve styku s kovy, a shledal dále, že pro elektrolyty neplatí dříve uvedené součtové pravidlo. Jakmile v řadě vodičů za sebou se stýkajících, jež počíná a končí týmž kovem, jest elektrolyt ve styku se dvěma různými kovy, nastává mezi krajními (stejnými) kovy vždy potenciální rozdíl různý od nuly, tedy na př. (srovn. obr. 275)

$$\text{Cu}/(\text{H}_2\text{SO}_4 + \text{aq})/\text{Zn}/\text{Cu} > 0 \text{ (asi 1 V)}.$$

Takto vznikající rozdíl potenciálový se nazývá *elektromotorická síla* (zkratka *ems.*); jeho vznik si vykládáme chemickou reakcí mezi kovem a elektrolytem, jak o tom ještě pojednáme (odst. 203). Tento poznatek Voltův má základní důležitost a vedl k netušenému využitkování elektrické energie.

**186. Galvanické články.** Volta použil uvedeného důležitého poznatku k tomu, aby sestrojil nové zdroje elektřiny, t. zv. *galvanické články*. Každý článek se skládá ze dvou různých kovů (elektrod), jež jsou ponořeny do jednoho nebo do dvou elektrolytů; oba elektrolyty bývají odděleny průlinčitou nádobou. Potenciálový rozdíl, který vznikne na stejných vodičích (pólech) připojených k oběma elektrodám, jest elektromotorická síla článku a měří se ve voltech. *Ems.* závisí na jakosti elektrod i elektrolytu a na tep-

lotě, nezávisí však na geometrických vlastnostech (ploše elektrod, jich vzdálenosti atd.). Voltův článek měl za elektrody kladnou Cu, zápornou Zn a jeho elektrolytem byl původně solný roztok, později zředěná kyselina sírová. Tento článek můžeme schematicky vyznačiti



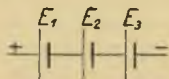
Při upotřebení však ems. tohoto článku klesá, čehož příčinou jest, jak později poznáme (odst. 204), polarisace elektrod. Byly proto sestaveny různé jiné články, v nichž je polarisace odstraněna buď zcela neb aspoň zčásti. Schemata některých nejužívanějších článků jsou:

|                 |  |                |
|-----------------|--|----------------|
| (Grenet) . . .  | $+ \text{C}/\text{H}_2\text{CrO}_4 \cdot \text{aq}/\text{Zn} -,$                               | ems. = 1·9 V.  |
| (Leclanché) . . | $+ \text{C}(\text{MnO}_2)/\text{NH}_4\text{Cl} \cdot \text{aq}/\text{Zn} -,$                   | ems. = 1·3 V.  |
| (Bunsen) . . .  | $+ \text{C}/\text{HNO}_3/\text{H}_2\text{SO}_4 \cdot \text{aq}/\text{Zn} -,$                   | ems. = 1·9 V.  |
| (Daniell) . . . | $+ \text{Cu}/\text{CuSO}_4 \cdot \text{aq}/\text{H}_2\text{SO}_4 \cdot \text{aq}/\text{Zn} -,$ | ems. = 1·08 V. |
| akumulátor . .  | $+ \text{PbO}_2/\text{H}_2\text{SO}_4 \cdot \text{aq}/\text{Pb} -,$                            | ems. = 2·0 V.  |

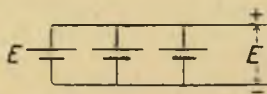
Jakožto normálu pro rozdíl potenciálů užívá se článek Westonova ve skleněné nádobce tvaru H (obr. 276). Kladnou elektrodou je rtuť, nad níž je pasta z  $\text{Hg}_2\text{SO}_4$  a  $\text{CdSO}_4$ ; zápornou elektrodou je kadmiový amalgam (1 díl Cd a 7 dílů Hg). Elektrolytem je nasycený roztok  $\text{CdSO}_4$ , do něhož se přidává trochu krystalků  $\text{CdSO}_4 \cdot \frac{8}{3}\text{H}_2\text{O}$ . Podle tohoto článku je definován t. zv. internacionální volt (I. V.) tím, že jeho ems. při  $20^\circ \text{C}$  je přesně 1·0183 I. V. S teplotou  $t$  se ems.  $E$  tohoto článku maličko mění a to podle vztahu

$$E = 1\cdot0183 - 0\cdot0000406 \cdot (t - 20) - 0\cdot00000095 \cdot (t - 20)^2 + 0\cdot00000001 \cdot (t - 20)^3.$$

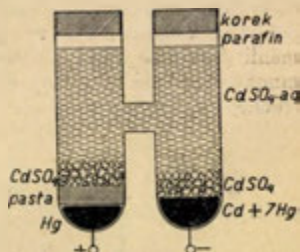
Galvanický článek se schematicky vyznačuje dvěma rovnoběžnými úsečkami, z nichž delší tenká značí kladný pól, kratší tlustá pól záporný (srovn. obr. 277).



Obr. 277. Spojení článků za sebou.



Obr. 278. Spojení článků vedle sebe.



Obr. 276. Westonův normální článek.



Pro větší účinnost spojují se články v baterie. Při nejužívanějším spojení za sebou (obr. 277) mohou se spojovati články různých ems.  $E_1, E_2, E_3, \dots$  a výsledná ems.  $E$  se pak rovná součtu všech ems., tedy

$$E = E_1 + E_2 + E_3 + \dots$$

Při  $n$  stejných člancích je tedy  $E = n \cdot E_1$ . — Chceme-li spojovati články vedle sebe (obr. 278), musíme k tomu použití jen článků stejné ems. a výsledná ems. je stejná jako při jediném článku.

**187. Vznik elektrického proudu.** Spojíme-li polepy nabitého kondensátoru vodičem (na př. delší vlhkou konopnou nití), vyrovnává se tímto vodičem původní rozdíl potenciálový až na nulu (trvá to jen kratinkou dobu). Při tom kladná elektřina proudí s míst vyššího potenciálu na nižší, záporná elektřina proudí opačným směrem. Zjev tento nazýváme *elektrický proud* a jeho směr stanovíme podle proudění kladné elektřiny. *Intenzitu* proudu definujeme množstvím elektřiny, které daným průřezem projde za jednotku časovou. Při výboji kondensátoru je proud značně proměnlivý (rychle klesá); okamžitá intenzita  $I$  jest určena poměrem množství prošlé elektřiny  $dq$  k velmi krátké době  $dt$  k tomu potřebné, tedy

$$I = \frac{dq}{dt}.$$

Absolutní jednotka proudu v míře elektrostatické má podle toho rozměr

$$[I] = \left[ \frac{q}{t} \right] = \frac{g^{1/2} \cdot \text{cm}^{3/2} \cdot \text{sec}^{-1}}{\text{sec}} = g^{1/2} \text{cm}^{3/2} \text{sec}^{-2},$$

ač ovšem správný rozměr by měl býti el/sec. Zákonitou jednotkou proudu jest *internacionální ampér* (značka A), definovaný (jak v odst. 200 poznáme) tím, že vyloučí z roztoku  $\text{AgNO}_3$  za vteřinu 1·11800 mg stříbra. Jednotka tato je tak volena, že při ustáleném proudu 1A prochází každým průřezem 1 coulomb elektřiny, tedy

$$1\text{A} = 1 \frac{\text{C}}{\text{sec}} = 3 \cdot 10^9 \text{abs. j. elst.}$$

Tisícina tohoto proudu sluje miliampér (mA).

Výboj kondensátoru vodivou nití trvá zcela krátce a při tom intenzity proudu ubývá v té míře, jak klesá původní rozdíl potenciálový. Poněkud stálejší proud dostaneme, spojíme-li dlouhou konopnou nití póly otáčející se influenční elektriky, jež udržuje potenciály na obou pólech přibližně na stálé hodnotě. Podél nitě



klesá stejnoměrně potenciál s hodnoty na kladném pólu udržované na hodnotu na záporném pólu. O tom se přesvědčíme, zavěsíme-li na nit řadu ohnutých proužků hedvábného papíru, zastupujících elektroskopy. Elektrina vyvíjející se při otáčení elektriky stále se vyrovnává nití, a to kladná elektrina proudí směrem spádu potenciálového. Podmínkou stálého proudu je, aby potenciál podél proudovodiče rovnoměrně klesal čili aby v proudovodiči byl trvale udržován potenciálový spád.

Influenční elektrika poskytuje proud poměrně velmi slabý (spád potenciálový je sice značný, ale musíme za proudovodič použití velmi špatného vodiče, nemá-li se potenciálový rozdíl téměř okamžitě vyrovnati). Mnohem vydatnější zdroje pro udržování stálého spádu potenciálového jsou galvanické články. V nich malý poměrně rozdíl potenciálový na pólech se trvale udržuje chemickou reakcí mezi elektrolytem a elektrodami. Použijeme-li proto za proudovodič dobrého vodiče (na př. měděného drátu), vznikne v něm proud značné intensity.

Při trvalém proudu elektrickém musí zdroj proudový dodávat stále určitou energii na udržování stálé elektromotorické síly; na př. v galvanických člancích tato energie vzniká z chemické energie, uvolněné reakcemi mezi elektrolytem a elektrodami. Tato energie mění se proudem v jiné druhy energie, jež se nám pak jeví jako účinky proudu. V proudovodiči samém vznikají účinky:

1. *tepelné* (proudovodič se zahřívá),

2. *chemické* (z elektrolytu protékaného proudem vylučují se jeho součástky),

3. *fysiologické*, pocíťované v nervech.

Vně proudovodiče vznikají tyto další účinky:

4. *magnetické* (kolem proudovodiče vzniká mg. pole),

5. *ponderomotorické* (proudovodič se dostává do pohybu v mg. poli),

6. *indukční* (při změnách proudu vznikají v okolních vodičích elektromotorické síly).

Podle těchto účinků můžeme zase naopak posuzovati a měřiti intensitu proudu. Přístroje vhodně upravené pro měření intensity proudu nazývají se *ampérmetry* (nebo též *ammetry*) a pojednáme o nich později (odst. 219). Zatím budeme předpokládati jejich znalost. Velmi slabé proudy měříme *galvanometry* (odst. 216 a 218).

**188. Ohmův zákon.** Potenciálový rozdíl  $E = \varphi - \varphi_0$  na koncích proudovodiče, jímž protéká elektrický proud, nazývá se *napětí* proudu na daném vodiči. G. S. Ohm zjistil r. 1827 četnými pokusy, že poměr mezi napětím  $E$  a intenzitou  $I$  proudu při témž proudovodiči má stálou hodnotu  $R$ , zvanou *odpor* daného proudu-

vodiče, nezávislou ani na napětí ani na intenzitě. Důležitý tento zákon nazývá se zákon Ohmův a jest vyjádřen kterýmkoliv z těchto vztahů

$$\frac{E}{I} = R, \quad E = R \cdot I, \quad I = \frac{E}{R}.$$

Ovšem odpor  $R$  daného proudovodiče závisí na jeho jakosti, na geometrických vlastnostech (délce, průřezu) jakož i na jeho fyzikálním stavu (na př. na teplotě). Převratná hodnota odporu  $G = 1/R$  nazývá se *vodivost* daného proudovodiče.

Zákon Ohmův nejjednodušeji předvedeme takto: k dlouhému a tenkému drátu (na př. argantanovému) připojujeme postupně 1, 2, 3, ... akumulátory a měříme vloženým ampérmetrem intenzitu vznikajícího proudu. Zjistíme, že intenzita proudu  $I$  jest úměrná (aspoň velmi přibližně) vřaděné elektromotorické síle baterie  $E$ , jež stanoví celkové napětí proudu v daném proudovém obvodu.

Malé odchylky od úměrnosti jsou způsobeny tím, že se vlastně proudový obvod poněkud mění různým počtem vřaděných akumulátorů; odchylky jsou však zpravidla zanedbatelně malé.

Poznali jsme již, že kladná elektrina proudí vždy směrem spádu potenciálového. Hustotou proudu i rozumíme množství elektriny, které za jednotkovou dobu proteče jednotkovou plochou ve směru siločar (považujeme ji proto za vektor). Ohmův zákon v podstatě znamená, že hustota proudu  $i$  jest úměrná elektrické síle  $\epsilon$  v daném místě elektrického pole, tedy

$$i = \lambda \cdot \epsilon,$$

při čemž konstanta  $\lambda$  se nazývá specifická vodivost a její převratná hodnota sluje specifický odpor  $\rho = 1/\lambda$ . Elektrická síla  $\epsilon$  jest dána spádem potenciálu (odst. 169), tedy

$$\epsilon = -\frac{d\varphi}{ds}.$$

Obr. 279. Ohmův zákon. Uvažujme silotrubici  $AB$  (obr. 279), mající u  $A$  průřez  $q$ . Za ustáleného proudu prochází kterýmkoli jejím průřezem táž intenzita  $I = q \cdot i$ . Po dosazení z posledních dvou vztahů do rovnice pro hustotu proudu  $i$  dostaneme

$$\frac{I}{q} = -\lambda \cdot \frac{d\varphi}{ds} \quad \text{nebo} \quad d\varphi = -\frac{I}{q\lambda} ds = -\frac{I}{q} \cdot \rho \cdot ds.$$

Pro celkový úbytek potenciálu na části  $AB$ , jenž stanoví napětí proudu  $E = \varphi - \varphi_0$ , dostáváme

$$E = \varphi - \varphi_0 = -\int_a^b d\varphi = I \int_a^b \frac{\rho}{q} ds = I \cdot R,$$

což je právě výraz Ohmova zákona pro část silotrubice  $AB$ . Její odpor je

dán vztahem

$$R = \int_0^l \frac{\rho}{q} \cdot ds.$$

Pro odpor stejnorodého drátu všude stejného průřezu a délky  $l$  plyne z předšlého vzorce

$$R = \rho \frac{l}{q}.$$

Ohmův zákon v uvedeném jednoduchém tvaru  $E = RI$  platí toliko pro ustálené proudy v kovových vodičích nebo v elektrolytech. Při proměnlivých proudech je třeba přiblížeti k indukovaným napětím, jak o tom pojednáme při elektromagnetické indukci (odst. 225). Průchod elektřiny v plynech řídí se jinými zákony (srovn. odd. V.), takže obecně pro tyto zjevy zákon Ohmův neplatí.

Definicí odporu  $R = E/I$  jest již stanovena jednotka pro odpor, zvaná *ohm* (značka  $\Omega$ ); je to odpor takového proudovodiče, jímž při napětí 1 V protéká proud intensity 1 A. Milion ohmů se nazývá *megohm* ( $1 \text{ M}\Omega = 10^6 \Omega$ ); miliontina ohmu sluje *mikrohm* ( $1 \mu\Omega = 10^{-6} \Omega$ ).

Jakožto internacionální ohm byl stanoven odpor sloupce rtuťového vesměs stejného průřezu, teploty  $0^\circ \text{C}$ , délky 106.300 cm a hmoty 14.4521 g (má pak průřez  $1 \text{ mm}^2$ ).

Internacionální ohm byl ovšem volen tak, aby co nejlépe souhlasil s absolutním ohmem, jak je definován v absolutní soustavě elektromagnetické. Pozdější měření ukázala však mezi nimi malou odchylku; je totiž

$$1 \text{ int. } \Omega = 1.00050 \text{ abs. } \Omega.$$

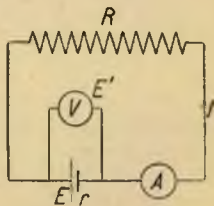
Rozdíl je však tak malý, že prakse nemusí k němu přihlížeti. — Schematické vyznačení odporu je zřejmé z obr. 280.

Vodivost jakožto převratnou hodnotu odporu měříme v převratných ohmech (značka  $\text{ohm}^{-1}$  nebo  $\text{mho}$ ); pro tuto jednotku se někdy užívá též názvu *siemens* (značka  $\text{S} = \Omega^{-1}$ ).

Při celém uzavřeném proudovém obvodu znamená  $E = RI$  elektromotorickou sílu tam vřazenou. Užíváme-li však Ohmova zákona jen pro část proudovodiče, stanoví  $E = RI$  napětí proudu na tom proudovodiči (rozdíl potenciálů  $\varphi - \varphi_0$  na jeho obou koncích).

Spojíme-li póly článku o ems.  $E$  vnějším odporem  $R$  (obr. 280), takže vzniká proud intensity  $I$ , jest napětí  $E'$  na pólech článku (t. zv. *svorkové napětí*) menší než původní ems.  $E$  článku. Příčinou toho jest, že také článek sám má jistý odpor  $r$  (t. zv. *vnitřní odpor* článku), jenž přistupuje k vnějšímu odporu  $R$ . Podle Ohmova zákona jest

$$\begin{aligned} \text{elektromotorická síla} & E = (R + r) \cdot I, \\ \text{svorkové napětí} & E' = R \cdot I < E. \end{aligned}$$



Obr. 280. Svorkové napětí.

K tomuto rozdílu je třeba přihlížeti, když měříme ems. članku voltmetrem. Naměřená hodnota jest jen tehdy správná, když vnitřní odpor članku je zanedbatelně malý proti odporu voltmetru.

Podle Ohmova zákona můžeme měřiti ampérmetrem velkého odporu  $r$  přímo napětí  $E$  proudu. Jestliže ampérmetr určuje intensitu  $I$ , jest napětí proudu  $E = r \cdot I$ . Aby nebylo třeba násobení, opatřuje se takovýto přístroj přímo stupnicí ve voltech a nazývá se *voltmetr*; je to tedy vlastně ampérmetr s velkým odporem, mající stupnici nanesenou ve voltech. — Ve schemech spojení vyznačují se tyto měřicí přístroje kolečky, při čemž ampérmetr má uvnitř písmeno A, voltmetr V (srovn. obr. 280). Ampérmetr se zapíná seriově, aby jím procházel celý měřený proud, a má proto míti malý odpor, aby se vřaděním ampérmetru měřená intensita ztelně nezeslabil. Voltmetr se zapíná paralelně, t. j. jeho svorky se spojí s koncovými místy vedení, mezi nimiž určujeme napětí. Podle předešlého má míti voltmetr značný odpor a tedy malou vodivost. Při přesných měřeních jest ovšem třeba přihlídnouti k vnitřním odporům zařazených přístrojů a zavésti příslušné opravy (srovn. odst. 192).

**189. Specifický odpor.** Odpor  $R$  drátu, jak z předešlého plyne, je přímo úměrný délce  $l$  a nepřímo úměrný průřezu  $q$ , takže

$$R = \varrho \frac{l}{q}.$$

Konstanta  $\varrho$ , zvaná *specifický odpor*, závisí na jakosti látky a na jejím fysikálním stavu a znamená odpor, připadající na 1 cm délky tyče, jež má průřez 1 cm<sup>2</sup> a jíž prochází proud ve směru délky. Spec. odpor měří se v jednotkách  $\Omega \cdot \text{cm}$ . Převratná hodnota spec. odporu se nazývá *specifická vodivost*  $\lambda = 1/\varrho$ .

V elektrotechnické praxi zavádí se *měrný odpor*  $\varrho'$ , jímž se rozumí odpor drátu dlouhého 1 m, jehož průřez jest 1 mm<sup>2</sup>. Podle dřívějšího vzorce jest

$$\varrho' = \varrho \cdot \frac{100}{0.1^2} = 10^4 \cdot \varrho.$$

Odpor kovů  $R$  roste s teplotou  $t$ ; v malém rozmezí teplot stačí lineární interpolační vzorec

$$R = R_0 \cdot (1 + \alpha t),$$

kdež  $R_0$  značí odpor při 0° C a  $\alpha$  je *teplotní koeficient* odporu. Pro čisté kovy má teplotní koeficient odporu přibližnou hodnotu 0.004, jen málo větší, než je koeficient tepelné roztažnosti plynů, podle něhož byla definována absolutní teplota. To má tento zajímavý důsledek: s klesající teplotou klesá odpor a to rychleji než abs.



teplota. Proto již dříve, než by se dosáhlo absolutního bodu nulového, nabývá odpor čistých kovů skoro nulové hodnoty. Vzniká t. zv. *supravodivý stav*, jež zajímavým pokusem dokázal K. Onnes. V oloveném prstenu, ochlazeném na teplotu tekutého helia, vzbudil indukovaný proud, jenž se pak udržel po několik hodin (ukázalo se to trvalým magnetickým polem v okolí prstenu).

Čisté olovo se stává supravodivým ( $\rho = 0$ ) při  $7.2^{\circ}$  abs., rtuť při  $4.2^{\circ}$  abs. a cín při  $3.8^{\circ}$  abs.

Pro odpor slitin platí směšovací pravidlo jen výjimečně, když slitina je mechanickou směsí krystalů čistých složek, na př. při slitině Cd — Pb. Je-li však slitina, jak tomu zpravidla bývá, vzájemný pevný roztok, jest její spec. odpor větší, než vychází podle směšovacího pravidla; teplotní koeficient takovýchto slitin bývá však malý. Určité slitiny (na př. manganin nebo konstantan) mají v okolí  $20^{\circ}$  C zcela nepatrný teplotní koeficient odporu, takže prakticky jejich odpor na teplotě nezávisí; těchto slitin užíváme k hotovení reostatů.

Specifický odpor  $\rho$  při  $20^{\circ}$  C a jeho teplotní koeficient  $\alpha$ .

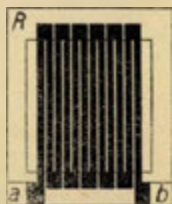
| Čisté kovy        | $10^4 \cdot \rho$ | $10^3 \cdot \alpha$ | Slitiny                      | $10^4 \cdot \rho$ | $10^3 \cdot \alpha$ |
|-------------------|-------------------|---------------------|------------------------------|-------------------|---------------------|
| stříbro . . . . . | 0.016             | 4.1                 | mosaz (70% Cu + 30% Zn) . .  | 0.08              | 1.5                 |
| měď . . . . .     | 0.017             | 4.3                 | argentan                     |                   |                     |
| zlato . . . . .   | 0.023             | 4.0                 | (60% Cu + 25% Zn + 15% Ni)   | 0.30              | 0.4                 |
| hliník . . . . .  | 0.029             | 4.4                 | nikelin                      |                   |                     |
| zinek . . . . .   | 0.060             | 4.2                 | (62% Cu + 20% Zn + 18% Ni)   | 0.33              | 0.3                 |
| nikl . . . . .    | 0.070             | 6.7                 | manganin                     |                   |                     |
| železo . . . . .  | 0.086             | 6.6                 | (81% Cu + 12% Mn + 4% Ni)    | 0.43              | $\pm 0.02$          |
| platina . . . . . | 0.107             | 3.9                 | konstantan (60% Cu + 40% Ni) | 0.50              | $\pm 0.05$          |
| olovo . . . . .   | 0.21              | 4.2                 |                              |                   |                     |
| rtuť . . . . .    | 0.958             | 0.99                |                              |                   |                     |
| vismut . . . . .  | 1.20              | 4.5                 |                              |                   |                     |

Vlastnosti, že se odpor čistých kovů mění s teplotou, užíváme k měření teplot odporovými teploměry (odst. 117). Bývá to tenká platinová spirála, jejíž odpor  $R$  při měřené teplotě  $t$  stanovíme; z interpolačního vztahu

$$R = R_0 (1 + at + bt^2)$$

můžeme pak počítati teplotu  $t$ , když jsme konstanty vzorce  $R_0$ ,  $a$ ,  $b$  určili předběžným měřením.

Pro studium zářivé energie užívá se bolometru; je to velmi tenký platinový plíšek, prořezaný ve tvaru, jak to naznačuje obr. 281, upevněný na bídlicovém rámci  $R$  a opatřený měděnými přívody  $a$ ,  $b$ . Bolometr je začerněn buď kafrovými sazemi nebo plati-



Obr. 281. Bolometr.



novou černí, takže pohlcuje veškerou zářivou energii na něj dopadající a mění ji v teplo. Tím se zvýší jeho teplota i jeho odpor a ze změny odporu se může určit velikost pohlcené zářivé energie.

Wiedemann a Franz zjistili měřením, že tepelné a elektrické vodivosti čistých kovů jsou přibližně úměrné, takže jejich poměr je při dané teplotě stálý. Poněvadž však koeficient tepelné vodivosti  $k$  téměř nezávisí na teplotě, ale elektrická vodivost  $\lambda$  klesá téměř úměrně s absolutní teplotou  $T$ , jest poměr  $k/\lambda$  úměrný abs. teplotě  $T$ , což odvodili L. Lorenz a H. A. Lorentz. Vyjádříme-li koeficient el. vodivosti  $\lambda$  v  $\Omega^{-1} \text{ cm}^{-1}$ , platí zhruba

$$\frac{k}{\lambda} = 5.8 \cdot 10^{-9} T \quad (\text{v mezích } 0^\circ \text{ až } 100^\circ \text{ C}).$$

Od tohoto pravidla jeví však Fe a Al odchylky (srovn. odst. 158).

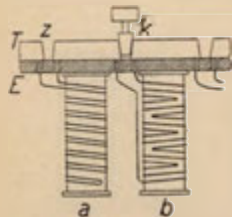
Spec. odpor uhlíkového vlákna bývá 40 až 60  $\Omega \cdot \text{cm}$  a s rostoucí teplotou se zmenšuje (teplotní koeficient  $\alpha = -0.002$  až  $-0.008$ ). — Také spec. odpor vodních roztoků elektrolytů s rostoucí teplotou klesá.

Isolátory mají přece jen jakousi malou vodivost a můžeme proto mluvit o jejich spec. odporu  $\rho$ , jenž bývá však ohromně velký. Pro slonovín kost je přibližně  $\rho = 10^{12} \Omega \cdot \text{cm}$ , pro sklo asi  $5 \cdot 10^{13}$ , pro síru asi  $10^{11}$ . — Odpor skla a některých kyslíčků ( $\text{CaO}$ ,  $\text{MgO}$ ,  $\text{BaO}$ ), jež jsou za obvyklé teploty téměř nevodivé, silně klesá s teplotou, takže v červeném žáru jsou již dosti dobrými vodiči elektriny.

Zajímavé jsou některé vlivy na spec. odpor kovů. Odpor vizmutu se v magnetickém poli zvětšuje, jak je zřejmé z následující tabulky:

|                                     |    |         |         |         |              |
|-------------------------------------|----|---------|---------|---------|--------------|
| intenzita mg. pole $H =$            | 0, | 10.000, | 20.000, | 30.000, | 40.000 gauss |
| zvětšení odporu $\frac{R_H}{R_0} =$ | 1, | 1.48,   | 2.09,   | 2.70,   | 3.37.        |

Na tom se zakládá metoda, stanovití ze změny odporu tenké vizmutové spirály intenzitu mg. pole. Také odpor drátu železného nebo niklového se poněkud mění účinkem mg. pole. — Kovová modifikace selénu, jež má v temnu značný spec. odpor, stává se po dobu osvětlení mnohem lépe vodivou.



Obr. 282. Schema kolíčkového reostatu.

**190. Reostaty.** Reostaty jsou přístroje, jimiž zařazujeme různě veliké odpory do vedení proudového. Pro měření se užívá reostatů *kolíčkových* (obr. 282). Jednotlivé odpory jsou manganinové dráty různé délky a tloušťky, známého odporu; konce každého z nich jsou připojeny po obou stranách zářezu  $a$  v mosazné tyči  $T$  na ebonitové desce  $E$ . Do těchto zářezů mohou se vložit mosazné kolíčky  $k$ . Je-li kolíček zastrčen, proud nezeslabeně pro-

cházi mosaznou tyčí; vytažením kolečku zařadíme příslušný odpor do vedení. Na schem. obrázku je zařazen odpor  $a$ .

Odpor v kolečkovém reostatu bývají sestaveny podle této soustavy:

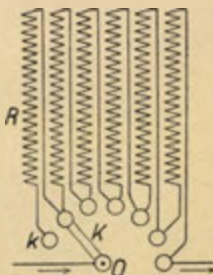
0·1, 0·2, 0·3, 0·4; 1, 2, 3, 4; 10, 20, 30, 40; 100, 200, 300, 400  $\Omega$ ,

jež dovoluje zařadit kterýkoliv odpor od 0·1 do 1111  $\Omega$  po jednotlivých desetinách ohmu. — Odporové dráty, opatřené izolací na povrchu, bývají navinuty na cívkách; kdybychom vinuli stále v též směru, drát představoval by solenoid, v němž by vznikalo mg. pole, takže by měl určitou samoindukci. Aby se to zamezilo, vine se drát bifilárně, jak je naznačeno na obr. 282  $a$ ; pak v sousedních závitěch proudí proudy opačnými směry, takže se jejich mg. pole vzájemně ruší a odpor je téměř bez samoindukce. Při tomto způsobu vinutí jsou však u sebe dráty, jež mají dosti různý potenciál; působí tudíž jako kondensátor a mají určitou kapacitu. Aby se také jejich kapacita odstranila, vine se drát unifilárně, ale tak, že na př. 3 závitů se vinou v jednom směru, další 3 v opačném směru, další 3 zase v původním směru atd. (obr. 282  $b$ ). Takto vinutý odpor je téměř bez samoindukce i bez kapacity. — Správnost kolečkového reostatu se kontroluje tím, že se jednotlivé odpory srovnávají s *odporovým normálem*, což je velmi pečlivě upravený manganinový odpor 1  $\Omega$ ; bývá opatřen tlustými přívodnými dráty, jež se ponoří do misek se rtutí a jimiž se přivádí a odvádí proud.

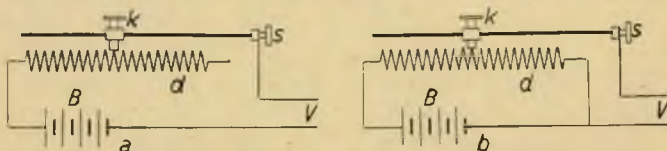
Velmi značné odpory (na př. pro potřeby radiofonické) hotoví se ze slitových tyčinek, opatřených kovovými přívodními nástavci. Jejich materiál slit vzniká tavením karbidu křemičitého s čistým křemíkem v dusíkové atmosféře. — K těmto účelům hodí se též kapalinové odpory (na př. roztok kyseliny borité a mannitu, kterýžto roztok má velmi malý teplotní koeficient odporu).

K rychlé regulaci proudu se užívá *regulačních reostatů* buď klikových nebo posuvných. *Klikový reostat* (obr. 283) má za odpory spirály  $R$  z holého drátu, jejichž konce jsou připojeny k sousedním kolečkům  $k$ , uspořádaným do kruhové oblouku. Nad kolečky se pohybuje vodivá klika  $K$ , obstarávající postupné zařazování odporových spirál (na obr. 283 je zařazeno 5 posledních odporů).

*Reostat posuvný* (obr. 284) je holý drát  $d$  hustě navinutý na isolačním válci (porcelánovém nebo břidlicovém); po drátě se posouvá pohyblivý kontakt  $k$ , jímž se mění délka zařazeného drátu a tedy i odpor. Tento



Obr. 283. Schema reostatu klikového.



Obr. 284. Schema posuvného reostatu pro regulaci  
a) intenzity proudu, b) napětí proudu.

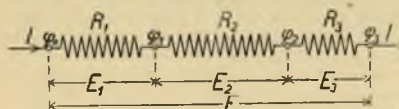
reostat můžeme zapíati do proudu dvojím způsobem a to buď pro regulaci intensity proudové (obr. 284 a) nebo pro regulaci napětí (obr. 284 b) ve vnějším vodiči  $V$ .



Obr. 285. Schema reostatu žárovkového. velmi přibližně prochází vedením.

Žárovkový reostat (obr. 285) je několik žárovek  $z$  vedle sebe zařazených, jež můžeme jednotlivě klíči  $k$  zapínati do vedení; kolikrát více žárovek zapneme, tolikrát silnější proud (aspoň

**191. Spojování proudovodičů.** 1. Při spojení vodičů za sebou (obr. 286) prochází všemi vodiči též proud  $I$ . Výsledné napětí  $E = \varphi_0 - \varphi_3$  rovná se součtu napětí na jednotlivých vodičích



Obr. 286. Spojení odporů za sebou.

se součtu napětí na jednotlivých vodičích

$$E_1 = \varphi_0 - \varphi_1, \quad E_2 = \varphi_1 - \varphi_2,$$

$$E_3 = \varphi_2 - \varphi_3,$$

$$\text{takže } E = E_1 + E_2 + E_3.$$

Označíme-li celkový odpor  $R$ , platí podle Ohmova zákona

$$E = R \cdot I, \quad E_1 = R_1 \cdot I, \quad E_2 = R_2 \cdot I, \quad E_3 = R_3 \cdot I,$$

takže po dosazení a krácení máme

$$R = R_1 + R_2 + R_3.$$

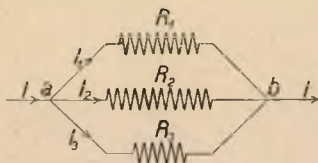
Ze vztahu

$$I = \frac{E_1}{R_1} = \frac{E_2}{R_2} = \frac{E_3}{R_3}$$

plyne dále

$$E_1 : E_2 : E_3 = R_1 : R_2 : R_3.$$

Při spojení za sebou sečítají se napětí a odpory; intensita je všude stejná. Celkové napětí  $E$  rozdělí se na jednotlivé vodiče v poměru jejich odporů.



Obr. 287. Spojení odporů vedle sebe.

2. Při spojení vodičů vedle sebe (obr. 287) je na všech odporech stejné napětí  $E$ ; součet intensit  $I_1, I_2, I_3$  proudů protékajících jednotlivými větvemi se rovná intensitě nerozvětveného

proudu  $I$ , tedy

$$I = I_1 + I_2 + I_3.$$

Dosaďme-li sem podle Ohmova zákona

$$I = \frac{E}{R}, \quad I_1 = \frac{E}{R_1}, \quad I_2 = \frac{E}{R_2}, \quad I_3 = \frac{E}{R_3},$$

dostáváme po zkrácení

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \quad \text{anebo} \quad G = G_1 + G_2 + G_3,$$

kdež  $G$  znamená vodivost. Z hořejších rovnic též plyne

$$I_1 : I_2 : I_3 = \frac{1}{R_1} : \frac{1}{R_2} : \frac{1}{R_3} = G_1 : G_2 : G_3.$$

Při spojení vedle sebe sčítají se intensify a vodivosti; napětí na všech odporech je stejné. Celková intensita proudu dělí se na jednotlivé větve v poměru jejich vodivostí.

3. Složitější případy při rozvětvení proudů ve vodivých sítích řídí se t. zv. Kirchhoffovými zákony. Mějme vodivou síť (obr. 288), do níž jsou též zaplány zdroje ems. (články, dynamy). Pak platí tyto dva zákony:

I. *Součet proudových intensit sbíhajících se do kteréhokoliv uzlu je nulou,  $\Sigma I = 0$ .* Věta ta je samozřejmá při ustálených proudech, neboť kolik elektřiny do určitého uzlu přiteče, tolik jí musí v témže čase odtéci, nemá-li se v tom uzlu potenciál měniti. Na př. pro uzel  $a$  platí:

$$I_4 - I_1 - I_6 = 0.$$

II. *Součet Ohmových napětí* (t. j. součinů z odporů a intensify,  $R_n \cdot I_n$ ) v libovolném uzavřeném obvodu se rovná součtu elektromotorických sil zdrojů tam vepjatých. Při tom je ovšem třeba jak intensify, tak i ems. čítati kladně stále v témž smyslu. Věta tato jest důsledkem jednoznačnosti potenciálu  $\varphi$  v kterémkoliv uzlu. Z elektromotorické síly  $E_1$  vepjaté do větve  $ab$ , spotřebuje se podle Ohmova zákona část  $R_1 I_1$  na udržení proudu  $I_1$  v celkovém odporu  $R_1$  a zbytek se jeví jako potenciálový rozdíl na obou koncích ( $\varphi_b - \varphi_a$ ), tudíž

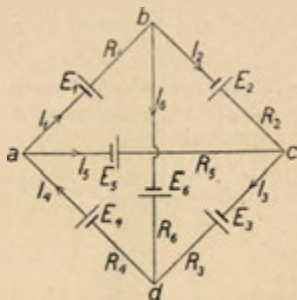
$$E_1 = R_1 I_1 + \varphi_b - \varphi_a.$$

Podobně platí pro větve  $bd$  a  $da$

$$E_6 = R_6 I_6 + \varphi_a - \varphi_b, \quad E_4 = R_4 I_4 + \varphi_a - \varphi_d.$$

Sečtením uvedených 3 rovnic dostáváme pro uzavřený obvod  $abda$

$$E_1 + E_6 + E_4 = R_1 I_1 + R_6 I_6 + R_4 I_4$$



Obr. 288. Vodivá síť.

a tedy obecně pro kterýkoliv obvod

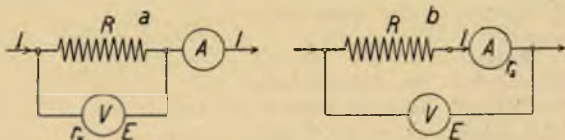
$$\sum E_n = \sum R_n I_n.$$

Těmito dvěma zákony Kirchhoffovými jsou jednoznačně určeny intenzity ve všech větvích, jsou-li známy všechny ems. a všechny odpory.

**192. Měření odporů.** 1. *Metoda přímá.* Určíme-li současně intensitu proudu  $I$  ampérmetrem a napětí  $E$  na témž odporu voltmetrem, plyne pro hledaný odpor  $R$  z Ohmova zákona vztah

$$R = \frac{E}{I},$$

což pro hrubý odhad dostačí. Avšak výsledek není zcela přesný, poněvadž vřádním obou měřicích strojů se původní proud poněkud změnil.



Obr. 289. Měření odporu methodou přímou.

Jestliže ampérmetr je vně rozvětvení (obr. 289 a), pak intensita  $I$  proudu jím stanovená se rovná součtu intenzit procházejících neznámým odporem  $R$  a vnitřním odporem  $r_v$  voltmetru, tedy

$$I = \frac{E}{R} + \frac{E}{r_v},$$

z čehož plyne

$$\frac{1}{R} = \frac{I}{E} - \frac{1}{r_v}.$$

Od naměřené celkové vodivosti  $I/E$  je třeba odečísti vodivost voltmetru.

Je-li ampérmetr uvnitř rozvětvení (obr. 289 b), pak napětí  $E$  stanovené voltmetrem se rovná součtu napětí na neznámém odporu  $R$  a na vnitřním odporu  $r_a$  ampérmetru. Platí tudíž

$$E = R \cdot I + r_a \cdot I, \quad \text{z čehož} \quad R = \frac{E}{I} - r_a.$$

Od naměřeného celkového odporu  $E/I$  je nutno odečísti vnitřní



odpor ampérmetru. — Praktické provádění těchto method je vyloučeno v Zákl. prakt. fys., 3. vyd., odst. 77.

2. *Methoda substituční.* Do proudového kruhu vepneme nejprve neznámý odpor  $R$  a stanovíme úchylku na vřádném galvanometru. Pak na místo neznámého odporu zapneme kolíkový reostat a měníme v něm odpor tak dlouho, až galvanometr ukazuje stejnou úchylku. Neznámý odpor rovná se příslušnému odporu kolíkového reostatu (srovn. též Zákl. prakt. fys., odst. 78).

3. Nejpřesnější výsledky podává

*methoda můstková* (Wheatstone).

Jakožto můstku užívá se argentánového drátu  $AD$  (obr. 290) co možná stejnorodého a všude stejného průřezu; po něm se pohybuje pohyblivý kontakt  $k$ . Schema zařazení je zřejmé z obr. 290, v němž  $X$  znamená měřený odpor,  $R$  známý odpor (na př. kolíkového reostatu),  $G$  galvanometr,  $K_1$  a  $K_2$  klíče. Posuvným kontaktem  $k$  pohybujeme po můstkovém drátu  $AD$  tak dlouho, až galvanometrem  $G$  neprochází žádný proud. To znamená, že body  $B$  a  $C$  mají stejný potenciál  $\varphi_2$ . Znamená-li  $r$  odpor jednotky délkové můstkového drátu, platí podle Ohmova zákona vztahy:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = X \cdot I_1 = ar \cdot I_3,$$

$$\varphi_2 - \varphi_3 = R \cdot I_1 = br \cdot I_3;$$

z nich plyne dělením

$$X : R = a : b.$$

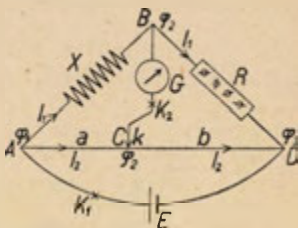
Pro praktické poznámky o této methodě jakož i o úpravě kompenzační viz Zákl. prakt. fys., odst. 80.

**193. Výkonnost proudu.** Daným odporem  $R$  nechť proudí při napětí  $E$  ustálený proud intensity  $I$ . Podle definice potenciálu znamená napětí  $E$  (t. j. potenciálový rozdíl na koncích odporu) práci, kterou vykoná jednotka množství elektřiny při přechodu s vyššího potenciálu na nižší. Za  $t$  vteřin projde množství elektřiny  $q = I \cdot t$  a vykoná se tedy práce

$$L = E \cdot I \cdot t = RI^2 \cdot t,$$

dosadíme-li za  $E = R \cdot I$  podle Ohmova zákona. Tato práce je vyjádřena v ergech, měříme-li elektrické veličiny v abs. jednotkách. Měříme-li  $E$ ,  $I$ ,  $R$ , jak je v praxi obvyklé, v jednotkách V, A,  $\Omega$ , vychází tato práce v joulech.

Výkonnost proudu  $N$  znamená práci vykonanou proudem



Obr. 290. Wheatstoneův můstek.

za vteřinu, tedy

$$N = \frac{L}{t} = E \cdot I = R I^2$$

a jest vyjádřena buď v abs. míře v erg/sec nebo v praktické míře ve wattech; je totiž volt  $\times$  ampér = watt. Větší jednotka je kilowatt = 1 kW =  $10^3$  W. Přístroje, jimiž se měří výkonnost proudu, nazývají se *wattmetry*; o nich pojednáme později (odst. 221).

Při odbírání proudu měří se spotřebovaná energie  $L$  součinem výkonnosti  $N$  a doby  $t$  podle vztahu

$$L = N t.$$

Za jednotku doby se bere zpravidla hodina. Je pak spotřeba elektrické energie vyjádřena ve watthodinách (Wh) nebo v kilowatt-hodinách (kWh) a podle toho se tato energie platí. Přístroje pro stanovení spotřeby elektrické energie slují *elektroměry*. Jest

$$1 \text{ kWh} = 1000 \text{ W} \cdot 3600 \text{ sec} = 3 \cdot 6 \cdot 10^6 \text{ joule}.$$

**194. Tepelné účinky proudu.** Záhy bylo poznáno, že vodič, kterým protéká proud, se zahřívá. Joule (1841) zjistil přesným měřením, že množství vyvinutého tepla  $Q$  (v cal) jest úměrné napětí  $E$  (ve voltech), intenzitě proudu  $I$  (v amp.) a době  $t$  (v sec.), tedy

$$Q = \text{konst.} \cdot E \cdot I \cdot t.$$

Pro konstantu plyne z Joulových měření hodnota 0.24 cal/joule, rovná tepelnému ekvivalentu mechanické práce. Uvedený zákon slove **Jouleův zákon** a jest důsledkem principu energie. Jak jsme v předešlém odstavci poznali, je práce  $L$  proudem vykonaná

$$L = E I t \text{ joule}$$

a tato práce se celá mění v teplo, při čemž ovšem třeba vzít v úvahu, že

$$1 \text{ joule} = 0.2389 \text{ cal} \doteq 0.24 \text{ cal}.$$

Se zřetelem k Ohmovu zákonu  $E = R \cdot I$  lze psáti Jouleův zákon v těchto různých tvarech

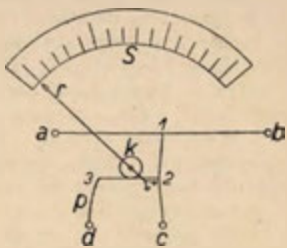
$$Q = 0.2389 E I t = 0.2389 R I^2 t = 0.2389 \frac{E^2 t}{R}.$$

Jouleův zákon můžeme demonstrovati elektrickým kalorimetrem (odst. 123). Naopak zase podle Jouleova zákona můžeme určovati tímto kalorimetrem spec. tepla kapalin (viz Zákl. prakt. fys.).

Tepla vyvinutého proudem můžeme použiti k ohřívání (topné spirály, elektrická kamna, elektrické pece odporové), což je sice velmi pohodlné, ale dosud drahé.

Elektrická vedení mohla by se silným proudem tak zahřátí, že by vznikl požár. Tomu se předchází el. pojistkami; jsou to dráty nebo plíšky ze snadno tavitelných kovů (Woodova slitina, olovo) takového průřezu, že se při překročení dovolené intenzity proudu roztaví a tak samočinně přeruší proud.

Na tepelných účincích proudu jsou založeny t. zv. *žárové měřicí přístroje* (ampérmetry a voltmetry, obr. 291). Měření proud prochází tenkým platinovým drátem  $ab$  (po př. ze slitiny Pt-Ag nebo Pt-Ir); drát  $ab$  jest uprostřed napínán druhým podobným drátem  $1c$ , který je zase tažen pružným pérem  $p$  a drátem  $23$ , ovínutým kolem kladky  $k$ . Tato kladka nese ručičku  $r$ , ukazující na stupnici  $S$  empiricky graduovanou. Proud měřený zahřívá drát  $ab$ , jenž se prodlužuje a proto povoluje tahu, což se projeví tím, že kladka  $k$  i ručička  $r$  se stáčíjí napravo tím více, čím je proud silnější. Nutno ovšem zameziti, aby na drát  $ab$  nepůsobilo oteplení od okolního vzduchu; toho se dosáhne tím, že čtyři body  $a, b, c, d$  jsou upevněny na společném podkladě, jenž má stejný koeficient roztažnosti jako dráty  $ab, 1c$  a  $23$ , čímž se přístroj stane necitlivým na změny vnější teploty. — Ač nejsou takovéto měřicí přístroje tak spolehlivé jako přístroje založené na mg. účincích proudu, mají proti nim značnou přednost v tom spočívající, že tímž přístrojem lze měřiti jak stejnosměrné, tak i střídavé proudy.



Obr. 291.

Schema žárového ampérmetru.

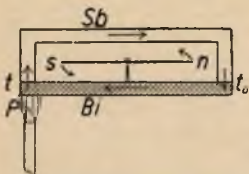
**195. Elektrické žárovky.** El. proudem lze rozžhavití tenký vodič (na př. platinový drátek) na tak vysokou teplotu, že svítí. Této vlastnosti použili T. A. Edison a nezávisle na něm J. W. Swan, kteří v letech 1878 až 1880 sestrojili uhlíkové žárovky. Jejich vlákno bylo původně bambusové, později celuloidové a bylo zuhelnatěno žháním v petroleji. Vlákno samo je ve skleněné vzduchoprázdné baňce; proud přivádí se k němu a odvádí zpět známou Edisonovou objímkou. Obvyklý typ 16-svíčkové žárovky potřeboval při napětí 110 V proud 0.5 A, takže výkonost tohoto proudu byla 55 W. *Specifická spotřeba*, t. j. výkonost potřebná na jednu svíčku (SI), byla tudíž 3.5 W/SI. Jako *světelný výkon* definujeme svítivost, již dostaneme za 1 W; ta tedy byla při uhlíkové žárovce 0.29 SI/W, což je poměrně málo. Způsobeno je to tím, že vlákno uhlíkové může mít teplotu nejvýše 1700° až 1800°; při vyšších teplotách by se vlákno rozprašovalo a žárovka by neměla dlouhého trvání.

Z Planckova zákona vyzařovacího (odst. 160) je zřejmé, že ze zářivé energie, vysílané rozžhaveným vláknem, připadá tím větší díl do oboru viditelného světla, čím je teplota vlákna vyšší, a tím je pak také žárovka světelně výhodnější. Snaha po zdokonalení žárového světla nesla se proto tím směrem, nalézt vhodná vlákna, jež by snesla podstatně vyšší teploty. Prvé pokusy tohoto druhu se konaly v r. 1898 s vlákny osmiovými, v r. 1902 byly zaváděny lampy tantalové. Jako nejvýhodnější kov byl nalezen r. 1904 wolfram, jenž taje až asi při  $3600^{\circ}$ . V žárovkách vakuových má wolframové vlákno teplotu  $2300^{\circ}$ ; jejich specifická spotřeba jest asi 1 W/SI, tedy světelný výkon 1 SI/W. Při vyšších teplotách by se wolframové vlákno rozprašovalo a tvořilo by na vnitřní straně skleněné baňky černý povlak. Aby se to zamezilo, dává se vlákno do atmosféry dusíkové (azolampy) nebo argonové. Vlákno bývá v tomto případě svinuto do velmi jemné spirály, aby se vedením tepla neochlazovalo. Při této úpravě je možno dosáhnouti teploty  $2800^{\circ}$ , po př. ještě vyšší; žárovka má pak spec. spotřebu až jen 0.5 W/SI, (t. zv. půlwattovky), tedy světelný výkon 2 SI/W.

Žárovky svítí normálně asi 1000 hodin; po této době se jeví již černání stěn způsobené rozprašováním vlákna, jež snižuje svítivost žárovky.

**196. Thermoelektrina.** Vznik tepla elektrickým proudem je děj nezvratný; to znamená, že proudová energie se mění odporem proudovodiče v energii tepelnou, ale naopak zahřátím proudovodiče nevznikne v něm proud.

Přece je však možno měniti tepelnou energii přímo v elektrickou (ač ovšem ne zcela); tento zjev objevil r. 1821 Seebeck a nazval jej *thermoelektrina*. Mějme rám spájený z vismutu a antimonu, jenž má zcela malý odpor a v němž je deklinační magnetka (obr. 292). Zahříváme-li jedno spájené místo plamenem  $P$ , vzniká ve vodivém rámu proud toho směru, že na zahříváném místě prochází od vismutu k antimonu, jak se přesvědčíme z výchylky magnetky. Na zahřátém spájeném místě vzniká t. zv. *thermoelektrická síla*, jejímž kladným pólem je Sb, záporným Bi.



Obr. 292. Seebeckův pokus.

Seebeck sám se domníval, že tato thermoelektrická síla je důsledkem Voltovy kontaktní elektromotorické síly, totiž její závislosti na teplotě. Ovšem thermoelektrické síly jsou mnohem menší (asi 1000krát), než jaké by plynuly z Voltových pokusů. Proto dnes soudíme, že rozdíly potenciálu, jaké naměřil Volta, jsou vlastně způsobovány účinkem vrstvy vodní tkvěcí na kovech a že skutečné kontaktní rozdíly potenciálůvé, jaké se jeví na spájených kovech, jsou mnohem menší, asi téhož řádu, jako jsou thermoelektrické síly.

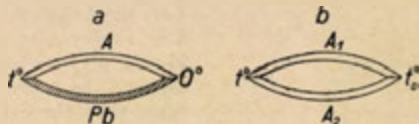


Seebeck ze svých pokusů soudil, že lze kovy sestavit v řadu

+ Sb, Fe, Zn, Ag, Au, Sn, Pb, Hg, Cu, Pt, Bi —

té vlastnosti, že na spájeném místě při zahřátí jde proud směrem od zadního kovu k přednímu a že vznikající thermoelektrická síla je při téže rozdílu teplotním tím větší, čím jsou kovy v řadě dále od sebe. Pozdější výzkumy však ukázaly, že tyto zákonitosti platí jen přibližně v omezeném intervalu teplotním.

Abychom došli k obecnému zákonu pro thermoelektrickou sílu  $E$ , vyšetřujeme kruh utvořený z některého kovu A a z určitého



Obr. 293. Thermoelektrická síla.

normálního kovu, za nějž se volí olovo, Pb (obr. 293 a), při čemž jedno spájené místo má teplotu  $t$  a druhé  $0^\circ \text{C}$ . Pokusy ukazují, že vznikající thermoelektrická síla  $E$  čítaná kladně, proudí-li proud na zahřátém místě od Pb k A, dá se zpravidla (až na některé výjimky) vyjádřit jakožto kvadratická funkce teploty  $t$ , tedy v symbolickém označení

$$E = (A/\text{Pb})_0^t = \alpha t + \frac{\beta}{2} t^2.$$

Hodnoty těchto konstant v mikrovoltech (t. j.  $10^6 \cdot \alpha$  a  $10^6 \cdot \beta$ ) podává následující tabulka:

|                     | Fe      | Ag      | Cu      | Pb  | Pt      | Ni      |
|---------------------|---------|---------|---------|-----|---------|---------|
| $\alpha \cdot 10^6$ | + 17.15 | + 2.12  | + 1.34  | 0.0 | — 0.60  | — 21.8  |
| $\beta \cdot 10^6$  | — 0.048 | + 0.015 | + 0.009 | 0.0 | — 0.011 | — 0.051 |

Uvedené hodnoty jsou jen přibližné a dosti se mění malými příměsinami jakož i podle zpracování kovů.

Jestliže druhé spájené místo má místo  $0^\circ$  teplotu  $t_0$ , je vzniklá ems. rovná rozdílu ems. pro obě teploty  $t$  a  $t_0$ , tedy

$$E = (A/\text{Pb})_{t_0}^t = \alpha(t - t_0) + \frac{\beta}{2}(t^2 - t_0^2).$$

Když místo olova použijeme jiného kovu  $A_2$  (obr. 293 b), vypočte se výsledná ems. podle Voltova vztahu

$$(A_1/A_2) = (A_1/\text{Pb}) + (\text{Pb}/A_2) = (A_1/\text{Pb}) - (A_2/\text{Pb}),$$

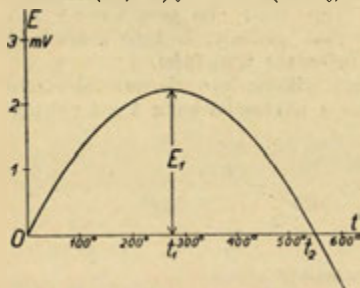


takže máme

$$E = (A_1/A_2)_{t_0} = (\alpha_1 - \alpha_2)(t - t_0) + \frac{1}{2}(\beta_1 - \beta_2)(t^2 - t_0^2).$$

Na př. pro thermoelement (Fe/Cu) dostáváme z hořejší tabulky:

$$E = (Fe/Cu)_{t_0} = 15.81(t - t_0) - 0.0285(t^2 - t_0^2) \quad (\text{v } 10^{-6} \text{ V}).$$



Obr. 294. Závislost thermoelektrické síly (Fe/Cu) na teplotě.

To znamená, že při stálé teplotě  $t_0$  na chladnějším místě roste ems.  $E$  s rostoucí teplotou  $t$ , ale čím dále, tím volněji, až při určité teplotě  $t_1$  (t. zv. *neutrální bod*) má hodnotu největší. Dalším zvyšováním teploty ems. klesá a při jisté teplotě  $t_2$  (t. zv. *inversní bod*) stává se nulou, takže po překročení této teploty se mění směr thermoelektrického proudu v opačný. Závislost ems.  $E$  na teplotě je v takovéhoto případech znázorněna parabolou

(obr. 294), na př. pro  $t_0 = 0$  danou rovnicí  $E = \alpha t + \frac{1}{2}\beta t^2$ .

Pro neutrální bod  $t = t_1$  je  $E = \text{max.}$ , což vyžaduje

$$\frac{dE}{dt} = \alpha + \beta t_1 = 0, \quad \text{z čehož} \quad t_1 = -\frac{\alpha}{\beta};$$

této teplotě  $t_1$  přísluší největší ems.

$$E_1 = -\frac{\alpha^2}{2\beta}.$$

Pro bod inversní  $t_2$  plyne ze souměrnosti křivky vztah

$$t_2 = 2t_1 = -\frac{2\alpha}{\beta}.$$

Pro zvolený thermoelement (Fe/Cu) dostáváme

$$t_1 = 277^\circ, \quad E_1 = 2192 \cdot 10^{-6} \text{ V} \approx 2.2 \text{ mV}; \quad t_2 = 554^\circ.$$

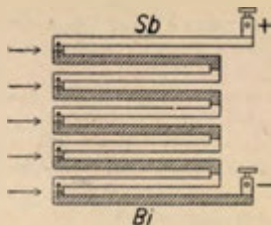
O tom, jak se měří thermoelektrické síly, viz Zákł. prakt. fys., 3. vyd., odst. 93.

Thermočlánekem je možno měřiti teploty, což se hodí zejména pro vysoké teploty pecí a pod. Thermoelement Le Chatelierův se skládá z platiny a ze slitiny platiny s 10% rhodia; jejich spájené místo je v porcelánové trubici. Za teploty  $t$ , je-li druhé spájené místo v tajícím ledu, jest jeho ems.  $E$  v milivoltech:

$$t = 100^\circ, 200^\circ, 400^\circ, 600^\circ, 800^\circ, 1000^\circ, 1200^\circ, 1400^\circ, 1600^\circ \\ E = 0.64, 1.42, 3.21, 5.18, 7.31, 9.56, 11.89, 14.26, 16.63 \text{ mV},$$

podle kteréžto tabulky můžeme hledanou teplotu interpolací zjistiti. Pro mírné teploty (do  $900^{\circ}$ ) se rovněž dobře hodí lacinější thermočlánek železo/konstantan.

Pro větší citlivost spojuje se větší počet thermočláneků za sebou v baterii (t. zv. *thermosloup*), jimiž lze měřiti sálavé teplo. Nejstarší thermosloup (Nobili 1835, Melloni) byl složen

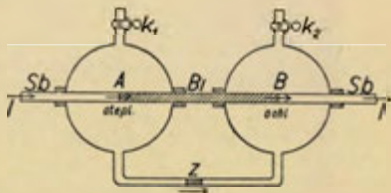


Obr. 295. Schema thermosloupu.

z tyčinek antimonových a vismutových tak, že všechna lichá spájená místa byla na jedné straně a sudá na straně druhé (obr. 295). Spájená místa jsou začazena, aby absorbovala všechno dopadající záření a měnila je v teplo. Dopadá-li pak záření jen s jedné strany, na př. s levé, vzniká oteplením lichých spájených míst elektromotorická síla, jež se měří vhodným galvanometrem. V této úpravě měl thermosloup mnoho hmoty a proto se jen zvolna zahříval. Novější thermosloupy bývají složeny z velmi tenkých drátů (zpravidla železných a konstantanových), takže se mnohem rychleji ozářená místa zahřejí a jsou tudíž citlivější.

Gülcherova baterie, určená k výrobě proudu z tepelné energie, používá niklu a antimonu; jednotlivý článěk se skládá z niklové trubičky, uvnitř které hoří plynový plamen a která je obklopena antimonem, vodivě spojeným s niklovou trubičkou následujícího článku. Při 66 článcích dává tato baterie napětí asi 4 V, má však dosti značný vnitřní odpor, asi  $0.65 \Omega$ .

**197. Zjev Peltierův a Thomsonův.** Prochází-li proud spájeným místem dvou kovů, buď se tam vyvinuje teplo a spájené místo se zahřívá, nebo se tam spotřebuje teplo a stykové místo se ochlazuje. Zjev tento, který objevil Peltier (1834), nazývá se *zjev Peltierův*. Dá se dokázat i úpravou naznačenou na obrázku 296. K vismutové tyči jsou připájeny dvě tyče antimonové a obě spájená místa A a B jsou obklopena skleněnými baňkami, vespolek spojenými úzkou trubicí s kapalinovou



Obr. 296. Peltierův zjev.

značkou *z*. Průřez tyčí se volí dosti značný, aby jejich odpor byl zcela nepatrný a aby tedy současně se vyvíjející Jouleovo teplo bylo zanedbatelné. Prochází-li tyčemi silný proud, na místě přechodu od Sb k Bi vzniká oteplení, na přechodu od Bi k Sb

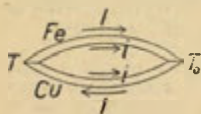
ochlazení, což se sděluje okolnímu vzduchu a prozradí se pohybem kapalinového indexu.

Peltierův zjev je vlastně důsledkem Seebeckova zjevu (thermoelektriny). Při Seebeckovu pokusu (srovn. obr. 292) vznikající proud znamená práci, jež se koná na útraty tepelné energie. Podle termodynamiky může se to státi jedině tím, že na zahříváném místě (kde jde proud  $\text{Bi} \rightarrow \text{Sb}$ ) se nabírá teplo  $Q$ , z něhož se část promění v práci konanou proudem a zbytek  $Q_0$  se odevzdává na druhém spájeném místě (kde jde proud  $\text{Sb} \rightarrow \text{Bi}$ ). Oba tyto zjevy musí však nastati vždy, když prochází proud spájeným místem dvou kovů; tedy místo, kde jde proud směrem  $\text{Bi} \rightarrow \text{Sb}$ , se ochlazuje, v místě  $\text{Sb} \rightarrow \text{Bi}$  nastává oteplení, což je právě zjev Peltierův.

Množství tepla  $Q$  vyvinutého (nebo spotřebovaného) na spájeném místě jest úměrné intenzitě proudu  $I$  a době  $\tau$ , tedy

$$Q = q \cdot I \cdot \tau,$$

při čemž Peltierův koeficient  $q$  (teplo vyvinuté proudem 1 A za 1 sec) závisí na teplotě spájeného místa.



Obr. 297. Vznik thermoelektrického proudu.

W. Thomson uvažoval vznik thermoelektrického proudu (obr. 297) se stanoviska termodynamiky. Mějme na př. článek (Fe/Cu), jehož spájená místa jsou udržována na abs. teplotách  $T$  a  $T_0$  ( $T > T_0$ ). Teplo nabrané  $Q$  při teplotě  $T$  a odevzdané  $Q_0$  při teplotě  $T_0$  jest

$$Q = q \cdot I \cdot \tau, \quad Q_0 = q_0 \cdot I \cdot \tau,$$

značí-li  $I$  intenzitu vzniklého proudu a  $\tau$  dobu. Za předpokladu, že děj je zvratný, jest jeho účinnost  $\eta$  (odst. 132)

$$\eta = \frac{Q - Q_0}{Q} = \frac{T - T_0}{T},$$

z čehož plyne

$$Q : Q_0 = T : T_0$$

a tedy po dosazení

$$q : q_0 = T : T_0.$$

Peltierův koeficient je tedy úměrný abs. teplotě. Celkem spotřebovalo se teplo  $Q - Q_0$ , jež se proměnilo v práci proudem vykonanou  $E \cdot I \cdot \tau$ , je-li  $E$  ems. tohoto článku. Měříme-li teplo v joulech, je tedy

$$EI \cdot \tau = Q - Q_0 = q \cdot I \cdot \tau - q_0 \cdot I \cdot \tau,$$

z čehož plyne po dosazení  $q = q_0 T / T_0$  a krácení

$$E = q_0 \frac{T - T_0}{T_0}.$$

To znamená, že ems.  $E$  by měla býti přímo úměrná rozdílu teplot obou spájených míst. To však, jak jsme poznali, není splněno; závislost ems.  $E$  na teplotě je složitější (zpravidla bývá kvadratickou funkcí teploty). Z toho soudil Thomson, že tepelná energie se musí v thermoelektrickém článku ještě jiným způsobem měniti v elektrickou a naopak. V uvažovaném článku má totiž v železe proud elektrický  $I$  a tepelný  $i$  též směr, v mědi mají opačný směr a to může býti příčinou další vzájemné přeměny energie elektrické a tepelné. Thomson sám také tento zjev zjistil. Proud  $I$ , jdoucí souhlasným směrem s teplotním spádem  $-\frac{dt}{dx}$ , vyvinuje ve vodiči délky  $dx$  za  $\tau$  vteřin teplo  $dQ$  určené vztahem

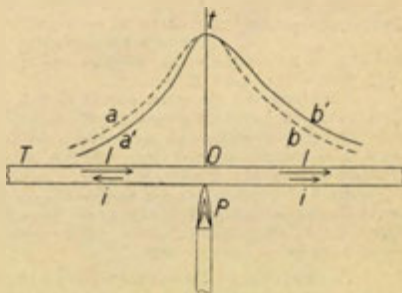
$$dQ = -\sigma \cdot \frac{dt}{dx} \cdot I \cdot \tau dx.$$

Thomsonův koeficient  $\sigma$  znamená podle předešlé rovnice teplo (v cal) proudem 1 A za sec. vyvinuté ve vodiči délky 1 cm při jednotkovém spádu teplotním. Tento koeficient však závisí poněkud také na průměrné teplotě uvažovaného místa; tak jest na př. pro

|         |  |
|---------|--|
| měď     | $\sigma \cdot 10^7 = 3.01 + 0.0066 t$              |
| stříbro | $\sigma \cdot 10^7 = 7.36 + 0.0089 t$              |
| železo  | $\sigma \cdot 10^7 = -18.6 - 0.206 t + 0.0051 t^2$ |

Železo (a podobně Pt) má Thomsonův koeficient záporný; to znamená, že při souhlasném směru proudu elektrického a tepelného se v něm teplo spotřebojuje.

Jestliže měděnou tyč  $T$  (obr. 298) zahříváme uprostřed, vznikne na obě strany souměrný spád teploty, naznačený čárkovanou křivkou  $atb$ . Když však současně touto tyčí prochází dosti silný elektrický proud, vyvinuje se v části, kde el. proud  $I$  má souhlasný směr s proudem tepelným  $i$ , teplo a tím se spád teplotní stává mírnější; v druhé polovici, kde  $I$  a  $i$  mají opačný směr, spotřebovuje se teplo vedením přiváděné a spád se stává strmější. Nastane tedy nesouměrné rozdělení teplot, vyznačené plnou čarou  $a't'b'$ , jak lze měřením zjistiti.

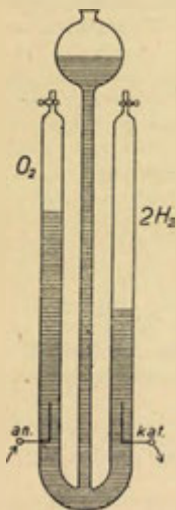


Obr. 298. Thomsonův zjev.

**198. Chemické účinky proudu.** Již Volta byl svými pokusy veden k tomu, aby rozeznával vodiče I. třídy (t. zv. kovo-



vé vodiče) a vodiče II. třídy (roztoky kyselin, solí a zásad), jež Faraday nazval *elektrolyty*. Podstatný rozdíl mezi oběma druhy je tento: Kovové vodiče při průchodu proudu se chemicky nemění, v elektrolytech však nastávají chemické změny.



Obr. 299.

Hofmannův přístroj.

Pokusy konáme zpravidla v přístroji Hofmannově (obr. 299). Naplníme-li jej zředěnou kyselinou sírovou, vylučuje se proudem na anodě kyslík, na katodě vodík (dvojnásobného objemu), tak jako by se rozkládala voda.

Týž přístroj naplníme roztokem Glauberovy soli ( $\text{Na}_2\text{SO}_4$ ), jenž byl fialově obarven odvarem květů slezové růže. Tento odvar je v kyselých roztocích červený, v zásaditých zelený. Na anodě se vylučuje zase  $\text{O}_2$ , ale roztok červená na důkaz, že tam současně vzniká kyselina  $\text{H}_2\text{SO}_4$ ; na katodě se vylučuje  $2\text{H}_2$  a mimo to vzniká zásada  $2\text{NaOH}$ , projevující se zelenou barvou roztoku. Podobný pokus můžeme konati s roztokem  $\text{NaNO}_3$ , k němuž bylo přidáno něco lihového roztoku fenolftaleinu (v kyselinách a neutrálních roztocích je bezbarvý, v zásadách červený). Roztok při katodě zčervená na důkaz vznikající tam zásady ( $\text{NaOH}$ ). Toho se v praxi používá k určování pólů reagenčním papírkem (filtrací papír napuštěný  $\text{NaNO}_3$  s přídavkem fenolftaleinu); přiložíme-li k navlhčenému papírku oba póly zdroje, objeví se pod záporným pólem červená skvrna.

Rozkládáme-li proudem roztok  $\text{CuSO}_4$  mezi měděnými elektrodami, přibývá mědi na katodě a stejně ubývá na anodě, ale roztok elektrolytu (až na malé změny koncentrace při elektrodách) se nemění. Opakujeme-li stejný pokus, ale s elektrodami platinovými, pokrývá se katoda vrstvou mědi; na anodě vylučují se bublinky kyslíku a roztok v jejím okolí se stává kyselým. — Pěkný je pokus o elektrolyse octanu olovnatého,  $(\text{C}_2\text{H}_3\text{O}_2)_2\text{Pb} \cdot 3\text{H}_2\text{O}$ , mezi olověnými elektrodami (anodou je drát ohnutý do tvaru U, do něhož zasahá přímá katoda). Olovo se vylučuje na katodě v krystalech kupčích se stromkovitě (t. zv. strom Saturnův, arbor Saturni).

Z takovýchto kvalitativních pokusů poznáváme, že na anodě se vylučuje vždy nekov nebo kyselá část sloučeniny (elektro-negativní); na katodě se vylučuje kov (po př. vodík) nebo zásaditá část sloučeniny (elektro-positivní). Ovšem vyloučené ionty mohou také hned reagovati s roztokem nebo s elektrodami.

**199. Faradayovy zákony o elektrolyse.** Kvantitativně studoval elektrolysu Faraday (1833) a stanovil měřením dva základní zákony elektrolytické:



I. *Množství  $M$  vyloučené látky jest úměrné el. náboji  $q$ , který elektrolytem prošel, tedy součinu z intensity proudu  $I$  a doby  $t$ ,*

$$M = C \cdot q = C \cdot I \cdot t.$$

Konstanta  $C$  se nazývá *elektrochemický ekvivalent* dané látky a znamená množství, které se vyloučí proudem 1 A za vteřinu. Při tomto zákonu je podstatné poznamenati, na čem ono množství nezávisí, ač bychom podobnou závislost mohli očekávati. Tedy množství vyloučené látky nezávisí na svorkovém napětí, na velikosti elektrod, na odporu proudovodiče, na koncentraci a teplotě elektrolytu, nezáleží též na tom, z jakých elektrolytů se táž látka vylučuje (na př.  $O_2$  z roztoků  $H_2SO_4$  nebo  $Na_2SO_4$  nebo  $NaNO_3$ ).

II. *Množství různých látek týž prošlým proudem vyloučená jsou chemicky ekvivalentní.* Při tom znamená „chemicky ekvivalentní“ ta množství různých látek, která se mohou chemicky zastupovati nebo která se chemicky na sebe vážou. Tedy 1·008 g jednomocného vodíku  $H^I$  jest chemicky ekvivalentní 107·88 g  $Ag^I$  nebo 63·57 g  $Cu^I$  (v solích mědných) nebo  $\frac{1}{2} \cdot 63 \cdot 57$  g  $Cu^{II}$  (v solích měďnatých) nebo  $\frac{1}{3} \cdot 197 \cdot 2$  g  $Au^{III}$  a pod. Tato čísla nazýváme chemické gram-ekvivalenty, čímž rozumíme tolik gramů prvku, kolik činí jeho atomová hmota  $\alpha$  dělená mocenstvím  $v$ , po př. u radikálů (jako  $SO_4$ ,  $NO_3$ ) podíl z molekulové hmoty  $\mu$  a mocenství  $v$ , tedy

$$\text{chem. gramekvivalent} = \frac{\alpha}{v}, \text{ po př. } \frac{\mu}{v}.$$

Podle II. zákona Faradayova je k vyloučení gramekvivalentu kterékoliv látky potřebí vždy stejného náboje, jenž se nazývá Faradayův náboj  $F$  (nebo též valenční náboj) a činí  $F = 96494$  C.

Oba Faradayovy zákony lze shrnouti v jediný vztah. Jeden Faradayův náboj  $F$  vyloučí 1 gramekvivalent, t. j.  $\alpha/v$  gramů každé látky. Projde-li roztokem náboj  $q = I \cdot t$ , obsahuje  $q/F$  Faradayových nábojů a vyloučí tudíž množství

$$M = \frac{\alpha}{v} \cdot \frac{q}{F} = \frac{\alpha}{v \cdot F} \cdot I t = C \cdot I t.$$

Ze srovnání s dřívějším vzorcem plyne tedy pro elektrochemický ekvivalent  $C$  vztah

$$C = \frac{\alpha}{v F}$$

Hodnoty těchto veličin jsou uvedeny v následující tabulce:

| Látka            | $\alpha$ | $\alpha/v$ | C          |   |
|------------------|----------|------------|------------|---|
| H <sup>I</sup>   | 1·008    | 1·008      | 0·01046 mg | = 0·116 cm <sup>3</sup> (0° C, 760 mm Hg) |
| O <sup>II</sup>  | 16·000   | 8·000      | 0·08289 "  | = 0·058 cm <sup>3</sup> (0° C, 760 mm Hg) |
| Cu <sup>I</sup>  | 63·57    | 63·57      | 0·6588 "   | "   |
| Cu <sup>II</sup> | 63·57    | 31·785     | 0·3294 "   | "   |
| Ag <sup>I</sup>  | 107·88   | 107·88     | 1·118 "    | "   |
| Pb <sup>II</sup> | 207·2    | 103·6      | 1·074 "    | "   |

Podle toho 1 A za vteřinu rozloží 0·09335 mg vody na traskavý plyn, jenž má za normálních poměrů objem 0·1740 cm<sup>3</sup>.

Faradayovy zákony platí naprosto přesně jako málokteré jiné zákony; měřením nebyla dosud zjištěna ani jediná odchylka.

Gramatom jednomocné látky převádí množství elektriny

$$F = 96494 C = 96494 \cdot 3 \cdot 10^9 \text{ abs. j. elst.} = 2 \cdot 895 \cdot 10^{14} \text{ abs. j. elst.}$$

a obsahuje počet atomů, určený Avogadrovým číslem  $N = 6 \cdot 063 \cdot 10^{23}$ . Podle toho jednomocný atom kteréhokoli prvku přenáší množství elektriny

$$e = \frac{F}{N} = \frac{2 \cdot 895 \cdot 10^{14}}{6 \cdot 063 \cdot 10^{23}} = 4 \cdot 774 \cdot 10^{-10} \text{ abs. j. elst.}$$

Dvojmocný atom přenáší právě dvojnásobné množství, trojmocný atom trojnásobné atd. Lze předpokládati, že toto význačné množství elektriny má samostatnou existenci, tedy že je jakýmsi atomem elektriny. Atom záporné elektriny, jenž se vyskytuje také v katodových paprscích, nazývá se elektron. Atomem kladné elektriny je vlastně jádro vodíkové, zvané proton. Z uvedeného předpokladu plynou pak Faradayovy zákony jako prostý logický důsledek.

**200. Coulometry.** Vzhledem k naprosté správnosti Faradayových zákonů jakož i se zřetelem k tomu, že se množství vyložené látky dá vážením velmi přesně určit, byla nasnadě myšlenka, realisovati jednotku pro intensitu proudu na základě chemických účinků. Tak byl stanoven *internacionalní ampér* jakožto proud, který za vteřinu vyloučí z roztoku AgNO<sub>3</sub> 1·11800 mg stříbra. Rozdíl mezi int. ampérem a absolutním ampérem, jehož definici poznáme v elektromagnetismu, je tak nepatrný, že měřením nebylo možno jej bezpečně zjistiti.

Přístroje, jimiž měříme intensitu proudů na základě jejich chemických účinků, nazývají se *coulometry* (nebo též coulombmetry, dřívější název *voltametry*). Jich užíváme ke kontrole ampérmetrů a ke graduaci jejich stupnic.

*Coulometr na stříbro* je platinový tyglík jako katoda, do něhož zasahuje stříbrná tyč jako anoda; elektrolytem je 13% až 25% roztok čistého AgNO<sub>3</sub> v destilované vodě (zcela prosté chloru, jenž by reagoval se stříbrem). Množství vyloženého stříbra se určuje vážením přírůstku platinové katody.

*Coulometr na měď* je skleněná nádoba s roztokem modré skalice; anoda i katoda jsou měděné desky (srov. Zákl. prakt. fys., 3. vyd., odst. 85, I).

*Coulometr na vodu* je nádoba s 10% až 20% roztokem čisté kyseliny sírové; elektrody jsou platinové a zasahují zdola do odměrné trubice, otevřeným koncem ponořené do roztoku a naplněné rovněž roztokem. V odměrné trubici se jímá vyloučený traskavý plyn. Při přesných měřeních doporučuje se však jímati v odměrné nádobě pouze vyloučený vodík (platinová anoda je vně odměrné trubice), neboť kyslík se vylučuje zčásti též jako ozon, což má vliv na přesnost měření. Srovn. Zákl. prakt. fys., odst. 85, II.

Pro silné proudy v technické praxi se hodí též coulometr na olovo. Elektrody jsou olověné, elektrolytem je roztok uhličitanu olovnatého  $\text{PbCO}_3$  v zředěné kyselině fluorokřemičité  $\text{H}_2\text{SiF}_6$ .

**201. Výklad elektrolysy disociací.** Jak z prací Clausiových, van't Hoffových a Arrheniových plyne, jest v roztoku elektrolytu aspoň část molekul (ve zředěných roztocích téměř všechny) disociována na ionty. Pro tento zjev svědčí odchylky od zákonů Raoultových (odst. 151 a 152) jakož i zvýšení osmotického tlaku (odst. 156) u elektrolytů. Oba vznikající ionty mají stejně velký náboj a to anionty záporný (což označujeme čárkou), kationty kladný (což označujeme tečkou). Náboj jednomocných iontů jest, jak plynulo z Faradayových zákonů,

$$e = 4.774 \cdot 10^{-10} \text{ abs. j. elst.},$$

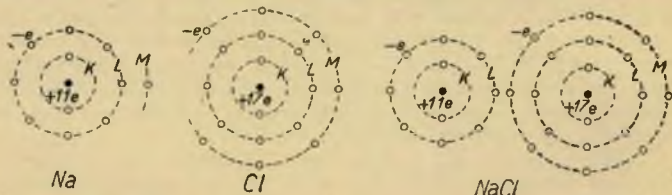
dvojmocné ionty mají náboj  $2e$ , trojmocné  $3e$  atd. Tak na př. disociuje

$\text{NaCl}$  na kation . .  $\text{Na}^+$  a anion  $\text{Cl}^-$ ,

$\text{Na}_2\text{SO}_4$  na kationty  $2\text{Na}^+$  a anion  $\text{SO}_4^{--}$ ,

$\text{CuSO}_4$  na kation . .  $\text{Cu}^{++}$  a anion  $\text{SO}_4^{--}$ , a pod.

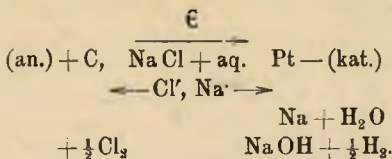
To dobře souhlasí s moderními názory o stavbě atomů. Na př. atom sodíku Na má atomové číslo 11 (jest jedenáctým prvkem v periodické soustavě) a skládá se z jádra o náboji  $+11e$  a z 11 elektronů kroužících kolem jádra. Z těchto elektronů 2 vnitřní tvoří stabilní K-sféru, dalších 8 tvoří stabilní L-sféru, jež jsou pevně poutány k jádru, takže přebývá pouze jedenáctý elektron slabě poutaný k jádru (obr. 300). Jeho odtržením vznikne kation  $\text{Na}^+$



Obr. 300. Schemata atomů Na a Cl a molekuly NaCl.

o náboji  $+11e - 10e = +e$ . Naproti tomu atom chloru Cl (atomové číslo 17) má jádro s nábojem  $+17e$ ; kroužící elektrony v počtu 17 tvoří stabilní sféru K o 2 elektronech a L o 8 elektronech, takže přebývá 7 elektronů slabě poutaných k jádru. Chybí mu toliko jediný elektron, aby obvodové elektrony utvořily další stabilní M-sféru. Doplní-li se atom Cl jedním elektronem (na př. ve sloučenině NaCl, kdy převezme volný elektron sodíku), stává se aniontem Cl' o náboji  $+17e - 18e = -e$ . Molekulu kuchyňské soli měli bychom vlastně psáti Na' Cl'; oba ionty drží se v molekule při sobě tím, že jsou opačně elektricky nabitý. Ve vodním roztoku kuchyňské soli štěpí se však molekuly NaCl nárazy molekul vody tak, že každý ion si ponechá veškeré stabilní sféry, vznikají tedy Na' a Cl'. — Znázornění atomů Na a Cl v obrázku jest jen schematické; dráhy jednotlivých elektronů nejsou obecně kruhové a neleží v jediné rovině.

Vzniklé ionty jsou v roztoku volně pohyblivé. Vložíme-li do roztoku elektrody spojené se zdrojem elektrického proudu, vznikne mezi oběma elektrodami elektrické pole, v němž elektrická síla  $\epsilon$  směřuje od anody ke katodě. Účinkem tohoto el. pole nastává pochod iontů. Kladné ionty (kationty) postupují směrem el. síly ke katodě, odevzdávají tam svůj náboj a buď se vylučují jako neutrální atomy nebo reagují s okolní kapalinou (jak je tomu na př. při kationtu Na). Záporné ionty (anionty) postupují opačným směrem, tedy k anodě, kdež se buď vylučují jako neutrální atomy nebo po př. reagují s okolním roztokem. Podle toho můžeme na př. elektrolysu kuchyňské soli mezi platinovou katodou a uhlovou anodou (na Pt by vyloučený Cl chemicky působil) vyznačiti tímto schematem:



Sledujme ještě vedení elektriny v roztocích elektrolytů po kvantitativní stránce, při čemž pro jednoduchost se omezíme na případ, že disociací molekuly vzniká jeden jednomocný kation a jeden jednomocný anion, jak je tomu v případě NaCl. Jednomocný ion (v uvažovaném případě Na' nebo Cl') má náboj  $e$ , takže na něj působí v daném poli elektrickém síla  $e \cdot \epsilon$ . Účinkem této síly dostává se do zrychleného pohybu, proti němuž však působí odpor tření okolní kapaliny; ustálený stav nastane, když síla působící se právě rovná tření, a pak se ion pohybuje stálou rychlostí, úměrnou ovšem intenzitě el. pole  $\epsilon$  (srovnej Stokesův zákon o pohybu koule ve viskózním prostředí, str. 135).

Jakožto *pohyblivost* určitého iontu zavádíme jeho rychlost  $U$ , kterou se pohybuje v poli s jednotkovým spádem potenciálu (1 V/cm). Ovšem anion a kation jsou různě velké, proto také od-



por tření na ně je různě velký a mají tudíž různé pohyblivosti, jež označíme  $U_k$  pro kation a  $U_a$  pro anion. Budiž dále  $c$  koncentrace aniontu nebo kationtu, t. j. počet gramekvivalentů obsažených v  $1 \text{ cm}^3$ . Pak veškeré kationty v  $1 \text{ cm}^3$  mají náboj  $+c.F$ , a anionty  $-c.F$ , značí-li  $F$  Faradayův náboj (96494 C). Za jednotkového spádu potenciálu (1 V/cm) pohybují se kationty rychlostí  $U_k$  a převeďou za vteřinu plochou  $1 \text{ cm}^2$  náboj  $+U_k.cF$ ; anionty se pohybují opačným směrem rychlostí  $U_a$  a přenesou tedy v opačném směru náboj  $-U_a.cF$ . Hustota proudu  $i$ , t. j. intenzita proudu procházejícího za vteřinu plochou  $1 \text{ cm}^2$ , je tudíž

$$i = +U_k.cF - (-U_a.cF) = (U_k + U_a).cF.$$

Pro tuto hustotu proudovou  $i$  dostáváme podle Ohmova zákona (pro centimetrovou krychli, v níž dvě protější stěny mají rozdíl potenciálů 1 V)

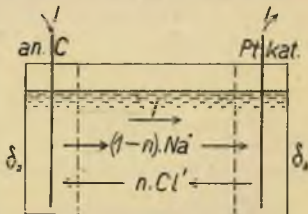
$$i = \frac{1 \text{ volt}}{\varrho} = \lambda. 1 \text{ volt},$$

značí-li  $\varrho$  spec. odpor a  $\lambda = 1/\varrho$  spec. vodivost daného roztoku. Srovnáním obou výrazů máme důležitý vztah

$$(U_k + U_a).c.F = \lambda.$$

V koncentrovaných roztocích jest ovšem jen část molekul elektrolytu disociována, takže koncentraci  $c$  iontů neznáme; ale ve velmi zředěných roztocích, jak ukázal Ostwald, jsou téměř všechny molekuly disociovány a proto za koncentraci  $c$  iontů můžeme v tomto případě dosaditi původní koncentraci rozpuštěné soli. Z předcházející rovnice můžeme pak počítati součet pohyblivostí obou iontů ze známé spec. vodivosti roztoku.

**202. Hittorfova převodní čísla.** Již Faraday pozoroval, že se při elektrolyse mění koncentrace roztoku poblíž obou elektrod, zatím co ve vnitřní části roztoku zůstává nezměněná. Tohoto zjevu použil Hittorf k tomu, aby určil poměr pohyblivostí obou iontů. Poněvadž se anion a kation pohybují různými rychlostmi, přispívají různým podílem k celkovému vedení elektřiny, tím větším, čím je větší jejich pohyblivost. Budiž při tom podíl aniontu na celkovém vedení elektřiny  $n$ , podíl kationtu je pak  $(1 - n)$ . Číslo  $n$  nazývá se **Hittorfovo převodní číslo** pro anion. Z předešlé úvahy je



Obr. 301. Změna koncentrace při elektrolyse.



zřejmý vztah

$$n : (1 - n) = U_a : U_k.$$

V případě dříve uvažovaném (roztok NaCl) budtež prostory poblíž elektrod uzavřeny diafragmaty, jež volně propouštějí oba ionty (obr. 301). Za určitou dobu nechť prošel elektrolytem náboj  $F$ , takže se na anodě vyloučil gramekvivalent Cl a na katodě gramekvivalent Na (slučuje se ovšem s vodou na NaOH). Poněvadž se anion a kation zúčastní vedení proudu v poměru  $n : (1 - n)$ , prošlo za tu dobu kterýmkoli průřezem, tedy i oběma diafragmaty:

$$\begin{array}{ll} \text{směrem ke katodě } (1 - n) \text{ Na, přenášející náboj } (1 - n) \cdot F, \\ \text{" k anodě } n \cdot \text{Cl, přenášející náboj } -nF, \end{array}$$

takže celkový převod elektřiny ve směru proudu jest

$$(1 - n)F - (-nF) = F.$$

V prostřední části roztoku zůstává koncentrace nezměněná, ale v prostorách u obou elektrod se mění.

U anody ubyl vyloučením 1 gramekvivalent Cl, pochodem iontů ubylo  $(1 - n) \cdot \text{Na}$  a přibylo  $n \cdot \text{Cl}$ , takže úbytek u anody jest

$$\delta_a = \text{Cl} + (1 - n) \cdot \text{Na} - n \cdot \text{Cl} = (1 - n) \cdot \text{NaCl}.$$

Pro úbytek u katody  $\delta_k$  stejnou úvahou dostáváme

$$\delta_k = \text{Na} + n \cdot \text{Cl} - (1 - n) \cdot \text{Na} = n \cdot \text{NaCl}.$$

Z obou rovnic plyne pro poměr úbytků elektrolytu

$$\delta_a : \delta_k = (1 - n) : n = U_k : U_a.$$

Úbytky elektrolytu u obou elektrod jsou tudíž v převráceném poměru pohyblivosti iontů.

Stanovíme-li tedy pokusně poměr úbytků koncentrací u obou elektrod, můžeme z toho určit převodní číslo  $n$ . Hittorf našel za teploty  $16^\circ \text{C}$  pro 0.7 norm. roztok NaCl  $n = 0.634$ , při velmi značném zředění  $n = 0.60$ . Z toho je zřejmo, že anion Cl pohybuje se rychleji než kation Na; poměr jejich pohyblivostí je

$$U_a : U_k = 0.6 : 0.4.$$

Hittorfova převodní čísla závisí však dosti značně na teplotě, mimo to též na koncentraci roztoku.

V předcházejícím výkladu jsme předpokládali jednomocné ionty. Pro ionty vícemocné je třeba zobecnit předcházející úvahu tím, že  $n$ -mocný ion přenáší  $n$ -násobný náboj.

Z vodivosti elektrolytů (za velkého zředění) můžeme určití součet pohyblivostí, jak jsme ukázali v předešlém odstavci, totiž

$$U_a + U_k = \frac{\lambda}{cF},$$

z Hittorfova převodního čísla  $n$  jejich poměr

$$U_a : U_k = n : (1 - n).$$

Z obou rovnic můžeme pak vypočítati absolutní hodnoty pohyblivostí, t. j. rychlosti iontů v cm/sec za jednotkového spádu potenciálu. Výsledky měření jsou uvedeny v následující tabulce v miliontinách cm/sec.

Pohyblivosti iontů (při 18° C):

|                                    |       |      |      |                   |
|------------------------------------|-------|------|------|-------------------|
| anionty:                           | OH',  | Br', | Cl', | NO <sub>3</sub> , |
| 10 <sup>6</sup> · U <sub>a</sub> = | 1802, | 697, | 676, | 638;              |
| kationty:                          | H',   | K',  | Ag', | Na',              |
| 10 <sup>6</sup> · U <sub>k</sub> = | 3274, | 665, | 559, | 456.              |

**203. Výklad dějů v galvanických člancích.** Podle Nernsta představujeme si vznik potenciálního rozdílu mezi kovem a elektrolytem takto:

Kov vedle neutrálních atomů obsahuje také ionty (kladně nabitě) a volné elektrony. Kladné ionty kovu jeví na venek určitý tlak (obdobný osmotickému tlaku v kapalinách), jenž na styčné ploše s elektrolytem pudí ionty do elektrolytu a nazývá se proto *rozpouštěcí napětí*. Tím stává se roztok elektrolytu kladně elektrickým, kov sám záporně elektrickým, takže elektrické přitahování záporně nabitého kovu a kladných iontů brání trvalému přechodu iontů do roztoku. Mimo to též ionty rozptýlené v roztoku působí osmotickým tlakem proti nově vnikajícím iontům. Rovnovážný stav mezi kovem a roztokem nastane, když elektrické přitahování iontů a jejich osmotický tlak se právě rovná rozpouštěcímu napětí kovu. Za tohoto rovnovážného stavu je kov nabit záporně, elektrolyt kladně, a rozdíl potenciálů obou nazývá se *elektrolytický potenciál*. Absolutní hodnotu tohoto elektrolytického potenciálu je nesnadno měřiti; musili bychom do roztoku vložit jiný kov, o němž bychom předem věděli, že mezi ním a roztokem nenastává rozdíl potenciálový.

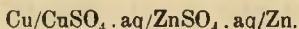
Ale v praxi nepotřebujeme tyto absolutní hodnoty znáti, poněvadž ve člancích a pod. se jedná vždy o potenciálový rozdíl mezi dvěma kovy ponořenými buď do téhož roztoku nebo do dvou stýkajících se roztoků. Stačí proto stanoviti relativní hodnoty elektrolytického potenciálu měřeného kovu vzhledem k téže

srovnávací elektrodě. Za ni se volí zpravidla vodíková elektroda, což je platinová deska potažená platinovou černí, v níž je pohlcen vodík za atm. tlaku a jež je ponořena do roztoku obsahujícího 1 gramion  $H^+$  v litru. V následující tabulce jsou uvedeny relativní potenciály některých prvků, jsou-li ve styku s normálním roztokem příslušné soli, proti vodíkové elektrodě:

|              |              |
|--------------|--------------|
| Zn — 0.76 V, | Cu + 0.34 V, |
| Fe — 0.43 V, | Ag + 0.80 V, |
| Cd — 0.40 V, | Hg + 0.86 V, |
| Ni — 0.22 V, | Br + 1.08 V, |
| Pb — 0.12 V, | Cl + 1.36 V, |
| H + 0.00 V,  | O + 1.68 V.  |

Někdy se za srovnávací elektrodu volí kalomelová elektroda, což je rtuťová elektroda ve styku s nasyceným roztokem kalomelu ( $HgCl$ ) v normálním roztoku  $KCl$ . V tomto případě jsou všechny hodnoty v hořejší tabulce o 0.28 V nižší.

Podle uvedených dat můžeme počítati ems.  $E$  takových článků, u nichž dvě elektrody jsou ponořeny do roztoku svých solí, jak je tomu u článku Daniellova



Rozdíl potenciálů mezi oběma roztoky je nepatrný, takže k němu nemusíme přihlížeti. Je tudíž

$$E = (Cu/H) + (H/Zn) = 0.34 + 0.76 = 1.10 \text{ V}$$

ve shodě s měřením. Za průchodu proudu přecházejí ionty  $Zn^{++}$  ze zinkové elektrody do roztoku  $ZnSO_4$  a z roztoku  $CuSO_4$  se vytlačují ionty  $Cu^{++}$  na měděnou elektrodu. Obě elektrody zůstávají jakostně nezměněny (jsou to t. zv. nepolarisovatelné elektrody) a proto ems. tohoto článku je stálá.

Vyšetřujeme ještě tento článek ze stanoviska energetického. Thermochemickým měřením je zjištěno reakční teplo uvedené reakce pro 2 gramekvivalenty vztahem



takže pro 1 gramekvivalent je reakční teplo

$$Q = 25065 \text{ cal} = 25065 \cdot 4.186 \text{ joule} = 104920 \text{ joule}.$$

Aby se vyloučil 1 gramekvivalent, musí projíti článkem Faradayův náboj  $F = 96494 \text{ C}$ , takže článek vykonal na venek práci  $E \cdot F$ , značí-li  $E$  jeho ems. ve voltech. Z předpokladu, že celé reakční teplo se přeměnilo na práci proudem vykonanou, plyne  $E \cdot F = Q$ , z čehož dostáváme

$$E = \frac{Q}{F} = \frac{104920}{96494} = 1.087 \text{ V}$$

v dobré shodě s měřením. Kdyby jen část reakčního tepla se měnila v energii proudovou, článek by se při průchodu proudu zahříval; tak tomu jest na př. v článku Grenetově.

**204. Polarisace elektrod.** V Hofmannově přístroji rozkládáme zředěnou kyselinu sírovou mezi platinovými elektrodami. Pokud je vnější ems.  $E$  menší než 1·68 V, zřetelný rozklad nenastává. Teprve přestoupí-li vnější ems. hodnotu 1·68 V, vyvinují se na obou elektrodách bublinky vodíku a kyslíku. Nejmenší napětí potřebné k tomu, aby nastal zřetelný rozklad daného elektrolytu, nazývá se *rozkladné napětí*  $E_r$ , jež je v uvedeném případě  $E_r = 1·68$  V, rovné elektrolytickému potenciálu kyslíku (proti vodíku).

Při tomto rozkladu pokrývají se platinové elektrody vodíkem a kyslíkem, takže vyloučený  $H_2$  a  $O_2$  svým rozpouštěcím tlakem tvoří vlastně článek, jehož ems. je naměřena proti vnější ems.; o tom se přesvědčíme, když spojíme obě elektrody s galvanometrem. Tento zjev se nazývá polarisace elektrod.

Pokud je vnější ems. menší než rozkladné napětí, vyloučí se také něco  $H_2$  a  $O_2$  na elektrodách, ale zjev trvá jen velmi krátce, tak dlouho, až polarisační ems. se právě rovná vnější ems. a proto další rozklad nenastává. Teprve když vnější ems.  $E$  je větší než rozkladné napětí  $E_r$ , jež znamená tedy největší možnou polarisační ems., vzniká přebytkem  $E - E_r$  trvalý proud

$$I = \frac{E - E_r}{R}$$

a roztok se stále rozkládá.

Podle uvedeného soudíme, že rozkladné napětí se rovná elektromotorické síle článku, jež tvoří vznikající anion a kation a můžeme je tudíž počítati jako rozdíl elektrolytických potenciálů aniontu a kationtu. Tak jest pro rozklad kyseliny solné

$$E_r = (Cl/H) = 1·36 \text{ V,}$$

pro rozklad  $CdBr_2$

$$E_r = (Br/H) + (H, Cd) = 1·08 + 0·40 = 1·48 \text{ V.}$$

Kyseliny, u nichž elektrolysou vzniká kyslík a vodík, mají rozkladné napětí vesměs stejné, 1·68 V (až na malé odchylky vznikající různou koncentrací). Rozkladná napětí solí těchto kyselin se rovnají uvedeným hodnotě 1·68 V, zmenšené o potenciál vylučujícího se kovu. Tak na př.

$$\begin{array}{ll} \text{rozkl. napětí } ZnSO_4 & E_r = 1·68 - (Zn/H) = 1·68 + 0·76 = 2·44 \text{ V,} \\ \text{" " } CuSO_4 & E_r = 1·68 - (Cu/H) = 1·68 - 0·34 = 1·34 \text{ V.} \end{array}$$



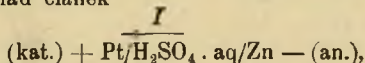
Rozkládáme-li mezi Pt-elektrodami směs roztoků  $\text{ZnSO}_4$  a  $\text{CuSO}_4$  za napětí většího než 1·34 V, ale menšího než 2·44 V, vylučuje se na katodě pouze měď, kdežto zinek zůstává stále v roztoku.

Jiný případ nastává, jestliže se při elektrolyse obě elektrody jakostně nemění, na př. při rozkladu  $\text{CuSO}_4$  mezi měděnými elektrodami. Pak téměř nenastává polarisace elektrod a nazýváme takové elektrody nepolarisovatelné.

Ve skutečnosti i v tomto případě vzniká nepatrná polarisace tím, že převodem iontů se poněkud mění koncentrace elektrolytu těsně při obou elektrodách. Rozkladné napětí není proto přesně nulové, jak bychom podle dřívějšího očekávali, nýbrž má jistou malou hodnotu (řádů 0·1 V).

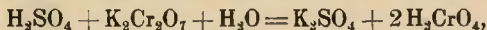
Táto okolnosti se používá při rafinaci mědi. Surová měď (znečištěná jinými kovy) učiní se anodou v roztoku  $\text{CuSO}_4$ , při čemž katodou je tenká deska čistě mědi. Užijeme-li k rozkladu malé vnější elektromotorické síly (asi 0·5 V), vylučuje se na katodě pouze ryzí měď (t. zv. *elektrolytická*); všechny znečištěniny, jež z anody přecházejí do roztoku, zůstávají stále v roztoku.

Polarisace elektrod má význam u galvanických článků. Uvažujme jako příklad článek



jenž je vlastně podkladem všech článků. Uvnitř článku jde proud od Zn k Pt, takže na anodě Zn vystupují anionty  $\text{SO}_4^{2-}$ , jež se slučují se Zn na  $\text{ZnSO}_4$ , přecházející do roztoku, takže se zinková anoda jakostně nemění. Ale zato na katodě Pt vylučuje se vodík, takže se tato elektroda mění ve vodíkovou a způsobuje ems. obráceného směru. Proto ems. celého článku rychle klesá.

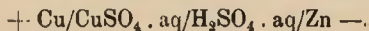
Chceme-li dosáhnouti toho, aby byl článek stálý, musíme buď vznikající vodík chemicky vázati v elektrolytu nebo učiniti kladnou elektrodu (katodu) nepolarisovatelnou. V článku Grenetově je přidán do zředěné kyseliny sírové dvojchroman draselný,  $\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$ , takže v roztoku vzniká kyselina monochromová podle vzorce



jež je bohatá na kyslík a proto oxyduje vyloučený vodík na vodu. Kladná elektroda tohoto článku bývá pro úsporu uhlová; původní ems. je 2 V, ale po delším upotřebení přece jen nastává polarisace a ems. klesá.

Ve článku Leclanchéově je kladná uhlová elektroda obklopena burelem  $\text{MnO}_2$ , jenž snadno odštěpuje kyslík a jím oxyduje vyloučený vodík na vodu. Původní ems. je 1·5 V, ale při upotřebení se přece jen polarisaci zmenšuje.

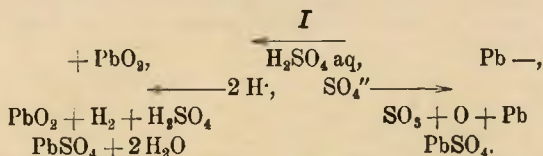
Úplně stálý článek musí míti kladnou elektrodu nepolarisovatelnou, jak je tomu u známého článku Daniellova





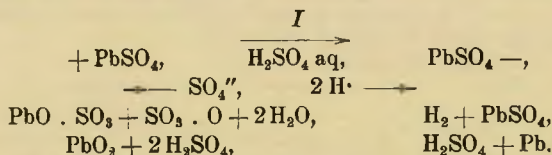
Prodejný zinek bývá znečištěn jinými kovy a jeho povrch není stejnorodý. Proto vznikají mezi jednotlivými místy povrchu elektromotorické síly, vzbuzující lokální proudy, jimiž se zinek rychle rozpouští v kyselině. Aby se to zamezilo, amalgamuje se zinek rtuť; pak jeho povrch tvoří všude stejnorodý amalgam a lokální proudy nevznikají.

**205. Akumulátory.** Polarisace elektrod používáme k hotovení sekundárních článků neboli *akumulátorů*, v nichž nejprve vnějším proudem obě elektrody polarisujeme a pak z nich můžeme odbírat proud. Nejužívanější akumulátor jest olověný. Obě elektrody jsou původně olověné, elektrolytem je roztok  $\text{H}_2\text{SO}_4$  hustoty 1·2. Po nabití vytvoří se na povrchu kladné elektrody kysličník olovičitý  $\text{PbO}_2$  (tmavohnědý), záporná elektroda zůstává z čistého olova (je šedá). Chemický děj při odbírání proudu z nabitého akumulátoru je dán tímto schematem



Při vybíjení váže se kyselina sírová na obou elektrodách a proto se její roztok zřeďuje (z původní hustoty 1·2 na 1·15). Se zředěním roztoku klesá poněkud ems. akumulátoru a to z původní hodnoty 2·1 V až na hodnotu 1·85 V, kdy je třeba akumulátor znovu nabít. Akumulátor nesmí se úplně vybiti ani ponechat delší dobu v nenabitém stavu, poněvadž vzniklý síran olovnatý na elektrodách by přešel do jiné modifikace (nedosti prozkoumané), jež by se pak nedala elektrolysou odstraniti z elektrod.

Při nabíjení akumulátoru spojíme kladnou jeho elektrodu s kladným pólem zdroje, podobně zápornou elektrodu se záporným pólem. Postup při nabíjení je vyjádřen tímto schematem:



Při nabíjení se zase kyselina sírová uvolňuje z elektrod a proto hustota roztoku stoupá. Akumulátor se nabíjí tak dlouho, až všechny síran je z elektrod odstraněn; pak se na elektrodách vyvinuje vodík a kyslík v podobě bublinek, čemuž se říká, že

akumulátor „vaří“, a je to znamením, že chemické děje jsou ukončeny. Hned po nabití je ems. akumulátoru 2·6 V, podmíněná bublinkami  $H_2$  a  $O_2$ . Po spojení však rychle klesne na obvyklou hodnotu 2·1 V, na níž se dlouho udržuje, aby teprve ke konci klesala až na hodnotu 1·85 V.

*Kapacitu* akumulátoru posuzujeme podle množství elektřiny  $I \cdot t$ , které akumulátor při vybíjení vydá, a měříme ji v ampérhodinách (Ah). Podle úpravy desek připadá na 1 kg elektrod 4 až 8 Ah. Aby měl akumulátor velkou kapacitu, musí mít desky přiměřeně velký povrch a zejména musí být pórovité, neboť chemické děje probíhají jen na povrchu.

Původně se zhotovovaly desky akumulátorů formováním (Planté). Čisté desky olověné byly v kyselině sírové mnohokrát za sebou nabíjeny a vybíjeny; při tom chemické reakce (zejména na kladné desce) pronikaly stále a stále hlouběji do desky. Tak se získají výborné kladné desky. Desky záporné se hotovily z kladných formovaných desek tím, že se vzniklý  $PbO_2$  redukoval elektrolysou až na čisté olovo. Tato příprava desek jest ovšem zdlouhavá a nákladná a proto se od ní upustilo.

Faure zavedl jiný způsob přípravy desek. Oboje desky se zhotoví v podobě olověných mříží (s přídatkem antimonu jednak pro větší pevnost, jednak též proto, aby mříž sama nepodléhala chemickým reakcím). Do mříží se vtlačí pasta miniová ( $Pb_3O_4$  s kyselinou sírovou) pro kladné desky a pasta klejtu ( $PbO$  a  $H_2SO_4$ ) pro záporné desky. Po vyschnutí a zatvrdnutí se desky nabíjejí čímž vznikne na kladných deskách  $PbO_2$ , na záporných deskách houbovitě olovo.

Pro větší kapacitu bývá v jednom akumulátoru několik záporných a kladných desek uspořádaných střídavě za sebou; záporných desek bývá o jednu více, takže obě krajní desky jsou záporné (olověné). Důvodem pro to je, že kladné desky dosti značně mění objem (více než záporné) při chemických reakcích a je nutno, aby tyto změny se dály souměrně na obou stranách desky, neboť jinak by se kladné desky zbourtily. Všechny kladné desky téhož akumulátoru jsou vespolek spojeny, podobně záporné desky.

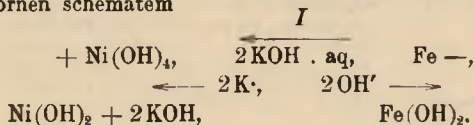
*Účinnost* akumulátoru můžeme posuzovati dvojím způsobem:

1. buď poměrem vydané elektřiny k přijaté (měřené v Ah), což bývá 88% až 95% (v laboratoři dá se docílit až 98%);
2. nebo poměrem vydané a přijaté energie (měřené ve watthodinách). Takto měřená účinnost je podstatně menší než předepsaná, neboť při nabíjení musíme použít větší elektromotorické síly, než jakou poskytuje akumulátor při vybíjení. Takto měřená účinnost bývá 75% až 80%, v laboratoři se dá dosáhnouti až 85%.

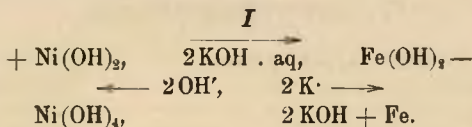
Vnitřní odpor akumulátorů bývá velmi malý, 0·01  $\Omega$  až 0·001  $\Omega$ . Je proto velmi důležité chrániti akumulátor před krátkým spojením, při němž by vznikl velmi silný proud, jenž by zničil akumulátor. Každý akumulátor podle své velikosti má předepsanou maximální nabíjecí a vybíjecí intensitu, jež nesmí být překročena, má-li se akumulátor uchovati v dobrém stavu.

Vadou olověných akumulátorů je poměrně velká váha a malá vzdornost proti otřesům. Proto se baterie akumulátorů nejlépe osvědčují, jsou-li trvale chovány na téměř místě jako zásobní zdroj elektrického proudu.

Edison (a nezávisle na něm též Jungner) sestavil akumulátor s elektrodami niklovými a železnými, jež jsou v 21 % roztoku hydroxydu draselného, KOH. Tento akumulátor lépe vzdoruje otřesům než akumulátor olověný a má při stejné váze větší kapacitu (asi 6krát podle Ah, avšak jen 4krát podle Wh). Kladná deska je niklová, na níž při nabíjení se vytvoří hydroxyd nikličitý,  $\text{Ni}(\text{OH})_4$ , záporná deska je železná. Postup při vybíjení je znázorněn schematem

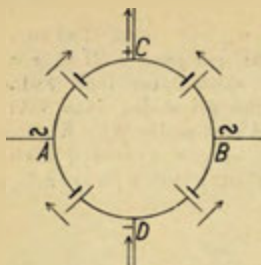


Při nabíjení je děj opačný



Z těchto schemat vysvitá, že koncentrace roztoku se ani při vybíjení ani při nabíjení nemění. Po nabití má tento akumulátor ems. 1·4 V, jež při vybíjení klesá až na 1·15 V. Při nabíjení je třeba na začátku napětí 1·6 V, na konci až 1·8 V. S tím souvisí, že je účinnost tohoto akumulátoru podstatně menší než u akumulátoru olověného, jen 75 % podle Ah a 55 % podle Wh. Vnitřní odpor tohoto akumulátoru je větší, což má za důsledek, že krátké spojení jej nezničí. Může být také delší dobu ponechán v nenabitém stavu. Je však třeba občas (asi po 8 až 9 měsících) roztok louhu vyměnit za čerstvý.

**206. Ventilové články.** Při elektrolyse některé kyseliny nebo soli, z níž se vylučuje na anodě kyslík, uijme anody hliníkové. Při napětí menším než asi 20 V proud článkem vůbec neprochází. Je to způsobeno tím, že se na hliníkové anodě vytvoří vznikajícím kyslíkem tenká souvislá vrstva kysličníku hlinitého,  $\text{Al}_2\text{O}_3$ , jež je jako nevodič pro proud neprostupná. Je-li hliník katodou, podobný zjev nenastane a proud článkem volně prochází. Takovýto článek, jehož anodou je hliníková deska, katoda libovolná (zpravidla olověná), působí tudíž vzhledem k proudu jako ventil, neboť propouští proud jen jedním směrem (z hliníku ven) a nazývá se ventilový článek. Nejlépe se osvědčuje jako elektrolýt roztok kyselého uhličitanu draselného,  $\text{KHCO}_3$ , jímž se potlačí proud až do napětí 180 V.



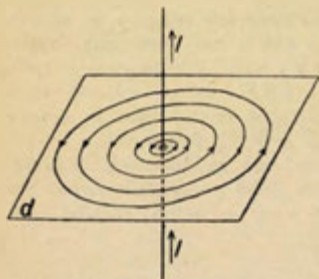
Obr. 302. Schema elektrolytického usměrňovače.

Podobný zjev byl pozorován i na jiných anodách (Mg, Bi, Sb, Ta, Nb, V, Zn a Cd). Zejména tantalová nebo niobová anoda v zředěném roztoku uhlíčitanu draselného může potlačit napětí až do 900 V.

Těto vlastnosti se používá k tomu, aby se usměrnil střídavý proud. Schema takového elektrolytického usměrňovače je znázorněno na obr. 302, kdež aluminiová elektroda je naznačena krátkou tlustou čárkou a šipkami je naznačen směr jednostranně propouštěného proudu. Jsou-li body A a B spojeny se zdrojem střídavého proudu (na př. s městským vedením), prochází vedením připojeným k bodům C a D vždy proud směrem od C k D.

## IV. Elektromagnetismus.

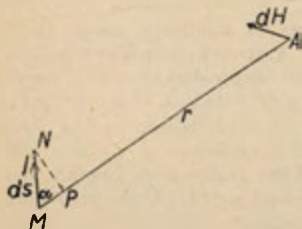
**207. Biot-Savartův zákon.** Oersted r. 1820 objevil zjev, že elektrický proud, vedený rovnoběžně s osou magnetky, vychyluje ji stranou z původní rovnovážné polohy. Směr, kterým se vychyluje severní pól magnetky, stanovil Ampère, jehož pozměněné pravidlo zní:



Obr. 303. Mg. pole přímého proudu.

Položíme-li na proudovodič pravou ruku tak, aby prsty směřovaly po proudu a dlaň byla obrácena k magnetce, vychyluje se severní pól na stranu palce.

Z toho soudíme, že kolem proudovodiče vzniká mg. pole, jehož siločáry jsou kolmé jak k směru proudu, tak i k směru průvodiče; tyto siločáry tvoří tudíž kolem přímého proudovodiče soustavu soustředných kružnic (obr. 303). O tom se přesvědčíme, vedeme-li svislý proud (dosti silný) otvorem ve vodorovné skleněné desce, posypané železnými pilinami; po poklepání sestaví se piliny v soustavu soustředných kruhových siločar.



Obr. 304. Biot-Savartův zákon.

Zbývá ještě určití intensitu (mg. sílu)  $H$  mg. pole vznikajícího proudem. Na základě pokusů Bioto- vých a Savartových odvodil Laplace t. zv. *Biot-Savartův zákon*,



podle něhož element proudu  $I$  délky  $ds$  vzbuzuje v bodě  $A$  (obr. 304), vzdáleném o  $r$ , je-li  $\alpha$  úhel mezi směrem proudu  $I$  a průvodičem  $r$ , mg. pole intensity

$$dH = C \cdot \frac{I \cdot ds}{r^3} \cdot \sin \alpha,$$

směřující kolmo k rovině určené proudem  $I$  i průvodičem  $r$ .

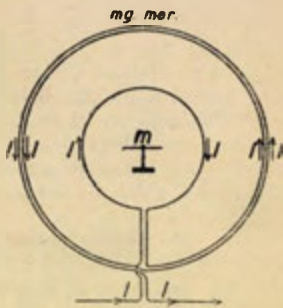
V zákonu tomto úměrnost  $dH$  s délkou  $ds$  je z geometrických důvodů zřejmá, rovněž i úměrnost se  $\sin \alpha$ , jak vyplývá z této úvahy: Element proudu  $MN$  (obr. 304) můžeme nahraditi v limitě dvěma proudy  $MP$  (ve směru průvodiče) a  $PN$  (kolmý k průvodiči). Proud  $MP$ , směřující k uvažovanému bodu  $A$ , nemá účinku z důvodu souměrnosti, neboť ve všech směrech kolmých k  $MA$  musí být účinek stejný, takže by se ve výsledku rušil. Zbývá tudíž jen účinek proudu  $PN = ds \cdot \sin \alpha$ , jenž je tudíž úměrný se  $\sin \alpha$ .

Že intensity mg. pole ubývá s dvojnásobkem vzdálenosti  $r$ , plyne z tohoto pokusu Biotova a Savartova. Kolem krátké magnetky  $m$  (obr. 305) ovinuli v rovině mg. poledníku kruhovou smyčku o poloměru  $r$  a dvě další kruhové smyčky o poloměru  $2r$ . Procházel-li pak vnější dvojitou smyčkou též proud, ale v obráceném směru jako ve vnitřní smyčce, celkový účinek se navzájem rušil. Poněvadž vnější dvojitá smyčka je 4krát delší než vnitřní jednoduchá, plyne z toho, že každý cm délky působí ve 2krát větší vzdálenosti účinkem 4krát menším, čili že se jeho mg. účinek zmenšuje s dvojnásobkem vzdálenosti.

Závislost intensity mg. pole  $dH$  na intensitě proudu  $I$  definované elektrostaticky (t. j. množstvím elektriny prošlé za vteřinu) nedá se přímo experimentálně zkouseti. Úměrnost mezi  $I$  a  $H$  jest ovšem pravděpodobná, představujeme-li si proud jakožto vzniklý pohybem volných elektronů ve vodiči, při čemž se jejich účinky vzájemně sčítají. Stačí tudíž prozatím předpokládati tuto úměrnost a zkouseti, zdali všechny důsledky z toho předpokladu souhlasí se zkušeností. Ukazuje se, že tomu tak jest, a v tom je potvrzení zákona Biot-Savartova.

Můžeme však také postupovati jinak. Nepřihlížejíce na dřívější elektrostatickou definici intensity proudové, definujeme elektromagneticky intensitu proudovou jakožto úměrnostu intensitě mg. pole vzbuzeného daným proudem. Pak ona úměrnost mezi  $dH$  a  $I$  je důsledkem definice. Je pak dalším úkolem měření zjistiti, zdali elektrostatické i elektromagnetické měření intensity v podstatě souhlasí, t. j. zdali pro též proud jak v míře elektrostatické, tak i v elektromagnetické dostáváme vždy čísla úměrná (lišící se jen stálým převodním činitelem, závislým na volbě jednotek).

Bylo by na př. myslitelné, že by proud, při němž za vteřinu proproudí třikrát více elektriny, vzbuzoval mg. pole jen dvakrát silnější, neboť by si mohly proudící elektrony vzájemně ve svých účincích překážeti. Avšak žádný zjev, z něhož bychom mohli na podobný nesouhlas souditi, nikdy nalezen nebyl a tím jsme vedeni k poznatku, že obě míry elst. i elmg. jsou v podstatě stejné.



Obr. 305. Pokus Biot-Savartův.



Podle definice vektorového součinu (str. 36) je  $mg.$  síla  $d\mathbf{h}$  jako vektor určena co do směru i velikosti výrazem

$$d\mathbf{h} = \frac{I}{r^3} [d\mathbf{s}, \mathbf{r}],$$

neboť  $[d\mathbf{s}, \mathbf{r}] = r \cdot d\mathbf{s} \cdot \sin \alpha$  a vektor  $d\mathbf{h}$  je kolmý na rovinu  $(d\mathbf{s}, \mathbf{r})$  a směřuje na tu stranu, s níž otočení od  $d\mathbf{s}$  k  $\mathbf{r}$  vidíme v kladném smyslu, což tedy souhlasí s pravidlem Ampèrevým.

**208. Absolutní soustava elektromagnetická.** Podle Biot-Savartova zákona jest  $mg.$  síla  $dH$  vzbuzená elementem proudovým  $I \cdot d\mathbf{s}$  určena vztahem

$$dH = C \cdot \frac{I \cdot d\mathbf{s}}{r^2} \cdot \sin \alpha.$$

Pro  $mg.$  sílu  $H$  ve středu kruhové smyčky o poloměru  $r$  vychází

$$H = C \cdot \frac{I \cdot 2\pi r}{r^2} \cdot \sin 90^\circ = C \cdot \frac{2\pi I}{r}.$$

Absolutní jednotka elektromagnetická (abs. j. elmg.) pro intensitu proudu byla volena tak, aby konstanta úměrnosti  $C$  v předcházejících vzorcích se rovnala jedničce. Je to tedy taková intensita proudová, jež ve středu kruhového proudovodiče o poloměru 1 cm vzbuzuje  $mg.$  sílu  $2\pi$  gaussů (6.283 G). Pak oba předšlé vzorce nabývají jednoduššího tvaru

$$\text{pro element proudový:} \quad dH = \frac{I \cdot d\mathbf{s}}{r^2} \sin \alpha,$$

$$\text{pro střed kruhového proudu:} \quad H = 2\pi \frac{I}{r}.$$

Z těchto vzorců plyne pro rozměr této jednotky elmg.

$$[I_{\text{elmg.}}] = [H \cdot r] = g^{1/2} \text{ cm}^{-1/2} \text{ sec}^{-1} \cdot \text{cm} = g^{1/2} \text{ cm}^{1/2} \text{ sec}^{-1}.$$

Již dříve jsme odvodili pro rozměr abs. j. elst. intensity proudu rozměr

$$[I_{\text{elst.}}] = \left[ \frac{q}{t} \right] = g^{1/2} \text{ cm}^{1/2} \text{ sec}^{-2},$$

takže poměr rozměrů obou jednotek

$$\frac{[I_{\text{elst.}}]}{[I_{\text{elmg.}}]} = \frac{g^{1/2} \text{ cm}^{1/2} \text{ sec}^{-2}}{g^{1/2} \text{ cm}^{1/2} \text{ sec}^{-1}} = \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$$

má rozměr rychlosti. To znamená: když určíme intensitu proudu  $I_{\text{elmg.}}$  v míře elmg., musíme tuto veličinu násobiti určitou převodní konstantou  $c$ , mající rozměr rychlosti, abychom dostali hodnotu intensity téhož proudu  $I_{\text{elst.}}$  v míře elst., tedy

$$I_{\text{elst.}} = c \cdot I_{\text{elmg.}}$$

Hodnota této převodní konstanty  $c$  byla stanovena tím, že náboj velkého kondensátoru, změřený elektrostatičticky, byl vybit skrze balistický galvanometr (odst. 216), z jehož úchyly byla pak táž intenzita stanovena v míře elektromagnetické. Z měření těchto vyplývá, že převodní konstanta  $c$  se rovná rychlosti světla, tedy

$$c = 2.9985 \cdot 10^{10} \frac{\text{cm}}{\text{sec}} = 3 \cdot 10^{10} \frac{\text{cm}}{\text{sec}}.$$

Má tedy týž proud vyjádřený v míře elst. číselnou hodnotu  $3 \cdot 10^{10}$  větší než v míře elmg. To znamená, že jednotka elst. pro intenzitu proudu je  $3 \cdot 10^{10}$  krát menší než jednotka elmg.

Jakožto absolutní ampér (A abs.) byla definována deseti na abs. j. elmg. pro intenzitu proudovou, tedy

$$1 \text{ A abs.} = \frac{1}{10} \text{ abs. j. elmg.} = \frac{1}{10} \text{ g}^{1/2} \text{ cm}^{1/2} \text{ sec}^{-1} \\ = 3 \cdot 10^9 \text{ abs. j. elst.} = 3 \cdot 10^9 \text{ g}^{1/2} \text{ cm}^{1/2} \text{ sec}^{-2}.$$

Číselná hodnota určitého proudu, vyjádřená v ampérech, je pak 10krát větší než hodnota v abs. míře elmg. Stanovíme-li tedy intenzitu proudu v A, je konstanta  $C$  v Biot-Savartově vzorci rovná  $\frac{1}{10}$ , takže platí

$$\text{pro element proudový} \quad dH = \frac{I \cdot ds}{10 r^2} \cdot \sin \alpha,$$

$$\text{pro střed kruhového vodiče} \quad H = \frac{2\pi I}{10 r}.$$

Ze vztahu pro výkonnost proudu  $N$  ve wattech ( $1 \text{ W} = 10^7 \text{ g cm}^2 \text{ sec}^{-3}$ ) a z Ohmova zákona

$$N = E \cdot I, \quad E = R \cdot I$$

můžeme odvoditi převod praktických jednotek volt (pro napětí proudu) a ohm (pro odpor) na absolutní soustavu buď elektromagnetickou nebo elektrostatičtickou. Ze vztahů

$$E = \frac{N}{I}, \quad R = \frac{E}{I}$$

plyne v míře elmg.:

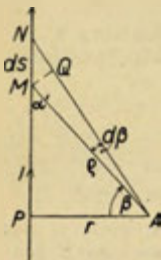
$$1 \text{ V} = \frac{1 \text{ W}}{1 \text{ A}} = \frac{10^7 \text{ g} \cdot \text{cm}^2 \cdot \text{sec}^{-3}}{\frac{1}{10} \text{ g}^{1/2} \cdot \text{cm}^{1/2} \cdot \text{sec}^{-1}} = 10^8 \text{ g}^{1/2} \cdot \text{cm}^{1/2} \cdot \text{sec}^{-2} = 10^8 \text{ abs. j. elmg.}, \\ 1 \Omega = \frac{1 \text{ V}}{1 \text{ A}} = \frac{10^8 \text{ g}^{1/2} \cdot \text{cm}^{1/2} \cdot \text{sec}^{-2}}{\frac{1}{10} \text{ g}^{1/2} \cdot \text{cm}^{1/2} \cdot \text{sec}^{-1}} = 10^9 \frac{\text{cm}}{\text{sec}} = 10^9 \text{ abs. j. elmg.}$$

Podobně v míře elst. platí:

$$1 \text{ V} = \frac{1 \text{ W}}{1 \text{ A}} = \frac{10^7 \text{ g} \cdot \text{cm}^2 \cdot \text{sec}^{-3}}{3 \cdot 10^9 \text{ g}^{1/2} \cdot \text{cm}^{1/2} \cdot \text{sec}^{-2}} = \frac{1}{300} \text{ g}^{1/2} \cdot \text{cm}^{1/2} \cdot \text{sec}^{-1} = \frac{1}{300} \text{ abs. j. elst.}$$

$$1 \Omega = \frac{1 \text{ V}}{1 \text{ A}} = \frac{\frac{1}{300} \text{ g}^{1/2} \cdot \text{cm}^{1/2} \cdot \text{sec}^{-1}}{3 \cdot 10^9 \text{ g}^{1/2} \cdot \text{cm}^{1/2} \cdot \text{sec}^{-2}} = \frac{1}{9 \cdot 10^{11}} \frac{\text{sec}}{\text{cm}} = \frac{1}{9 \cdot 10^{11}} \text{ abs. j. elst.}$$

V praxi byly uvedené jednotky ampér, volt a ohm realizovány jinak a nazývají se *mezinárodní* (internacionální), ovšem tak, aby co možná nej přesněji souhlasily s jednotkami absolutními. Int. ampér je definován jakožto proud, jenž vyloučí 1·11800 mg stříbra za vteřinu. Int. volt je 1/1·0183 elektromotorické síly Westonova článku při 20° (odst. 186). Int. ohm je odpor sloupce rtuťového při teplotě 0° C délky 106·300 cm, hmoty 14·4521 g, všude stejného průřezu. Z kontrolních měření sice plyne, že absolutní a internacionální jednotky se maličko liší, ale tyto odchylky jsou tak nepatrné, že k nim v praxi nepřihlížíme. Veškeré číselné údaje se vždy vztahují na jednotky internacionální.



Obr. 306.  
Mg. pole přímého proudovodiče.

**209. Magnetické pole proudu.** V theoretických úvahách o mg. poli budeme počítati v abs. míře elmg. Budiž dán neomezeně dlouhý přímý proudovodič; chceme určití mg. sílu  $H$  v bodě  $A$ , vzdáleném o  $r$  od proudovodiče (obr. 306). Tato mg. síla  $H$  je kolmá k nákrese a směřuje podle Ampèrova pravidla za nákrese. Element proudový  $MN = ds$  přispívá k mg. síle v  $A$  příspěvkem

$$dH = \frac{I \cdot ds}{\varrho^2} \sin(\pi - \alpha') = \frac{I \cdot ds}{\varrho^2} \sin \alpha'.$$

Je však v limitě

$$ds \cdot \sin \alpha' = MQ = \varrho \cdot d\beta \quad \text{a} \quad \varrho = \frac{r}{\cos \beta},$$

takže po dosazení máme

$$dH = \frac{I \cdot \varrho \cdot d\beta}{\varrho^2} = \frac{I \cdot d\beta}{r} \cdot \cos \beta.$$

Mg. sílu od celého proudu dostaneme integrací pro  $\beta$  od  $-\frac{1}{2}\pi$  do  $+\frac{1}{2}\pi$ , tedy

$$H = \frac{I}{r} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \cos \beta \cdot d\beta = \frac{I}{r} [\sin \beta]_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} = \frac{2I}{r}.$$

Intensita mg. pole  $H$  ubývá tudíž s prvou mocninou vzdálenosti od proudu, jak lze potvrditi pokusy s krátkou magnetkou (z její doby kyvu v různých vzdálenostech).

Rýsneme-li řez proudovodičem jako kroužek, vyznačuje v něm bod (hrot šípů), že proud směřuje z nákresu dopředu (srovn. obr. 307). Proud směřující za nákresu se označuje ležatým křížkem ( $\times$ , opeření vzdalujícího se šípů).

Představme si, že by kolem uvažovaného proudovodiče byla kapalina, jejíž rychlost  $v$  by v každém místě byla taková, jako je mg. síla proudem tam způsobená (obr. 307). Vznikl by tak pohyb *vírový*, v němž rychlost krouživého pohybu je tím větší, čím je blíže osy víru (proudovodiče). Podle toho pravíme, že mg. pole kolem přímého proudu má povahu vírovou; v něm kruhové mg. siločáry (obdobné vírovým drahám kapaliny) obepínají proudovodič. Totéž platí s určitou obměnou pro mg. pole vzbuzené uzavřeným proudem jakéhokoliv tvaru; vznikající mg. pole má vždy povahu vírovou, v němž mg. siločáry (tvaru obecně odlišného od kružnic) jsou v sebe uzavřeny a obepínají daný proud.

Vypočteme ještě práci  $L$ , která se vykoná, když jednotkový mg. pól oběhne jednou do kola kolem proudu po některé siločáře; jest

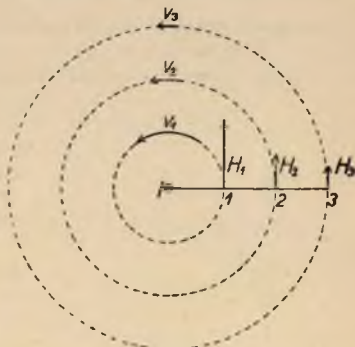
$$L = H \cdot 2\pi r = \frac{2I}{r} \cdot 2\pi r = 4\pi I.$$

Tato práce nezávisí tudíž na vzdálenosti  $r$  a rovná se  $4\pi$ -násobné intenzitě proudu (v abs. míře elmg.) obepíatou plochou procházejícího. Dá se dokázat matematickým rozбором, že tato věta, kterou jsme odvodili pro přímý vodič a pro kruhovou dráhu mg. pólu, platí zcela obecně, totiž:

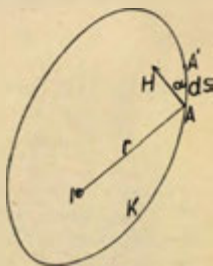
Práce, která se vykoná, když jednotkový mg. pól se pohybuje po libovolné uzavřené dráze  $K$  obepínající proud, rovná se  $4\pi$ -násobné intenzitě proudu uvnitř obepíaté plochy kolmo procházejícího. Matematické vyjádření této věty (obr. 308) jest:

$$\oint H \cdot ds \cdot \cos \alpha = \oint (H \cdot ds) = 4\pi I,$$

při čemž integrál označený kroužkem znamená, že integrace se



Obr. 307.  
Kolmý řez mg. polem přímého vodiče.



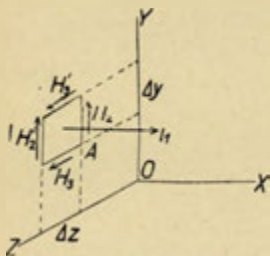
Obr. 308.  
Mg. práce proudu.

vztahuje na jeden oběh po uzavřené čáře  $K$ . Výraz

$$(\mathbf{h} \cdot d\mathbf{s}) = H \cdot ds \cdot \cos \alpha$$

znamená skalární součin vektorů  $\mathbf{h}$  a  $d\mathbf{s}$  (str. 35).

Představme si prostorové proudění elektřiny. *Hustota proudu*  $i$  (jakožto vektor) znamená intensitu proudu procházející jednotkovou plochou, jež je položena kolmo k směru proudění elektrického. Složky  $i_1, i_2, i_3$  této hustoty proudové znamenají intensity, které procházejí v daném místě jednotkovými plochami kolmými k souřadnicovým osám  $X, Y, Z$ .



Obr. 309. Maxwellův vztah.

Uvažované prostorové proudění elektřiny vzbuzuje určité magnetické pole, jehož intensita  $\mathbf{h}$  má ovšem v různých místech různou velikost i různý směr. Vymeźme si v rovině kolmé k ose  $X$  malou plochu  $\Delta p = \Delta y \cdot \Delta z$  (obr. 309) a vypočtěme práci  $\Delta L_1$ , která se vykoná, když jednotka magnetismu se pohybuje v kladném smyslu po obvodu plochy  $\Delta p$ . Jest

$$\begin{aligned} \Delta L_1 &= H_2 \cdot \Delta y + H_3' \cdot \Delta z - H_2' \cdot \Delta y - H_3 \cdot \Delta z = \\ &= \Delta x \cdot \Delta y \left( \frac{H_3' - H_3}{\Delta y} - \frac{H_2' - H_2}{\Delta z} \right) \end{aligned}$$

a tedy v limitě práce vztahovaná na jednotkovou plochu

$$\lim \frac{\Delta L_1}{\Delta x \cdot \Delta y} = \frac{\partial H_3}{\partial y} - \frac{\partial H_2}{\partial z} = \text{curl}_1 \mathbf{h}$$

rovná se  $X$ -ové složce víru (curlu, str. 40) daného magnetického pole. Tato práce však podle předešlých úvah se rovná  $4\pi$ -násobné intensitě proudu procházejícího jednotkovou plochou kolmo položenou k ose  $X$ , což je složka  $i_1$  hustoty proudové. Tím dostáváme důležitý Maxwellův vztah

$$\text{curl}_1 \mathbf{h} = \frac{\partial H_3}{\partial y} - \frac{\partial H_2}{\partial z} = 4\pi i_1,$$

k němuž obdobně lze odvoditi další dvě rovnice

$$\text{curl}_2 \mathbf{h} = \frac{\partial H_1}{\partial z} - \frac{\partial H_3}{\partial x} = 4\pi i_2,$$

$$\text{curl}_3 \mathbf{h} = \frac{\partial H_2}{\partial x} - \frac{\partial H_1}{\partial y} = 4\pi i_3.$$



Tyto tři rovnice lze psát jako jedinou vektorovou rovnici ve tvaru

$$\text{curl } \vec{H} = 4\pi \vec{i},$$

což je jedna ze základních Maxwellových rovnic elektromagnetického pole. Podle toho prostorové proudění elektřiny vzbuzuje takové magnetické pole, že jeho vír v každém místě se rovná co do směru i velikosti  $4\pi$ -násobné hustotě proudu  $i$  v daném místě (měřené ovšem v abs. j. elmg.).

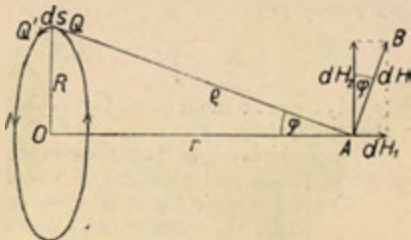
## 210. Rovnomocnost proudu a magnetické dvojvrstvy.

Ve středu kruhového proudu (poloměr  $R$ ) vzniká mg. síla  $H$  určená v abs. j. elmg. vztahem

$$H = \frac{2\pi I}{R}.$$

Snadno můžeme určit také mg. sílu v jiných místech na ose jdoucí středem proudovodiče. Proudový element  $ds = QQ'$  (obr. 310) vzbuzuje v místě  $A$  mg. sílu

$$dH = \frac{I \cdot ds}{\varrho^2},$$



Obr. 310. Mg. pole kruhového proudu.

určenou vektorem  $AB$ . Tuto sílu rozložíme na složku  $dH_1$  ve směru osy  $OA$  a na složku  $dH_2$  k ní kolmou,

$$dH_1 = dH \cdot \sin \varphi = \frac{I \cdot ds}{\varrho^2} \cdot \frac{R}{\varrho} = \frac{IR ds}{\varrho^3}; \quad dH_2 = dH \cdot \cos \varphi = \frac{Ir ds}{\varrho^3}.$$

Sečteme-li příspěvky všech elementů  $ds$  pro celý kruhový proud, složky  $dH_2$  z důvodů souměrnosti se právě ruší, takže zbývá jen složka  $H_1$  ve směru osy,

$$H_1 = \frac{IR}{\varrho^3} \oint ds = \frac{2\pi R^2 \cdot I}{\varrho^3} = \frac{2PI}{(r^2 + R^2)^{3/2}},$$

kdež  $P$  znamená plochu proudem obepjatou.

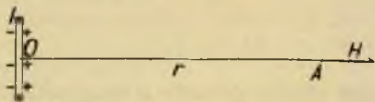
Je-li plocha  $P$  velmi malá, můžeme její poloměr  $R$  zanedbat vedle vzdálenosti  $r$  a hořejší výraz přechází do tvaru

$$H_1 = \frac{2P \cdot I}{r^3}.$$

To je stejná mg. síla, jakou by vzbudila tenká deska proložená

obvodem proudu a napříč zmagnetovaná, kterou nazýváme *mg. dvojvrstva*. Její *mg. moment* budiž  $M$ ; je-li její tloušťka zanedbatelně malá, plyne pro *mg. sílu* vzbuzenou ve vzdálenosti  $r$  na ose, tedy v I. Gaussově poloze (odst. 181)

$$H = \frac{2M}{r^3}.$$



Obr. 311. Rovnomocnost proudu a *mg. dvojvrstvy*.

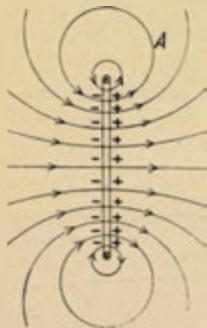
Oba výrazy pro  $H_1$  a  $H$  budou stejné, jestliže

$$M = PI \quad \text{a tedy} \quad \frac{M}{P} = I,$$

tedy když *mg. moment jednotky plošné* se rovná *intenzitě proudu* v abs. míře *elmg.*

Dá se ukázat, že tato rovnomocnost proudu a *mg. dvojvrstvy* vzhledem k *mg. poli* platí docela obecně, tedy:

*Vnější magnetické pole libovolného proudu* intenzity  $I$  je právě takové, jaké by vzbudila *mg. dvojvrstva* položená proudovodičem, jejíž každá jednotka plošná má *mg. moment* rovný *intenzitě proudu* v míře *elmg.* Při tom severní strana této dvojvrstvy jest určena pravidlem Ampèrèrovým; na tvaru této myšlené dvojvrstvy nezáleží, jen když jest omezena proudovodičem a neprochází bodem, v němž *mg. sílu* hledáme. Uvedený poznatek nám podává náznorný obraz o *mg. poli* proudu. Proud myslíme si nahrazen *mg. dvojvrstvou*; siločáry vycházejí ze severní strany této dvojvrstvy, vesměs obepínají proudovodič a končí na jižní straně *mg. dvojvrstvy* (obr. 312).



Obr. 312. *Mg. pole* kruhového proudu.

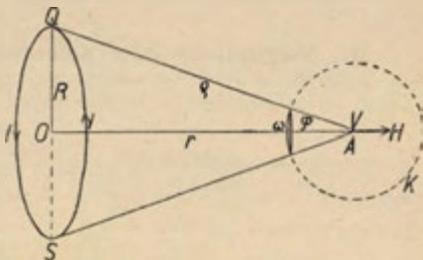
Při vyšetřování elektrického pole zavedli jsme elektrický potenciál  $\varphi$  (odst. 169) jakožto práci, kterou musíme vykonati, abychom jednotkový náboj převedli z nekonečna až na vyšetřované místo. Spád potenciálu (záporný gradient) v daném místě stanoví pak intenzitu el. pole  $E$  co do velikosti i co do směru, tedy

$$E = -\text{grad } \varphi,$$

takže složky této intenzity jsou

$$E_x = -\frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad E_y = -\frac{\partial \varphi}{\partial y}, \quad E_z = -\frac{\partial \varphi}{\partial z}.$$

Obdobným způsobem můžeme zavést také *magnetický potenciál*  $V$  jakožto práci potřebnou k tomu, abychom jednotkový mg. pól převedli z nekonečna až na dané místo. Jak matematický rozbor ukazuje, mg. potenciál  $V$  v poli vzbuzeném mg. dvojvrstvou se rovná součinu z momentu  $I$  plošné jednotky a prostorového úhlu  $\omega$ , pod nímž vidíme kladnou stranu mg. dvojvrstvy. Prostorový úhel  $\omega$  znamená při tom velikost plochy vyřezané na kouli



Obr. 313. Mg. potenciál.

jež má tedy potenciál  $V$ . Stejná práce  $V$  se potřebuje při téže cestě i v mg. poli vzbuzeném proudem. Ale necháme-li oběhnouti z místa  $A$  mg. jednotku po uzavřené cestě obepínající proud a to ve směru siločar, vykoná pole práci  $4\pi I$  (odst. 209), o niž se tedy potenciál po návratu do  $A$  zmenšil; děje-li se oběh proti směru siločar, musíme na to dodati práci  $4\pi I$ , o niž se pak potenciál v místě  $A$  zvětší. Při  $k$  úplných obězích se potenciál buď zmenší o  $k \cdot 4\pi I$  (oběhy ve směru siločar), nebo se zvětší o  $k \cdot 4\pi I$  (oběhy proti směru siločar). Mg. potenciál v poli vzbuzeném proudem je tedy mnohoznačný, může se lišiti o celistvý počet  $4\pi I$  od hodnoty potenciálu  $V = I\omega$ , který podává mg. dvojvrstva. Obecně tedy potenciál  $V$  v poli vzbuzeném proudem  $I$  jest

$$V = (\omega \pm 4k\pi)I, \quad (k \text{ celé číslo}).$$

Při tom  $\omega$  znamená prostorový úhel, pod nímž se z daného místa vidí plocha omezená proudovodičem.

Mg. síla  $H$  v daném místě je dána co do velikosti i co do směru spádem potenciálu, tedy

$$H = -\text{grad } V = -I \cdot \text{grad } (\omega \pm 4k\pi) = -I \cdot \text{grad } \omega,$$

neboť gradient konstanty  $4k\pi$  je nulou. Až jest obecně potenciál  $V$  mnohoznačný, pro mg. sílu vychází jediná hodnota. Složky mg. síly jsou

$$H_x = -\frac{\partial V}{\partial x} = -I \cdot \frac{\partial \omega}{\partial x}, \quad H_y = -I \cdot \frac{\partial \omega}{\partial y}, \quad H_z = -I \cdot \frac{\partial \omega}{\partial z}.$$

Jako příklad vypočteme mg. potenciál  $V$  v bodě  $A$  na ose kruhového proudu  $I$  (obr. 313). Kužel  $AQS$ , vedený z bodu  $A$  obvodem kruhového proudu, vřtí se z koule  $K$  o jednotkovém poloměru vrcholk, jehož plocha  $\omega$  jest

$$\omega = 2\pi (1 - \cos \varphi) = 2\pi \left(1 - \frac{r}{\rho}\right) = 2\pi \left(1 - \frac{r}{\sqrt{r^2 + R^2}}\right).$$

Mg. potenciál  $V$  v bodě  $A$  je tedy

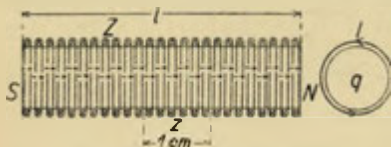
$$V = I \cdot (\omega \pm 4k\pi) = 2\pi I \left(1 - \frac{r}{\sqrt{r^2 + R^2}} \pm 2k\right).$$

Tento potenciál jeví největší spád ve směru rostoucího  $r$ ; má tedy  $mg.$  síla  $H$  směr  $r$  a její velikost je dána výrazem

$$H = -\frac{dV}{dr} = -2\pi I \left( -\frac{1}{\sqrt{r^2 + R^2}} + \frac{r^2}{\sqrt{(r^2 + R^2)^3}} \right) = \frac{2\pi R^2 I}{(r^2 + R^2)^{3/2}},$$

což je stejný výsledek, jaký jsme dostali při přímém výpočtu na začátku tohoto odstavce.

**211. Magnetické pole solenoidu.** Cívka těsně ovinutá izolovaným proudovodičem nazývá se solenoid. Prochází-li solenoidem proud, můžeme si mysliti každý závit nahrazen  $mg.$  dvoj-



Obr. 314.  $mg.$  pole solenoidu.

vrstvou, jejíž  $mg.$  moment je  $q \cdot I$  ( $q$  průřez cívky,  $I$  intenzita proudu v míře  $elmg.$ ). Má-li solenoid  $Z$  závitů na celé délce  $l$ , je celkový jeho  $mg.$  moment  $M$

$$M = Z \cdot q \cdot I$$

a tedy  $mg.$  moment  $M_1$  jednotky objemové

$$M_1 = \frac{ZqI}{ql} = zI,$$

kdež  $z = Z/l$  znamená počet závitů připadajících na jednotku délky (cm). Součin  $z \cdot I$  znamená celkovou intenzitu proudovou (v míře  $elmg.$ ), tekoucí nad 1 cm délky solenoidu.

V praxi měří se intenzita proudu v ampérech a pak součin  $zI$  se nazývá počet ampérvávitů. Poněvadž  $1 A = \frac{1}{10}$  abs. j.  $elmg.$ , rovná se součin  $zI$  v míře  $elmg.$  desetině počtu ampérvávitů.

Z obr. 314 plyne, že při těsném vinutí solenoidu všude uvnitř se vzájemně ruší záporný pól jedné dvojvrstvy s kladným pólem sousední dvojvrstvy, takže vnější pole magnetické je právě takové, jako kdyby jen na obou koncových plochách byl volný magnetismus, kladný na jednom konci, určeném podle pravidla Ampérea, a záporný na druhém. Množství magnetismu  $m$  a hustota magnetismu  $\sigma$  (množství  $mg.$  na  $1 cm^2$ ) je podle toho

$$m = \frac{M}{l} = \frac{ZqI}{l} = zqI, \quad \sigma = \frac{m}{q} = zI.$$

Solenoid působí tudíž na venek právě tak, jako by jeho koncové plochy byly pokryty  $mg.$  hustotou, jež se rovná desetině počtu ampérvávitů.

Obr. 315.

$mg.$  pole

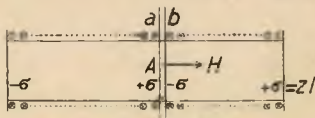
$mg.$  desky.

Zbývá ještě určit  $mg.$  sílu uvnitř solenoidu. K tomu potřebujeme znáti  $mg.$  sílu  $H$  těsně v okolí

roviny pokryté stejnoměrně  $mg.$  hustotou  $\sigma$ ; na obou stranách je stejná  $mg.$  síla  $H$ , ovšem opačných směrů. Nad plochou  $p=1\text{ cm}^2$  myslíme si tenký válec, jehož obě základny jsou těsně po obou stranách desky (obr. 315). Z tohoto válce vystupuje celkový  $mg.$  tok  $2H$ , jenž se rovná podle Gaussovy věty  $4\pi$ -násobnému množství  $mg.$  uvnitř obsaženému, jež jest  $\sigma$ . Je tedy

$$2H=4\pi\sigma, \text{ z čehož } H=2\pi\sigma.$$

Máme-li určití  $mg.$  sílu v bodě  $A$  uvnitř solenoidu (obr. 316), rozdělme si celý solenoid dvěma řezy těsně při  $A$  vedenými na dvě části; z nich každá se chová jako magnet, jenž má na koncových plochách hustoty  $+\sigma=zI$  a  $-\sigma$ . Hustota  $+\sigma$  na levém řezu  $a$  vzbuzuje v  $A$   $mg.$  sílu  $H'=2\pi\sigma$  směrem vpravo; hustota  $-\sigma$  na pravém řezu  $b$  vzbuzuje  $mg.$  sílu stejně velkou směru rovněž napravo. K tomu ještě přistupuje účinek od obou koncových ploch solenoidu. Při dosti dlouhém solenoidu, je-li bod  $A$  poněkud dále od krajů, jest účinek od obou koncových ploch tak malý, že jej můžeme zanedbat. Celková  $mg.$  síla  $H$  uvnitř dlouhého solenoidu je (pro body dále od kraje)

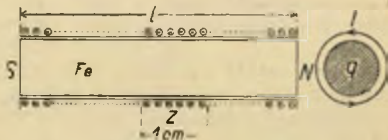


Obr. 316.  $mg.$  pole uvnitř solenoidu.

$$H=4\pi\sigma=4\pi zI,$$

tedy rovná  $0.4\pi$ -násobnému počtu ampérzávitů.

**212. Elektromagnety.** Brzo po Oerstedově objevu zjistili Arago a Gay-Lussac (1820), že měkké železo vložené do solenoidu protékaného proudem stává se dočasným magnetem, jenž po přerušení proudu zase magnetičností téměř úplně pozbývá. Takováto cívka s jádrem z měkkého železa nazývá se *elektromagnet* (obr. 317). Jeho póly určíme pravidlem Ampérovým: uchopíme-li cívku pravou rukou tak, aby prsty směřovaly po proudu, leží severní pól elektromagnetu na straně palce. Podle toho, hledíme-li proti se v e r n í m pólu, vidíme proud obíhati v k l a d n é m smyslu (proti ručičkám hodinovým).



Obr. 317. Elektromagnet.

Jak jsme právě odvodili v duté dlouhé cívice délky  $l$  a průřezu  $q$ , jež má na  $cm$  délky  $z$  závitů, vzniká proudem  $I$  uvnitř



(nehledíme-li k odchylkám u konců) mg. pole

$$H = 4\pi z I$$

a cívka se chová na venek jako magnet, jehož mg. moment  $M$  a intensita magnetisace  $J$  (mg. moment jednotky objemové, dříve označený  $M_1$ ) jsou

$$M = l \cdot q \cdot z \cdot I, \quad J = \frac{M}{lq} = z I.$$

Vložíme-li do této cívky jádro z měkkého železa, zmagnetuje se a vzniklá jeho magnetisace  $J'$  jest

$$J' = x H = 4\pi x z I,$$

znamená-li  $x$  susceptibilitu železa. Celkový mg. moment jednotky objemové  $J'$  jest pak

$$J_1 = J + J' = (1 + 4\pi x) z I = \mu z I = \mu J.$$

Zvětší se tudíž  $\mu$ -krát, kdež

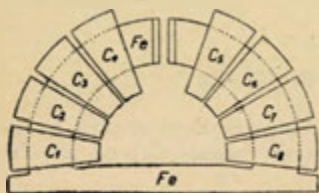
$$\mu = 1 + 4\pi x$$

je mg. permeabilita. Elektromagnet s měkkým železem působí tudíž na venek  $\mu$ -krát silněji než prázdná cívka; chová se tedy tak, jako by uvnitř cívky bylo pole  $\mu$ -krát silnější, tudíž

$$B = \mu \cdot H,$$

při čemž  $B$  jest mg. indukce.

Elektromagnety hotoví se ve tvaru cívky buď přímé nebo ohnuté do podkovy. Vhodnou úpravu pro elektromagnety, jimiž se dá dosáhnouti nejsilnějších polí magnetických, navrhl Du Bois (obr. 318).



Obr. 318. Elektromagnet du Boisův.

Jádro se skládá ze dvou částí ohnutých do kruhového oblouku, aby mezi konci byla jen úzká mezera; dolní konce jader jsou spojeny masivním hranolem železným. Na kruhová jádra navlékají se cívky  $C_1$  až  $C_8$  za sebou spojené, jimiž se vede silný proud. V mezeře mezi oběma póly při šířce 1 cm dá se dosáhnouti intensity mg. pole přes 10.000 G; použije-li se kuželovitých nástavců, mezi nimiž je mezera jen 1 mm široká, dá se dosáhnouti mg. pole až 50.000 G (na krátkou dobu i několik set tisíc gauss, ovšem pak silným proudem se cívky i jádro značně zahřejí).

Té okolnosti, že pomocí elektromagnetů se dá dosáhnouti velmi silných mg. polí, je použito v elektromotorech a dynamech. Jiná užití elektromagnetů jsou: elmg. přerušovač proudu (N e e f o v o

nebo Wagnerovo kladívko), elektrický zvonek, zapisovací přístroj telegrafu a j.

V elektrotechnické praxi zhotovují se elektromagnety tak, aby tvořily uzavřený *magnetický obvod*. Dá se ukázati, že pro indukční tok  $\Phi$  v takovémto mg. obvodu platí stejné zákony jako pro intensitu proudu  $I$  v el. obvodu. Pro jednoduchost uvažujme mg. obvod, skládající se z železného jádra (průřez  $q$ , délka  $l$ ) v sebe uzavřeného, jež je ovíjeno  $Z$  závitů, jimiž prochází proud intensity  $I$  (obr. 319).

V el. obvodu (proudovodič se vřazeným článkem) elektromotorická síla  $E_e$  (rozdíl potenciálův udržovaný článkem) znamená práci, která se vykoná, když jednotka elektřiny obejde jedenkrát celý el. obvod. Podobně v mg. obvodu definujeme *magnetomotorickou sílu*  $E_m$  jakožto práci, která se vykoná, když jednotkový mg. pól projde jednou celým mg. obvodem. Značí-li  $H$  intensitu mg. pole uvnitř vinutí, je tato práce  $H \cdot l$  a poněvadž uzavřená dráha obepíná  $Z$  proudů intensity  $I$ , rovná se  $4\pi ZI$  (srovn. odst. 209). Pro magnetomotorickou sílu  $E_m$  dostáváme tedy

$$E_m = H \cdot l = 4\pi ZI.$$

Z předešlého vzorce plyne pro mg. intensitu  $H$  a mg. indukci  $B$  vztah

$$H = \frac{4\pi ZI}{l}, \quad B = \mu H = \mu \frac{4\pi ZI}{l},$$

takže indukční tok  $\Phi$  procházející průřezem  $q$  jest

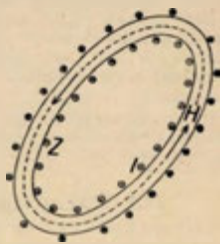
$$\Phi = q \cdot B = \frac{\mu q}{l} \cdot 4\pi ZI = \frac{E_m}{R_m},$$

což jest Hopkinsonův vzorec, úplně obdobný Ohmovu zákonu  $I = E_e/R_e$ . V něm veličina

$$R_m = \frac{l}{\mu q}$$

nazývá se *magnetický odpor* daného mg. obvodu. Podobně jako elektrický odpor ( $R = \rho l/q$ ) jest i magnetický odpor přímo úměrný délce  $l$  a nepřímo úměrný průřezu  $q$ . Ze srovnání obou vzorců plyne dále, že permeabilita  $\mu$  zastupuje převrácenou hodnotu specifického odporu a mohla by se tudíž nazývat specifická vodivost magnetická.

Pro spojování mg. odporů platí stejné zákony jako o el. odporech. Zařadíme-li dva mg. odpory za sebou, rovná se výsledný mg. odpor součtu



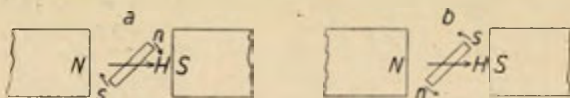
Obr. 319.  
Magnetický obvod.

jejich. Při spojení mg. odporů vedle sebe sčítají se mg. vodivosti (převratné hodnoty mg. odporů).

Permeabilita (specifická vodivost mg.) feromagnetických látek závisí však na magnetující síle  $H$  a proto mg. odpor jejich nemá hodnotu stálou, nýbrž se mění, a to u různých druhů železa různým způsobem. Při výpočtu mg. odporů je třeba stanovit především závislost permeability na mg. síle  $H$  a podle ní pro daný případ teprve počítati hledaný mg. odpor.

Všechny ostatní látky (kromě feromagnetických) mají permeabilitu přibližně rovnou 1; to znamená, že jsou také poněkud vodivé (ovšem asi 3000 méně než dobré železo) pro indukční tok. Magnetické izolátory neexistují; to má za následek, že v elektromagnetech dynam a motorů část indukčního toku prochází také okolním vzduchem a zůstává neupotřebena; tento zjev se nazývá *magnetický rozptyl*. — V dynamoelektrických strojích není ovšem mg. obvod celý ze železa, neboť mezi póly elektromagnetů a kotvou musí být vzduchová mezera; tato mezera představuje značný mg. odpor a je proto třeba ji učiniti co nejmenší.

**213. Paramagnetismus a diamagnetismus.** Silných polí magnetických používáme též k tomu, abychom vyšetřovali magnetické chování látek neferomagnetických. Zavěsíme-li v silném homogením poli mg. tyčinku (nebo desku) z látky paramagnetické tak, aby se mohla otáčet kolem příčné osy, zmagnetuje se (třebas slabě) v souhlasném směru s mg. polem (obr. 320a), takže účinkem pole na tyčinku vzniká dvojice sil, jež stáčí tyčinku do směru siločar. Tyčinka diamagnetická zmagnetuje se opačně, než je směr mg. pole, takže vzniká dvojice sil, jež stáčí tyčinku do směru kolmého k siločarám (obr. 320b).



Obr. 320. Paramagnetická (a) a diamagnetická (b) látka v magnetickém poli.

Ve smyslu elektronové teorie představujeme si atom jako složený z kladně nabitého jádra, kolem něhož obíhají záporné elektrony. Tyto kroužící elektrony představují vlastně el. proud a jsou proto rovnocenné s mg. dvojrůstvou. Jestliže by všechny elektrony (nebo aspoň většina) kroužily v témž směru, zesilovala by se jejich mg. pole a atom jevil by se na venek jako malý magnet. Takto je tomu však toliko u látek feromagnetických (Fe, Co, Ni). U ostatních látek předpokládáme, že elektrony krouží v různých směrech, takže se jejich mg. účinek na venek buď zcela nebo aspoň z největší části ruší.

Uvažujme nejprve případ, že se mg. momenty od všech elektronových drah navzájem úplně ruší. Vzbudíme-li v okolí takového atomu silné pole mg., nastává v atomu indukovaná elektromotorická

síla, již se mění dráhy a rychlosti elektronů a tím se poruší dřívější vzájemné vyrovnání mg. momentů uvnitř atomu. Podle Lenzova pravidla (odst. 222) je výsledek elmg. indukce vždy takový, že se protíví příčině, která indukci vzbuzuje. V daném případě změnou drah elektronů vzniká tudíž mg. pole opačného směru, než je vnější pole mg., tedy atom se zmagnetuje opačně a to tím silněji, čím je silnější vnější pole mg. Takto by se měly chovati vlastně všechny látky, ale pozorujeme to jen u látek diamagnetických. Směr indukované elektromotorické síly nezávisí na pohybu, který koná atom ve smyslu kinetické teorie tepla, proto jeho diamagnetická magnetisace nezávisí na teplotě, jak to také měřeními (aspoň zhruba) potvrdil Curie.

U paramagnetických látek musíme předpokládati, že mg. momenty od jednotlivých drah elektronů se ruší jen částečně, takže zbývá určitý malý mg. moment a atom je jakousi slabou magnetkou. Tyto atomové magnetky jsou však v celém tělese uspořádány zcela nepravidelně, takže se při ohromném počtu atomů jejich mg. momenty navzájem ruší. Vložíme-li však paramag. látku do silného mg. pole, stáčí se jednotlivé atomové magnetky ve směru pole, tím se jejich účinek na venek zesiluje a látka se jeví zmagnetována souhlasně s mg. polem. Kdyby atomy byly zcela volně otáčivé, stačilo by i velmi slabé mg. pole, aby se všechny atomové magnetky postavily týmž směrem a nastal by zjev nasycení. Jenže atomy jsou účinkem tepla v stálém pohybu a navzájem se srážejí, čímž se usměrňovací účinek vnějšího mg. pole stále ruší. Čím je vnější mg. pole silnější, tím více převládá jeho usměrňovací účinek proti rušivému účinku teploty a tím je tudíž vznikající magnetisace látky větší. Tedy magnetisace látky vzrůstá s intensitou vnějšího mg. pole, ovšem jen až do nasycení, při němž jsou osy všech atomových magnetek uspořádány směrem vnějšího mg. pole.

Za vyšší teploty jsou pohyby atomů prudší, srážky četnější a tím je usměrňovací účinek mg. pole silněji rušen. Tedy za vyšší teploty vzniká slabší magnetisace látky, čili mg. susceptibilita se zmenšuje s rostoucí teplotou. To také Curie zjistil pozorováními.

Podle předešlých výkladů paramagnetismus a diamagnetismus jsou dva podstatně různé zjevy, z nichž prvý je způsobován usměrňovacím účinkem mg. pole, druhý je podmíněn elmg. indukci. Paramagnetismus roste s intensitou mg. pole jen až do nasycení, s rostoucí teplotou se zmenšuje; diamagnetismus nejvíce nasycení a nezávisí na teplotě. Ve skutečnosti nutno předpokládati, že oba dva zjevy nastávají současně a že výsledné chování určité látky v mg. poli závisí na tom, který z obou zjevů převládá. Z tohoto stanoviska je také pochopitelná možnost, že určitá látka se v slabých polích chová paramagneticky, ale po paramg. nasycení počne převládat dia-

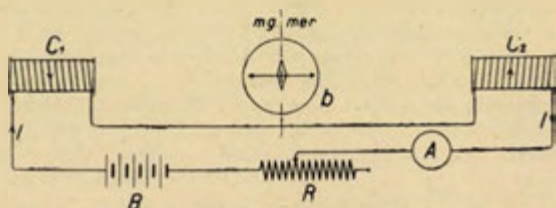




magnetismus, takže ve velmi silných polích se chová diamagneticky. Takto chovají se některé slitiny Cu-Zn a indium, jak našel Gans, jenž takovéto látky nazval metamagnetické.

**214. Magnetická hysterese.** Feromagnetické látky při magnetování jeví charakteristický zjev, že jejich magnetisace  $J$  zůstává vždy pozadu (pokulhává) za intenzitou mg. pole  $H$ . Tento zjev se nazývá mg. hysterese a znamená, že magnetisace závisí netoliko na okamžité mg. síle, ale i na způsobu, jak se látka do toho stavu dostala. Mg. hysterese má velký význam pro dynamo a elektromotory, v nichž je měkké železo podrobno účinkům střídavého pole mg.

Zjev hysterese lze nejlépe studovati *magnetometrem* (obr. 321). Jsou to dvě prázdné cívky  $C_1$  a  $C_2$  stejně vzdálené od busoly  $b$ . Oběma cívkami prochází týž proud z baterie  $B$ , jehož intenzitu  $I$



Obr. 321. Magnetometr pro studium hysterese.

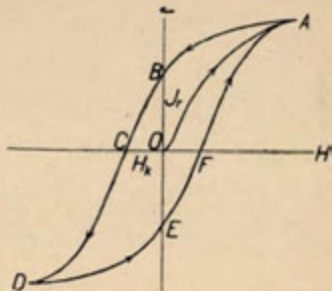
měřenou ampérmetrem  $A$  můžeme reostatem  $R$  měniti. Spojnice obou cívek je kolmá na mg. meridián; proud v obou cívkách prochází opačnými směry, takže v místě busoly obě cívky vzbuzují mg. síly opačných směrů (kolmo na mg. meridián). Upravíme nejprve obě cívky tak, aby při jakémkoli proudu se jejich mg. účinky v místě busoly právě rušily, což se pozná tím, že se magnetka nevychyluje z původní polohy. Pak do jedné cívky (na př.  $C_2$ ) vložíme jádro ze zkoumaného železa, jež se proudem zmagnetuje. Magnetka busoly se vychýlí o určitou výchylku, z níž podle vzorců odvozených pro I. Gaussovu polohu (odst. 181) můžeme vypočítati jak mg. moment jádra, tak i jeho magnetisaci  $J$ . Z intensity proudu  $I$  a z rozměrů cívky  $C_2$  stanovíme současně intenzitu  $H$  mg. pole v cívce vznikajícího.

Při měření počínáme si tak, že nejprve intenzitu proudu postupně zvětšujeme až do té míry, že další zvětšování nemá vlivu (po nasycení magnetisace). Pak zase postupně zmenšujeme intenzitu na nulu, změníme směr proudu v opačný, znova zvětšujeme intenzitu proudu do maxima, pak ji zeslabujeme do nuly, po změně



proudu znovu zesilujeme atd. Výsledky měření znázorníme graficky tím, že mg. sílu  $H$  nanášíme na osu úseček a vzniklou magnetisaci  $J$  na osu pořadnic. Tak dostaneme při jednom cyklu *hysteretickou smyčku* (obr. 322).

Magnetujeme-li železo dosud nemagnetické, stoupá jeho magnetisace  $J$  nejprve podle křivky  $OA$  (t. zv. *panenská křivka*) až k nasycení dosaženému v bodě  $A$ . Při zmenšování magnetující intenzity  $H$  klesá pak magnetisace  $J$  mírněji než dříve, a to podle křivky  $AB$ . Zbývající magnetisace  $J_r = OB$  (pro  $H = 0$ ) jest mírou *remanence* neboli *zbytkového magnetismu*. Abychom tuto zbývající magnetisaci odstranili, musíme použití opačného mg. pole o intenzitě  $H_k = OC$ , jejíž velikost určuje *koercitivní sílu*. Teprve další zesilování opačného pole mg. způsobuje pak vznik opačné magnetisace podle křivky  $CD$ .



Obr. 322. Hysteretická smyčka.

Koercitivní síla je nejmenší pro elektrolytické železo, vyžíhané ve vakuu, a měří 0·15 G. Švédské měkké železo má koercitivní sílu 0·7 až 1·0 G, litina 4 až 5 G, nekalená ocel 17 G, kalená ocel 52 G, kalená ocel wolframová 70 G, kobaltová ocel až 240 G.

Při uzavření cyklu dostaneme *hysteretickou smyčku*  $ABCDEF A$  (obr. 322). Lze dokázat, že plocha této smyčky měří energii  $W$  spotřebovanou na střídavou magnetisaci železa, jež se při tom přeměnila v teplo. Vedle nevíтанé ztráty elmg. energie působí ještě vznikající teplo škodlivě tím, že zahřívá železné jádro a tím zhoršuje jeho mg. vlastnosti. Je proto snahou míti pro dynamo a motory takové železo, pro něž je *hysteretická smyčka* co možná úzká a má tedy malou plochu; tomu dobře vyhovuje měkké železo.

Naopak pro hotovení trvalých magnetů vyhledávají se takové druhy oceli, které mají velkou remanenci a také velkou koercitivní sílu; pak slabá mg. pole mění magnetisaci magnetu jen nepatrně. Uvedené podmínce dobře vyhovuje kalená ocel, zejména s přidavkem wolframu, chromu nebo molybdenu. V nové době pro permanentní magnety se volí slitiny oceli a kobaltu s přidavky Mn a Cr, jež mají při stejné remanenci jako ocel až třikrát větší koercitivní sílu. Nejvýhodnější slitina obsahuje asi 54·6 % Fe, 36 % Co, 1·1 % C, 3·5 % Mn a 4·8 % Cr.

**215. Tangentová busola.** K přesnému měření intenzity proudové podle mg. účinků užíváme *busoly tangentové* (obr. 323). Je to několik kruhových závitů, jejichž svislá rovina, otáčivá kolem svislé osy, souhlasí s mg. poledníkem. Ve středu kruhových závitů je busola, t. j. malá magnetka deklinační  $m$  opatřená ukazovatelem  $u$ , jímž odčítáme polohu magnetky na děleném kruhu. Pokud neprochází kruhovými závity proud, působí na magnetku pouze zemské pole  $mg$ , a to vodorovnou složkou  $mg$ . síly  $H$ , takže magnetka ukazuje směrem mg. poledníku. Prochází-li závity proud intenzity  $I$  ampér, vzniká ve středu mg. síla  $H_1$  kolmá k mg. poledníku, jejíž velikost je podle dřívějšího (odst. 208)



Obr. 323.  
Vodorovný  
řez busolou  
vztahem  
tangentovou.

$$H_1 = \frac{2\pi z I}{10r},$$

je-li  $z$  počet závitů a  $r$  jejich poloměr. Tato mg. síla  $H_1$  se skládá vektorově se zemskou mg. silou  $H$  ve výslednici  $H'$ , odchýlenou od mg. meridiánu o úhel  $\varphi$ , určený

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{H_1}{H} = \frac{2\pi z I}{10rH}.$$

Magnetka se postaví směrem výsledné mg. síly  $H'$  a z její polohy můžeme určit úhel  $\varphi$ ; pak z hořejšího vztahu dostáváme pro intenzitu proudu  $I$  v ampérech vzorec

$$I = \frac{10rH}{2\pi z} \cdot \operatorname{tg} \varphi = C \cdot \operatorname{tg} \varphi.$$

Intenzita proudu je tudíž úměrná tangentě výchylky (odtud jméno busoly). Konstanta úměrnosti

$$C = \frac{10rH}{2\pi z}$$

nazývá se *redukční faktor* a má na určitém místě pro danou busolu stálou hodnotu (nehledíme-li k malým změnám  $H$ ).

Abychom vymýtili chybu vznikající z toho, že osa magnetky nesouhlasí přesně se středem děleného kruhu, odčítáme výchylku na obou koncích ukazovatele a bereme průměr. Chyba vznikající tím, že rovina závitů nesouhlasí přesně s mg. poledníkem, odstraní se tím, že měření opakujeme po komutaci proudu (t. j. když závity prochází též proud v obráceném směru) a z obou měření stanovíme průměr.

Tangentová busola je sice přístroj přesný v tom smyslu, že se dá závislost výchylky  $\varphi$  na intenzitě  $I$  stanovit jednoduchým vzorcem. Užívá se jí proto k základním měřením pro vztah mezi intenzitou definovanou pomocí mg. pole a mezi intenzitou definovanou na základě elektrolysy. Je však málo citlivá a závisí též na mg. poli a na jeho poruchách, způsobovaných jak

blízkými železnými předměty, tak i okolním silnoproudým vedením, kteréžto poruchy ve městech bývají značně velké. Proto se jí pro praktická měření nepoužívá.

**216. Galvanometry s pohyblivou magnetkou.** Galvanometry (obr. 324) jsou přístroje založené na podobné myšlence jako tangentová busola, u nichž však hledíme dosáhnouti co největší citlivosti. Větší citlivosti docílíme tím, že magnetku zavěsíme na tenké vlákno *v* a ovineme ji co možná těsně velkým počtem závitů; takto upravený galvanometr se nazývá *multiplikátor*.

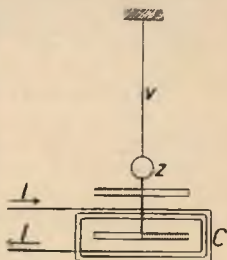
Citlivost se ještě zvýší, použijeme-li magnetky astatické, jež se skládá ze dvou co možná stejných magnetek pevně spojených tak, aby nesouhlasné póly byly nad sebou. Tím se značně zmenší účinek zemského pole mg.; cívka *C* jest ovinuta jen kolem jedné magnetky. Pak se i velmi slabým proudem vychyluje magnetka zřetelně z původní polohy. Výchylku odčítáme buď podle ukazovatele s vnější magnetkou spojeného na děleném kruhu nebo ještě lépe spojíme magnetky s malým zrcátkem *z* a odčítáme dalekohledem a škálou (t. zv. zrcadlové odečítání, obr. 7 na str. 16). Takovéto galvanometry se nazývají *zrcadlové*.

Mnohdy bývá cívka *C* rozdělena ve dvě co možná stejné části a každou polovicí je možno vésti jiný proud. Jestliže oba proudy procházejí opačnými směry, působí na magnetku pouze rozdíl jejich intenzit. Jsou-li obě intenzity stejné, jejich účinek se vzájemně ruší, což je citlivý znak jejich rovnosti. Takto upravený galvanometr nazývá se *diferenciální*.

Citlivost galvanometru při odčítání na děleném kruhu jest určena intenzitou proudu potřebnou na výchylku o 1 stupeň škály. Při zrcadlovém odčítání rozumíme citlivostí onu intenzitu, které je třeba na výchylku 1 mm na škále vzdálené 1 metr od zrcátka.

Magnetka citlivých galvanometrů poměrně dlouho kývá kolem své rovnovážné polohy, takže bychom musili dlouho čekat na její ustálení. Tato závada se odstraní tím, že kolem magnetky dáme masivní měděný plášť. Při kývání magnetky vzbuzují se v plášti indukované proudy, jež podle Lenzova pravidla (odst. 222) se protíví pohybům magnetky; tím se její kyvy brzo utlumí.

*Balistický galvanometr* jest upraven k tomu, abychom mohli měřiti množství elektřiny, které se vybíjí krátkotrvajícím proudem (na př. při výboji nabitého kondensátoru). Užíváme k tomu galvanometru, jehož magnetka poměrně zvolna kýve. Pak vzniklý výboj přejde tak rychle, že magnetka je ještě ve své nulové poloze. Proudovým nárazem výboje dostane magnetka pouze rotační



Obr. 324.  
Schema galvanometru.

rychlost, úměrnou množství prošlé elektřiny; jejím účinkem se pak vychýlí z původní polohy o výchylku  $\varphi$ . Množství prošlé elektřiny  $q$  jest úměrné této výchylce, tedy

$$q = C \cdot \varphi.$$

Galvanometry s pohyblivou magnetkou jsou závislé na zemském poli magnetickém a na všech jeho poruchách, vznikajících buď jinými silnými proudy nebo přítomností železa v okolí. Proto se dává nyní přednost galvanometrům s pohyblivou cívkou, o nichž pojednáme později (odst. 218) a jež na zemském poli mg. nezávisí.

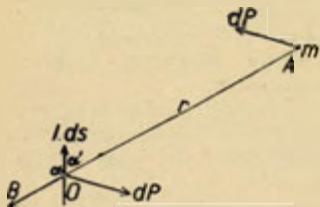
## 217. Působení magnetického pole na pohyblivý proud.

Proud vzbuzuje ve svém okolí mg. pole a tím způsobuje pohyb pohyblivého magnetu. Je-li však magnet pevný a proud pohyblivý, očekáváme podle principu akce a reakce, že se proudovodič účinkem mg. pole magnetu dostane do pohybu. Směr a velikost síly  $dP$ , jež působí na element proudový v mg. poli intensity  $H$ , stanovíme z Biot-Savartova zákona podle principu akce a reakce. Element proudový  $I \cdot ds$  v bodě  $O$  (obr. 325) způsobuje v bodě  $A$  mg. pole intensity

$$dH' = \frac{I \cdot ds}{r^2} \cdot \sin \alpha',$$

takže mg. pól  $m$  tam umístěný podléhá síle

$$dP = m \cdot dH' = \frac{m \cdot I \cdot ds}{r^2} \cdot \sin \alpha',$$



Obr. 325.

Síla působící na proud v mg. poli.

namířené kolmo za nákresnu. Na proud  $I \cdot ds$  musí tedy podle principu akce a reakce působiti stejně velká síla  $dP$  směřující kolmo před nákresnu. Mg. pól  $m$  v bodě  $A$  vzbuzuje v místě proudu, značí-li  $\mu$  permeabilitu stejnorodého prostředí, mg. sílu

$$H = \frac{m}{\mu r^2}, \quad \text{takže} \quad \frac{m}{r^2} = \mu H = B.$$

Dosazením do výrazu pro  $dP$  dostáváme

$$dP = B \cdot I \cdot ds \cdot \sin \alpha' = B \cdot I \cdot ds \cdot \sin \alpha,$$

kde  $\alpha = 180^\circ - \alpha'$  znamená úhel sevřený směrem proudu a směrem mg. indukce  $B$ . V uvedeném vzorci není obsaženo nic, co by se vztahovalo na mg. pól  $m$  vzbuzující mg. pole; musí tudíž platiti obecně, ať je mg. pole vzbuzeno jakýmkoliv způsobem.

Prostředí jest ovšem zpravidla vzduch, jehož permeabilita se velmi přibližně rovná jedničce; v tomto případě můžeme proto ve vzorci pro sílu  $dP$  nahraditi mg. indukci  $B$  mg. intensitou  $H$ , takže jest  $dP = H \cdot I \cdot ds \cdot \sin \alpha$ .



Poněvadž směr mg. pole proudem vzniklého byl stanoven podle Ampèreova pravidla pravou rukou, bude určen pohyb proudovodiče, jenž je opačného směru, levou rukou stejně položenou, čímž dostáváme Flemingovo pravidlo levé ruky:

Položíme-li levou ruku na proudovodič tak, aby prsty ukázaly po proudu a mg. siločáry vstupovaly do dlaně, pohybuje se proud na stranu palce.

Síla  $dP$  jakožto vektor (obr. 326) jest kolmá jak na směr proudu  $ds$ , tak i na směr mg. indukce  $B$  a jest určena co do velikosti i směru vektorovým součinem

$$dP = I \cdot [ds \cdot B],$$

jehož velikost jest (str. 36)

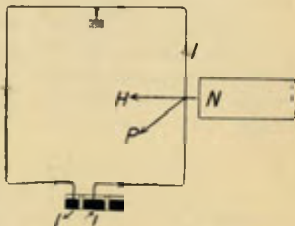
$$dP = I \cdot ds \cdot B \cdot \sin \alpha$$

a je kolmý na rovinu  $(ds, B)$  a to na tu stranu, s níž otočení od  $ds$  k  $B$  vidíme v kladném smyslu.

Síla, která působí na celý uzavřený tuhý proudovodič, určí se integrací, t. j. tím, že složíme všechny elementární síly  $dP$  působící na jednotlivé elementy proudové. Poznali jsme již, že uzavřený proud vzhledem k účinkům magnetickým dá se nahraditi mg. dvojrivrstvou proloženou proudovodičem, jejíž každá jednotka plošná má mg. moment rovný intenzitě proudu  $I$  v abs. míře elmg. To platí i pro sílu působící na tuhý proudovodič, jež je právě taková, jaká by působila na mg. dvojrivrstvu daný proud nahrazující.

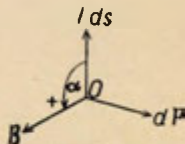
Při pohybu tuhého proudovodiče v mg. poli je však třeba přihlížeti též k tomu, že jeho pohybem vzniká v něm indukovaný proud takového směru, že se částečně protiví vznikajícímu pohybu.

Pohyb proudu v mg. poli můžeme demonstrovati buď pomocí Ampèreova stativu (obr. 327) nebo pomocí Barlowova kolečka. — Zavěsíme-li na Ampèreův stativ lehký solenoid (místo narysovaného čtverce), zjistíme, že se účinkem zemského pole magnetického staví jeho osa do směru mg. poledníku (chová se tedy jako magnet).



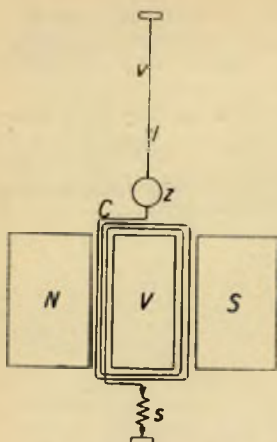
Obr. 327. Ampèreův stativ.

**218. Galvanometry s pohyblivou cívkou.** Na ponderomotorickém účinku mg. pole na proud zakládá se měření intenzity proudové užitím galvanometru s pohyblivou cívkou (systém



Obr. 326.  
Vektorové znázornění  
síly působící na  
proudovodič.





Obr. 328. Galvanometr s pohyblivou cívkou.

Deprez-d'Arsonval). Mezi póly  $N$  a  $S$  (obr. 328) silného permanentního magnetu visí lehká cívka  $C$ , zavěšená na tenkém pásku  $v$ , jímž se přivádí do cívky proud; odvádí se spodem jemnou spirálou  $s$ , uvádějící cívku do její nulové polohy, v níž rovina závitů má směr mg. pole. Uvnitř cívky bývá pevné železné jádro  $V$  k tomu účelu, aby se zmenšil mg. odpor a tím se zesílilo mg. pole. S cívkou bývá spojen ukazovatel ukazující na dělenou stupnici nebo malé zrcátko  $z$ , určené k zrcadlovému měření odchylek (buď subjektivně dalekohledem a škálou nebo objektivně tak, že se osvětlená značka promítá po odraze na zrcátku na vzdálenou stupnici).

Budiž  $l$  výška a  $a$  šířka jednoho závitu, takže  $p = l \cdot a$  je jeho plocha. Mg. pole mezi póly magnetu a železným jádrem má velmi přibližně všude stejnou intensitu  $H$ . Procházejí-li závitem proud intensity  $I$  působí na svislé části každého závitu síla  $P = H \cdot l \cdot I$  (směřující při daném uspořádání v levé části dopředu, v pravé části dozadu). Obě tyto síly se skládají ve dvojici, jež pro jeden závit činí

$$D_1 = P \cdot a = H \cdot I \cdot l \cdot a = H \cdot I \cdot p$$

a pro celou cívku, má-li  $z$  závitů,

$$D = H \cdot I \cdot p \cdot z.$$

Touto dvojicí snaží se mg. pole vychýlit cívku do té polohy, v níž by plocha cívky byla kolmá k spojnici obou pólů. Proti tomuto vychýlení působí torsní dvojice pásku  $v$  a spirály  $s$ , jejíž velikost jest úměrná výchylce  $\varphi$ . Cívka se postaví do takové rovnovážné polohy, v níž obě dvojice se právě rovnají, tedy

$$H \cdot I \cdot p \cdot z = \text{konst. } \varphi, \quad \text{z čehož } I = \frac{\text{konst.}}{H \cdot p \cdot z} \cdot \varphi = C \cdot \varphi.$$

Konstanta  $C$  se nazývá redukční faktor galvanometru. Intenzita proudu je v dosti širokých mezích úměrná výchylce  $\varphi$ .

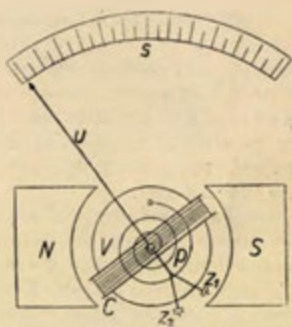
Kyvy cívky se tlumí tím, že cívka bývá navinuta na stříbrném nebo aluminiovém rámečku. V něm při pohybech cívky se indukují proudy, jež se vždy protiví pohybům cívky. Vhodnou úpravou rámečku dá se dosáhnouti toho, že cívka vůbec nekývá, nýbrž konajíc aperiodický pohyb hned se ustálí v nové rovnovážné poloze.

Předností galvanometrů s pohyblivou cívkou jest, že nezávisí na zemském poli magnetickém a že tedy lze jimi měřiti v každé poloze, a dále, že aperiodický pohyb činí měření velmi rychlým. Proto se jich nyní při přesných měřeních užívá téměř všeobecně. Ovšem citlivost galvanometrů s pohyblivou cívkou bývá zpravidla menší než galvanometrů s pohyblivou magnetkou, jichž proto užíváme tam, kde záleží na největší citlivosti (až  $10^{-12}$  A pro výchylku 1 mm na stupnici 1 m vzdálené).

Citlivými galvanometry smí procházeti jen velmi slabý proud. Máme-li měřiti silnější proudy, je třeba citlivost galvanometru snížit malým odporem paralelně k cívce zařazeným, jenž se nazývá *shunt*. Jeho význam bude vyložen v následujícím odstavci při popisu ampérmetru.

**219. Ampérmetry a voltmetry.** *Ampérmetr* je vlastně galvanometr s ukazovatelem a se stupnicí vyznačující ampéry. Nejlepší jsou ampérmetry *Westonovy*, založené na téže myšlence jako galvanometry s pohyblivou cívkou.

Mezi silnými mg. póly *N* a *S* (obr. 329) válcovitě vyhloubenými je pevné válcové jádro *V* z měkkého železa, takže v prostoru mezi oběma vzniká silné mg. pole, jehož siločáry jsou kolmé k plášti válce *V*. Kolem osy válce *V* může se otáčet jemná cívka *C*, navinutá na vodivém rámečku (stříbrném nebo aluminiovém, aby pohyb cívky byl aperiodický). Cívka je pevně spojena s ukazovatelem *u*, ukazujícím na stupnici *s*. Ukazovatel na druhé straně bývá rozvětven a opatřen dvěma malými posuvnými závažíčky *z*<sub>1</sub> a *z*<sub>2</sub>; jejich posouváním dosáhne se toho, aby těžiště ukazovatele a cívky leželo přesně na otáčecí ose. Ukazovatel a cívka jsou udržovány v nulové poloze spirálním vláskovým pérem *p*. Prochází-li cívkou měřený proud intensity *I*, vytáčí se cívka vzniklou dvojicí z nulové polohy do nové rovnovážné polohy, v níž dvojice mg. polem vzbuzená právě se udržuje v rovnováze dvojicí vzniklou pružností spirálního péra. Ukazovatel stanoví pak na stupnici *s* intensitu měřeného proudu. Stupnice takto upraveného přístroje bývá zpravidla nanesena v miliampérech (1 mA = 0.001 A) a proto se tento přístroj nazývá *miliampérmetr*.



Obr. 329. Ampérmetr *Westonův*.

Chceme-li měřiti tímto miliampérmetrem silnější proudy, připojíme paralelně k cívce malý odpor zvaný *shunt*. Máme-li měřiti *n*-krát silnější proudy a je-li odpor cívky *R*, musí míti připojený *shunt* odpor (*n* - 1)-krát menší (t. j. (*n* - 1)-krát větší vodivost),

tedy

$$r = \frac{R}{n-1}.$$

Podle zákona o rozvětvení proudu celý vnější proud  $I$  rozdělí se podle vodivosti obou větví, takže cívkou prochází intensita  $\frac{I}{n}$  a shuntem  $\frac{n-1}{n} I$ . Měřený proud má tedy  $n$ -krát větší intensitu, než jakou ukazuje ukazovatel na stupnici.

Měříme-li intensitu proudu ampérmetrem, musí celý proud procházeti měřicím přístrojem (cívkou a shuntem). Proto se ampérmetr zapíná vždy seriově do vedení. Aby se zařazením ampérmetru do vedení nezměnila znatelně intensita proudu, má mít ampérmetr vnitřní odpor co možná malý.

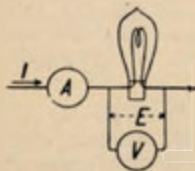
Známe-li vnitřní odpor  $R$  ampérmetru a stanovíme-li jím intensitu  $I$  procházejícího proudu, pak je podle Ohmova zákona napětí  $E$  na svorkách

$$E = R \cdot I.$$

Můžeme tudíž ampérmetrem také měřit napětí proudu. Přístroje, jejichž stupnice je přímo nanесena ve voltech, nazývají se *voltmetry* (jsou to tedy vlastně ampérmetry s voltovou stupnicí). Měříme-li voltmetrem napětí na daném odporu, musíme jej připojit paralelně, aby celé napětí působilo na svorkách voltmetru. Aby se paralelním připojením nezměnilo znatelně rozdělení proudu a napětí, musí mít voltmetr malou vodivost, tedy přiměřeně velký odpor.

Také u voltmetru můžeme měnit význam stupnice a to tím, že mu předřadíme odpor. Chceme-li voltmetrem vnitřního odporu  $R$  měřit napětí  $n$ -krát větší, předřadíme mu odpor  $(n-1)R$ . Celkové měřené napětí  $E$  rozdělí se na předřazený odpor a voltmetr v poměru jejich odporů, takže na předřazeném odporu je  $\frac{n-1}{n} \cdot E$  a na voltmetru samém  $E/n$ . Je pak celkové měřené napětí  $n$ -krát větší, než kolik se odečte na stupnici.

Schematicky označuje se ampérmetr kolečkem, v němž je písmeno  $A$ , podobně voltmetr kolečkem s písmenem  $V$ . Na obr. 330 je naznačeno zařazení ampérmetru a voltmetru při měření intensity a napětí proudu procházejícího žárovkou.



Uvedených ampérmetrů a voltmetrů lze užívatí toliko pro proudy stejnosměrné; při tom musí jimi procházeti proud vždy v udaném směru (od svorky označené  $+$  ke svorce označené  $-$ ). Vedle nich používá se též t. zv. žárových ampérmetrů a voltmetrů, jež jsou založeny na tepelných účincích proudu a jež jsme již popsali. Jejich výhodou je, že lze jimi měřit jak stejnosměrné, tak i střídavé proudy

Obr. 330. Schema měření. (stupnice je v obou případech táž).

# Kramerius 5

Digitální knihovna

---

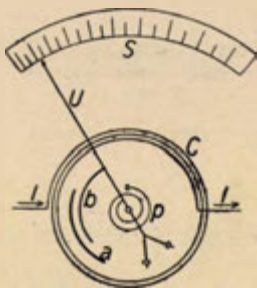
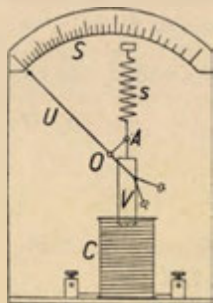
## Podmínky využití

Moravská zemská knihovna v Brně poskytuje přístup k digitalizovaným dokumentům pouze pro nekomerční, vědecké, studijní účely a pouze pro osobní potřeby uživatelů. Část dokumentů Digitální knihovny MZK podléhá autorským právům. Využitím Digitální knihovny MZK a vygenerováním kopie části digitalizovaného dokumentu se uživatel zavazuje dodržovat tyto podmínky využití, které musí být součástí každé zhotovené kopie. Jakékoli další kopírování materiálu z Digitální knihovny MZK není možné bez případného písemného svolení knihovny.

Hlavní název: **Technická fyzika**

Stránky: 431, 432, 433, 434, 435, 436, 437, 438, 439, 440, 441, 442, 443, 444, 445, 446, 447, 448, 449, 450, 451, 452, 453, 454, 455, 456, 457, 458, 459, 460, 461, 462, 463, 464, 465, 466, 467, 468, 469, 470, 471, 472, 473, 474, 475, 476, 477, 478, 479, 480, 481, 482, 483, 484, 485, 486, 487, 488, 489, 490, 491, 492, 493, 494, 495, 496, 497, 498, 499, 500, 501, 502, 503, 504, 505, 506, 507, 508, 509, 510, 511, 512, 513, 514, 515, 516, 517, 518, 519, 520, 521, 522, 523, 524, 525, 526, 527, 528, 529, 530, 531, 532, 533, 534, 535, 536, 537, 538, 539, 540, 541, 542, 543, 544, 545, 546, 547, 548, 549, 550

Pro technická měření, při nichž se nevyžaduje zvláštní přesnost, jsou upraveny t. zv. *elektromagnetické* přístroje měřicí, skládající se na vtahování železného jádra do cívky, jíž prochází proud. Takovýto demonstrační ampérmetr je znázorněn na obr. 331. Válec  $V$  z měkkého železa visí na vzpružině  $s$  nad cívkou  $C$ , do níž jen zčásti zasahá. Čím silnější proud prochází cívkou  $C$ , tím více se vtahuje zmagnetovaný válec do cívky; tento pohyb se přenáší krátkou pákou  $OA$  na ukazovatele  $U$ , otáčivého kolem osy  $O$  a ukazujícího na stupnici empiricky nanesenou.



Obr. 331. Demonstrační ampérmetr elmg. Obr. 332. Technický ampérmetr elmg.

*Technické* ampérmetry elektromagnetické mají uvnitř cívky  $C$  (obr. 332) dva válcové segmenty z měkkého železa, z nichž jeden  $a$  je pevný, druhý  $b$  je otáčivý a je spojen s ukazovatelem  $U$  a se spirálním pérem  $p$ . Prochází-li cívkou proud, zmagnetují se oba železné plíšky souhlasně a proto se odpuzují, tím více, čím silnější je proud. Velikost výchylky je zhruba úměrná dvojnásobku intenzity proudové, proto stupnice  $S$  je nestejnoměrná.

Výhodou takovýchto elmg. ampérmetrů vedle jednoduchosti je též to, že můžeme jimi měřit také intenzitu střídavých proudů. Avšak stupnice pro střídavé proudy (označená  $\sim$ ) je jiná než pro proudy stejnosměrné (označená  $=$ ).

**220. Vzájemné působení dvou proudů.** Na každý element  $ds$  proudovodiče protékaného proudem  $I_1$  působí v mg. poli intenzity  $H$  síla  $dP$  (odst. 217), klademe-li ve vzduchu  $\mu = 1$  a tedy  $B = H$ ,

$$dP = I_1 \cdot [ds \cdot H], \text{ t. j. velikosti } dP = I_1 \cdot H \cdot ds \cdot \sin \alpha,$$

jež nezávisí na tom, čím bylo toto mg. pole vzbuzeno. Bylo-li mg. pole vzbuzeno druhým proudem  $I_2$ , je mg. síla  $H$  úměrná jeho intenzitě a pak síla  $dP$  jest úměrná součinu obou intenzit  $I_1 \cdot I_2$ .



Celkové vzájemné působení dvou proudů  $I_1$  a  $I_2$  tedy najdeme, když stanovíme mg. sílu  $H_1$ , vzbuzenou prvním proudem v každém místě druhého proudu, určíme příslušné síly  $dP$  na všechny elementy  $ds_2$  druhého proudu a složíme je. Takováto prostorová soustava sil  $dP$  dá se nahraditi (srovn. odst. 35) jednou výslednicí  $R$  a jednou dvojicí  $D$ , jež obě jsou úměrné součinu intenzit  $I_1 \cdot I_2$ , tedy

$$R = C_1 \cdot I_1 \cdot I_2, \quad D = C_2 \cdot I_1 \cdot I_2.$$

Obr. 333. Vzájemné působení dvou přímých stejnosměrných proudů.

podle vzorce odvozeného v odst. 209

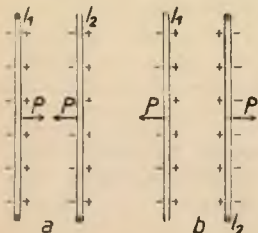
$$H_1 = \frac{2 I_1}{r}.$$

Podléhá tedy každá jednotka délková druhého proudu  $I_2$  síle

$$P = I_2 \cdot H_1 \cdot 1 = \frac{2 I_1 I_2}{r},$$

jež podle pravidla levé ruky směřuje k prvnímu proudu. Stejně síle podléhá ovšem též každá délková jednotka prvního proudu. Touto silou (vztahovanou na jednotku délkovou) se tudíž souhlasně rovnoběžné proudy přitahují.

Stejnou úvahou poznáme, že dva rovnoběžné proudy opačného směru se odpuzují silou právě tak velkou, jako v případě předešlém. Jsou-li oba proudy mimoběžné, vzniká ještě dvojice sil, jež se snaží oba proudy postavit do souhlasně rovnoběžného směru; pak ovšem se přitahují. Veškeré tyto případy můžeme demonstrovati na Ampèrově stativu.

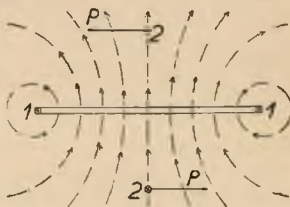


Obr. 334. Vzájemné působení proudů: a) stejnosměrných, b) nestejnosměrných.

mg. dvojvrstvami. Takto snadno poznáme, že dva kruhové proudy

souhlasného směru se přitahují, za nesouhlasného směru se odpuzují (obr. 334).

Pro upotřebení je důležité vyšetřiti, jak se chovají dvě kruhové cívky zkřížené, z nichž jedna, na př. vnější, je pevná. Známe-li si mg. pole pevné cívky siločarami (obr. 335), poznáváme podle pravidla levé ruky, že na otáčivou vnitřní cívku působí dvojice sil, jež ji hledí stočiti tak, aby proud v obou cívkách měl souhlasný směr. Výsledná dvojice jest úměrná součinu obou intenzit  $I_1$  a  $I_2$  a ovšem také součinu počtu závitů každé cívky. Jestliže oběma cívkami prochází týž proud, je výsledná dvojice úměrná dvojmoči jeho intenzity.



Obr. 335.

Dva zkřížené kruhové proudy.

**221. Elektrodynamometry a wattmetry.** *Elektrodynamometr* (nebo zkratka dynamometr) se skládá ze dvou zkřížených plochých cívek, z nichž vnější je pevná, vnitřní cívka je zavěšená na kovovém pásku, takže se může otáčet kolem svislé osy. Proud se přivádí závěsným páskem a odvádí spodem kovovou spirálou. S otáčivou cívkou je spojen buď ukazovatel ukazující na stupnici nebo zrcátko pro zrcadlové odčítání výchylek. Je to tedy vlastně galvanometr s pohyblivou cívkou, v němž mg. pole je buzeno proudem v pevné cívce.

Prochází-li oběma cívkami týž stejnosměrný proud, jest podle dřívějšího výkladu dvojice působící na vnitřní cívku úměrná dvojmoči intenzity proudové a tedy též výchylka  $\alpha$  jest (velmi přibližně) úměrná  $I^2$ ,  $\alpha = \text{konst. } I^2$ , z čehož  $I = C \cdot \sqrt{\alpha}$ .

Elektrodynamometr může býti upraven buď jako ampérmetr (malý vnitřní odpor, stupnice v ampérech) nebo jako voltmetr (velký vnitřní odpor, stupnice ve voltech), jak jsme to poznali již dříve.

Předností elektrodynamometru jest, že ho můžeme používat k měření střídavých proudů, v nichž intenzita  $i$  se mění časově podle vztahu

$$i = I_0 \cdot \sin \frac{2\pi t}{T} = I_0 \cdot \sin \omega t;$$

při tom jest  $T$  perioda,  $\omega$  kruhová frekvence a  $I_0$  maximální intenzita střídavého proudu. Otáčivá cívka při rychlém střídání proudu nemůže sledovati tyto rychlé změny a staví se do jisté střední

výchylky  $\alpha$ , jež přísluší kvadratickému průměru  $I$  intenzity proudové. Tento kvadratický průměr  $I$  je definován vztahem

$$I^2 = \frac{I_0^2}{T} \int_0^T \sin^2 \frac{2\pi t}{T} \cdot dt = \frac{I_0^2}{2T} \int_0^T \left(1 - \cos \frac{4\pi t}{T}\right) dt = \frac{I_0^2}{2T} \cdot T = \frac{I_0^2}{2},$$

takže

$$I = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = 0.707 \cdot I_0,$$

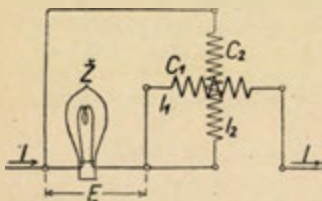
a nazývá se efektivní intenzita daného střídavého proudu (srovn. odst. 229). Elektrodynamometr stanoví tudíž efektivní intenzitu  $I$  podle vzorce

$$I = C \cdot \sqrt{\alpha}.$$

Je-li zařízen jako voltmetr, stanoví podobně efektivní napětí  $E$ , jež souvisí s maximálním napětím  $E_0$  vztahem

$$E = \frac{E_0}{\sqrt{2}} = 0.707 \cdot E_0.$$

Elektrodynamometr může býti upraven tak, že jeho výchylka přímo určuje výkonnost  $E \cdot I$  stejnosměrného proudu ve wattech,



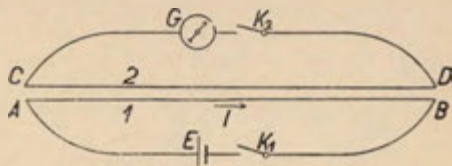
Obr. 336. Schema měření wattmetrem.

a pak se nazývá *wattmetr* (srovn. schematický obrázek 336, v němž zkřížené cívky jsou naznačeny jako odpory). Pevnou cívkou  $C_1$  malého odporu se vede celý měřený proud  $I$ . Otáčivá cívka  $C_2$ , mající velký odpor  $R_2$ , připojí se paralelně k odporu (na př. k žárovce  $Z$ ), v němž se měří výkonnost proudu, takže celé napětí  $E$  je také na koncích cívky  $C_2$ ; jí protéká proud  $I_2 = E/R_2$ . Výchylka wattmetru jest úměrná součinu intenzit  $I \cdot I_2$  a tedy též součinu  $E \cdot I$ , jenž právě stanoví výkonnost proudu v zkoumané žárovce.

Stejným způsobem se též měří výkonnost střídavého proudu; ovšem musí býti postaráno o to, aby samoindukcí obou cívek nevznikalo fázové posunutí intenzity proti napětí (srovnej výklad o střídavých proudech odst. 228 a 229).

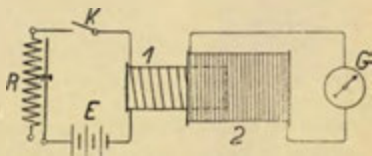
**222. Elektromagnetická indukce.** Poznali jsme již zjevy elektrostatické a magnetické indukce, že totiž vodič v blízkosti jiného nabitého vodiče se stává také elektrickým a že měkké železo v blízkosti magnetu se zmagnetuje. Faraday (1832) vyšetřoval, zdali podobná indukce se jeví také při proudech elektrických. Použil k tomu

dvou dlouhých rovnoběžných drátů (obr. 337), z nichž první  $AB$  (t. zv. primární) byl spojen s baterií  $E$  a vypínačem  $K_1$  a druhý  $CD$  (t. zv. sekundární) byl připojen k citlivému galvanometru  $G$  a vypínači  $K_2$ . Byl-li vypínač  $K_1$  vepjat, tak- že primárním vedením procházel stálý proud  $I$ , nedal se zjistiti galvanometrem po zapnutí vypínače  $K_2$  vůbec žádný proud v sekundárním vinutí; Faradayem hledaná indukce proudová tedy neexistuje. Ale Faraday zjistil jiný zjev. Byl-li vypínač  $K_2$  v sekundárním vedení trvale zapjat, pak při každém vepnutí primárního proudu vznikl v sekundárním drátu krátkotrvající proud opačného směru; při vypnutí primárního proudu vznikl v sekundárním vedení krátkotrvající proud souhlasného směru. Faraday nazval tyto zjevy voltaická indukce. Dalšími pečlivými pokusy zjistil, že takovéto krátkotrvající proudy mohou také vznikat, stočíme-li sekundární drát  $CD$  do tvaru cívky, k níž přibližujeme magnet nebo od níž jej oddalujeme; tyto zjevy nazval magnetoindukce. Faraday sám brzo poznal, že všechny uvedené zjevy jsou téhož původu. Indukovaný proud vzniká při každé změně magnetického pole v okolí uzavřeného proudovodiče a tento souborný zjev nazývá se podle Faradaye elektromagnetická indukce. To je technicky nejdůležitější objev Faradayův, neboť na něm spočívá výroba silných proudů v dynamech, což je základ moderní elektrotechniky.



Obr. 337. Faradayův pokus o indukci.

Pokusy o elmg. indukci konáme po příkladu Faradayově užívající dvou cívek do sebe zasunovatelných (obr. 338), z nichž primární 1 je spojena s proudovým zdrojem  $E$ , proměnným odporem  $R$  a vypínačem  $K$ ; sekundární cívka 2 je spojena s citlivým galvanometrem  $G$  (nejlépe balistickým). Z pokusů poznáváme:



Obr. 338. Pokusy o elmg. indukci.

Při spojení, zesílení nebo přiblížení primárního proudu vzniká v sekundární cívkce proud směru opačného; při přerušení, zeslabení nebo oddálení primárního proudu vzniká v sekundární cívkce proud směru souhlasného s proudem primárním. Jestliže při tom vložíme do primární cívky jádro z měkkého železa, jsou veškeré



účinky mnohem větší. To poukazuje na to, že o indukovaném proudu nerozhoduje vlastně silový tok mg., jenž je v obou případech stejný, nýbrž indukční tok mg., jenž je při vložení železného jádra nepoměrně větší.

Předešlé pokusy můžeme pozměnit tím způsobem, že primární cívku nahradíme magnetem. Magnet má totiž podle dřívějšího výkladu stejné účinky jako solenoid, v němž prochází proud ve směru stanoveném Ampèreovým pravidlem. Z pokusů zjistíme:

Při přiblížení magnetu, po př. při vzniku nebo při zesílení magnetismu uvnitř sekundární cívky vznikají indukované proudy opačného směru, než jak by je určovalo pravidlo Ampèreovo. Při oddálení magnetu, po př. při zániku nebo zeslabení magnetismu vzniká indukovaný proud souhlasného směru s pravidlem Ampèreovým.

Veškeré tyto poznatky o směru indukovaných proudů můžeme shrnouti v jediné pravidlo t. zv. Lenzovo:

*Indukovaný proud má vždy takový směr, že svým účinkem se protíví změně, kterou byl vzbuzen.* Na př. při přiblížení primárního proudu vzniká sekundární proud opačného směru, jenž odpuzuje primární proud a tedy se protíví jeho přiblížování. Nebo při zesílení mg. pole uvnitř sekundární cívky vzniká proud opačný než podle pravidla Ampèreova; tento proud vzbuzuje opačné mg. pole, čímž se protíví zesilování původního mg. pole.

Uvedené Lenzovo pravidlo je v podstatě jen důsledek principu energie. Indukovaný proud představuje jistou energii, k jejímuž vzniku bylo třeba vnější práce; má-li se konati vnější práce, je třeba, aby vnější změna přemáhala účinky vznikajícího indukovaného proudu, jež se tudíž musí dané změně protivit.

Dosud jsme předpokládali, že je sekundární proudovodič v klidu, a indukované proudy jsme vzbuzovali změnou mg. pole v jeho okolí. Jestliže se však naopak proudovodič pohybuje v klidném poli mg., mění se tím silový a tedy i indukční tok mg. procházející plochou proudovodiče a očekáváme tudíž, že vznikají v něm také indukované proudy. To potvrzuje pokus s drátem připojeným k citlivému galvanometru; pohybujeme-li drátem napříč silného pole mg., vzbuzeného uvnitř pólů elektromagnetu, ukazuje galvanometr úchylku po dobu pohybu drátu na znamení, že se v něm indukuje proud. Směr vzniklého indukovaného proudu je při tom stanoven Flemingovým pravidlem pravé ruky:

Položíme-li na proudovodič pravou ruku tak, aby mg. siločáry vstupovaly do dlaně a pohyb se dál na stranu palce, má indukovaný proud směr prstů.

Pravidlo toto plyne z Lenzova pravidla a z pravidla levé ruky, určujícího pohyb proudovodiče v mg. poli. Vznikající proud musí se protivit pohybu,



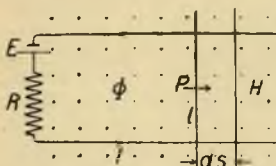
jímž jest vzbuzován, a musí míti tudíž směr opačný, než jaký určuje pravidlo levé ruky. Ale opačný směr k pravidlu levé ruky je právě směr určený pravou rukou.

**223. Foucaultovy vířivé proudy.** Indukované proudy vznikají také v masivních vodičích, jakmile se v jejich vnitřku mění mg. pole. Takovéto proudy se nazývají Foucaultovy nebo *vířivé* proudy. Podle Lenzova pravidla protíví se změnám mg. pole, jimiž vznikají, což lze pěkně ukázati Waltenhofenovým kyvadlem. Je to masivní měděná deska, kývající mezi póly elektromagnetu; jakmile zapnutím proudu vzbudíme mezi póly silné mg. pole, rozkývané kyvadlo se velmi rychle zastaví. Této okolnosti užíváme k tlumení kyvů měřicích přístrojů elektrických. V galvanometrech s pohyblivou magnetkou kývá magnetka uvnitř měděného pláště; kýváním magnetky vznikají v plášti silné vířivé proudy, jež svým účinkem rychle přivedou magnetku do klidu v její rovnovážné poloze. V galvanometrech s pohyblivou cívkou bývá cívka navinuta na lehkém stříbrném nebo aluminiovém rámečku; kýváním cívky v silném mg. poli budí se v rámečku indukované proudy, tlumící pohyby cívky. Takto dá se dosáhnouti toho, že cívka se ustálí hned ve své rovnovážné poloze, aniž by kývala (galvanometry aperiodické). V ampérmetrech a voltmetrech bývá pohyblivá část připojena k aluminiovému plišku, zasahujícímu mezi póly permanentního magnetu, takže kyvy se rychle tlumí vznikajícími indukovanými proudy (podobně jako u Waltenhofenova kyvadla).

Vířivé proudy, vznikající v železných jádrech elektromagnetů v motorech a dynamech, působí škodlivě a to z dvojí příčiny. Podle Lenzova pravidla se jejich účinek protíví daným změnám (na př. pohybu rotoru v dynamech), takže na jejich vzbuzení musíme zbytečně dodávati vnější práci, jež zůstává nezužitkována. Jejich energie se mění v teplo, jímž se zahřívá železné jádro a tím se jeho mg. vlastnosti zhoršují. Z toho důvodu hledíme při konstrukci motorů a dynam zamezení vzniku vířivých proudů; toho se dosáhne tím, že železné jádro je složeno z plechů navzájem izolovaných tak, aby rovina plechů byla všude kolmá k směru indukovaných proudů, ale souhlasila se směrem mg. čar indukčních.

**224. Základní zákon indukované elektromotorické síly.** Odvodíme základní zákon elmg. indukce pro nejjednodušší případ pohybu přímého proudovodiče v kolmém směru k stejnorodému poli mg. Proudovodič nechť se skládá ze dvou rovnoběžných holých drátů (obr. 339), k nimž je připojen článek ems.  $E$  a odpor  $R$  a jež jsou přepaženy pohyblivou příčkou délky  $l$ . Kolmo k ploše proudovodiče (nákresně) nechť je homogenní mg. pole inten-

sity  $H$ , v němž je tedy  $\text{mg.}$  indukce  $B = \mu H$ . Za ustáleného stavu (pokud je příčka  $l$  v klidu) vzniká v proudovodiči proud  $I_0 = E/R$ ; proudový zdroj  $E$  vydává za každou vteřinu práci  $EI_0$ , jež se mění odporem v rovnomocné teplo  $RI_0^2$  (měřené v joulech).  $\text{Mg.}$  pole působí na příčku  $l$  silou  $P_0$  v naznačeném směru (podle pravidla levé ruky), jež jest (odst. 217)



$$P_0 = B \cdot I_0 \cdot l.$$

Obr. 339. Zákon elmg. indukce.

Jestliže se však příčka pohybuje ve směru této síly, a to za dobu  $dt$  o dráhu  $ds$ , koná se na venek práce, na niž se spotřebuje část energie vydané článkem a proto vznikající intensita proudu  $I$  jest jiná (menší) než za klidu příčky. Za dobu  $dt$  vydá článek energii  $EI \cdot dt$ , z níž část se mění v Jouleovo teplo  $RI^2 \cdot dt$  a zbytek se potřebuje na konání vnější práce  $P \cdot ds = BIl \cdot ds$ . Podle principu energie musí platiti

$$EI \cdot dt = RI^2 \cdot dt + BIl \cdot ds$$

anebo po dělení  $I \cdot dt$

$$E = RI + Bl \cdot \frac{ds}{dt}.$$

Z této rovnice plyne pro intensitu  $I$  vznikajícího proudu

$$I = \frac{1}{R} \left( E - Bl \cdot \frac{ds}{dt} \right).$$

To znamená; intensita proudová  $I$  je menší, než jaká by byla za klidu příčky ( $I_0 = E/R$ ), a to tak, jako by vedle vnější  $\text{ems.}$   $E$  vznikla nová indukovaná elektromotorická síla  $E_i$ , daná vztahem

$$E_i = -Bl \cdot \frac{ds}{dt}.$$

Tato indukovaná  $\text{ems.}$   $E_i$  není závislá na intensitě proudu; z toho soudíme, že musí vzniknouti i tehdy, když do proudovodiče není zařazen vnější zdroj proudový (v daném případě článek). Pro její směr platí: pohyb příčky za daného směru proudu se řídil pravidlem levé ruky, ale indukovaná  $\text{ems.}$   $E_i$  má opačný směr a řídí se tedy pravidlem pravé ruky, jak jsme již dříve odvodili.

Vztah pro indukovanou  $\text{ems.}$   $E_i$  můžeme ještě jinak vyložit. Za dobu  $dt$  opsala pohybující se příčka plochu  $l \cdot ds$ , počet indukčních čar  $d\Phi$  touto plochou procházejících je  $B \cdot l \cdot ds$ , takže můžeme psáti

$$E_i = - \frac{d\Phi}{dt}.$$

Elektromotorická síla, indukovaná pohybem proudovodiče v mg. poli, rovná se počtu indukčních čar prořatých vodičem v jednotkové době.

Výraz  $d\Phi = B \cdot l \cdot ds$  znamená vzrůst indukčního toku skrze plochu proloženou proudovodičem. Předešlý vzorec tedy znamená, že indukovaná ems.  $E_i$  se rovná úbytku indukčního toku  $\Phi$ , procházejícího plochou proudovodiče, za vteřinu. V tomto znění má tato věta, jak lze podrobným rozбором ukázati, obecnou platnost pro všechny případy elmg. indukce. Tak dostáváme základní zákon elmg. indukce:

*Elektromotorická síla indukovaná v uzavřeném proudovodiči rovná se časové změně indukčního toku procházejícího plochou proudovodiče a má opačný směr než proud, jenž by onu změnu sám způsoboval.*

Dosavadní úvahy se vztahují na absolutní míru elektromagnetickou, v níž jednotkou ems. je  $10^{-8}$ V. Chceme-li tedy indukovanou ems.  $E_i$  vyjádřiti ve voltech, máme vztah

$$E_i = -10^{-8} \cdot \frac{d\Phi}{dt} \text{ volt.}$$

Indukční tok  $\Phi$  je při tom vyjádřen v jednotkách gauss.  $\text{cm}^2$ , kterážto jednotka se nazývá maxwell (značka M, srovn. odst. 180).

**225. Samoindukce.** Jestliže se mění intensita proudu protékajícího uzavřeným proudovodičem, mění se také mg. pole v okolí proudovodiče a tyto změny indukují elektromotorickou sílu v původním proudovodiči; tento zjev se nazývá *samoindukce*. Nejnapadněji se projevuje samoindukce, když proud procházející závity elektromagnetu přerušíme; samoindukcí vzniklý proud (t. zv. *extra-proud*) způsobuje jiskření na místě, kde byl původní proud přerušen.

Kolem vodiče, jímž protéká proud, vzniká mg. pole, jehož intensita  $H$  je v každém místě úměrná intenzitě proudové  $I$ . Vzniklé mg. pole představuje určitou energii  $W$ . Jak jsme poznali, hustota energie  $w$  (t. j. energie vězící v objemové jednotce) je dána vztahem (odst. 180)

$$w = \frac{B \cdot H}{8\pi} = \frac{\mu H^2}{8\pi}$$

a je tedy úměrná dvojmoci intensity  $H$  mg. pole a tudíž též dvojmoci intensity proudové  $I$ . To platí pro každý prostorový element mg. pole a tedy i pro celkovou energii  $W$  vzniklého mg. pole. Můžeme tudíž položit

$$W = \frac{1}{2} L \cdot I^2.$$

Koeficient  $L$  se nazývá *koeficient samoindukce* (nebo též zkrátka

*samoindukce*) a znamená dvojnásobnou energii mg. pole, vytvořeného jednotkovým proudem. Závisí ovšem na tvaru proudovodiče a na prostředí obklopujícím daný vodič (zejména na tom, jsou-li v okolí proudovodiče feromagnetické látky).

V *absolutní* míře elmg. má jednotka intensity proudové rozměr (odst. 208)

$$[I_{\text{elmg.}}] = \frac{g^{1/2} \cdot \text{cm}^{1/2}}{\text{sec}},$$

takže pro rozměr jednotky koeficientu samoindukce dostáváme

$$[L] = \left[ \frac{W}{I^2} \right] = \frac{g \cdot \text{cm}^2}{\text{sec}^2} : \frac{g \cdot \text{cm}}{\text{sec}^2} = \text{cm}.$$

V abs. míře elmg. má tedy koeficient samoindukce rozměr délky, ač ovšem délkou není; výsledek tento vznikl tím, že permeabilita se považuje (neprávem) za pouhé číslo. Abs. jednotkou samoindukce je centimetr.

V praktické míře jednotkou energie je joule a jednotkou intensity proudové ampér. Z toho plyne praktická jednotka koeficientu samoindukce, nazvaná *henry* (zkratka H)

$$1 \text{ H} = \text{henry} = \frac{\text{joule}}{\text{amp.}^2} = \frac{10^7 \frac{g \cdot \text{cm}^2}{\text{sec}^2}}{1 \frac{g \cdot \text{cm}}{\text{sec}^2}} = 10^9 \text{ cm} = 10^7 \text{ m} = \text{kvadrant}.$$

Jos. Henry (1797–1878) byl profesorem přírodních věd v New Jersey a znamenitě zařídil americký vědecký ústav Smithsonian ve Washingtoně.

Při spojení proudu musí se nejprve vytvořit mg. pole v okolí proudovodiče; na to se spotřebuje část energie dodávané zdrojem a jen zbytek se mění odporem v Jouleovo teplo. To znamená, že po spojení proudu jeho intensita jen postupně vzrůstá a nabude stálé hodnoty teprve, až je mg. pole vytvořeno.

Naopak při přerušení proudu nemůže energie nahromaděná v mg. poli bez náhrady zaniknouti; vzniká indukovaná ems. souhlasného směru, jíž se trvání proudu prodlužuje, což se po př. projeví jiskrou na místě přerušení.

Obecný vztah pro zjevy samoindukce při změnách intensity proudové dostaneme z principu energie. Vnější proudový zdroj, jehož ems. jest  $E$ , dodá za krátkou dobu  $dt$  energii  $EI \cdot dt$ , jež se zčásti mění v Jouleovo teplo  $RI^2 \cdot dt$  a zčásti se upotřebí na vzrůst  $dW$  energie mg. pole, takže platí

$$EI \cdot dt = RI^2 \cdot dt + d\left(\frac{1}{2} LI^2\right).$$

Za předpokladu, že proudovodič nemění svého tvaru, jest jeho

koeficient samoindukce  $L$  stálý; z hořejší rovnice plyne po zkrácení  $I$ . d  $t$  vztah

$$E = RI + L \cdot \frac{dI}{dt},$$

což je vlastně zobecnění Ohmova zákona pro proměnlivé proudy. Odtud dostáváme pro intensitu proudovou

$$I = \frac{1}{R} \left( E - L \cdot \frac{dI}{dt} \right).$$

Z tohoto vzorce soudíme, že při změnách intensity proudové vzniká v tuhém proudovodiči *samoindukční ems.*  $E_s$ , určená vztahem

$$E_s = -L \cdot \frac{dI}{dt}.$$

Vyjadřujeme-li  $L$  v henryech a  $I$  v ampérech, vychází  $E_s$  ve voltech.

Srovnáme-li výraz pro samoindukční ems.  $E_s$  s obecným výrazem pro indukovanou ems.  $E_i$ , totiž

$$E_i = -\frac{d\Phi}{dt}, \quad E_s = -L \frac{dI}{dt} = -\frac{d(LI)}{dt},$$

poznáváme, že  $LI = \Phi$  (až na konstantu, na níž nezáleží) a znamená *indukční tok*, ježž daný proud  $I$  vysílá plochou proloženou svým vlastním proudovodičem. Podle toho jest

$$L = \frac{\Phi}{I};$$

koeficient samoindukce znamená indukční tok, který vysílá jednotkový proud plochou vlastního proudovodiče.

Vyšetříme časový průběh proudu po spojení a po jeho přerušení. K proudovému zdroji  $E$  (obr. 340) je připojen vypínač  $K$  a cívka, mající samoindukci  $L$  a odpor  $R$ . Průběh proudu po spojení jest určen odvozeným zobecněním Ohmova zákona

$$L \frac{dI}{dt} + RI = E,$$

kteréžto diferenciální rovnici vyhovuje integrál

$$I = \frac{E}{R} + C \cdot e^{-\frac{R}{L}t},$$

jak se přesvědčíme dosazením. V čase  $t=0$  byla intensita  $I=0$ , takže po dosazení  $t=0$  máme

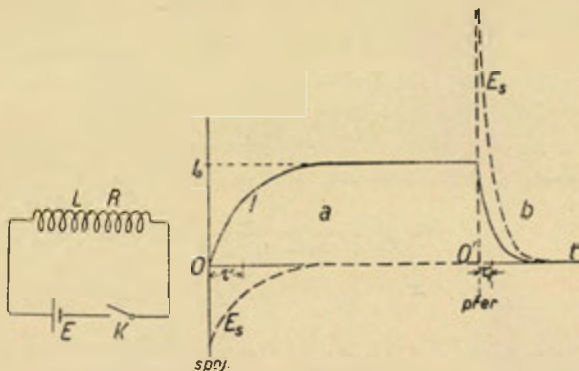
$$0 = \frac{E}{R} + C, \text{ z čehož } C = -\frac{E}{R} = -I_0,$$



znamená-li  $I_0$  proud, jaký nastane v ustáleném stavu. Je tedy

$$I = I_0(1 - e^{-\frac{R}{L}t}) = I_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}), \quad \text{je-li } \tau = \frac{L}{R}.$$

Průběh proudu po spojení je naznačen na obr. 340; z něho poznáváme, že intensita proudu rychle stoupá z nulové hodnoty na koneč-



Obr. 340. Časový průběh proudu  $I$  a samoindukčního napětí  $E_s$ :  
a) po spojení proudu, b) po přerušení proudu.

nou hodnotu  $I_0 = E/R$ . O rychlosti stoupání proudu rozhoduje konstanta  $\tau = L/R$ , jež se nazývá relaxační doba nebo také časová konstanta. Samoindukční ems.  $E_s$  je při tom

$$E_s = -L \cdot \frac{dI}{dt} = -RI_0 \cdot e^{-\frac{R}{L}t} = -E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

Hned po spojení je samoindukční napětí  $E_s$  rovno vnější ems.  $E$  a má právě opačný směr. S rostoucí dobou rychle klesá a to tak, že za dobu  $\tau$  klesne na hodnotu  $E/e = E:2.718 = 0.368 E$ . Podle toho časová konstanta  $\tau$  znamená dobu, v níž samoindukční napětí klesne na  $1/e$  čili na 36.8% původní hodnoty.

Přerušení proudu vypínačem znamená, že k původnímu odporu  $R$  přidáme velmi značný vzduchový odpor  $R'$  (prakticky nekonečný) na přerušeném místě. Označíme-li celkový odpor  $R + R' = R_1$ , platí podle zobecněného zákona Ohmova

$$L \cdot \frac{dI}{dt} + R_1 I = E,$$

kterážto rovnice má integrál

$$I = \frac{E}{R_1} + C_1 \cdot e^{-\frac{R_1}{L}t}.$$

Stálý člen  $E/R_1$  znamená intensitu proudu, který by proudový zdroj vysílal ohromným vzduchovým odporem na přerušeném místě, což je prakticky nula, a proto jej můžeme zanedbat. V čase  $t=0$  bylo  $I=I_0=E/R$ , takže  $C_1=I_0=E/R$ . Časová konstanta je nyní  $\tau_1=L/R_1$ , je tedy nepoměrně kratší než dříve. Intensita proudu po přerušení klesá tedy podle vztahu

$$I = I_0 \cdot e^{-\frac{R_1}{L}t} = I_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau_1}}$$

a rovněž samoindukční napětí  $E_s$  klesá podle podobného vztahu

$$E_s = -L \cdot \frac{dI}{dt} = + I_0 R_1 \cdot e^{-\frac{R_1}{L}t} = E_1 \cdot e^{-\frac{t}{\tau_1}}.$$

Hned po přerušení proudu stoupne samoindukční napětí  $E_s$  na tak vysokou hodnotu  $E_1$ , že na okamžik udrží intensitu proudovou ve vzduchové mezeře na původní výši, což se projeví jiskrou (je to vlastně el. oblouk). Ovšem pak velmi rychle klesá, neboť časová konstanta je nepoměrně menší než dříve. Časový průběh proudu a samoindukčního napětí po přerušení proudu je vyznačen v druhé části obr. 340.

**226. Vzorce pro koeficient samoindukce.** Koeficient samoindukce je podle předešlého indukční tok, který posílá jednotkový proud skrze vlastní plochu omezenou proudovodičem. Příslušné výpočty jsou značně složité. Toliko v případě dlouhé tenké cívky lze snadno odvoditi přibližnou hodnotu koeficientu samoindukce.



Obr. 341. Samoindukční cívka.

Cívka (obr. 341) délky  $l$  a poloměru  $r$  nechť má celkem  $n$  závitů, takže hustota vinutí je  $z=n/l$ . Prochází-li vinutím proud intensity  $I$ , vzniká uvnitř téměř stejnorodé pole mg., pro jehož intensitu  $H$  jsme již odvodili (odst. 211) vztah

$$H = 4\pi z I = \frac{4\pi n I}{l}.$$

Celková plocha proudovodičem ( $n$  závitů) omezená jest  $P=n \cdot \pi r^2$ , takže indukční tok  $\Phi$  vysílaný proudem  $I$  jest ( $\mu=1$ )

$$\Phi = P \cdot B = P \cdot H = \frac{4 \pi^2 n^2 r^2}{l} \cdot I.$$

Podle definice je tedy koeficient samoindukce

$$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{4 \pi^2 n^2 r^2}{l} = \frac{D^2}{l},$$

znamená-li  $D = 2 \pi r n$  celkovou délku navinutého drátu. Odvozený vzorec jest ovšem pouze přibližný, neboť poblíž krajů má intensita  $H$  mg. pole poněkud menší hodnotu než uvnitř. Přesnější vzorec jest

$$L = \frac{D^2}{l} \left[ 1 - \frac{8r}{3 \pi l} + \frac{r^2}{2l^2} - \frac{r^4}{4l^4} \right],$$

v němž stačí zpravidla omeziti se na první korekční člen.

Vyjádříme-li veškeré délky v cm, vyjde koeficient samoindukce rovněž v cm; výsledek převedeme na henry, dělíme-li jej  $10^9$ . Na př. cívka středního poloměru  $r = 1$  cm, dlouhá  $l = 20$  cm a ovinutá 4 vrstvami po 250 závitů ( $n = 1000$ ) má koeficient samoindukce (podle přibližného vzorce)

$$L = \frac{4 \pi^2 n^2 r^2}{l} = \frac{4 \pi^2 \cdot 1000^2}{20} = 200000 \cdot 9 \cdot 87 = 1974000 \text{ cm} \approx 0 \cdot 002 \text{ H}.$$

V tomto případě činí první korekční člen  $4 \cdot 2\%$ , druhý  $0 \cdot 1\%$  a třetí je mizivě malý. Správná hodnota jest

$$L = 1893000 \text{ cm} \approx 0 \cdot 0019 \text{ H}.$$

Odvozený vzorec platí pro cívku prázdnou. Je-li vyplněna jádrem z měkkého železa, jest indukční tok  $\mu$ -krát větší ( $\mu =$  permeabilita železa) a v tom poměru se také zvětší její samoindukce. Za účinnou plochu je třeba vzíti průřez  $q$  železa, takže nahradíme-li  $\pi r^2 = q$ , máme

$$L = \frac{4 \pi \mu q n^2}{l}.$$

Jediná kruhová smyčka poloměru  $r$  z kulatého drátu o tloušťce  $2\rho$  má koeficient samoindukce

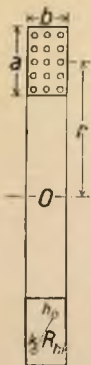
$$L = 4 \pi r \left( \ln \frac{8r}{\rho} - \frac{7}{4} \right).$$

Pro plochu cívku (obr. 342) jsou vzorce značně složité; podle Maxwella je přibližně

$$L = 4 \pi n^2 r \left( \ln \frac{8r}{R} - 2 \right),$$

značí-li  $r$  střední poloměr cívky a  $n$  počet závitů. Hodnota  $R$  znamená geometricky průměrnou vzdálenost drátů na průřezu, jež jest určena vztahem

$$\log R = \frac{2}{n(n-1)} \sum \log R_{ik}.$$



Obr. 342.  
Plochá  
cívka.

Pro obdélníkový průřez, jehož strany jsou  $a$  a  $b$ , je přibližně

$$R = 0.224(a+b).$$

Přímý drát délky  $l$  a tloušťky  $2\rho$  má koeficient samoindukce

$$L = 2l \left( \ln \frac{2l}{\rho} - \frac{3}{4} \right).$$

Dosavadní vzorce platí za předpokladu, že proud se poměrně zvolna mění, takže hustota proudu je rovnoměrně rozdělena po celém průřezu. Za vysokých frekvencí, jakých se užívá v radiotelefonii proud jde téměř jen povrchem drátu (t. zv. *skin-effect*) a tím se výrazy pro samoindukci poněkud mění. Poslední vzorec, platný pro antenu, nabývá tvaru

$$L = 2l \left( \ln \frac{2l}{\rho} - 1 \right).$$

O tom, jak se měří koeficienty samoindukce, viz Zák. prakt. fys., 3. vyd. odst. 98 a 99.

**227. Koeficient vzájemné indukce.** Mějme dva uzavřené proudovodiče 1 a 2 (obr. 343). Prvým proudovodičem nechť prochází proud intenzity  $I_1$ , jenž vzbuzuje v celém okolí mg. pole, takže vysílá plochou druhého proudovodiče určitý indukční tok  $\Phi_2$ . Poněvadž intenzita  $H$  a tedy i indukce  $B$  v každém místě jest úměrná intenzitě proudu  $I_1$ , jest i celý indukční tok  $\Phi_2$  úměrný  $I_1$ , takže můžeme psát

$$\Phi_2 = MI_1.$$

Koeficient  $M$  znamená indukční tok, který vysílá jednotkový proud v prvém proudovodiči plochou druhého proudovodiče a nazývá se *koeficient vzájemné indukce*. Dá se dokázat, že stejný indukční tok  $M$  vysílá jednotkový proud probíhající druhým proudovodičem skrze plochu prvního proudovodiče. Jestliže tedy prochází pouze druhým proudovodičem proud  $I_2$ , jest indukční tok  $\Phi_1$  posílaný skrze plochu prvního proudovodiče

$$\Phi_1 = MI_2.$$

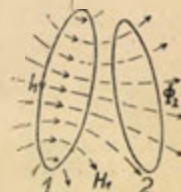
Obecně prochází-li proudovodičem 1 proud  $I_1$  a proudovodičem 2 proud  $I_2$ , jsou indukční toky  $\Phi_1$  a  $\Phi_2$  procházející plochou každého z obou proudovodičů

$$\Phi_1 = L_1 I_1 + MI_2, \quad \Phi_2 = MI_1 + L_2 I_2,$$

při čemž  $L_1$  a  $L_2$  znamenají koeficienty samoindukce proudovodiče 1 a 2. V tomto případě energie  $W$  vzniklého mg. pole je dána výrazem

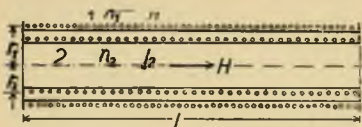
$$W = \frac{1}{2} L_1 I_1^2 + MI_1 I_2 + \frac{1}{2} L_2 I_2^2.$$

Koeficient vzájemné indukce má v abs. soustavě elmg. roz-



Obr. 343. Koeficient vzájemné indukce.

měr délky (jako samoindukce) a vyjadřuje se v centimetrech; praktickou jednotkou jest henry,  $1 \text{ H} = 10^9 \text{ cm} = \text{kvadrant}$ .



Obr. 344. Dvě souosé cívky.

Pro případ dvou dlouhých souosých cívek do sebe zasunutých (obr. 344) dá se snadno vypočítati přibližná hodnota koeficientu vzájemné indukce. Proud  $I_1$  ve vnější cívce vzbuzuje uvnitř mg. pole intensity (přibližně)

$$H_1 = \frac{4\pi n_1}{l} \cdot I_1,$$

kterýžto vzorec určuje i mg. indukci  $B_1$ , neboť  $\mu = 1$  v případě prázdných cívek.

Celková plocha  $n_2$  závitů vnitřní cívky jest  $P_2 = \pi r_2^2 \cdot n_2$ , takže indukční tok  $\Phi_2$  procházející plochou vnitřní cívky jest

$$\Phi_2 = P_2 B_1 = \frac{4\pi^2 n_1 n_2 r_2^2}{l} \cdot I_1.$$

Koeficient vzájemné indukce  $M$  je pak podle definice

$$M = \frac{\Phi_2}{I_1} = \frac{4\pi^2 n_1 n_2 r_2^2}{l} = \frac{4\pi n_1 n_2 q}{l},$$

značí-li  $q$  plochu průřezu společného oběma cívkám.

Je-li uvnitř obou cívek jádro z měkkého železa, mající permeabilitu  $\mu$ , jest ovšem koeficient vzájemné indukce  $\mu$ -krát větší, tedy

$$M = \frac{4\pi \mu n_1 n_2 q}{l},$$

kdež za  $q$  dlužno dosaditi průřez železného jádra.

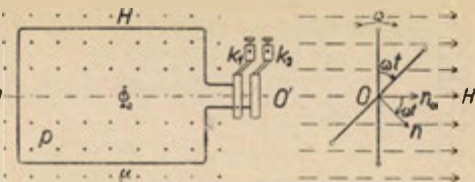
Měkké železo má permeabilitu  $\mu$  závislou na intensitě mg. pole. Proto vzorce odvozené pro koeficienty samoindukce a vzájemné indukce za přítomnosti železného jádra jsou jen hrubým přiblížením a jest lépe ustanoviti hodnoty  $L$  a  $M$  přímým měřením. O tom, jak se měří koeficient vzájemné indukce, viz Zákl. prakt. fysiky, 3. vyd., odst. 101.

**228. Střídavý proud.** Elmg. indukce používáme v praxi k buzení proudů v dynamech. Základní myšlenka dynama jest, že se otáčí cívka v mg. poli, při čemž osa rotační je kolmá jak k směru mg. siločar, tak i k ose cívky.

Vyšetříme nejjednodušší případ, v němž proudovodič má tvar obdélníku (plochy  $p$ ) a otáčí se úhlovou rychlostí  $\omega$  kolem osy spoju-



jící středy protějších stran v mg. poli intensity  $H$  (obr. 345). V okamžiku  $t=0$  budiž plocha vodiče kolmá k mg. poli, takže jím prochází největší indukční tok  $\Phi_0 = p \cdot \mu H$ . Po



Obr. 345. Vznik střídavého napětí.

době  $t$  svírá normála  $n$  na plochu vodiče vztýčená s mg. siločarami úhel  $\omega \cdot t$ ; indukční tok plochou vodiče je pak

$$\Phi = p \cdot \mu H \cdot \cos \omega t = \Phi_0 \cdot \cos \omega t.$$

Při otáčení vodiče mění se tudíž indukční tok procházející plochou vodiče a tím se v něm indukuje proměnlivá ems., jejíž okamžitá hodnota  $e$  jest určena vztahem

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = \Phi_0 \cdot \omega \cdot \sin \omega t = E_0 \cdot \sin \omega t,$$

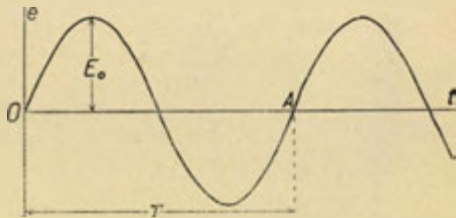
při čemž  $E_0 = \Phi_0 \omega$  je maximální napětí. Vznikající ems.  $e$  je periodicky proměnlivá a její časový průběh je znázorněn sinusoidou (obr. 346). Její periodou  $T$  jest doba jedné otočky určená vztahem

$$T = \frac{2\pi}{\omega}.$$

Frekvence  $f$  znamená počet period za vteřinu a je tedy

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}.$$

Úhlová rychlost  $\omega = 2\pi \cdot f$  znamená tudíž počet kmitů vykonaných za dobu  $2\pi$  sec a nazývá se mnohdy *kruková frekvence*. Směr vzniklé ems. mění se dvakrát za jednu otočku a nazývá se proto *střídavá ems.* nebo *střídavé napětí*. Časový průběh napětí  $e$  možno též psáti



Obr. 346. Střídavé napětí.

$$e = E_0 \cdot \sin \omega t = E_0 \cdot \sin \frac{2\pi}{T} t = E_0 \cdot \sin 2\pi f t.$$

Od obdélníkového proudovodiče vedme vodivé spojení ke dvěma kroužkům na ose, z nichž dotykem kartáčků  $k_1$  a  $k_2$  (obr. 345)

můžeme odváděti vznikající proudy do vnějšího vedení. Budiž  $R$  odpor a  $L$  samoindukce celého vedení (smyčky i vnějšího vedení). Pro intensitu proudovou  $i$  za přítomnosti samoindukce platí podle dřívějšího (odst. 225) vztah

$$i = \frac{1}{R} \left( e - L \frac{di}{dt} \right)$$

anebo po úpravě

$$L \frac{di}{dt} + Ri = e = E_0 \cdot \sin \omega t. \quad (1)$$

Obecný integrál této diferenciální rovnice jest

$$i = C \cdot e^{-\frac{R}{L}t} + I_0 \cdot \sin(\omega t - \varphi),$$

kdež  $C$  je integrační konstanta. První člen rychle klesne na nulu (za dobu rovnou časové konstantě  $\tau = L/R$  klesne původní intensita  $C$  na 36·8%) a pak nastane ustálený stav, v němž časově proměnlivá intensita  $i$  je dána rovnicí

$$i = I_0 \cdot \sin(\omega t - \varphi).$$

Při tom znamená  $I_0$  maximální intensitu a  $\varphi$  fázový rozdíl, t. j. úhel, o který je intensita pozadu za napětím. Obě tyto veličiny musíme ovšem určití tak, aby původní diferenciální rovnice (1) byla splněna pro každý čas  $t$ . Po dosazení do dané diferenciální rovnice dostaneme

$$L \cdot I_0 \omega \cdot \cos(\omega t - \varphi) + RI_0 \cdot \sin(\omega t - \varphi) = E_0 \cdot \sin \omega t$$

anebo po úpravě

$$(LI_0\omega \cdot \cos \varphi - RI_0 \cdot \sin \varphi) \cos \omega t + (LI_0\omega \cdot \sin \varphi + RI_0 \cdot \cos \varphi) \sin \omega t = E_0 \cdot \sin \omega t.$$

Má-li býti tato rovnice splněna pro každý čas  $t$ , musí se koeficienty u  $\cos \omega t$  a  $\sin \omega t$  na obou stranách sobě rovnati. To vede na dvě podmíněné rovnice

$$\begin{aligned} LI_0\omega \cos \varphi - RI_0 \sin \varphi &= 0, \\ LI_0\omega \sin \varphi + RI_0 \cos \varphi &= E_0. \end{aligned}$$

Z prvé rovnice plyne

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{L\omega}{R} = \tau \cdot \omega$$

kdež  $\tau = L/R$  je časová konstanta.

Kdyby nebylo samoindukce ( $L=0$ ), byl by fázový rozdíl nula,  $\varphi=0$  a intensita  $i$  by byla s napětím  $e$  ve stejné fázi. Při malé samoindukci  $L$  a malé kruhové frekvenci  $\omega$  je fázový rozdíl  $\varphi$  malý, intensita  $i$  zůstává ve fázi poněkud za napětím  $e$ . S rostou-

cimi hodnotami jak  $L$ , tak i  $\omega$  vzrůstá fázový rozdíl  $\varphi$  a může nabýti (pro  $L\omega = \infty$ ) nejvyšší hodnoty  $\pi/4$ . V tomto případě je intensita  $i$  zpožděna o čtvrt periody za napětím a vzniká t. zv. jalový proud (o jeho významu později, odst. 229).

Prvou z podmíněných rovnic násobíme  $-\sin\varphi$  a druhou  $\cos\varphi$  a sečteme obě; dostaneme tak

$$RI_0 = E_0 \cdot \cos\varphi,$$

z čehož plyne pro maximální intensitu

$$I_0 = \frac{E_0}{R} \cdot \cos\varphi = \frac{E_0}{R} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2\varphi}} = \frac{E_0}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}}.$$

Je tedy časový průběh ustáleného střídavého proudu  $i$  dán vztahem

$$i = \frac{E_0}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}} \cdot \sin(\omega t - \varphi).$$

Kdyby nebylo samoindukce ( $L=0$ ,  $\varphi=0$ ), bylo by

$$i = \frac{E_0}{R} \sin\omega t = \frac{e}{R},$$

t. j. intensita by se měnila současně s napětím a to přesně podle Ohmova zákona. Účinek samoindukce je dvojnásobný: zpožďuje průběh intenzity  $i$  proti napětí  $e$  a zmenšuje intensitu tak, jakoby se odpor  $R = \sqrt{R^2 + L^2\omega^2}$  zvětšil na zdánlivou hodnotu

$$Z = \sqrt{R^2 + L^2\omega^2} = \sqrt{R^2 + X^2},$$

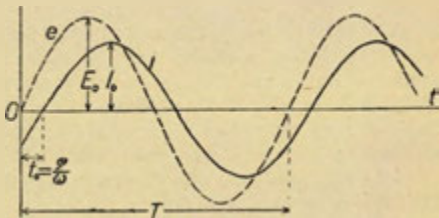
kterýžto zdánlivý odpor při střídavých proudech se nazývá *impedance*. V něm součin  $X = L\omega$  má rozměr odporu a nazývá se *indukční reaktance* (nebo též *induktance*).

Zdánlivé zvětšení odporu účinkem samoindukce pěkne se ukáže na žárovce napájené střídavým proudem, jenž je veden přes cívku (t. zv. *tlumivku*). Pokud je dutina cívky prázdná, žárovka jasně svítí; vložíme-li do ní jádro z měkkého železa, stoupne značně její samoindukce a tím i zdánlivý odpor (*impedance*), takže žárovka svítí jen slabě, po př. zhasne.

Časový průběh střídavého proudu je znázorněn na obr. 347. Fázové zpoždění  $t_0$  v časové míře je stanoveno podmínkou, že pro  $t = t_0$  intensita právě začíná s nulovou hodnotou, tedy  $\omega t_0 - \varphi = 0$ ,

z čehož

$$t_0 = \frac{\varphi}{\omega}.$$



Obr. 347. Časový průběh střídavého proudu.

**229. Výkonnost střídavého proudu.** Výkonnost  $N = e \cdot i$  střídavého proudu se během každé periody mění, neboť jak napětí  $e$ , tak i intenzita  $i$  jsou periodicky proměnlivé. Při rychlém střídání proudu má však význam toliko průměrná výkonost za jednu periodu, kterýžto průměr se časově nemění.

Jde o to určit, známe-li maximální hodnotu napětí  $E_0$  a intenzity  $I_0$ , jaké napětí  $E$  a intenzitu  $I$  by musil mítí stejnosměrný proud při stejné výkonosti. Tuto úlohu rozřešíme především za předpokladu, že není zařazena samoindukce ( $L = 0$ ,  $\varphi = 0$ ), takže okamžité hodnoty  $e$  a  $i$  jsou dány vztahy

$$e = E_0 \cdot \sin \omega t, \quad i = \frac{E_0}{R} \cdot \sin \omega t = I_0 \cdot \sin \omega t, \quad \text{při čemž } I_0 = \frac{E_0}{R}.$$

Za krátkou dobu  $dt$  vykoná proud práci

$$dA = e \cdot i \cdot dt = \frac{E_0^2}{R} \sin^2 \omega t \cdot dt = RI_0^2 \sin^2 \omega t \cdot dt.$$

Práce vykonaná za dobu  $T$  jedné periody je tedy

$$\begin{aligned} A &= \int_0^T e \cdot i \cdot dt = \frac{E_0^2}{R} \int_0^T \sin^2 \omega t \cdot dt = \frac{E_0^2}{2R} \int_0^T (1 - \cos 2\omega t) dt = \\ &= \frac{E_0^2}{2R} \left[ t - \frac{\sin 2\omega t}{2\omega} \right]_0^T = \frac{E_0^2 T}{2R}. \end{aligned}$$

Je tedy průměrná výkonost  $N$  (práce přepočtená na jednotkovou dobu)

$$N = \frac{A}{T} = \frac{E_0^2}{2R}.$$

Stejnoseměrný proud o napětí  $E$  by měl při témž odporu  $R$  výkonost  $E^2/R$ , takže z rovnosti obou výrazů

$$\frac{E_0^2}{2R} = \frac{E^2}{R} \quad \text{plyne} \quad E = \frac{E_0}{\sqrt{2}} = 0.707 \cdot E_0.$$

Toto napětí  $E$ , jež je kvadratický průměr proměnlivých hodnot  $e$  za jednu periodu, nazývá se efektivní napětí, neboť znamená napětí takového stejnosměrného proudu, jenž by měl stejný efekt (výkonost). Veškeré údaje o napětí střídavého proudu vztahují se vždy na efektivní napětí. Pravíme-li tedy, že městský střídavý proud v Praze má napětí 120 V, znamená to, že jeho efektivní napětí je 120 V; maximální napětí  $E_0$  (amplituda střídavého napětí) je v tomto případě

$$E_0 = E \cdot \sqrt{2} = 120 \cdot 1.414 = 169.7 \text{ V} \approx 170 \text{ V}.$$

Podobně definujeme jako *efektivní intensitu*  $I$  kvadratický průměr proměnných hodnot  $i$  za jednu periodu a dostáváme pro ně obdobnou úvahu

$$I^2 = \frac{1}{T} \int_0^T i^2 \cdot dt = \frac{I_0^2}{T} \int_0^T \sin^2 \omega t \cdot dt = \frac{I_0^2}{2}, \text{ takže } I = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = 0.707 I_0.$$

Dosud jsme předpokládali, že v proudovodiči není zařazena samoindukce, takže napětí i intensita proudu mají stále stejnou fázi. Zařazením samoindukce (po př. kapacity, odst. 231) vzniká však fázový rozdíl  $\varphi$ , takže časový průběh napětí a intensity je dán obecně vztahy

$$e = E_0 \sin \omega t,$$

$$i = I_0 \cdot \sin(\omega t - \varphi) = I_0 \cos \varphi \cdot \sin \omega t - I_0 \sin \varphi \cdot \cos \omega t.$$

Práce  $A$  proudem vykonaná za jednu periodu jest

$$A = \int_0^T e \cdot i \cdot dt = E_0 I_0 \cos \varphi \int_0^T \sin^2 \omega t \cdot dt - E_0 I_0 \sin \varphi \int_0^T \sin \omega t \cdot \cos \omega t \cdot dt.$$

Druhý integrál dává nulu, první integrál má hodnotu  $\frac{1}{2} T$ , takže dostáváme

$$A = \frac{1}{2} E_0 I_0 T \cdot \cos \varphi,$$

z čehož pro průměrnou výkonnost (efekt) vychází

$$N = \frac{A}{T} = \frac{1}{2} E_0 \cdot I_0 \cdot \cos \varphi = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_0}{\sqrt{2}} \cdot \cos \varphi = EI \cos \varphi.$$

Při stejnosměrném proudu byla by výkonnost proudu určena součinem napětí a intensity. Počítáme-li výkonnost střídavého proudu, musíme součin efektivního napětí  $E$  a efektivní intensity  $I$  násobiti ještě cosinem fázového rozdílu, při čemž hodnota  $\cos \varphi$  se nazývá *účinník* (nebo účinitel). Měříme-li  $E$  ve voltech a  $I$  v ampérech, stanoví výraz  $EI \cos \varphi$  výkonnost proudu ve wattech. — Výraz  $E \cdot I$  slove *zdánlivá výkonnost* a vyjadřuje se ve voltampérech.

Při odvození výkonnosti střídavého proudu rozložili jsme intensitu střídavého proudu  $i$  na dvě složky

$$i = I_0 \sin(\omega t - \varphi) = I_0 \cos \varphi \cdot \sin \omega t - I_0 \sin \varphi \cdot \cos \omega t.$$

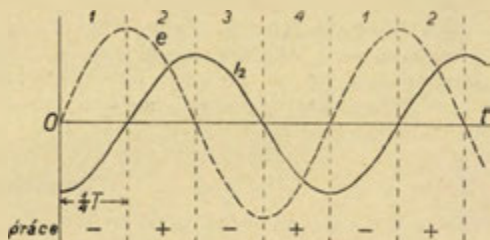
První složka o amplitudě  $I_0 \cos \varphi$  je stále ve stejné fázi s napětím a koná proto vždy kladnou práci; tato složka nazývá se složka *činná* neboli *wattová*.

Druhá složka

$$i_2 = - I_0 \sin \varphi \cdot \cos \omega t = I_0 \sin \varphi \cdot \sin \left( \omega t - \frac{\pi}{4} \right)$$



je stále o čtvrt periody pozadu za napětím. Práce této složky za celou periodu vykonaná je nulová; v jednotlivých čtvrtinách periody mají totiž napětí a intenzita střídavě stejný směr (pak konají práci) a opačný směr (při čemž zase stejnou práci spotřebují), jak je zřejmo z obr. 348. Tato složka, jež v časovém průměru nekoná žádné práce, nazývá se složka *jalová* nebo *bezwattová*.



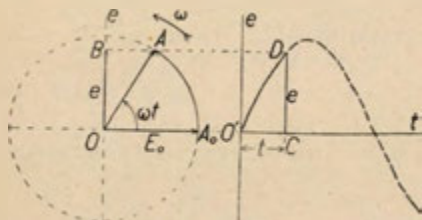
Obr. 348. Jalová složka střídavého proudu.

Skutečné střídavé proudy, jakých se v praxi používá, jsou sice periodické, ale jejich průběh není přesně harmonický. Podle Fourierovy poučky (odst. 80) lze takovýto periodický střídavý proud (napětí i intenzitu) rozložit na součet harmonických složek, jejichž frekvence jsou celistvými násobky základní frekvence (zpravidla převládají jen liché složky). Výkonnost takového složitého střídavého proudu rovná se, jak se dá matematicky dokázat, součtu výkoností jednotlivých harmonických složek.

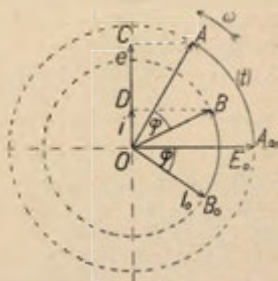
**230. Vektorové znázornění střídavých proudů.** Z výrazů určujících střídavý proud (jednoduchý)

$$e = E_0 \cdot \sin \omega t, \quad i = I_0 \cdot \sin (\omega t - \varphi)$$

poznáváme, že časový průběh jak napětí  $e$  tak i intenzity  $i$  jest harmonický děj, úplně obdobný harmonickému pohybu (str. 43). Totéž vysvítá z časového rozvinutí na obr. 347, kde průběh napětí a intenzity



Obr. 349. Konstrukce okamžité hodnoty střídavého napětí.



Obr. 350. Vektorové znázornění střídavého proudu.

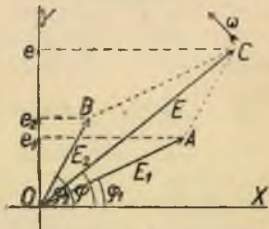
je znázorněn sinusovkou. Poznali jsme již, že harmonický pohyb je průmět rovnoměrného kruhového pohybu na některý průměr. Toho můžeme použití i pro střídavé proudy. Chceme-li na př. znázorniti průběh napětí  $e$ , sestrojíme jeho amplitudu  $E_0 = OA_0$  jako vektor a představujeme si, že se rovnoměrně otáčí úhlovou rychlostí  $\omega$ , takže v čase  $t$  jest uchylen o úhel  $\omega t$  (obr. 349). Průmět tohoto vektoru  $OA$  na svislý průměr určuje okamžitou hodnotou napětí  $e = OB = CD$  v čase  $t$ .

Týmž způsobem můžeme znázorniti také průběh intenzity  $i$  jakožto průmět vektoru  $I_0 = OB_0$  rovnoměrně se otáčejícího; ale poněvadž je ve fázi o  $\varphi$  zpět proti napětí, musíme vektor  $I_0$  stočiti proti vektoru  $E_0$  o úhel  $\varphi$  zpět (obr. 350). Oba dva vektory  $E_0$  a  $I_0$  se rovnoměrně otáčejí úhlovou rychlostí  $\omega$ , zachovávající stále touž vzájemnou polohu, a jejich průměty na svislý průměr vyznačují okamžité hodnoty  $e = OC$  a  $i = OD$ .

Toto vektorové znázornění je zejména výhodné, máme-li skládati několik střídavých napětí (nebo intenzit) téže frekvence, jež jsou však ve fázi posunuty. V určitém proudovodu nechť působí na př. současně dvě střídavá napětí téže frekvence, ale různých fází

$$e_1 = E_1 \sin(\omega t + \varphi_1), \quad e_2 = E_2 \sin(\omega t + \varphi_2).$$

Výsledné napětí  $e$  rovná se v každém okamžiku součtu obou napětí,  $e = e_1 + e_2$  a sestrojíme je takto: Obě napětí znázorníme jako vektory  $E_1 = OA$ ,  $E_2 = OB$ , přihlízejíce k jejich fázovým konstantám  $\varphi_1$  a  $\varphi_2$ , jak je naznačeno na obr. 351, a pak je vektorově sečteme, čímž dostaneme vektor výsledního napětí  $E = OC$ . Představujeme si pak, že se celý vektorový obrazec otáčí úhlovou rychlostí  $\omega$ ; průměty vektorů  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $E$  na svislou osu stanoví pak v každém čase okamžité hodnoty složkových napětí  $e_1$ ,  $e_2$  a výsledného napětí  $e = e_1 + e_2$ .



Obr. 351. Skládání střídavých napětí.

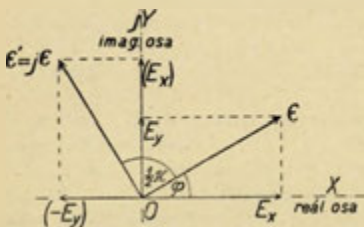
Tato vektorová metoda se dá jednoduše zpracovati matematicky tím, že vektory vyjádříme jako soujenná čísla. Osa vodorovná budiž reálná osa, osa svislá imaginární; k označení imaginární jednotky uijíme písmene  $j = \sqrt{-1}$ . Daný vektor  $\epsilon$  rozložíme na složky  $E_x$  ve směru reálné osy a  $E_j$  ve směru imaginární osy (obr. 352), takže jest

$$\epsilon = E_x + j \cdot E_j.$$

Z obrazce poznáváme, že velikost vektoru (amplituda)  $E$  a

jeho fázová konstanta  $\varphi$  jsou dány vzorci

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2}, \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{E_y}{E_x}.$$



Obr. 352. Vyjádření vektoru soujenným číslem.

Jestliže daný vektor  $E$  násobíme imaginární jednotkou  $j = \sqrt{-1}$ , dostaneme nový vektor

$$E' = jE = -E_y + j \cdot E_x,$$

jenž má sice stejnou amplitudu, ale fázovou konstantu

$$\varphi' = \varphi + \frac{\pi}{2}, \text{ tedy o } \frac{\pi}{2} \text{ větší,}$$

jak je zřejmé z grafického znázornění (obr. 352).

Střídavé napětí, dané na př. vztahem

$$e = E \cdot \sin(\omega t + \varphi),$$

je znázorněno, jak jsme poznali, vektorem  $E$ , jenž má v čase  $t = 0$  odchylku  $\varphi$  a jenž se rovnoměrně otáčí úhlovou rychlostí  $\omega$ ; průmět vektoru na svislou osu určuje v každém čase hodnotu proměnlivého napětí  $e$ . Vyšetříme, jak se dá znázorniti derivace tohoto vektoru podle času, tedy

$$\frac{de}{dt} = E \cdot \omega \cdot \cos(\omega t + \varphi) = E\omega \sin(\omega t + \varphi + \frac{1}{2}\pi).$$

To znamená: jeho amplituda je  $\omega$ -krát větší a fázová konstanta se zvětšila o  $\frac{1}{2}\pi$ ; tomu přísluší stočení vektoru dopředu o pravý úhel, vyjádřené podle předešlého násobením imaginární jednotkou  $j = \sqrt{-1}$ . Za vektorového znázornění můžeme tedy psáti

$$\frac{de}{dt} = j\omega \cdot e,$$

t. j. symbol  $d/dt$  můžeme nahraditi činitelem  $j\omega$ . Tento poznatek poskytuje pohodlnou metodu pro řešení problémů vyskytujících se při střídavých proudech, ovšem pokud se omezíme na ustálený stav.

Ukážeme na příkladu již vyloženém (odst. 228), kdy v proudový obvod střídavého napětí  $e$  je zapjat odpor  $R$  a samoindukce  $L$ , jak se této metody používá. Pro okamžitou intensitu  $i$  dostáváme vztah (hledíc k samoindukci)

$$i = \frac{1}{R}(e - e_s) = \frac{1}{R}\left(e - L \frac{di}{dt}\right)$$

anebo

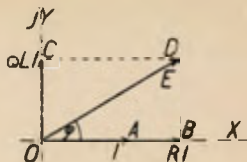
$$Ri + L \cdot \frac{di}{dt} = e.$$

Nahradíme-li symbol  $d/dt$  činitelem  $j\omega$ , máme ihned řešení

$$e = Ri + j\omega Li.$$

Je-li tedy střídavý proud

$$i = I \cdot \sin \omega t$$



Obr. 353. Vektorová metoda.

znázorněn vektorem  $j$  (rovnoměrně se otáčejícím úhlovou rychlostí  $\omega$ ), vyžaduje to (obr. 353) jednak Ohmovo napětí  $Rj$ , jež má stejnou fázi jako intenzita, jednak napětí  $\omega Lj$ , posunuté ve fázi o  $90^\circ$  dopředu a potřebné k přemáhání samoindukce. Vektor výsledného napětí  $E$  je tedy

$$E = RI + j\omega \cdot LI,$$

mající amplitudu  $E$  a fázovou konstantu  $\varphi$  určenou vztahy

$$E = I \cdot \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}, \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L}{R}.$$

Časový průběh napětí je tedy dán výrazem

$$e = I \cdot \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2} \cdot \sin(\omega t + \varphi).$$

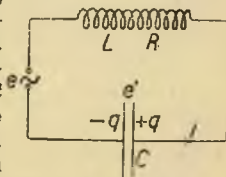
Napětí je tedy ve fázi o  $\varphi$  před intenzitou (dříve jsme měli, že intenzita je o  $\varphi$  pozadu za napětím, což je stejné) a pro zdánlivý odpor (impedanci)  $Z$  plyne ze srovnání s Ohmovým zákonem

$$Z = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2},$$

jak bylo nalezeno dříve.

### 231. Proudový obvod se samoindukcí a kapacitou.

Střídavé proudy mohou snadno procházeti kondensátorem. V tom se liší od stejnosměrných proudů, pro něž kondensátor znamená přerušení proudovodiče a jímž tedy nemohou trvale procházeti. Vyšetříme ještě obecný případ, v němž do proudového obvodu střídavého napětí  $e = E \cdot \sin \omega t$  je zapjat vedle odporu  $R$  a samoindukce  $L$  také kondensátor kapacity  $C$  (obr. 354). V určitém okamžiku nechť má intenzita proudu hodnotu  $i$  a na kondensátoru budiž náboj  $q$ , takže na něm je potenciální rozdíl (napětí)  $e' = q/C$ , z čehož plyne  $q = C \cdot e'$ . Za krátkou



Obr. 354. Proudový obvod se samoindukcí a kapacitou.

dobu  $dt$  odproudí z kondensátoru  $i \cdot dt$  elektriny, takže platí

$$i \cdot dt = -dq = -C \cdot de'$$

anebo

$$i = -C \cdot \frac{de'}{dt}. \quad (1)$$

V proudovodu vedle vnějšího střídavého napětí  $e$  a napětí na kondensátoru  $e'$  vzniká samoindukční napětí

$$e_s = -L \cdot \frac{di}{dt}.$$

Okamžitá intenzita proudu  $i$  je tedy dána vztahem

$$i = \frac{1}{R} \left( e + e' - L \frac{di}{dt} \right). \quad (2)$$

Abychom z rovnice (1) a (2) vyloučili neznámé napětí  $e'$  na kondensátoru, derivujeme rovnici (2) podle času a dosadíme sem z rovnice (1). Tak dostaneme

$$\frac{di}{dt} = \frac{1}{R} \left( \frac{de}{dt} - \frac{i}{C} - L \frac{d^2i}{dt^2} \right)$$

anebo po upravení

$$\frac{de}{dt} = \frac{i}{C} + R \cdot \frac{di}{dt} + L \frac{d^2i}{dt^2}.$$

Řešení této rovnice pro ustálený stav dostaneme podle vektorové metody tím, že symbol  $d/dt$  nahradíme činitelem  $j \cdot \omega$ . Je pak

$$j\omega \cdot e = \frac{i}{C} + j\omega R \cdot i + j^2 \omega^2 L \cdot i$$

anebo po dělení činitelem  $j\omega$

$$e = \left[ R + j \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \right] i.$$

Tím je výsledek nalezen a zbývá jej vyložit. Zdánlivý odpor  $Z$  jest

$$Z = \sqrt{R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}$$

a fázový rozdíl  $\varphi$ , o který je napětí napřed proti intenzitě, jest určen vztahem

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}.$$

Za střídavého napětí daného rovnicí  $e = E \sin \omega t$  je průběh intenzity určen vztahem



$$i = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \sin(\omega t - \varphi).$$

Nejsilnější proud bude tehdy, když zdánlivý odpor  $Z$  bude nejmenší, což nastane za podmínky

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}.$$

V tomto případě je fázový rozdíl  $\varphi$  nulový, takže intensita  $i$  je dána rovnicí

$$i = \frac{E}{R} \sin \omega t = \frac{e}{R},$$

tedy přesně podle Ohmova zákona. V takovémto případě pravíme, že proudový obvod je v rezonanci se střídavým napětím, což nastává tehdy, když pro kruhovou frekvenci  $\omega$  a periodu  $T$  platí vztahy

$$\omega^2 = \frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{1}{LC}, \quad T = 2\pi\sqrt{LC},$$

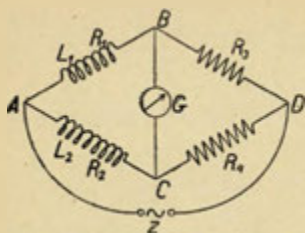
kterázto poslední rovnice se nazývá Thomsonův vztah.

Jak samotná samoindukce  $L$ , tak i samotná kapacita  $C$  zvětšují zdánlivý odpor, ale různým způsobem. Čím se samoindukce  $L$  zvětší, tím je také zdánlivý odpor větší. Proto hustě vinuté cívky s železným jádrem, jež mají velikou samoindukci, velmi silně zeslabují střídavé proudy; takové cívky nazýváme *tlumivky*. Naopak s rostoucí kapacitou  $C$  (i s rostoucí kruhovou frekvencí  $\omega$ ) zdánlivý odpor klesá. Kondensátory s velkou kapacitou proto velmi dobře propouštějí střídavé proudy. — Při současném zařazení samoindukce  $L$  a kapacity  $C$  se jejich účinek na zdánlivý odpor zčásti kompensuje; úplně se zruší v případě resonance.

Vliv samoindukce a kapacity na fázový rozdíl  $\varphi$  jest opačný. Při samotné samoindukci  $L$  je fázový rozdíl kladný, t. j. napětí předchází ve fázi intensitu. Při samotné kapacitě je fázový rozdíl záporný, t. j. intensita předchází napětí. Při současném zařazení  $L$  i  $C$  zase se účinek obou zčásti kompensuje a úplně se vyrovnává v případě resonance.

**232. Měření samoindukcí a kapacit můstkovou methodou.** Předcházející vývody vedou k tomu, že můžeme vzájemně srovnávat buď samoindukce nebo kapacity methodou můstkovou (odst. 192).

Utvórně spojení vyznačené na obr. 355. V první a druhé větvi jsou zaplatty samoindukce  $L_1$  a  $L_2$ , jejichž odpory jsou  $R_1$  a  $R_2$ ; v třetí



Obr. 355. Srovnávání samoindukcí.

a čtvrté větvi jsou neinduktivní odpory  $R_3$  a  $R_4$ .  $G$  značí ukazovatel střídavého proudu (elektrodynamometr nebo telefon),  $z$  je zdroj střídavého napětí (malý induktor nebo městský střídavý proud, jemuž je předřaden větší neinduktivní odpor). Nemá-li měřicím přístrojem  $G$  procházeti proud, musí body  $B$  a  $C$  býti trvale udržovány na témž potenciálu, což vyžaduje dvě podmínky. Především musí o zdánlivých odpo-

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{\sqrt{R_1^2 + \omega^2 L_1^2}}{\sqrt{R_2^2 + \omega^2 L_2^2}} = \frac{R_3}{R_4},$$

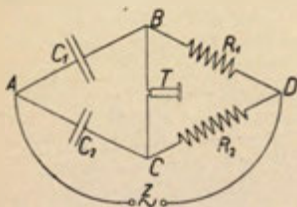
mimo to však musí též fázová zpoždění způsobená oběma samoindukcemi (odst. 228) býti stejná, tedy

$$\varphi_1 = \varphi_2 \quad \text{anebo} \quad \frac{L_1 \omega}{R_1} = \frac{L_2 \omega}{R_2}.$$

Obě tyto podmínky se po jednoduché úpravě dají převést na dvojitý vztah

$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{R_1}{R_3} = \frac{R_2}{R_4}.$$

Měřicím přístrojem nebude jen tehdy procházeti střídavý proud, když jak samoindukce, tak i odpory v prvním páru větví jsou v témž poměru jako odpory v druhém páru větví.



Obr. 356. Srovnávání kapacit.

Při srovnávání dvou samoindukcí, neznámé  $L_1$  a známé  $L_2$ , není ovšem obecně splněn prvý vztah, podle něhož obě samoindukce by měly býti v témž poměru jako jejich ohmické odpory. Při měření je proto třeba přidati k jedné z nich (na př. prvé) proměnlivý neinduktivní odpor  $r_1$  (reostat). Při stálém odporu  $R_4$  měníme pak jak odpor  $R_3$ , tak i přidávaný odpor  $r_1$  tak dlouho, až měřicím strojem neprochází proud. Pak jest

$$L_1 = L_2 \frac{R_3}{R_4}.$$

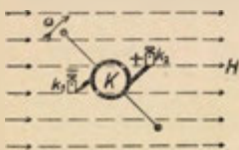
Pro srovnávání kapacit upravíme můstek ve tvaru nazna-

čeném na obr. 356. Za zdroj proudový  $z$  se nejlépe hodí malý induktor; jako ukazatele střídavého proudu užijeme telefonu  $T$ . Podmínka, že telefonem nemá procházeti proud, vyžaduje, aby změna fáze v obou větvích byla stejná, tedy

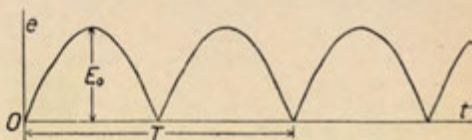
$$-\frac{1}{\omega C_1 R_1} = -\frac{1}{\omega C_2 R_2} \quad \text{anebo} \quad \frac{C_1}{C_2} = \frac{R_2}{R_1},$$

z kteréžto rovnice můžeme neznámou kapacitu  $C_1$  určit ze známé kapacity  $C_2$  a odporů  $R_1$  a  $R_2$ .

**233. Generátory stejnosměrného proudu.** Otáčí-li se cívka kolem průměru kolmého k mg. poli, indukuje se v ní, jak



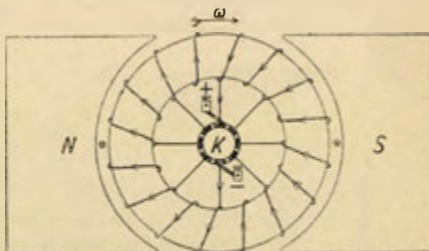
Obr. 357. Komutátor.



Obr. 358. Pulsující napětí.

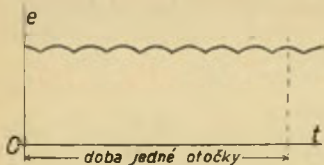
jsme poznali (odst. 228), střídavé napětí. Připojíme-li však konce cívky ke *komutátoru*  $K$  (dva poloprstny oddělené izolující mezerou, k nimž přiléhají proti sobě stojící kartáčky, obr. 357), přivádí se od kartáčků  $k_1$  a  $k_2$  do vnějšího vedení napětí vždy stejného směru, ale měnící svou velikost od nuly do největší hodnoty  $E_0$  podle polovičních sinusoid; vzniká tak napětí pulsující (obr. 358).

Pro větší účinnost užíváme velkého počtu závitů, jež jsou navinuty buď na dutý železný válec (vinutí prstenové, obr. 359) nebo na plný železný válec (buben, vinutí bubnové) a celé vinutí rozdělíme na sudý počet cívek. Od konců jednotlivých cívek jde vodivé spojení ke *kolektoru*  $K$ , jenž se skládá z tolika vodivých, vzájemně izolovaných lamel, kolik je cívek. Z obou kartáčků odvádí se pak do vnějšího vedení napětí v okolí vrcholu pulsující křivky, pokud se kartáček dotýká dvou protějších lamel, pak stejné napětí od následujících dvou protějších lamel atd. Výsledné napětí na kartáčcích je sice také pulsující, ale rozdíly mezi největším a nejmenším



Obr. 359. Armatura prstenová.

napětím jsou zcela malé (obr. 360). V narysovaném případě 8 cívek je theoreticky tento rozdíl 7·6 %, při 36 cívkách jen 0·4 %, avšak vlivem samoindukce armatury se stává ještě menším, takže vnějším vedením probíhá proud s napětím velmi přibližně stálým.



Obr. 360.

Pulsující napětí při 8 cívkách.

vzájem izolovaných. Rovina plechů je kolmá k otáčecí ose, takže indukční tok nerušeně prochází ve směru roviny plechů, ale vlivé proudy nemohou vznikat.

Napětí  $E$  vzbuzené v dynamu, jež má  $z$  závitů a činí  $\nu$  otoček za vteřinu, určíme touto úvahou. Celý indukční tok  $\Phi$ , vycházející ze severního pólu magnetu, rozdělí se v železném prstenu na dvě polovice. Jedním závitem, je-li v nejhořejší poloze, prochází tedy tok  $\frac{1}{2} \Phi$ , po čtvrtině otočky klesne na nulu a po polovině otočky je  $-\frac{1}{2} \Phi$ . Průměrná jeho časová změna je tedy, značí-li  $T = 1/\nu$  dobu otočky,

$$\left[ \frac{1}{2} \Phi - \left( -\frac{1}{2} \Phi \right) \right] : \frac{1}{2} T = \frac{2 \Phi}{T} = 2 \Phi \nu$$

a ta určuje průměrné napětí indukované v jednom závitě. Všech závitů je  $z$ , ale jsou zařazeny ve dvě polovice vedle sebe. V každé polovici se tedy indukuje napětí

$$E = 2 \Phi \nu \cdot \frac{1}{2} z = \Phi \nu z \quad (\text{v abs. j. elmg.})$$

nebo ve voltech

$$E = \Phi \nu z \cdot 10^{-8} \text{ volt.}$$

Týž vzorec platí i pro vinutí bubnové.

Magnetické pole, v němž se armatura otáčí, bylo původně vzbuzováno permanentními magnety (*magnetoelektrické* stroje). Avšak mnohem silnější pole lze vzbuditi užitím elektromagnetů, jak se toho nyní všeobecně užívá. Aby nebylo třeba zvláštního zdroje proudového pro buzení elektromagnetů, vede se část vznikajícího proudu do vinutí elektromagnetů, takže dynamo si pak samo vzbuzuje a udržuje své elektromagnety. Spočívá to na t. zv. *dynamo-elektrickém principu*, jež téměř současně objevili Siemens a Wheatstone.

V železném jádře elektromagnetů zbývá po zmagnetování remanentní magnetismus, jenž udržuje slabé pole magnetické. Otáčením armatury vznikají v ní slabé proudy, jež částečně jsou vedeny do elektromagnetů a tak je zesilují; v zesileném mg. poli vznikají



silnější proudy, jež dále zesilují elektromagnety atd., až konečně jsou elektromagnety nasyceny a vzniká pak ustálený stav. Podle uvedeného se dynama samočinně regulují na nasycené pole magnetické.

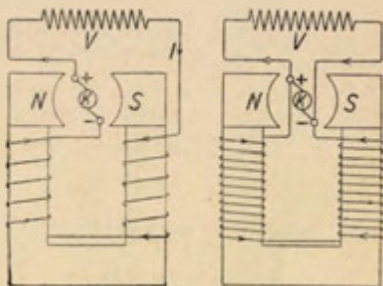
Podle způsobu, jak jsou elektromagnety zařazeny do vinutí, rozeznáváme dva základní druhy dynam:

1. Stroje *seriové* (řadové, obr. 361 a). V nich celý proud vede se z armatury nejprve do elektromagnetů a pak do vnějšího vedení  $V$ . Armatura, elektromagnety a vnější vedení jsou zařazeny za sebou (seriově). Elektromagnety mívají poměrně málo závitů ze silného drátu, aby měly malý odpor  $R$ , neboť jimi prochází celý vzbuzený proud  $I$ , a přirozeně chceme, aby spotřebovaly malou část energie ( $RI^2$ ). Nasycení elektromagnetů nastane, když vinutím elektromagnetů prochází vždy táž intenzita. Seriová dynama se regulují tudíž na stálou intenzitu, což je málo výhodné, a proto se jich jen zřídka používá.

2. Stroje *derivační* (obr. 361 b). Od kartáček armatury se proud rozvětjuje; jedna část se vede do vinutí elektromagnetů, druhá část do vnějšího vedení. Jsou tedy elektromagnety a vnější vedení zařazeny vedle sebe (derivačně). Elektromagnety mají velký počet závitů z tenkého drátu, aby měly velký odpor  $R$ ; jejich vinutí je pod účinkem celého napětí  $E$  dynama a chceme, aby spotřeba energie  $E^2/R$  na udržování elektromagnetů byla poměrně malá. Nasycení elektromagnetů nastává vždy při stejném napětí  $E$ ; derivační stroje regulují se tedy samočinně na stálé napětí, což je pro praxi nejvýhodnější, a proto se tohoto způsobu téměř výhradně používá.

Vedle uvedených základních druhů vinutí je možné oba způsoby spojití, čímž vznikají stroje *smíšené* (kompoundní).

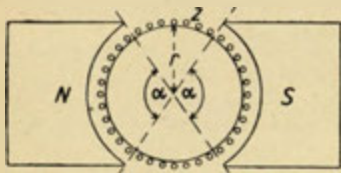
**234. Motory na stejnosměrný proud.** Každé dynamo na stejnosměrný proud může být také motorem. Připojíme-li totiž k jeho kartáčkům vnější zdroj proudový (kladný kartáček spojíme s kladným pólem, záporný se záporným), prochází armaturou proud v obráceném směru a podle pravidla levé ruky bude se pak armatura otáčet v témž smyslu (jako dříve u dynama).



Obr. 361. Vinutí elektromagnetů  
a) seriové. b) derivační.



Vyšetříme tažný moment  $D$  motoru. K pohybu přispívají pouze dráty na vnějším obvodu armatury (obr. 362), jichž buď celkem  $z$ , a každý má délku  $l$ . Proud  $I$  přiváděný do armatury dělí se ve dvě polovice, takže každým drátem prochází proud  $\frac{1}{2}I$ . Je-li mg. indukce ve vzduchové mezeře mezi



Obr. 362. Motor na stejnosměrný proud.

armaturou a póly  $B$  (má směr kolmý k plášti a rovná se intenzitě mg. pole), působí na každý drát síla (odst. 217)

$$P_1 = \frac{1}{2} I \cdot l \cdot B,$$

kteráž vzbuzuje otáčivý moment

$$D_1 = P_1 \cdot r = \frac{1}{2} I l B r,$$

znamená-li  $r$  poloměr armatury.

Z celkového počtu závitů  $z$  zasáhá do mg. pole jen část drátů  $z'$  uvnitř úhlů  $\alpha$ , jichž jest

$$z' = \frac{2\alpha}{2\pi} \cdot z = \frac{\alpha}{\pi} z.$$

Tažný moment  $D$  od všech těchto drátů je tedy

$$D = D_1 \cdot z' = \frac{\alpha}{\pi} z \cdot \frac{1}{2} I l B r.$$

Účinná plocha armatury, jež zasáhá do mg. pole, skládá se ze dvou pásů, z nichž každý má plochu  $p = r\alpha \cdot l$ . Každým pásem prochází celý indukční tok  $\Phi$ , jenž tedy jest

$$\Phi = r\alpha l \cdot B.$$

Dosadíme-li tento výraz do vzorce pro tažný moment  $D$ , dostaneme

$$D = \frac{z \Phi I}{2\pi}.$$

Je-li intenzita  $I$  daná v abs. jednotkách elmg., vychází hodnota tažného momentu v dyn.cm neboli ergch. Je však

$$I_{\text{abs.}} = \frac{1}{10} I_{\text{amp.}}; \quad 1 \text{ erg} = 10^{-7} \text{ joule}; \quad 1 \text{ joule} = \frac{1}{9.81} \text{ kgm},$$

takže po dosazení máme v praktických jednotkách

$$D = \frac{z \Phi I_{\text{amp.}}}{2\pi} 10^{-8} \text{ joule} = \frac{z \Phi I}{2\pi \cdot 9.81} 10^{-8} \text{ kgm}.$$

V dalším budeme zase pro jednoduchost počítati v abs. jednotkách elmg. Vnější zdroj proudový nechť má ems.  $E$ ; vnitřní

odpor armatury budiž  $R_0$ . Za klidu motoru procházel by tedy armaturou proud intensity

$$I_0 = \frac{E}{R_0}.$$

Když však motor koná  $\nu$  otáček za vteřinu, vzniká v armatuře indukovaná ems.  $E_i$  opačného směru o velikosti (odst. 233)

$$E_i = \Phi \nu z.$$

Je tedy skutečná intensita proudu

$$I = \frac{1}{R_0} (E - E_i) = \frac{1}{R_0} (E - \Phi \nu z),$$

takže pro tažný moment (v abs. j.) dostáváme

$$D = \frac{z\Phi}{2\pi R_0} (E - \Phi \nu z).$$

To znamená, že intensita proudu  $I$  i tažný moment  $D$  je největší při spouštění motoru, kdy ještě je  $\nu = 0$ . Silný proud při spouštění mohl by poškodit vyvinutým teplem izolaci. Proto se při spouštění motoru mnohdy předřaduje spouštěcí odpor, jenž se pak po rozběhnutí motoru vypne.

Při velkém zatížení motoru, jež by vyžadovalo velkého tažného momentu, klesne počet otáček, tím vzroste intensita  $I$  a rovněž vzroste otáčecí moment. Naopak při malém zatížení motoru stoupne počet otáček, tím klesne intensita proudu v armatuře jakož i otáčecí moment. Motor si tedy sám upravuje potřebnou intensitu podle svého zatížení.

Tak by tomu přesně bylo, kdyby se armatura otáčela v stálém mg. poli, vzbuzeném permanentními magnety. Ve skutečnosti se užívá vždy elektromagnetů, jež mohou býti zařazeny buď seriově nebo derivačně.

V seriovém (řadovém) motoru prochází týž proud armaturou i elektromagnety. Indukční tok  $\Phi$  je přibližně úměrný intensitě a tedy tažný moment jest úměrný dvojmuži intensity. Proto při spouštění motoru, kdy je intensita  $I$  největší, zabírá takovýto motor velkým tažným momentem, jak je toho právě třeba. Po rozběhnutí přizpůsobuje se seriový motor dobře změnám zatížení a jeho rychlost dá se řídit předřazeným odporem. Pro tyto vlastnosti se hodí seriový motor zejména pro pohon elektrických drah.

V derivačním motoru prochází elektromagnety při stálé vnější ems. stálý proud, takže indukční tok  $\Phi$  je rovněž stálý. Otáčecí moment jest úměrný pouze první mocnině intensity  $I$ , procházející armaturou. Ze vzorce pro intensitu  $I$  v armatuře

$$I = \frac{E - \Phi \nu z}{R_0}$$

plyne pro počet otáček

$$\nu = \frac{E - R_0 I}{\Phi z}.$$

Zpravidla bývá odpor  $R_0$  armatury malý; pak při změnách zatížení mění se sice intensita  $I$ , ale to způsobuje jen poměrně malou změnu v počtu otáček. Proto se derivační motor hodí pro pohon strojů, při nichž se vyžaduje stálá rychlost otáčení.

**235. Generátory střídavého proudu.** Jestliže v dynamu (obr. 359) vedeme spojení pouze od dvou protějších míst k dvěma sběracím kroužkům, k nimž přiléhají dva kartáčky, pak při otáčení armatury indukuje se střídavé napětí a ve vnějším vedení vznikají střídavé proudy. Má-li se těchto střídavých proudů užívati k osvětlovacím účelům, je třeba, aby počet stříd byl velmi značný (zpravidla 100 stříd za vteřinu, což odpovídá 50 periodám ve vteřině). To by vyžadovalo při velkých generátorech střídavého proudu (zvaných *alternátory*) příliš veliké rychlosti otáčení, již se prakticky nedá dosáhnouti. Proto se alternátory staví v praxi jinak. Pevná část (*stator*) i otáčivá část (*rotor*) skládají se ze stejného sudého počtu věncovitě uspořádaných elektromagnetů, z nichž každý následující je opačně ovinut než předcházející. Stejnoseměrným proudem budí se pak elektromagnety rotoru, jenž při otáčení indukuje v statoru střídavé proudy, jež mají za jednu otočku tolik period, kolik je na obvodu statoru pólových dvojic.

Střídavé proudy vznikající v alternátorech byly by přísně harmonické jen za podmínky, že by indukční tok  $\Phi$  byl úměrný intenzitě proudové jej vzbuzující, což by vyžadovalo, aby permeabilita  $\mu$  měla stálou hodnotu. Poznali jsme však, že permeabilita železa se mění s mg. silou a tedy též se vzbuzující intenzitou proudu; mimo to jeví železo hysterese (odst. 214). Z obou těchto příčin se časový průběh napětí i intensity střídavého proudu liší od jednoduchého děje harmonického, avšak tento složitější průběh se v jednotlivých po sobě jdoucích periodách nezměněně opakuje. Střídavý proud představuje proto složitý děj periodický. Podle Fourierovy poučky (odst. 80) lze jej rozložit na součet jednoduchých harmonických dějů (t. zv. *harmonické složky*), jejichž frekvence jsou celistvými násobky základní frekvence. Je-li základní kruhová frekvence  $\omega$ , má druhá harmonická složka kruhovou frekvenci  $2\omega$ , třetí  $3\omega$  atd. Sudé složky bývají zpravidla malé, za to liché složky jsou dosti významné.

Je zajímavé sledovati, jaký vliv má na amplitudu vyšších harmonických složek zařazení samoindukce nebo kapacity. Budiž do obvodu majícího odpor  $R$  a samoindukci  $L$  zaplato periodické (složené) napětí  $e$ . Zdanlivý odpor (impedance)  $Z$  tohoto obvodu jest (odst. 228)

$$Z = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}.$$

Pro vyšší harmonické složky ( $\omega$  velké) je tento zdánlivý odpor značně větší

než pro základní složku; to znamená, že v časovém průběhu intenzity  $i$  mají vyšší složky značně menší amplitudy. Samoindukce tedy vyšší složky potlačuje; časový průběh intenzity se uhlazuje a blíží se průběhu harmonickému.

Je-li k periodickému napětí  $e$  připojena vedle neinduktivního odporu  $R$  kapacita  $C$ , jest podle odst. 231 zdánlivý odpor

$$Z = \sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}.$$

Čím je větší  $\omega$ , tím je zdánlivý odpor menší; kapacita zesiluje proto vyšší složky harmonické, jež se v časovém rozvinutí intenzity proudové objevují jako samostatné vlnky, překládající se přes základní sinusovku.

**236. Transformátory.** Velkou předností střídavých proudů jest, že můžeme transformátorem poměrně snadno a téměř beze ztrát měniti jejich napětí. Toho se užívá, má-li se přenášeti energie elektrická na velké vzdálenosti. Ujijeme-li totiž k přenosu energie velmi vysokého napětí, jest intenzita proudu malá a tedy ztráty ve vedení ( $RI^2$ ), způsobené Jouleovým teplem, jsou rovněž malé. Na místě spotřeby se pak transformuje proud na nízké napětí.

Transformátor se skládá z jádra  $Z$ , složeného ze železných izolovaných plechů a v sebe uzavřeného, jež jest ovinuto dvojím vinutím primárním 1 o  $n_1$  závitů a sekundárním 2 o  $n_2$  závitů (obr. 363 a 364). Je-li  $q$  průřez železného jádra (o permeabilitě  $\mu$ ), jsou koeficienty samoindukce obou vinutí (odst. 226)

$$L_1 = \frac{4\pi\mu q}{l} \cdot n_1^2 = Cn_1^2; \quad L_2 = \frac{4\pi\mu q}{l} \cdot n_2^2 = Cn_2^2$$

a jejich koeficient vzájemné indukce (odst. 227)

$$M = \frac{4\pi\mu q}{l} \cdot n_1 n_2 = C \cdot n_1 n_2.$$

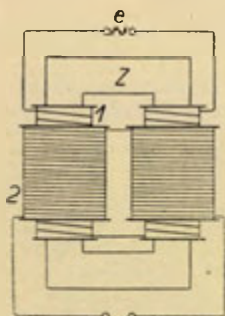
Ke svorkám primárního vinutí budiž zaplata vnější střídavá elektromotorická síla

$$e = E \cdot \sin \omega t.$$

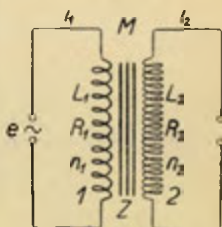
Prochází-li v určitém čase primárním vinutím proud  $i_1$  a sekundárním vinutím  $i_2$ , jsou indukční toky  $\Phi_1$  a  $\Phi_2$  každým z obou vinutí dány vztahy

$$\Phi_1 = L_1 \cdot i_1 + M \cdot i_2, \quad \Phi_2 = L_2 \cdot i_2 + M \cdot i_1.$$

Indukují se tudíž při změnách intenzity v nich indukovaná napětí



Obr. 363.  
Transformátor.



Obr. 364. Schema  
transformátoru.

$$e_1 = -\frac{d\Phi_1}{dt} = -L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt},$$

$$e_2 = -\frac{d\Phi_2}{dt} = -L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt}.$$

Okamžité intensity  $i_1$  a  $i_2$  v obou vinutích jsou pak dány vztahy

$$i_1 = \frac{e + e_1}{R_1} = \frac{1}{R_1} \left( E \sin \omega t - L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt} \right),$$

$$i_2 = \frac{e_2}{R_2} = -\frac{1}{R_2} \left( L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} \right).$$

Těmto dvěma rovnicím se vyhoví, je-li

$$i_1 = I_1 \cdot \sin(\omega t - \varphi_1), \quad i_2 = I_2 \cdot \sin(\omega t - \varphi_2);$$

to znamená, že v obou vinutích vznikají střídavé proudy o amplitudách  $I_1$  a  $I_2$  a fázových rozdílech  $\varphi_1$  a  $\varphi_2$ . Neznámé hodnoty  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  určí se tím, že výrazy pro  $i_1$  a  $i_2$  dosadíme do obou předšlých rovnic, jež musí býti splněny v každém čase. Tedy po rozvinutí jednotlivých členů musí se sobě rovnati koeficienty jak při  $\sin \omega t$ , tak při  $\cos \omega t$ . Tím dostáváme právě 4 rovnice pro určení 4 veličin  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$ . Výsledek je však složitý a málo přehledný.

Úvaha se značně zjednoduší, předpokládáme-li, že transformátor běží na prázdko, tedy že sekundární vedení je otevřeno,  $R_2 = \infty$ . Pak z druhé rovnice plyne  $i_2 = 0$  a první rovnice po úpravě nabývá tvaru

$$R_1 \cdot i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} = E \cdot \sin \omega t.$$

To je známá rovnice pro střídavý proud se zařazenou samoindukcí (odst. 228), z níž plyne pro intensitu ustáleného primárního proudu

$$i_1 = \frac{E}{\sqrt{R_1^2 + \omega^2 L_1^2}} \cdot \sin(\omega t - \varphi_1).$$

Pro napětí  $e_2$  na sekundárním vedení pak plyne dosazením

$$e_2 = -L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt} = -\frac{M \omega E}{\sqrt{R_1^2 + \omega^2 L_1^2}} \cdot \cos(\omega t - \varphi_1).$$

Zpravidla ohmický odpor  $R_1$  primární cívky bývá malý, takže můžeme  $R_1^2$  vedle  $\omega^2 L_1^2$  zanedbat. Pro amplitudu  $E_2$  sekundárního napětí pak dostáváme

$$E_2 = \frac{M \omega}{\sqrt{R_1^2 + \omega^2 L_1^2}} \cdot E = \frac{M}{L_1} \cdot E = \frac{C n_1 n_2}{C n_1^2} E = \frac{n_2}{n_1} E.$$



V sekundárním vinutí vzniká tedy při běhu na prázdnou napětí, jehož amplituda  $E_2$  je tolikrát větší než vnější napětí  $E$  v primární cívce, kolikrát má sekundární vinutí více závitů než vinutí primární.

Je-li sekundární cívka spojena s dosti velkým vnějším odporem, pak se dá ukázati, že odvozený výsledek platí aspoň přibližně (odchyly činí jen několik málo procent).

Energie přiváděná do primární cívky rovnala by se, kdyby nebylo ztrát, energii odváděné ze sekundárního vinutí. Ztráty jsou způsobovány Jouleovým teplem vyvinujícím se v obou vinutích, pak teplem vznikajícím v železném jádře Foucaultovými proudy a hysteresí. Při transformátoru správně sestrojeném jsou tyto ztráty zcela malé, 1% až 2%, takže účinnost transformátoru bývá 98% až 99%. Nehledíme-li k těmto ztrátám, pak z rovnosti výkonnosti

$$E_1 \cdot I_1 = E_2 \cdot I_2 \quad \text{plyne} \quad \frac{I_2}{I_1} = \frac{E_1}{E_2} = \frac{n_1}{n_2}.$$

To znamená: tolikrát se zvýšilo napětí v sekundárním vedení, tolikrát se zmenší intensita sekundárního proudu.

Při převádění el. energie na velkou vzdálenost vedením, jež má odpor  $R_0$ , je ztráta energie, spotřebovaná na vyvinutí Jouleova tepla dána výrazem  $R_0 \cdot I^2 \cdot l$ . Aby se tato ztráta co možná zmenšila, bylo by nutno při stejnosměrném proudu učiniti odpor vedení  $R_0$  co možná malý; to by vyžadovalo velmi silného kabelu, což by nadmíru zdražovalo dálkové vedení. Proto se užívá k převádění energie na dálku střídavých proudů velmi vysokého napětí, takže intensita ve vedení je pak velmi malá a tím i vznikající ztráty se stanou dostatečně malé.

Transformátor je příkladem dvou proudových obvodů, jež jsou navzájem vázány (spřaženy) tím, že mají společné pole magnetické; proto každá změna intensity v jednom obvodu se projevuje účinkem v druhém obvodu. Takovéto uspořádání nazýváme spřažení nebo vazba dvou obvodů, jež je v daném případě magnetická neboli induktivní. Ze vzorců pro koeficienty samoindukce  $L_1$  a  $L_2$  a vzájemné indukce  $M$ , uvedených na začátku tohoto odstavce, plyne vztah (platný velmi přibližně)

$$M = \sqrt{L_1 \cdot L_2}.$$

Takovouto vazbu nazýváme těsnou. V jiných případech jen část mg. pole bývá společná oběma obvodům; v tomto případě jest

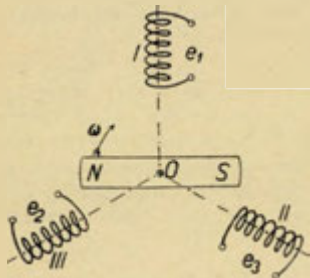
$$M < \sqrt{L_1 \cdot L_2} \quad \text{neboli} \quad M = k \cdot \sqrt{L_1 \cdot L_2} \quad (0 < k < 1).$$

Takováto vazba nazývá se volná; konstanta

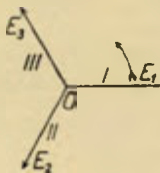
$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$$

se nazývá koeficient vazby (nebo koeficient spřažení) a má hodnoty mezi nulou a jedničkou.

**237. Třífázové proudy.** Při přenosu energie na dálku je nezbytno, jak jsme poznali, užívat střídavých proudů. Motory na jednoduchý střídavý proud jsou buď synchronní nebo asynchronní, ale oboje mají určité nedostatky, a proto se jich v praxi méně používá. Mnohem lépe se osvědčují motory poháněné několika střídavými proudy téže frekvence i amplitudy, jež jsou navzájem ve fázi rovnoměrně posunuty.



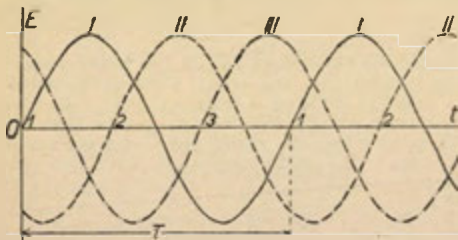
Obr. 365. Schema generátoru na třífázové proudy.



Obr. 366. Vektorové znázornění třífázového proudu.

Takováto soustava několika střídavých proudů fázově posunutých nazývá se *vícefázový proud*; v praxi se užívá výhradně proudů *třífázových*.

Schema generátoru na třífázový proud je naznačeno na obr. 365; jsou to tři stejné cívky umístěné ve stejných vzdálenostech na ob-



Obr. 367. Časový průběh napětí třífázového proudu.

vodu kruhu, uvnitř něhož se otáčí magnet. V cívkách se budi tři střídavá napětí  $e_1, e_2, e_3$  téže amplitudy  $E$ , avšak fázově posunutá o třetinu otočky. Vektorové znázornění tohoto třífázového napětí (obr. 366) představují 3 vektory  $E$  svírající navzájem úhly  $120^\circ$  a rovnoměrně se otáčející. Časový průběh všech tří napětí je zobrazen na obr. 367 a skládá se ze tří sinusoid vzájemně posunutých o třetinu periody; poččetně je vyjádřen vztahy

$$e_1 = E \cdot \sin \omega t, \quad e_2 = E \cdot \sin \left( \omega t - \frac{2\pi}{3} \right), \quad e_3 = E \cdot \sin \left( \omega t - \frac{4\pi}{3} \right).$$

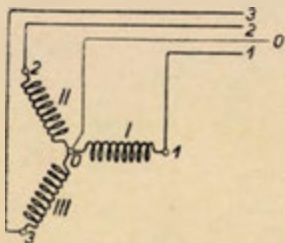
Jak se přesvědčíme rozvinutím, platí identicky

$$\sin \omega t + \sin \left( \omega t - \frac{2\pi}{3} \right) + \sin \left( \omega t - \frac{4\pi}{3} \right) = 0;$$

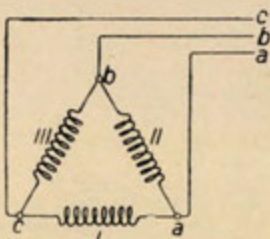
to znamená, že součet všech tří napětí je vždycky nulový,

$$e_1 + e_2 + e_3 = 0.$$

K převodu tří samostatných střídavých proudů bylo by třeba šesti drátů. Ale k převodu tří spoutaných střídavých proudů, jež tvoří třífázový proud, stačí tři dráty (po př. se přidává někdy čtvrtý t. zv. nulový). Dosahuje se toho tím, že tři cívky generátoru se spojí buď do hvězdy (obr. 368) nebo do



Obr. 368. Spojení hvězdové.



Obr. 369. Spojení trojúhelníkové.

trojúhelníku (obr. 369). Při spojení *hvězdovém* počátky všech cívek jsou spojeny vespolek (t. zv. *nulový bod*) a od jejich konců se vedou tři dráty jako vnější vedení. Napětí mezi kterýmikoli dráty (na př. 1 a 2) je dáno jakožto rozdíl příslušných napětí na cívkách, tedy

$$\begin{aligned} e_{12} &= e_1 - e_2 = E [\sin \omega t - \sin (\omega t - 120^\circ)] = \\ &= 2E \cdot \sin 60^\circ \cdot \cos (\omega t - 60^\circ) = E \cdot \sqrt{3} \cdot \cos (\omega t - 60^\circ). \end{aligned}$$

Amplituda výsledného napětí mezi dvěma vodiči je tedy v poměru  $\sqrt{3}$  větší než napětí na jedné cívce. — Při tomto spojení přidává se zpravidla nulový vodič, jímž se vyrovnávají rozdíly při nestejném zatížení jednotlivých fází (při stejném zatížení by ho nebylo třeba).

Při spojení *trojúhelníkovém* jsou všechny cívky zaplány za sebou, takže tvoří uzavřený obvod; od tří spojů vedou se tři vodivé dráty *a, b, c* jako vnější vedení. Napětí mezi kterýmikoli dráty je stejné jako napětí na příslušné cívce.

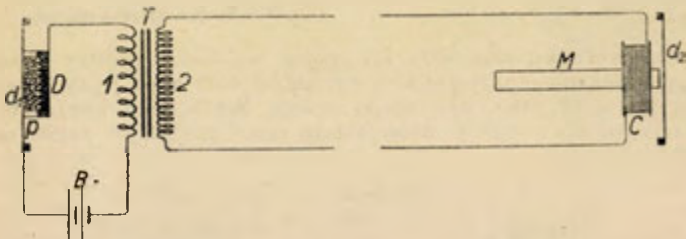
Při spojení do hvězdy je amplituda napětí  $\sqrt{3}$ -krát větší než při spojení do trojúhelníku, ale za to intenzita je v témže poměru menší.

*Motory na třífázové proudy* spočívají na této myšlence. Do tří cívek I, II, III uspořádaných jako v generátoru (srovn. obr. 365) vedme tři fáze střídavého proudu; uvnitř vznikne *točivé* mg. pole, jehož směr se za jednu periodu otočí o  $360^\circ$ . Je-li v tomto poli v sebe uzavřený vodič (kotva), vznikají v něm indukované proudy, protivící se podle Lenzova pravidla točení pole. Podle principu akce a reakce točivé pole působí stejně velkým a opačným momentem na kotvu, takže vynucuje si pohyb kotvy v souladném směru s otáčením mg. pole.

V praxi jak generátory tak i motory na třífázové proudy mají větší počet cívek (dělitelný 3), uspořádaných věncovitě a spojených vždy každá s následující třetí. — Transformátory na třífázové proudy musí býti ovšem trojitě.

**238. Telefonické přenášení zvuku.** Střídavých proudů vzbuzených indukcí užíváme k přenášení zvuku na dálku. Telefonické zařízení skládá se z *mikrofonu* (Hughes, 1878), jímž vzdušné chvění zvukové se mění na střídavé proudy, a z *telefonu* (Bell, 1875), jímž se zase vzniklé střídavé proudy mění na akustické chvění vzduchové.

*Mikrofon* (obr. 370, A) v podstatě spočívá na tom, že odpor uhlových zrněk se velmi značně mění s tlakem. Uhlová zrnka jsou



A. Mikrofon.

B. Telefon.

Obr. 370. Schema telefonického přenášení zvuku.

nasypána do prostoru mezi tenkou pružnou deštičkou uhlovou  $d_1$  a silnějším uhlovým kotoučem  $D$ ; po stranách jsou uzavřena plstí  $p$ . Proud z místní baterie  $B$  se vede uhlovou deštičkou  $d_1$  prostřednictvím zrněk do kotouče  $D$  a prochází pak primárním vinutím 1 malého transformátoru  $T$  zpět do baterie. Mluví-li se proti deštičce  $d_1$ , vzniklým chvěním deštička zvyšuje a zmenšuje tlak na uhlová zrnka; jejich odpor se v témže rytmu mění a tedy proud jimi procházející se střídavě zesiluje a zeslabuje. Tyto změny primárního proudu indukují v sekundárním vedení 2 střídavé proudy



(vysokého napětí, aby ztráty ve vnějším vedení byly malé); jejich kmitočet je též jako kmitočet použitého zvuku.

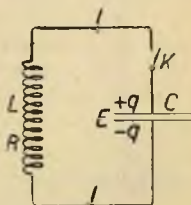
Vzniklé střídavé proudy vedou se vnějším vedením do cívky telefonu  $C$  (obr. 370,  $B$ ), jež je ovinuta kolem jednoho pólu permanentního magnetu  $M$ . Proti tomuto pólu magnetu jest tenká deska železná  $d_2$ , přitahovaná magnetem. Přicházející střídavé proudy střídavě zesilují a zeslabují mg. pole magnetu, takže je deska  $d_2$  střídavě silněji a slaběji přitahována a tím se uvádí do souhlasného kmitání, jaké koná uhlová deštička  $d_1$  mikrofonu. Kmitání deštičky  $d_2$  převádí se na chvění okolního vzduchu, takže přiložením ucha slyšíme též tón, jaký je vzbuzen před mikrofonem.

Permanentní magnet  $M$  telefonu je bezpodmínečně nutný pro správné přenášení řeči. Bez něho by vznikalo v cívce sice také střídavé pole mg., jež by však v každé periodě mělo dvakrát maximum a proto by za každou periodu dvakrát přitáhlo deštičku  $d_2$ , jejíž kmitočet by byl pak dvojnásobný proti původnímu zvuku. Vznikající tóny by byly o oktávu vyšší, současně by se však změnila jejich barvitost, což by znemožňovalo porozumění řeči (srovn. odst. 112).

Věrná reprodukce řeči (a hudby) vyžaduje, aby deštičky mikrofonu i telefonu správně předváděly tóny od kmitočtu asi 30 do 4000 a aby v tomto oboru neměly význačné resonance, jíž by se některé tóny zesilovaly na úkor druhých. Pro pouhé porozumění řeči při telefonickém přenášení však stačí, když deštičky nezkresleně předvádějí tóny kmitočtů 100 až 2000.

V telefonu vzbuzují slyšitelný tón i velmi slabé střídavé proudy (asi  $10^{-5}$  A). Můžeme proto telefonu používat jako ukazatele slabých střídavých proudů při měření samoindukcí a kapacit můstkovou methodou (odst. 232).

**239. Oscilátor.** Mějme vodivý obvod, v němž je zařazen kondensátor kapacity  $C$  a samoindukční cívka o samoindukci  $L$  (obr. 371). Budiž původně kondensátor nabit tak, že mezi jeho polepy je napětí  $E_0$  a tedy na polepech náboje  $\pm q_0 = \pm C \cdot E_0$ ; uvnitř kondensátoru je elektrostatické pole, mající energii  $W_0 = \frac{1}{2} C \cdot E_0^2$ . Jakmile zavedeme spojení klíčem  $K$ , počne se kondensátor vybíjet samoindukční cívkou, v níž při okamžité intensitě proudu  $I$  vzniká mg. pole o energii  $\frac{1}{2} L \cdot I^2$ . Nehledíme-li k ztrátám, jež vznikají Jouleovým teplem ve vedení, kolik ubude elektrostatické energie, tolik vznikne náhradou magnetické energie, až celá původní elst. energie se přemění v magnetickou a kondensátor je vybit. Pak počíná mizeti mg. energie, při čemž samoindukce udržuje se proud stejného směru jako dříve; tím se zase nabíjí kondensátor v opačném smyslu než dříve, až zase celá mg. energie se promění na elst. energii. Po tomto nabití kondensátor se znovu vybíjí (v opačném směru než dříve), energie elst. se mění v magnetickou a stejný děj opakuje se znovu a znovu.



Obr. 371. Oscilátor.



Pravíme, že v tomto vodivém obvodu vznikají *elektrické oscilace* a nazýváme jej proto *oscilační kruh* nebo *oscilátor* (uzavřený).

Sledujme početně děje v oscilačním kruhu. Okamžitá proudová intenzita  $I$  je dána časovým úbytkem náboje  $q$  na kondensátoru, tedy

$$I = -\frac{dq}{dt} = -C \cdot \frac{dE}{dt}, \quad (1)$$

je-li  $E$  okamžité napětí mezi polepy kondensátoru. Při změnách intenzity  $I$  vzniká samoindukcí napětí  $E_s$ , určené vztahem

$$E_s = -L \cdot \frac{dI}{dt}.$$

Označíme-li odpor celkového vedení  $R$ , máme pro intenzitu  $I$  podle Ohmova zákona

$$RI = E + E_s = E - L \cdot \frac{dI}{dt}.$$

Do této rovnice dosadíme za  $I$  hodnotu plynoucí z rovnice (1), takže

$$-RC \frac{dE}{dt} = E + LC \cdot \frac{d^2 E}{dt^2}$$

anebo

$$\frac{d^2 E}{dt^2} + \frac{R}{L} \cdot \frac{dE}{dt} + \frac{1}{LC} \cdot E = 0, \quad (2)$$

což je podmíněčná rovnice pro časový průběh napětí  $E$  na kondensátoru. Této lineární diferenciální rovnici vyhovuje integrál tvaru

$$E = A \cdot e^{\alpha t},$$

kdež  $A$  je integrační konstanta. Hodnotu  $\alpha$  musíme ovšem tak voliti, aby rovnice (2) byla splněna. Po dosazení do rovnice (2) a krácení dostáváme t. zv. charakteristickou rovnici

$$\alpha^2 + \frac{R}{L} \alpha + \frac{1}{LC} = 0,$$

jejíž kořeny jsou

$$\alpha_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}}.$$

Při malém poměrně odporu  $R$  bývá výraz pod odmocninou záporný. V tomto případě položíme

$$\frac{R}{2L} = \delta, \quad \frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2} = \omega^2,$$

takže kořeny mají tvar

$$\alpha_{1,2} = -\delta \pm j\omega,$$

značí-li  $j = \sqrt{-1}$  imaginární jednotku. Obecným integrálem rovnice (2) je pak

$$E = A_1 e^{\alpha_1 t} + A_2 e^{\alpha_2 t} = e^{-\delta t} (A_1 e^{j\omega t} + A_2 e^{-j\omega t}).$$

Vzhledem k známým Eulerovým vztahům

$$e^{j\omega t} = \cos \omega t + j \sin \omega t, \quad e^{-j\omega t} = \cos \omega t - j \sin \omega t$$

lze nalezený výsledek uvést do tvaru

$$E = e^{-\delta t} (B_1 \cos \omega t + B_2 \sin \omega t),$$

kdež  $B_1$  a  $B_2$  jsou integrační konstanty. Podle vztahu (1) dostáváme pak pro intenzitu  $I$

$$I = -C \cdot \frac{dE}{dt} = C \cdot e^{-\delta t} [(B_1 \delta - B_2 \omega) \cos \omega t + (B_1 \omega + B_2 \delta) \sin \omega t].$$

To znamená obecně, že výboj kondensátoru skrze samoindukční cívku jest periodický, avšak amplitudy stále ubývá (podle exponenciálního zákona); vznikají *tlumené oscilace*.

Hodnota konstant  $B_1$  a  $B_2$  se určí z podmínky, že v čase  $t=0$  bylo  $E=E_0$  a  $I=0$ . Po dosazení do předešlých rovnic dostaneme

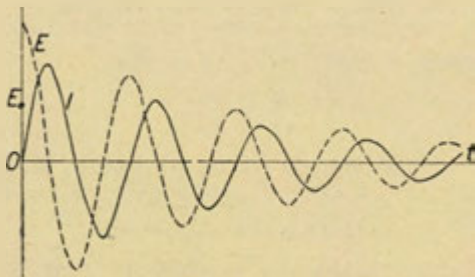
$$B_1 = E_0, \quad B_2 = \frac{\delta}{\omega} E_0,$$

takže pro řešení uvažovaného případu máme po jednoduché úpravě

$$E = E_0 \cdot e^{-\delta t} \left[ \cos \omega t + \frac{\delta}{\omega} \sin \omega t \right],$$

$$I = I_0 \cdot e^{-\delta t} \cdot \sin \omega t, \quad \text{při čemž} \quad I_0 = \frac{E_0}{\omega L}.$$

Na obr. 372 je znázorněn časový průběh napětí  $E$  (čarou trhanou)



Obr. 372. Tlumené oscilace.

a intensity  $I$  (čarou plnou) při tlumených oscilacích. Jejich perioda  $T$  se určí z odvozeného vztahu pro kruhovou frekvenci  $\omega$ , totiž

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}.$$

Veličina  $\delta = R/2L$  nazývá se *konstanta útlumu*; místo ní se mnohdy zavádí t. zv. *logaritmický dekrement*  $d = \delta \cdot T$ . Je-li amplituda intensity v určitém okamžiku  $I_1$ , zmenší se za jednu periodu na hodnotu

$$I_2 = I_1 \cdot e^{-2\pi} = I_1 \cdot e^{-d},$$

takže pro log. dekrement dostáváme

$$d = \delta \cdot T = \ln \frac{I_1}{I_2}.$$

V případě, že by byl odpor  $R$  tak malý, že by jej bylo možno proti ostatním veličinám zanedbat, bylo by

$$\delta_0 = 0, \quad \omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{1}{LC}}, \quad \text{tudíž} \quad T_0 = 2\pi \sqrt{LC},$$

což je známý již Thompsonův vzorec (odst. 231). V tomto případě je pak

$$E = E_0 \cdot \cos \omega t, \quad I = I_0 \cdot \sin \omega t.$$

Vznikají oscilace netlumené, v nichž napětí  $E$  přechází intensitu  $I$  ve fázi přesně o čtvrtinu doby kmitové. Ze vztahu

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$$

je zřejmé, že tlumení zmenšuje kruhovou frekvenci  $\omega$  a tedy prodlužuje dobu kmitovou.

Oscilační ráz výboje kondensátoru dokázal experimentálně Føddersen (1857) tím, že fotografoval obraz el. jiskry v zrcadle velmi rychle se otáčejícím.

Je-li odpor  $R$  dosti značný, takže výraz

$$\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}$$

je kladný, má charakteristická rovnice dva reálné záporné kořeny, jež označíme  $-\delta_1$  a  $-\delta_2$ . V tom případě obecný integrál rovnice (2) jest

$$E = A_1 e^{-\delta_1 t} + A_2 e^{-\delta_2 t}.$$

Určíme-li hodnoty integračních konstant  $A_1$  a  $A_2$  tak, aby pro  $t=0$  bylo  $E=E_0$  a  $I=0$ , jak jsme dříve předpokládali, dostaneme

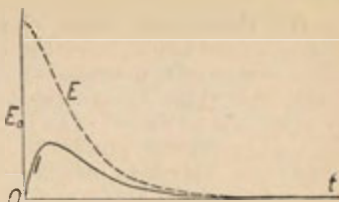
$$E = \frac{E_0}{\delta_2 - \delta_1} (\delta_2 e^{-\delta_1 t} - \delta_1 e^{-\delta_2 t})$$

a z toho plyne pro intensitu proudu

$$I = C \cdot E_0 \frac{\delta_1 \delta_2}{\delta_2 - \delta_1} (e^{-\delta_1 t} - e^{-\delta_2 t}).$$

V takovémto případě nastává *výboj aperiodický*, jehož časový průběh je znázorněn na obr. 373.

Napětí  $E$  kondensátoru klesá na nulu bez oscilací, intensita  $I$  z nuly stoupne na maximální hodnotu a pak rovněž klesá na nulu.



Obr. 373. Aperiodický výboj.

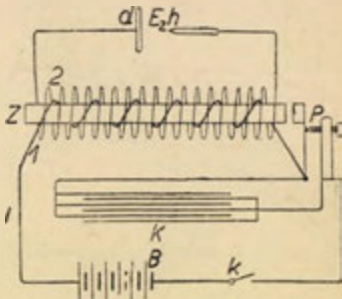
**240. Induktor Ruhmkorffův.** Pro vzbuzení velmi vysokých napětí užíváme *induktoru* Ruhmkorffova (obr. 374), což je vlastně transformátor.

Železné jádro  $Z$  (složené z drátů, aby se zamezily vířivé proudy) jest ovínuto dvěma cívkami, primární 1 a sekundární 2.

Primární cívka má poměrně malý počet závitů silného drátu a je spojena se zdrojem  $B$  stejnosměrného proudu, vypínačem  $k$  a elektromagnetickým přerušovačem proudu  $P$  (Wagnerovo kladívko, t. j. kotva na vzpružině, jíž se dotýká přívodný hrot).

K přerušovači  $P$  je paralelně připojen listkový kondensátor  $K$ ,

jenž zamezuje jiskření a jehož účel poznáme v dalším výkladu. Sekundární cívka má velký počet závitů tenkého drátu navzájem dokonale izolovaného a je připojena k vzduchové dráze výbojové (po př. k výbojovým trubicím).



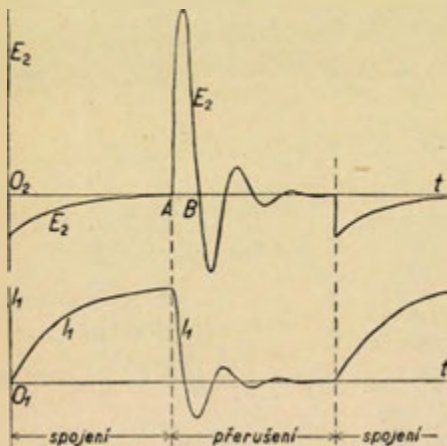
Obr. 374. Induktor Ruhmkorffův.

Jakmile spojíme proud, vzrůstá intensita  $I_1$  vzhledem k velké samoindukci primární cívky poměrně zvolna (obr. 375) a v sekundárním vinutí se indukuje poměrně malé napětí  $E_2$  opačného směru, klesající na nulu. Současně se zmagnetuje jádro, jež přitáhne kotvu a tím přeruší primární proud. Po přerušení je primární cívka spojena (přes baterii a vypínač) s kondensátorem  $K$ , takže tvoří oscilační kruh. Vznikne proto v primárním vedení tlumený oscilační výboj, jenž indukuje v sekundární cívkce velmi vysoké střídavé napětí, ovšem rovněž tlumené. Je-li sekundární vedení spojeno s poměrně malým odporem, na př. s krátkou výbojovou drahou vzduchovou

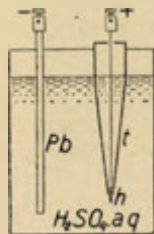
nebo s Geisslerovou trubicí, vzniká v ní rovněž oscilační výboj a to oboustranný. Jestliže však do sekundárního vedení zařadíme dosti dlouhou výbojovou dráhu vzduchovou, stačí na jiskrový výboj jen velmi vysoké napětí v první půlperiodě (mezi  $A$  a  $B$ ) a výboj jest jednostranný.

Po přerušení primárního proudu se železné jádro zase odmagnetuje, vzpružina oddálí kotvu a opět spojí primární proud, načež se celý děj znovu opakuje.

Za jednostranného výboje prochází sekundárním vedením proud vysokého napětí jen v první půlperiodě po přerušení. Chceme-li tedy dosáhnouti velkých účinků, musíme se postaratí o to, aby se proud velmi rychle po sobě přerušoval a spojoval, nač elmg. přerušovač zpravidla nestačí. Buď užíváme zvláštních rychlých



Obr. 375. Časový průběh primárního proudu  $I_1$  a sekundárního napětí  $E_2$ .



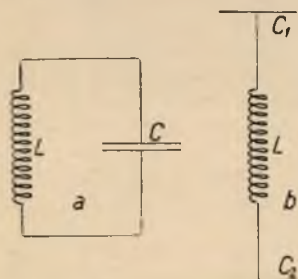
Obr. 376. Wehneltův přerušovač.

přerušovačů (na př. turbinového přerušovače rtuťového) nebo nejlépe použijeme Wehneltova přerušovače.

Wehneltův přerušovač (obr. 376) je nádoba s 20% roztokem kyseliny sírové, do níž zasáhá krátký platinový drát  $h$  vyčnívající z porcelánové trubice jako anoda; katodou jest olověná deska. Po zapnutí přerušovače vznikne na platinovém hrotu velká hustota proudu, již se platinový drát tak zahřeje, že okolní kapalina se promění v páry obalující hrot a tím přeruší proud. Při přerušení vznikne u hrotu samoindukční jiskra, již se bublina par prorazí, takže znovu se kapalina dotkne hrotu a tím spojí proud, načež se celý děj stále opakuje. Tímto přerušovačem dá se dosáhnouti velmi rychlého přerušování, až 1000krát za vteřinu. Užívá-li se Wehneltova přerušovače, je třeba vypnouti kondenzátor  $K$ , jenž by totiž zamezoval jiskření potřebné k přerušování proudu. — Wehneltův přerušovač vyžaduje dosti vysokého napětí primárního proudu (nejméně 30 V, zpravidla kolem 100 V).

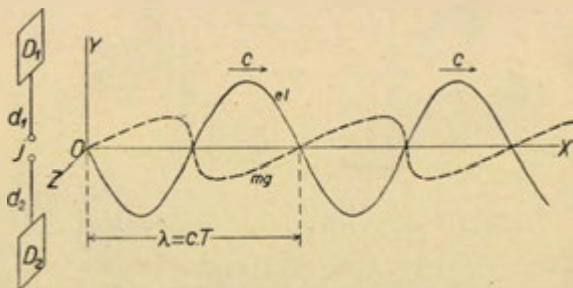


**241. Elektromagnetické vlny.** Maxwell (1865) ze svých theoretických úvah odvodil, že z místa elektrického rozruchu (na př. výboje jiskrového) musí se šířiti na všechny strany elektromagnetická vlna a to rychlostí rovnou rychlosti světla  $c = 3 \cdot 10^{10}$  cm/sec ve vakuu. Tento důsledek potvrdil pokusně Hertz (1887).



Obr. 377. Oscilátory:  
a) uzavřený, b) otevřený.

Poznali jsme již uzavřený oscilátor (odst. 239), skládající se ze samoindukce  $L$  a kapacity  $C$  (obr. 377, a). Takovýto oscilátor vysílá však na venek jen málo energie. Myslíme-li si tento oscilátor otevřen do přímkového tvaru, na jehož koncích jsou původní desky kondensátoru, máme oscilátor otevřený (obr. 377, b). Při něm elektrické pole zasahá do okolního prostoru a proto se lépe hodí k vysílání elm. vln. Tohoto druhu byl oscilátor, jehož Hertz použil ke svým klasickým pokusům. Ke dvěma kuličkám (obr. 378), vodivě připojeným k sekundární cívce induk-



Obr. 378. Vznik elektromagnetických vln.

toru, takže mezi nimi mohly přeskakovati jiskry (jiskřiště  $J$ ), připojil dva rovné dráty  $d_1$ ,  $d_2$  (zastupující samoindukci), na jejichž vnějších koncích byly dvě kovové desky  $D_1$ ,  $D_2$ , představující kapacitu.

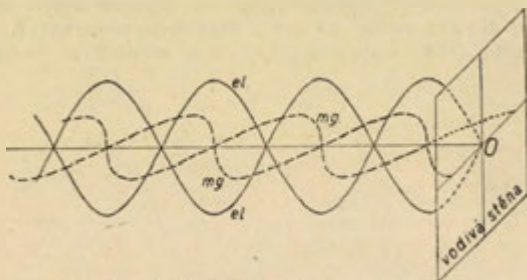
Při nakreslené svislé poloze oscilátoru, jsou-li obě desky  $D_1$  a  $D_2$  opačně nabitý, vzniká kolem oscilátoru el. pole, jehož siločáry protínají svisle vodorovnou rovinu symetrie. Jestliže oscilátorem proudí proud (svislým směrem), vzniká v jeho okolí mg. pole, jehož

siločáry jsou koncentrické kružnice, takže mg. síla leží ve vodorovné rovině, majíc směr dopředu nebo dozadu.

Když mezi oběma kuličkami vznikne oscilační jiskrový výboj, vzniká střídavě jak elektrické, tak i magnetické pole, jež se postupně šíří do okolí, zase zaniká, vzniká pole opačného směru atd. Všechny tyto periodické změny šíří se od oscilátoru na všechny strany stálou rychlostí a vzniká tak *elektromagnetické vlnění*. Elektrická i magnetická síla jsou kolmé k směru paprsku i navzájem; za dané úpravy el. síla má směr svislý, mg. síla směr vodorovný (kolmý k nákresně v obr. 378). Obě vlny (el. i mg.) postupují dopředu rychlostí světelnou  $c$ , takže délka vlny  $\lambda$  jest určena vztahem

$$\lambda = c \cdot T,$$

značí-li  $T$  kmitovou dobu oscilací. Při Hertzových pokusech délka vlny byla asi 6 m. Obě vlny mají stejnou fázi, t. j. v témž místě nastávají současně buď maxima el. i mg. síly nebo jejich nulové hodnoty. Ovšem jejich intensity s rostoucí vzdáleností ubývá (k čemuž ve schematickém obrázku 378 nebylo přihlédnuto).



Obr. 379. Stojaté vlnění elmg. vzniklé odrazem.

Existenci takovéto elmg. vlny dokázal Hertz svým elmg. *rezonátorem*, což byl drát do kruhu stočený a přerušený na jednom místě velmi krátkým jiskřištěm. Při vhodné poloze rezonátoru (na př. když jeho plocha je kolmá k směru mg. síly) nastává v důsledku elmg. indukce jiskření na přerušeném místě. Hertz tímto způsobem dokázal, že elmg. vlny se odrážejí i lámou podle stejných zákonů jako vlny světelné, a zjistil také jejich polarisaci; polarisační rovina jest určena směrem mg. síly. Tyto základní pokusy byly potvrzením Maxwellova úsudku, že světlo je v podstatě elmg. vlnění, ovšem o velmi krátké délce vlny.

Dopadá-li rovinná elmg. vlna kolmo na vodivou stěnu (obr. 379), odráží se zpět do původního směru. Vlnění dopadající a vlnění

odražené skládá se pak ve výsledné vlnění stojaté (odst. 87 a 88). Při tom el. vlna se odráží vždy s opačnou fází, takže na vodivé stěně vznikne uzel el. vln; další uzly el. vln jsou vzdáleny o  $\frac{1}{4}\lambda$ ,  $\frac{3}{4}\lambda$ ,  $\frac{5}{4}\lambda$  atd. Vlna mg. odráží se na vodivé stěně se stejnou fází, takže u stěny je kmitna mg. vlnění; příslušné uzly mg. vlnění jsou od stěny vzdáleny o  $\frac{1}{2}\lambda$ ,  $\lambda$ ,  $\frac{3}{2}\lambda$  atd.

O theorii rovinné elmg. vlny pojednáme v odst. 255. v němž vlastnosti tohoto vlnění odvodíme ze základních rovnic Maxwellových.

Hertzovy pokusy v původní úpravě vyžadovaly vzhledem k značné vlnové délce (asi 6 m) velké prostory, velkých stěn a hranolů. K obvyklým přednáškovým pokusům je třeba pozmeniti je tak, aby vlnová délka byla mnohem menší. Toho se dosáhne vhodnou úpravou oscilátoru, jenž se skládá ze dvou blízkých kuliček v nádobě s olejem, opatřených na vnější straně krátkými kovovými tyčinkami; tím se sníží vlnová délka na několik centimetrů. Tento oscilátor se vloží do ohniskové přímky válcového parabolického zrcadla, jímž vzniklé vlnění se odráží do směru rovnoběžného s osou zrcadla, takže vzniká přibližně rovinná vlna. Proti vycházejícímu vlnění postaví se druhé podobné zrcadlo, jež energii vlnění soustřeďuje zase do své ohniskové přímky. Jakožto detektoru elmg. vln užije se *kohereru* (Branly, 1890). Je to skleněná trubice  $t$  (obr. 380), v níž mezi dvěma



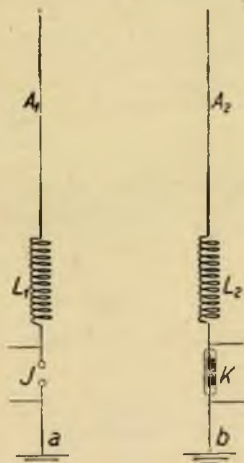
Obr. 380. Koherer.

kovovými válečky  $v_1$  a  $v_2$  je nasypano trochu kovových pilin  $p$  (nejlépe směs pilin niklových a stříbrných). Piliny se jen lehce dotýkají, jsouce odděleny tenkými vrstvami vzduchovými, takže pro el. proud poskytují veliký odpor. Jakmile však dopadne elmg. vlnění na koherer, přeskakují mezi jednotlivými pilinkami mikroskopické jiskřerky; jimi se prorazí oddělující vrstvy vzduchové, takže nastane mnohem lepší dotyk mezi pilinami a jejich odpor klesne na zcela malou hodnotu (asi setinu původní hodnoty). Ke kohereru připojíme místní baterii a el. zvonek; pro velký odpor kohereru prochází jím tak slabý proud, že zvonek nezní. Jakmile však dopadne na koherer elmg. vlny a sníží jeho odpor, počne zvonek trvale zvonit. Poklepem na koherer přivedeme jej zase do původního stavu, takže znění zvonku ustane.

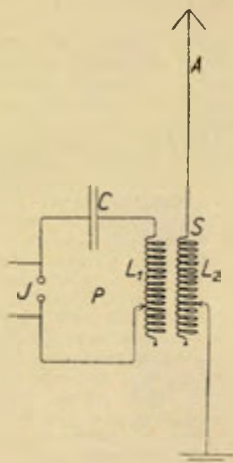
V této úpravě lze předvésti v posluchárně Hertzovy pokusy o přímočarém šíření vln elmg., o jejich odrazu a lomu a o jejich polarisaci.

**242. Radiotelegrafie.** Brzy po klasických pokusech Hertzových vyskytla se snaha použití elmg. vln k zaslání zpráv na dálku (Lodge, Muirhead, 1894, Popov, 1895). Problém ten úspěšně rozřešil však teprve r. 1896 Marconi. Jeho vysílací stanice (obr. 381 a) je v podstatě otevřený oscilátor s jiskřištěm  $J$ , v němž kapacita je nahrazena anténou  $A_1$ , což byl původně dlouhý drát svisle vztyčený. V oscilátoru je zařazena samoindukční cívka  $L_1$ , aby se dosáhlo dlouhých elmg. vln. Marconi poznal, že stačí jen polovička oscilátoru, a mohl proto jiskřiště spojit přímo se zemí. Příjemní stanice (obr. 381 b) byla upravena úplně shodně, jen na místo jiskřiště byl zaplat koherer  $K$ . Ke kohereru bylo připojeno přijímací zařízení, t. j. místní baterie a buď el. zvonek nebo Morseův zapisovací přístroj. Kotva elektromagnetu přijímacího

přístroje byla opatřena zvláštní paličkou, jež při spojení proudu klepne na koherer a tak jej znovu uvede do nevodivého stavu. Při krátkém signálu vyslaném z vysílací stanice zapíše přijímací přístroj tečku; při vysílání delšího signálu zapisují se jednotlivé tečky těsně vedle sebe, tvořící čárku; tak lze vysílati obvyklé



Obr. 381. Schema Marconiovy vysílací a přijímací stanice.



Obr. 382. Braunova vysílací stanice.

písmo telegrafické. Marconi mohl tímto způsobem vysílati zprávy až do vzdálenosti 18 km.

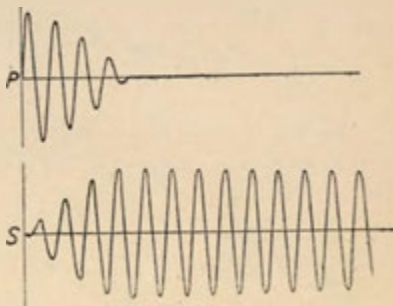
Původní úprava Marconiova byla během času různým způsobem zdokonalena. Místo antény se svislým drátem užívá se výhodnější antény vodorovné, co možná vysoko nad zemí napjaté (má ovšem vedle kapacity též určitou samoindukci). Aby se sousední stanice navzájem nerušily, užívá se podle Brauna (1900) laděné radiotelegrafie; to vyžaduje kmitů málo tlumených, ale má to výhodu, že zladěný přijímač je mnohem citlivější. S toutž vysílací energií se vystačí pak na mnohem delší dosah.

Braunova vysílací stanice (obr. 382) skládá se z primárního zavřeného oscilátoru  $P$ , v němž je jiskřiště  $J$ , kapacita  $C$  a proměnná samoindukce  $L_1$ . S tímto oscilátorem je spřažen sekundární otevřený oscilátor  $S$ , v němž proměnná samoindukce  $L_2$  obstarává spřažení a ladění; kapacitou je anténa  $A$ . Primární oscilační kruh  $P$  je tak upraven, aby mohl pojmouti do sebe velkou energii, sekundární kruh  $S$ , poněvadž nemá jiskřiště, jest jen velmi málo



tlumen, což je právě podmínkou dobré výkonnosti. Ale tato úprava má nevýhodu, že při sprážení dvou oscilátorů přechází kmitová energie z jednoho na druhý a zase zpět, jak je naznačeno na obr. 155 (str. 192). Vznikají v každém oscilačním okruhu rázy, což znamená, že v nich jsou dvě různé vlny. Přijímač může být naladěn jen na jednu z nich, takže se vlastně využije jen poloviny vynaložené energie.

Tuto závadu odstranil M. Wien (1906) použitím t. zv. *vyhasínající jiskry*. Zvláštní úpravou jiskřiště se dosáhne toho, že v primárním kruhu, když po prvé v něm kmitavá energie klesne na nulu, jiskra vyhasne a a tím přeruší vodivé spojení primárního kruhu. V tu dobu přešla veškerá kmitavá energie na sekundární kruh a nemůže pak přecházeti zpět na primární kruh. V sekundárním kruhu udržují se tudíž oscilace jen velmi málo tlumené, jak je naznačeno na obr. 383.



Obr. 383. Oscilace při použití vyhasínající jiskry.

Netlumené oscilace mohou se také vzbuditi tím, že se v primárním oscilátoru nahradí jiskřiště elektrickým obloukem vhodně upraveným (t. zv. *Poulsenův oblouk*). Nebo konečně se budí přímo zvláštními generátory na střídavé proudy velmi vysoké frekvence (Fessenden a Alexanderson 1905, Goldschmidt). Veškeré tyto způsoby jsou však v poslední době zatlačeny do pozadí vysílači, které používají k výrobě netlumených oscilací *elektronových lamp*, o nichž pojednáme později (odst. 248).

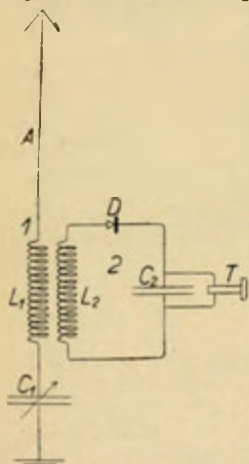
Přijímací stanice jsou nyní téměř výhradně upraveny na příjem telefonický. To však vyžaduje, aby vysokofrekvenční oscilace, jež by blána telefonická nestačila sledovati a jež by ostatně nebyly slyšitelné, byly přeměněny na nízkofrekvenční oscilace v oboru slyšitelnosti sluchu. Užívá se k tomu detektorů usměrňovacích, a to buď *detektoru krystalového* nebo *detektoru lampového* (odst. 248).

Určité vodivé krystaly (na př. leštěnec olověný, kyz železný, karborundum a pod.) mají vlastnost, že na místě, kde se jich dotýká hrot kovového drátu, propouštějí el. proud jen jedním směrem (působí tedy jako el. ventil).

Pokud se pro vysílání užívalo tlumených oscilací, zařídila se věc tak, že na vysílací stanici přeskakoval za vteřinu velký počet jisker (na př. 1000). V tomto případě přijímací stanice (obr. 384)

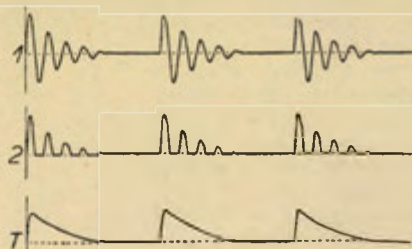


se skládá z otevřeného obvodu 1 (s anténou  $A$ , samoindukcí  $L_1$  a s proměnlivým kondensátorem  $C_1$  za účelem vyladění), s nímž je spřažen uzavřený obvod 2 (samoindukce  $L_2$ , detektor krystalový  $D$  a kondensátor  $C_2$  s připojeným telefonem  $T$ ). Primární obvod



Obr. 384. Příjmač pro příjem detektorem krystalovým.

zachycuje jednotlivé tlumené oscilace, jak je naznačeno v hořejší části obr. 385. Detektor v sekundárním obvodu propouští pouze proudy jednoho směru, jak je vyznačeno na obr. 385 uprostřed. Telefonická membrána se účinkem těchto stejnosměrných proudů prohne vždy jenom jednou (obrázky 385 dole), takže vykoná tolik



Obr. 385. Výklad příjmu detektorem krystalovým.

kmitů, kolik bylo vysláno jisker (v daném případě slyšíme v telefonu tón o kmitočtu 1000).

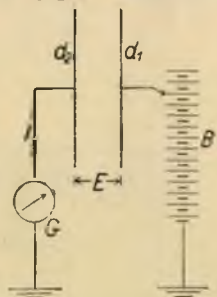
Kdybychom touto úpravou přijímali netlumené vlny, pak by se telefonní membrána na začátku každé značky (čárky nebo tečky) prohnila dovnitř a na konci značky by se vrátila do původní polohy, což by se projevilo krátkotrvajícími šelesty, ale vlastních značek bychom neslyšeli. Aby byly vysílané značky slyšitelné, vloží se do detektorového kruhu zvláštní přerušovač proudu (t. zv. *tikker*), jenž přerušuje proud na př. 500 krát za vteřinu. Telefon reaguje pak na tato rytmická přerušování a slyšíme v něm značky jako tón o kmitočtu rovném kmitočtu přerušovače. Nejužívanější je však způsob příjmu pomocí *heterodynu* (Fessenden, 1907). Má-li vysílaná vlna na př. kmitočet 200.000, vzbudíme místním oscilátorem el. oscilace o kmitočtu maličko rozdílném, na př. 201.000, a oboje oscilace převedeme do detektorového okruhu. Tam vznikají pak *rázy*, jichž počet za vteřinu se rovná rozdílu obou původních kmitočtů, tedy v daném případě 1000 za vteřinu, a ty pak slyšíme telefonem jako hudební tón.

## V. Elektrické výboje v plynech.

**243. Výboj nesamostatný.** Plyny i páry jsou za obyčejných poměrů dokonale izolátory; nabitý elektroskop udrží svůj náboj ve vzduchu (suchém nebo vlhkém) velmi dlouho. Avšak vnějším působením mohou se plyny státi do jisté míry vodivými. Osvětlíme-li nabitý elektroskop zejména ultrafialovými paprsky, ztrácí vedením okolního vzduchu rychle svůj náboj. Podobné také plyny vycházející z plamenů nebo vzduch procházející podél rozžhavených těles jeví určitou vodivost. Nejlepší způsob, jak učiniti plyn vodivým, jest ozářiti jej paprsky Röntgenovými nebo zářením radioaktivním.

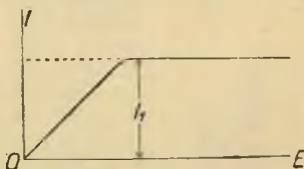
Tento způsob vedení elektriny v plynech vysvětlil J. J. Thomson *ionisací* plynu. Účinkem ionizačního činidla (na př. Röntgenova nebo radioaktivního záření) štěpí se neutrální molekuly plynu v *ionty* opačně nabitě, z nichž kladné se pohybují ve směru el. siločar, záporné opačným směrem a tak přenášejí náboje plynem. Jakmile přestane působiti ionizační činidlo, spojí se takřka ihned ionty kladné se zápornými na neutrální molekuly a vodivost plynu zmizí.

Mějme dvě kovové desky  $d_1$  a  $d_2$  (obr. 386), z nichž jedna je spojena se zdrojem  $B$  proměnlivé elektromotorické síly a druhá přes citlivý galvanometr  $G$  se zemí. Pokud není vzduch mezi oběma



Obr. 386. Vedení elektriny v plynech.

deskami ionisován, proud neprochází. Jestliže však vzduch ionisujeme (na př. osvětlíme-li jej ultrafialovými paprsky), nastává mezi deskami pochod vzniklých iontů



Obr. 387. Závislost intensity  $I$  na napětí  $E$ .

(kladné směrem el. síly, záporné opačným směrem), při čemž některé ionty přijdou až k deskám a tam odevzdávají svůj náboj; výsledkem toho jest, že vrstvou vzduchu prochází el. proud, jak zjistíme galvanometrem  $G$ . Jestliže napětí  $E$  mezi deskami zvyšujeme postupně od nuly, roste intensita vzniklého proudu nejprve úměrně s napětím, pak mírněji, až konečně nabude jisté mezní hodnoty, zvané *nasyčený proud*  $I_1$ , jež se dalším zvyšováním napětí  $E$  již nemění (obr. 387).

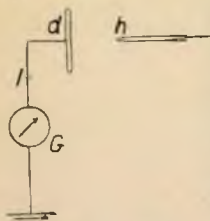
Vznikající ionty nabývají totiž rychlosti tím větší, čím je větší el. síla v poli, tedy čím je větší napětí  $E$  mezi oběma deskami; ale při tom ionty mají snahu spojovati se v neutrální molekuly. Při malém napětí  $E$  jen část iontů se dostane k deskám a tak způsobuje proud; ostatní se zase spojí v neutrální molekuly. Při větším napětí je rychlost iontů větší, tedy více se jich dostane až k deskám; intensita proudu proto roste. Konečně však nastane takový stav, při němž všechny vznikající ionty dospějí až k deskám a tak se zúčastňují vedení proudu; vzniká nasycený proud. Další zvyšování napětí nemá pak již účinku.

Jestliže obě desky oddálíme, vzniká za téhož ionizačního činidla ve zvětšeném prostoru přiměřeně více iontů. Na nasycený proud potřebujeme pak ovšem většího napětí, ale proud sám je silnější. Intensita nasyceného proudu roste tudíž se vzdáleností desek, t. j. neplatí v tomto případě zákon Ohmův.

Intensita nasyceného proudu při dané úpravě desek závisí pouze na použitém záření; můžeme tudíž tímto způsobem účinky různých druhů záření měřit a spolu srovnávat.

Uvažované vedení elektřiny v plynech vyžaduje, aby vodivost plynu byla udržována vnějším ionizačním činidlem, a proto se tento zjev nazývá *nesamostatný výboj*.

**244. Výboj samostatný.** Proti kovové desce  $d$  (obr. 388), spojené přes citlivý galvanometr  $G$  se zemí, postavme do jisté vzdálenosti ostrý kovový hrot  $h$ , udržovaný na značně vysokém potenciálu. Zjistíme, že galvanometrem prochází slabý proud; za tmy vidíme, že z hrotu vychází keříčkové fialové světlo. Tomuto výboji říkáme *doutnavý výboj* (nebo též *tichý*). Jestliže (po vypnutí galvanometru) přibližujeme hrot k desce, počnou se tvořit při určité vzdálenosti mezi hrotem a deskou rychle po sobě jdoucí jasné jiskry, což je *výboj jiskrový*. Při ještě větším přiblížení hrotu vznikne trvale svítící výboj po celé dráze mezi hrotem a deskou, jež nazýváme *výboj obloukový*. Ve všech těchto případech udržuje se vodivost plynu sama sebou (vyžaduje



Obr. 388. Vybíječ.

to ovšem vysokého napětí mezi hrotem a deskou) a proto tyto zjevy nazýváme souborně *výboj samostatný*.

Vznik vodivosti plynu při samostatném výboji vyložili J. J. Thomson a Townsend. Podle kinetické theorie plynů (odst. 138) pohybují se molekuly plynu různými směry velmi značnými rychlostmi (mnoha set metrů). Okolnost, že dva různé plyny i při těchto velkých rychlostech molekul jen zvolna do sebe difundují, vede

k předpokladu, že molekuly mají určitý objem a proto při svém pohybu často na sebe narážejí (několik tisícimilionkrát za vteřinu). Průměrná dráha molekuly mezi dvěma srážkami nazývá se *střední volná dráha*, jež za obvyčejných poměrů měří jen několik miliontin centimetru. Čím je plyn zředěnější, tím je počet srážek menší a tedy střední volná dráha větší.

V plynu i za obvyčejných poměrů (bez ionizačního činidla) bývá účinkem srážek jistá malá část molekul rozštěpena na ionty. Je-li takovýto plyn ve velmi silném poli elektrickém, pohybují se kladné ionty směrem el. síly, záporné směrem opačným a to zrychleně, takže jejich kinetická energie roste. Jestliže při tom ionty nabudou dostatečně velké energie, mohou nárazem na neutrální molekulu rozštěpiti ji na nové ionty (*ionisace nárazem*); nově vzniklé ionty účinkem el. pole nabývají hned zase velikých rychlostí, nárazy ionisují další molekuly atd. Při velkém počtu srážek vzrůstá tedy počet iontů velmi rychle (lavinovitě), takže se plyn účinkem el. pole sám ionisuje a tak stává vodivým.

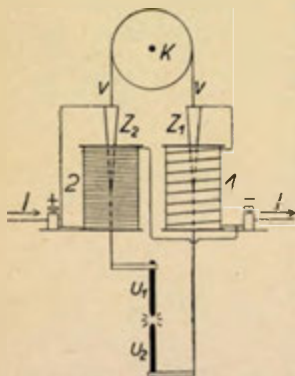
Za obvyčejného tlaku vzduchu je střední volná dráha molekul velmi malá; proto k samovolné ionisaci je potřebný velmi značný spád potenciálový (asi 30000 V na cm), aby ion již za své krátké volné dráhy nabyl dostatečné energie pro ionisaci nárazem. Ve zředěném plynu je volná dráha molekul větší, proto na ionisaci a tím i na výboj stačí mnohem menší potenciálový spád, neboť el. pole působí na ion po delší dráze.

**245. Obloukové světlo.** Z výbojů v plynech obvyčejného tlaku technicky nejdůležitější jest *obloukový výboj* mezi uhlíkovými elektrodami (Davy, 1821). Jestliže dva zašpičatělé uhlíky spojíme s napětím větším než 40 V a přivedeme je do dotyku, je na stykovém místě poměrně velký odpor a proto vyvinujícím se Jouleovým teplem oba uhlíky se rozežhaví. Oddálíme-li je pak asi na 1 mm, nepřeruší se proud, nýbrž vytvoří se mezi nimi t. zv. *světelný oblouk*, zprostředkující vedení proudu. Z rozžhavené katody vystupují totiž elektrony (podobně jako ze žhavé katody elektronových lamp), pohybují se prudce směrem k anodě a nárazy na molekuly ionisují plyn, jenž se tím stává vodivým. Na trvalé udržení této ionisace je zapotřebí potenciálního rozdílu aspoň 40 V; největší spád potenciálový je těsně u anody a činí asi 23 V, spád u katody je asi 10 V a zbytek připadá na spád podél oblouku. S délkou oblouku proto potřebné napětí stoupá; při délce 1 mm je 40 V, při 2·8 mm 46 V, při 6 mm je 52 V, současně však stoupá také intensita proudu (je v daných příkladech 3 A, 9 A, 40 A). Proudem rozžhávají se oba uhlíky, anoda až na 4000°, katoda jen asi na 3000°, a svítí bílým světlem. Vyšší teplota anody je způsobena větším spádem poten-



ciálovým u ní a pak tím, že elektrony na anodu prudce dopadají. Z úhrnného světla, vydávaného obloukovou lampou, připadá asi 85% na kladný uhlík, 10% na záporný uhlík a jen 5% na vlastní oblouk.

Důležité je znáti, jak se mění napětí na oblouku při změnách intensity. Stoupne-li intensita, je vzduchová vrstva silněji ionisována a tedy vodivější a proto Ohmovo napětí klesne; při téměř vnějším napětí stoupala by intensita dále. Naopak po klesnutí intensity zmenší se ionisace a tím i vodivost vzduchové vrstvy a Ohmovo napětí stoupne; za téhož napětí intensita by dále klesala, až by oblouk zhasl. Potenciálový rozdíl na oblouku je tedy nepřímě úměrný intensitě (pravidlo pí. Ayrtonové), což je právě opačná závislost než Ohmův zákon pro vodiče. Právě, že oblouk má zápornou charakteristiku. Důsledkem tohoto chování jest, že oblouk sám při stálém vnějším napětí není stabilní (hoří neklidně, syčí a bliká). Aby se to zamezilo, musí se oblouku předraziti určitý kovový odpor tak velký, aby při nahodilém stoupnutí intensity bylo klesnutí napětí v oblouku převýšeno stoupnutím napětí v předraženém odporu, takže při stálém celkovém napětí vrací se intensita proudová samočinně na stálou hodnotu. Předražený odpor spotřebuje asi 20 V.



Obr. 389. Diferenciální regulátor Křížkův.

se železné jádro  $Z_1$  vtahuje silněji do hlavní cívky 1 a oblouky se oddalují. Naopak při zvětšení vzdálenosti uhlíků zvýší se odpor hlavního vedení, takže se zesílí proud ve vedlejší cívkě 2, jež svým mg. působením na jádro  $Z_2$  zase uhlíky sblíží. Na regulátor se spotřebuje asi 5 V, takže jedna oblouková lampa vyžaduje

$$40 + 20 + 5 = 65 \text{ V.}$$

Při dvou lampách zařazených za sebou stačí jediný předražený odpor pro obě lampy, jež ovšem každá musí míti svůj zvláštní regulátor, takže potřebné napětí jest



$$2.40 + 20 + 2.5 = 110 \text{ V},$$

což bývalo obvyklé napětí elektrických sítí.

Uhlíky se hotoví z tvrdého retortového uhlí v podobě dutého válce, v němž dutina bývá vyplněna měkčím uhlím, aby oblouk klidněji hořel a lépe svítil. — Někdy se užívá uhlíků, k nimž jsou přidány soli některých kovů (na př. Na, K a pod.); v oblouku vzniknou pak páry těchto kovů, jež činí oblouk vodivější a svítivější. V tomto případě staví se uhlíky šikmo proti sobě a světelný oblouk, jenž je delší, roztahuje se do tvaru oblouku pomocným malým elektromagnetem. U takovýchto lamp (t. zv. plamenových) však vadí jejich barevné světlo; dříve se jich užívalo k účelům k reklamním.

Specifická spotřeba u obloukových lamp bývá asi 0.5 W/IS, v čemž tedy předčí lampy žárové. Jsou ovšem dražší, takže dnes ustupují do pozadí proti žárovkám s kovovým vláknem, jež se světelným výkonem přibližují lampám obloukovým.

Oblouk se udrží také při napájení střídavým proudem, má-li dostatečnou frekvenci (50 period za vteřinu). Při tom stačí na udržení ionisace, aby maximální napětí mezi uhlíky bylo 40 V, čemuž odpovídá efektivní napětí střídavého proudu

$$E = \frac{40}{\sqrt{2}} = 28.3 \text{ V}.$$

Oblouk může se vytvořit také mezi dvěma kovovými elektrodami. Toho se užívá ve *rtuťové lampě obloukové* (obr. 390). Je to skleněná nebo lépe křemenná trubice, zakončená dvěma nádobkami se rtutí a přívody. Z trubice je mírně vyčerpán vzduch a bývá poněkud šikmo skloněna. Má-li se lampa rozsvítit, skloní se na opačnou stranu, aby rtuť z jedné nádobky přetékala úzkým proužkem do druhé a tak učinila vodivé spojení. Jakmile se někde přetrhne tok rtuti, vznikne na tom místě obloukový výboj, jenž se pak protáhne na celou délku trubice a trvale svítí zelenavým světlem. V tomto světle je mnoho ultrafialových paprsků, jež mají léčebné účinky. Ultrafialové paprsky jsou však obyčejným sklem silně pohlcovány; proto bývají stěny trubice z křemenného skla, jež dobře propouští ultrafialové paprsky. Tato lampa vyžaduje napětí aspoň 100 V, proud má intensitu 3 až 5 A.



Obr. 390.  
Rtuťová lampa oblouková.

**246. Výboj ve zředěných plynech.** Pro studium výbojů ve zředěných plynech užíváme Geisslerových trubic. Jsou to skleněné trubice (asi 50 cm dlouhé, 4 cm široké), na obou koncích uzavřené a opatřené aluminiovými elektrodami; uprostřed bývá připojena postranní užší trubice spojená s dobrou vývěvou, jíž po-

stupně vyčerpáváme vzduch, Nebo se užívá sádky takových trubic, z nichž byl vzduch do různých stupňů již předem vyčerpán a jež jsou zataveny (Crookesova vakuová škála). Obě elektrody připojujeme ke zdroji vysokého napětí; nejlépe se k tomu hodí akumulátorová baterie aspoň o 1000 článcích, po př. Ruhmkorffův induktor nebo dobrá influenční elektrika.

Při počátku vyčerpávání, dokud je tlak vzduchu v trubici ještě dosti značný, neprochází trubicí vůbec výboj, neboť na něj bylo by třeba příliš vysokého napětí. Jakmile klesne tlak vzduchu asi na 40 mm Hg, objeví se v trubici úzký červený pruh (kladný sloupec světelný), jenž jde od anody až těsně před katodu; od katody jest oddělen tmavým prostorem Faradayovým. Katoda sama jest obalena modravým záporným světlem doutnavým. Kladný sloupec světelný odchyluje se magnetem právě tak, jako by to byl pohyblivý vodič elektriny, jímž prochází proud od anody ke katodě.

S rostoucím zředěním kladný sloupec světelný se rozšiřuje, až vyplňuje celou šířku trubice, při tom se zkracuje a jeho světlo slábne; mnohdy jeví příčné zvrstvení. Anoda sama jest obalena jasnou anodovou vrstvou. Záporné světlo doutnavé se rozšiřuje rovněž na celou šířku trubice a zůstává odděleno od kladného sloupce tmavým prostorem Faradayovým. Katoda jest obklopena jasnou žlutavou vrstvou katodovou, mezi níž a záporným světlem doutnavým je druhý tmavý prostor, t. zv. Crookesův.

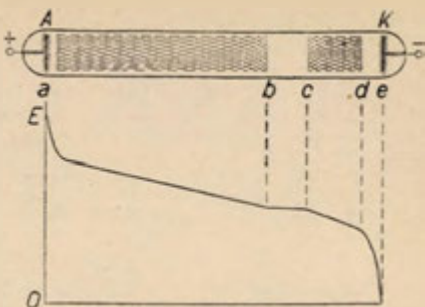
Záporného světla doutnavého je použito v *neonových doutnavých lampách*. Skleněná baňka, naplněná neonem tlaku 8 až 10 mm Hg, obsahuje dvě blízké elektrody, jednu ve tvaru kloboučku, druhou prstenovou; proud se přivádí a odvádí objímkou podobnou jako u žárovek. Je-li neonová lampa zaplácata ke zdroji stejnosměrného napětí (aspoň 170 V), vzniká kolem katody červenavě oranžové světlo doutnavé, anoda zůstává tmavou. Použijeme-li střídavého napětí (stačí již 120 V), vzniká doutnavé světlo vždy při té elektrodě, která je právě katodou, takže svícení se střídá mezi oběma elektrodami souhlasně se střídáním směru napětí. O tom se přesvědčíme na obrázku lampy, který vytvoří rychle se otáčející zrcátko. — Tato lampa spotřebuje jen málo proudu (asi 0·02 A), ovšem její svítivost je malá (neclá 1 SI).

V poslední době hojně se používá doutnavého výboje ve zředěných plynech k účelům reklamním. Jsou to skleněné trubice, ohnuté do tvaru písmen a pod., plněné zředěným neonem a opatřené přírodními elektrodami pro střídavé napětí. Po zapětí proudů září celý obsah trubice červenavě oranžovým světlem. Malým přídatkem rtuti k neonu změní se barva na jasně modrou.

Tvar výboje v Geisslerově trubici při tlaku asi 1 mm Hg je naznačen na obr. 391. V něm znamená *a* jasnou vrstvu anodovou, *ab* kladný sloupec světelný, *bc* tmavý prostor Faradayův, *cd* záporné světlo doutnavé, *de* tmavý prostor Crookesův a *e* jasnou vrstvu katodovou.

Rozdělení potenciálu v trubici můžeme stanovit *el. sondami*;

jsou to tenké drátky platinové, zasahující do různých míst v trubici a spojené s elektroskopy. Tímto způsobem se zjistí, že těsně u obou elektrod je velký spád potenciálu (u katody mnohem větší než u anody), avšak uvnitř trubice je potenciálový spád jen mírný. Toto klesání potenciálu naznačuje diagram v dolní části obrazce 391.



Obr. 391. Výboj ve zředěném plynu a potenciálový spád v trubici.

Při dalším zředňování vzduchu mizí postupně (směrem k anodě) kladný sloupec anodový i záporné světlo doutnavé; tmavý prostor Crookesův se rozšiřuje na celou trubici. Asi při zředění 0·02 mm Hg vymizí úplně světlo z trubice. Pouze v místech ležících proti katodě sklo fluoreskuje žlutozeleně. V trubici vzniklo nové neviditelné záření, jež se nazývá *katodové*.

**247. Záření katodové.** Katodové paprsky objevil r. 1869 Hittorf; jméno jim dal Goldstein (1876). Jejich studiem se obšírně zabýval Crookes (1879), jenž také zjistil jejich vlastnosti, jež nezáleží ani na plynu, který v trubici zbyl, ani na jakosti katody a jež jsou:

1. Paprsky katodové vystupují kolmo z katody a šíří se přímočaře, jak nás přesvědčuje pokus s Crookesovým křížem. Mohou procházeti některými látkami; na př. tenkým hliníkovým okénkem vystupují z vyčerpané trubice ven do vzduchu, jež pak silně ionisují (nabitý elektroskop pozbývá náboje). Při tom se však roztrhávají na různé strany.

2. Místo, na něž dopadají katodové paprsky, se silně zahřívá. Z toho soudíme, že nesou energii, jež se dopadem mění v teplo.

3. Mají také účinky mechanické, na př. roztáčíjí lehoučké mlýnek, na jehož lopatky dopadají.

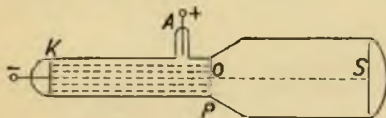
4. Vzbuzují silnou fluorescenci (na př. skla) a fosforescenci (kazivce, rubín, smaragdu a pod.).

5. Rozkládají halové sloučeniny stříbra a tím působí na desku fotografickou.

6. Význačnou jejich vlastností jest, že se odchylují z původního směru jak v magnetickém poli (pokus s Braunovou trubicí), tak i v elektrickém poli a to vždy tak, jako by to byl

proud záporně nabitých částic. Tím se podstatně liší od paprsků světelných. Crookes je proto původně považoval za záporně nabité částice plynu, jenž zbyl v trubici po vyčerpání; s tím však nesouhlasí zjev, že mohou procházeti aluminiovým lístkem. Teprve J. J. Thomson (1897) správně usoudil, že podstatou katodových paprsků jsou prudce letící *elektrony* (atomy záporné elektriny).

*Braunova trubice* má tvar naznačený na obr. 392 a je tak silně vyčerpána, že při zapnutí dosti vysokého napětí mezi anodou *A* a rovnou katodou *K* vycházejí z povrchu katody katodové paprsky. Jim v cestu je po-

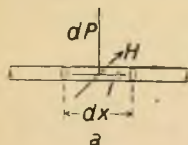


Obr. 392. Braunova trubice.

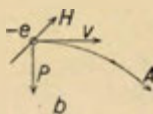
stavěna skleněná příčka *P* s malým otvorem *o*, jímž se propouští úzký svazek katodových paprsků, který vytvoří na fluorescenčním stínítku *S* světlou skvrnu. Vložíme-li před trubici v místě *P* severní pól magnetu, takže *mg.* síla má směr dozadu, vychýlí se svazek katodových paprsků smě-

rem dolů, což zjistíme na pohybu světlé skvrny na stínítku (srovn. obr. 393 b).

Záporný náboj elektronů označíme *e*; poněvadž se pohybují setrvačností přímočaře, připisujeme jim určitou setrvačnou hmotu *m*.



Obr. 393. Síla působící na element proudový a na letící elektron.



Poměre *e/m* znamená náboj připadající na jednotku hmoty a nazývá se *spec. náboj*. — Jejich rychlost *v* závisí na potenciálovém spádu *V*, kterým proběhly. El. pole vykoná při tom práci *V.e* (pohybují se ovšem vzhledem k svému zápornému náboji směrem stoupání potenciálu), kte-

rážto práce se přemění na kinetickou energii letícího elektronu, takže

$$\frac{1}{2} m \cdot v^2 = V \cdot e.$$

Jejich rychlost *v* je tedy úměrná odmocnině z rozdílu potenciálů *V* na dráze jimi proběhnuté.

Z úchylek v *mg.* i el. poli je možno stanovit, jak ukážeme, jejich rychlost *v* i jejich spec. náboj *e/m*.

1. *Úchylka v mg. poli.* Podle Biot-Savartova zákona působí *mg.* pole intensity *H* (v obr. 393 a směřující do zadu) na element proudový *I.dx* kolmý k směru *mg.* siločar silou

$$dP = H \cdot I \cdot dx = H \cdot (I \cdot dt) \cdot \frac{dx}{dt}$$

a to ve směru určeném pravidlem levé ruky, tedy v narysovaném případě směrem vzhůru. Značí-li *dt* dobu, za kterou proudící elek-



třina proteče vzdálenost  $dx$ , součin  $I \cdot dt = dq$  znamená množství elektriny v uvažovaném elementu proudovém a  $dx/dt = v$  jest jeho rychlost. Hořejší vzorec možno tedy psáti

$$dP = H \cdot dq \cdot v.$$

Použijeme-li téhož vzorce na letící elektron (obr. 393 b), má síla  $P$  na něj působící velikost

$$P = Hev,$$

ale směr opačný vzhledem k zápornému náboji, tedy v nakresleném případě směřuje dolů. Tato síla, jež je stále kolmá k rychlosti elektronu i k mg. poli, působí jako síla dostředivá a zakřivuje proto dráhu elektronu do kruhového oblouku o poloměru  $r$ . Z rovnosti dostředivé síly (odst. 41) a síly právě odvozené

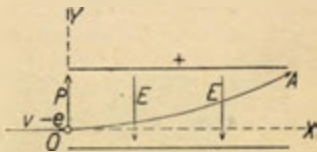
$$\frac{mv^2}{r} = P = Hev$$

plyne vztah

$$\frac{m}{e} \cdot v = H \cdot r. \quad (1)$$

Změříme-li tedy  $H$  a  $r$ , máme jeden vztah mezi veličinami  $e$ ,  $m$ ,  $v$ .

2. *Úchylka v el. poli.* Elektron nechť vletí do homogenního el. pole intensity  $E$  a to kolmo k siločarám (obr. 394). Pole na něj působí silou  $P = Ee$  směru opačného k směru siločar (v narýsovaném případě vzhůru v nákresně). Účinkem této stálé síly křiví se dráha elektronu do paraboly (právě tak jako u kamene vodorovně vrženého v grav. poli), ovšem směrem vzhůru.



Obr. 394. Úchylka v el. poli.

Pro souřadnice elektronu  $x$  a  $y$  v čase  $t$  (obr. 394) platí

$$x = v \cdot t; \quad y = \frac{1}{2} \cdot \frac{P}{m} \cdot t^2 = \frac{1}{2} \frac{Ee}{m} \cdot t^2,$$

při čemž  $P/m = Ee/m$  je zrychlení udílené elektronu silou  $P$ . Vyloučíme-li čas  $t$ , máme

$$y = \frac{Ee}{2m} \cdot \frac{x^2}{v^2}, \text{ z čehož plyne } \frac{m}{e} \cdot v^2 = \frac{E}{2} \cdot \frac{x^2}{y}. \quad (2)$$

Změříme-li veličiny na pravé straně obsažené, máme druhou rovnici pro 3 veličiny  $e$ ,  $m$ ,  $v$ . Z obou předcházejících rovnic (1) a (2) můžeme pak stanovit rychlost elektronu  $v$  a jeho spec. náboj  $e/m$ .



Pečlivá měření tohoto druhu konal Kaufmann (1897) a jiní. Z nich plyne, že rychlost elektronů činí  $\frac{1}{10}$  až  $\frac{1}{5}$  rychlosti světelné ( $c = 300.000$  km/sec) podle velikosti použitého spádu potenciálového; na př. při potenciálovém rozdílu 3000 V v katodové trubici jest

$$v = 0.31 \cdot 10^{10} \text{ cm/sec} = 31.000 \text{ km/sec} = \frac{1}{10} c.$$

Pro specifický náboj  $e/m$  vychází vždy (nezávisle na rychlosti) táž hodnota

$$\frac{e}{m} = 1.768 \cdot 10^8 \text{ C/g} = 5.30 \cdot 10^{17} \text{ abs. j. elst./g.}$$

Tato stejnost výsledků jest oporou názoru, že elektrony jsou samostatné částice, mající vždy touž hmotu i náboj.

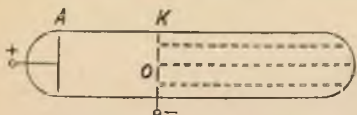
Ze zákonů o elektrolyse plyne, že gramekvivalent vodíku (1.008 g) přenáší Faradayův náboj 96.494 C. Specifický náboj vodíkového iontu je tedy

$$\frac{96494 \text{ C}}{1.008 \text{ g}} = 9.57 \cdot 10^4 \text{ C/g} = 2.87 \cdot 10^{14} \text{ abs. j. elst./g,}$$

což je hodnota 1846krát menší, než byla nalezena pro spec. náboj elektronu. Můžeme předpokládati, což je potvrzováno veškerými pozorováními, že náboj vodíkového iontu je stejně velký (až na znaménko) jako náboj elektronu. Z toho pak plyne, že hmota elektronu musí býti 1846krát menší než hmota atomu vodíkového. Pro elektron z toho plyne:

hmota  $m = 9.00 \cdot 10^{-28} \text{ g}$ , náboj  $e = 4.774 \cdot 10^{-10} \text{ abs. j. elst.}$

Objev katodových paprsků, nesoucích záporný náboj, vedl ke zkoumání, zda existují také obdobné paprsky, nesoucí kladný náboj. Takovéto paprsky objevil Goldstein (1886) v mírně vyčerpané trubici (obr. 395), v níž katoda  $K$  byla opatřena dírkami  $o$  (nebo kanálky). Z dírek při výboji vycházelo nažloutlé záření na opačnou stranu, než



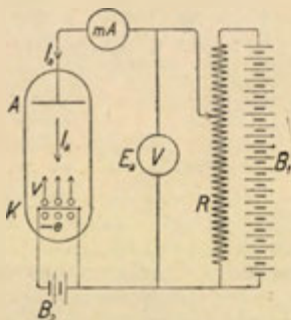
Obr. 395. Kanálové paprsky.

je anoda  $A$ . Goldstein nazval tyto paprsky *kanálové*; nyní se zavádí pro ně název *anodové paprsky*. Tyto paprsky nesou kladný náboj a mají rychlost asi 100 km/sec (tedy značně menší než paprsky katodové). Pro jejich spec. náboj  $e/m$  plynou hodnoty různé podle toho, který plyn v trubici zbyl, a jsou též velikosti jako pro příslušné ionty při elektrolyse. Z toho soudíme, že jsou to prudce letící a kladně nabití ionty plynu v trubici zbývajících.

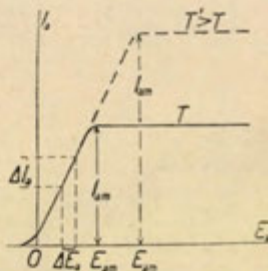
**248. Elektronové lampy.** Edison (1883) zjistil, že v elektrické vakuové trubici může procházet proud směrem od kovové desky tam vpravené k rozžhavenému vláknu uhlíkovému, má-li deska vyšší potenciál než vlákno; je-li deska nabita na nižší potenciál, proud vůbec neprochází. Za příčinu tohoto zjevu bylo poznáno, že z rozžhavených vodičů unikají („vypařují se“) elektrony; zjev ten se stane zvláště význačný, je-li rozžhavený vodič v dokonalém vakuu.

Z kovů ozářených ultrafialovým světlem nebo Röntgenovými paprsky unikají elektrony i za obyčejné teploty, což je t. zv. *fotoelektrický zjev* (Hallwachs, 1888).

Edisonova poznatku použil Fleming (1904) ke konstrukci elektronové lampy. Je to skleněná dokonale vyčerpáná trubice se třemi přívody (obr. 396). V ní je katoda  $K$  (zpravidla z wolframového vlákna), jež se rozžhává topnou baterií  $B_2$  (2 až 6 V) na vysokou teplotu (kolem  $2300^\circ\text{C}$ ); katoda je obklopena válcovou



Obr. 396. Vznik anodového proudu.



Obr. 397. Charakteristika anodového proudu.

anodou (zpravidla molybdenovou nebo niklovou; v schem. obrázku je rýsována zvláště jako deska  $A$ ). Elektrony unikající z rozžhavené katody utvoří kolem ní malý oblak elektronový, jenž pak svým odpudivým účinkem zabraňuje unikání dalších elektronů. Jen něco málo elektronů dostane se k anodě a udržuje tak velmi slabý anodový proud, jenž se malým záporným napětím na anodě  $A$  (asi  $-2\text{ V}$ ) dá úplně potlačit. Udržíme-li však anodu na vyšším potenciálu  $E_a$  (20 až 100 V), jsou elektrony z okolí katody přitahovány k anodě a tvoří tak *anodový proud*  $I_a$  (směru ovšem opačného, než je pohyb záporných elektronů). Při malém anodovém napětí jen část z vypařených elektronů se přitahuje k anodě a

anodový proud je poměrně slabý. S rostoucím anodovým napětím  $E_a$  rychle roste anodový proud  $I_a$ , až při určitém napětí  $E_{am}$  všechny z katody vystoupilé elektrony jsou přitahovány k anodě a vzniká nasycený proud  $I_{am}$ . Další zvýšení anodového napětí nemá již na intensitu nasyceného proudu vlivu. Závislost  $I_a = f(E_a)$ , naznačená v obr. 397, nazývá se *charakteristika anodového proudu*.

Teplota vlákna má velmi značný vliv na intensitu nasyceného proudu; i při malém zvýšení anodový proud silně vzroste (ovšem je pak třeba na něj většího anodového napětí). Hustota nasyceného proudu  $i$ , vztahovaná na  $1 \text{ cm}^2$  povrchu katody, závisí na abs. teplotě  $T$  vlákna podle vztahu (Dushman)

$$i = A \cdot T^2 \cdot e^{-\frac{b}{T}},$$

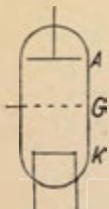
v němž  $A = 60.2 \text{ amp./cm}^2 \cdot \text{grad}^2$  je konstanta přibližně stejná pro všechny kovy. Konstanta  $b$  je různá pro různé kovy; pro wolfram jest  $b = 52.600^\circ$ .

Jakožto *vnitřní odpor*  $R$  lampy definujeme poměr přírůstku anodového napětí  $\Delta E_a$  k příslušnému přírůstku anodového proudu  $\Delta I_a$  v přímkové části charakteristiky (obr. 397). Je tedy

$$R = \frac{\Delta E_a}{\Delta I_a}$$

a obnáší pro užívané lampy  $5000 \Omega$  až  $100.000 \Omega$ .

Je-li anoda nabitá na záporný potenciál, odpuzuje elektrony a lampou neprochází vůbec proud. Při střídavém napětí působí elektronová lampa tudíž jako ventil, propouštějící proud jen směrem od anody ke katodě; této vlastnosti se užívá v praxi k usměrňování střídavého proudu. To je stejná vlastnost jako u krystalového detektoru a může být elektronová lampa též detektorem elmg. vln (užívá se však k tomu zpravidla lampy s mřížkou).



Obr. 398.  
Schema  
triody.

Na intensitu anodového proudu můžeme působiti velmi silně třetí elektrodou  $G$ , t. zv. *mřížkou* nebo *sítkou* (obr. 398), jež je v podobě niklové nebo molybdenové spirály ovinuta kolem katody uvnitř anodového válce. Takováto elektronová lampa se třemi elektrodami se nazývá *trioda*. Mřížku do výbojových lamp se žhavou katodou zavedl Lee de Forest (1906); Langmuir (1914) poukázal na důležitost vysokého vakua a užil jí pak jako detektoru a generátoru elektrických oscilací.

Vyšetřujeme, co nastane při stálém anodovém napětí  $E_a$  (na př. 80 V) a při stálé teplotě vlákna, měníme-li napětí mřížky. Pokud

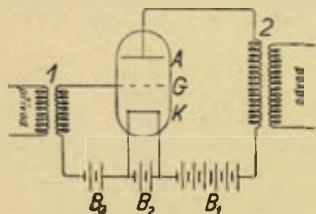
je mřížka nabita záporně (na př. na  $-10\text{ V}$  nebo více), odpuzuje elektrony a tím zamezí vůbec anodový proud. Teprve při malém záporném napětí  $E_g$  mřížky (na př. menším než  $-10\text{ V}$ ) počne převládati vliv kladného napětí anody; vzniká slabý anodový proud  $I_a$ , jenž při zmenšování záporného napětí mřížky mírně roste. Při kladném napětí mřížky napomáhá mřížka anodě a proto anodový proud  $I_a$  silně roste s rostoucím  $E_g$  až k nasycení. Většina elektronů letí sice k anodě a tvoří anodový proud  $I_a$ , ale část jich dopadá také na mřížku, čímž vzniká *mřížkový proud*  $I_g$ . Součet obou  $I_a + I_g = I_e$  určuje proud celkem vycházející z katody a nazývá se *emisní proud*  $I_e$ . Při určitém napětí  $E_g$  mřížky dosáhne se nasyceného emisního proudu, jenž pak již dále neroste. Při vysokém napětí  $E_g$  zachycuje mřížka více elektronů a roste tedy ještě mřížkový proud, ovšem na útraty anodového proudu, jenž počíná klesati.

Užijeme-li vyššího napětí anody (na př.  $120\text{ V}$ ), počíná anodový proud již při větším záporném napětí mřížky (na př.  $-15\text{ V}$ ) a celá charakteristika se posune vlevo (viz obr. 399). Při menším anodovém napětí (na př.  $40\text{ V}$ ) posune se celá charakteristika ze stejných důvodů napravo.

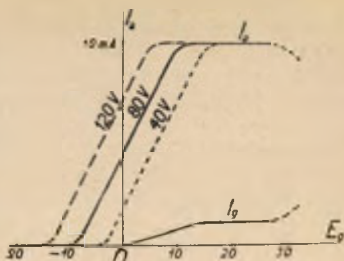
Z uvedených charakteristik je zřejmé, že malá změna  $\Delta E_g$  mřížkového napětí (v přímkové části charakteristiky) vyvolává značnou změnu  $\Delta I_a$  anodového proudu. Poměr

$$S = \frac{\Delta I_a}{\Delta E_g}$$

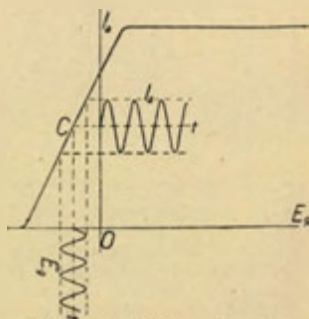
stanoví, jak rychle stoupá charakteristika v přímkové části, a na-



Obr. 400. Schema zesilovače.



Obr. 399.  
Charakteristika  $I_a = f(E_g)$  triody.



Obr. 401. Výklad zesilovače.

zývá se proto *strmost* lampy; bývá průměrně 0·4 mA/V až 2 mA/V.

Uvedené okolnosti lze použít k tomu, aby se slabé střídavé proudy přivedené na mřížku značně zesílily v anodovém obvodu. Princip tohoto lampového *zesilovače* je vyznačen na připojeném schematickém obrázku 400, vedle něhož je v obr. 401 narýsován diagram pro výklad. Mřížce dáme pomocnou baterii  $B_s$  vhodné *mřížkové předpětí*, aby anodový proud  $I_a$  byl právě ve středu  $C$  přímkové části charakteristiky. Přivedeme-li (transformátorem 1) slabé vnější střídavé proudy na mřížku, takže na ní vznikají střídavé změny mřížkového napětí  $E_g$ , mění se anodový proud  $I_a$  mnohem silněji, takže v transformátoru 2 vznikají značně větší změny anodového napětí  $E_a$ . Poměr změny  $\Delta E_a$  anodového napětí k změně  $\Delta E_g$  mřížkového napětí stanoví *zesilovací koeficient*  $k$ , tedy

$$k = \frac{\Delta E_a}{\Delta E_g};$$

zesilovací koeficient má hodnoty 5 až 17 (průměrně 10). Jeho převratná hodnota slove *průnik*  $D$ , tedy

$$D = \frac{1}{k} = \frac{\Delta E_g}{\Delta E_a}.$$

Průnik se určuje v procentech (průměrně bývá tudíž 10%) a znamená vlastně, kolikátá část z celkového rozdílu potenciálu mezi anodou a katodou připadá na vzdálenost mezi mřížkou a katodou.

Změna  $\Delta I_a$  anodového proudu by vyžadovala, aby se anodové napětí  $E_a$  zvětšilo o hodnotu

$$\Delta E_a = R \cdot \Delta I_a,$$

značí-li  $R$  vnitřní odpor lampy. Po dosazení máme pro zesilovací koeficient

$$\frac{1}{D} = k = \frac{\Delta E_a}{\Delta E_g} = R \cdot \frac{\Delta I_a}{\Delta E_g} = R \cdot S.$$

Z toho plyne důležitý Barkhausenův vztah

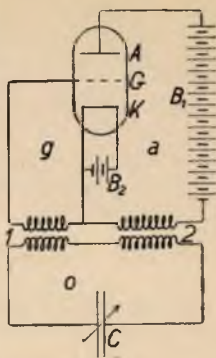
$$R \cdot S \cdot D = 1,$$

jímž jsou vázány určovací konstanty elektronové lampy, vnitřní odpor  $R$ , strmost  $S$  a průnik  $D$ .

Uvedeného zesilovače užívá se jednak k zesilování telefonických rozhovorů při dálkovém vedení, jednak při radiotelefonickém příjmu. V tomto případě mohou se zesilovati buď původní oscilace přijímané anténou (zesilovač vysokofrekventní) nebo teprve vlastní telefonické oscilace (zesilovač nízkofrekventní).

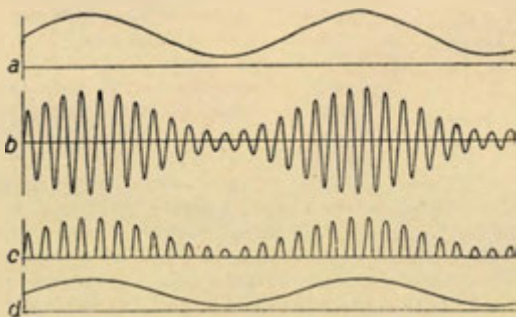


Elektronových lamp lze výhodně použít k buzení netlumených vysokofrekventních oscilací, použije-li se t. zv. *zpětné vazby* (Meissner, 1913). Anodový ( $a$ ) i mřížkový ( $g$ ) kruh jsou spřaženy (na obr. 402 je naznačeno induktivní spřažení) s vlastním oscilačním kruzem ( $o$ ), jenž obsahuje samoindukci a kapacitu. Jakmile zapneme baterii  $B_1$  v anodovém okruhu, dostane oscilační kruh ( $o$ ) malý náraz a tím se slabě rozkmitá. Kmity tyto indukují v mřížkovém okruhu na mřížce v téže tempu změny napětí, jimiž (při vhodném fázovém posunutí) se střídavě zesiluje a zeslabuje anodový proud. Tím se zase zesilují oscilace v oscilačním kruzku. Po jisté době (nesmírně krátké) nastane ustálený stav a oscilační kruh kmitá se stálou amplitudou. Jeho kmitočet závisí jen na velikosti samoindukce a kapacity v něm zařazené. Těchto oscilací se užívá buď pro vysílání na stanicích vysílacích (s oscilačním kruzem je spřažena anténa) nebo pro heterodynový příjem telefonem Morseových značek při radiotelegrafii.



Obr. 402. Zpětná vazba.

*Radiotelefonie* spočívá v podstatě na tomto principu: Oscilátorem (zpravidla lampovým) na vysílací stanici se vzbuzují ne-

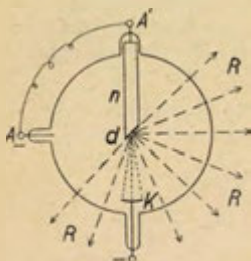


Obr. 403. Radiotelefonie.

tlumené vysokofrekventní oscilace (*nosná vlna*), jež se vedou mikrofonem. Mluví-li se do mikrofonu, chvěním membrány se periodicky mění vodivost uhlových zrněk (obr. 403,  $a$ ) a tedy i amplituda vysokofrekventních oscilací (t. zv. *modulace*, obr. 403,  $b$ ).

Tyto modulované oscilace po zesílení se vysílají antenou do prostoru. Zachytíme-li je přijímací anténou naladěnou na nosnou vlnu, vznikají v antenovém kruhu oscilace stejně modulované jako původní. Detektor (krystalový nebo lampový) propouští z těchto oscilací jen půlky kmitů vždy téhož směru (obr. 403, *c*), jež se vedou do telefonu. V něm telefonická membrána sleduje jen modulaci vzbuzené změny amplitudy (obr. 403, *d*) a uvede se do shodného kmitání, jako kmitala membrána vysílacího mikrofónu, takže slyšíme týž zvuk.

**249. Paprsky Röntgenovy.** Röntgen r. 1895 objevil, že z místa výbojové trubice, kam dopadají katodové paprsky, vychází na všechny strany nové záření, vzbuzující živou fosforescenci i fluorescenci a vyznačující se nápadnou vlastností, že prochází neprůhlednými látkami, aniž se láme. V původní úpravě Röntgenově zdrojem paprsků bylo sklo výbojové trubice v místech proti katodě; to místo se však velmi silně zahřívá. Proto se trubice Röntgenovy upravují poněkud jinak (obr. 404). Katoda *K* má tvar



Obr. 404. Röntgenova trubice.

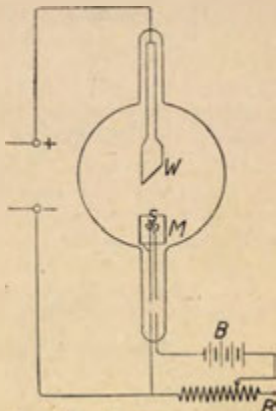
vrehlíku, takže katodové paprsky z ní kolmo vycházející se soustřeďují do jediného bodu. Tam je vložena šikmo v cestu paprskům kovová deska *d* (nejlépe wolframová), zvaná *antikatoda* a opatřená válcovým nástavcem *n*, aby se teplo vznikající dopadem katodových paprsků rychle rozvádělo; po př. bývá antikatoda opatřena vodním chlazením. Anoda *A* je umístěna kdekoli po straně trubice a je spojena vodičivě s antikatom. Z bodu antikatomy, kam dopadají katodové paprsky, vychází pak všemi směry *Röntgenovy paprsky* (také zvané *X-paprsky*).

Čím je rychlost elektronů v katodových paprscích větší (závisí to na použitém potenciálovém rozdílu), tím jsou vzniklé paprsky tvrdší, t. j. snáze pronikají neprůhlednými látkami. Při malé rychlosti elektronů dostáváme měkké paprsky, jež jsou snadno pohlcovány, zejména již tkání lidského těla, v němž vzbuzují škodlivé účinky. Intensita vzniklého záření jest úměrná počtu dopadajících elektronů.

V obyčejné trubici Röntgenově je vodičem zbývající tam plyn. Při velkém zředění vyžaduje výboj vysoké napětí, takže vznikají tvrdé paprsky, avšak malé intensity, neboť odpor trubice je značný a tedy primární proud elektronový slabý. Pro účely vědecké a zejména lékařské je potřebí, abychom mohli nezávisle na sobě měniti

jak tvrdost, tak i intenzitu vznikajícího záření. Tomu vyhovuje Coolidgeova úprava Röntgenovy trubice.

V *Coolidgeově trubici* (obr. 405) je vzduch dokonale vyčerpán, takže by jí proud vůbec neprocházal. Katoda jest wolframová spirála *s*, jež se rozžhává topnou baterií *B*, při čemž intenzita topného proudu a tím i teplota spirály se reguluje reostatem *R*. Z vysoce rozžhavených kovů unikají do okolí elektrony, jež pak tvoří katodové paprsky zprostředkují vedení proudu trubici. Kolem wolframové spirály je molybdenová válcová trubice, jejímž odpuzovacím účinkem se katodové paprsky seženou do jediného bodu na antikatodě. Antikatodou je masivní deska wolframová *W*. Katoda i antikatoda (zastupující současně anodu) jsou připojeny k sekundární cívce induktoru Ruhmkorffova. S rostoucí teplotou katody roste rychle počet uvolněných elektronů a tím i intenzita proudu procházejícího trubicí; této intenzitě proudu jest úměrná intenzita Röntgenova záření. Jeho tvrdost závisí toliko na napětí v trubicí vzbuzované Ruhmkorffovým induktorem. Při této trubicí mohou se tudíž oba činitelé určující Röntgenovo záření, t. j. jeho intenzita a tvrdost, nezávisle na sobě měniti.



Obr. 405. Coolidgeova trubice.

Röntgenovy paprsky mají některé vlastnosti stejné jako katodové paprsky, totiž šíří se přímočaře, vzbuzují živou fluorescenci a fosforescenci, působí na fotografickou desku a silně ionisují vzduch. Z antikatody však vystupují všemi směry. Podstatný rozdíl mezi oběma druhy záření je v tom, že Röntgenovy paprsky se neuchylují ani v magnetickém ani v elektrickém poli a nenesou vůbec náboje.

Různé látky pohlcují Röntgenovy paprsky různě. Toto pohlcování je vlastnost atomová; čím je větší atomová hmota, tím je větší pohltivost pro Röntgenovy paprsky. Na tom spočívá jejich upotřeben v lékařství; kosti obsahující vápník (at. hmota 40) pohlcují Röntgenovy paprsky mnohem silněji než svalstvo, složené z prvků H(1), C(12), N(14) a O(16). Na fluorescenčním stínítku nebo v radiogramu fotograficky získaném dostáváme stínový obraz kostí v polostínu svalstva; tak se poznávají zlomeniny nebo zrudné tvary kostí v živém těle. Tímto způsobem prozradí se též poloha kovového předmětu v živém těle a pod. Má-li se na př. vyšetřiti poloha

žaludku, naplní se neškodným roztokem síranu barnatého (at. hmota Ba 137.4) a pak se jeho obrys pozná podle velmi tmavého stínu. — Röntgenovy paprsky, zejména měkké, působí rušivě na živou tkáň živočišnou, čehož se též využívá v lékařství. Ovšem vyžaduje to značné opatrnosti; je třeba chrániti se před měkkými paprsky olověnými stínítky, zvláštními rukavicemi a pod.

**250. Podstata Röntgenových paprsků.** Röntgen původně vyslovil domněnku, že paprsky jím objevené jsou longitudinální vlnění etheru, což se však nepotvrdilo. Správně jejich podstatu vyložili Stokes a J. J. Thomson tím, že jsou to elektromagnetické vlny téhož druhu jako světlo, jenže jejich vlnová délka jest asi 1000 krát kratší než ve viditelném světle. Tento výklad byl dalším badáním úplně potvrzen.

Dopadne-li primární záření Röntgenovo na nějakou látku, vychází z ní nové záření, t. zv. sekundární. Z pokusů o absorpci sekundárního záření zjistil Barkla (1908), že se skládá ze dvou druhů, lišících se tvrdostí, jež jsou:

1. *roztržité* záření, jež svou tvrdostí se úplně podobá dopadajícímu záření Röntgenovu;

2. *charakteristické* záření (nebo též fluorescenční), jež se liší tvrdostí od dopadajícího záření. Jeho tvrdost závisí jen na jakosti látky ozářené; v něm našel Barkla (podle absorpce v aluminiovém listku) u většiny prvků dvojí druh, jedno tvrdší, jež nazval *K-záření*, a druhé měkké, zvané *L-záření*.

Brzo po tom bylo poznáno, že také v primárním záření Röntgenově, vycházejícím z antikatody, jsou obsaženy rovněž dva druhy záření, *impulsové* (nebo *nárazové*), jež závisí na rychlosti dopadajících elektronů, a *charakteristické*, jež je podmíněno jakostí antikatody. Tento poznatek vede k přirozenému výkladu o vzniku Röntgenových paprsků.

Elektron (v katodových paprscích) letící ohromnou rychlostí utvoří kolem sebe (jako proud) elektromagnetické pole, jež s sebou nese. Jakmile narazí na antikatu, zabrzdí se jeho pohyb, což znamená, že jeho mg. pole vymizí a elst. pole změní svůj tvar. Energie tím uvolněná se projeví zářením na všechny strany; vznikne nárazová vlna, podobná vlně vzbuzené výbuchem ve vzduchu. Při výbuchové akustické vlně nemůžeme dobře mluvit o výšce tónu, nýbrž musíme ji považovati za směs tónů nejružnějších výšek. Podobně také elmg. záření vzniklé nárazem elektronu (t. zv. *impulsové* nebo *nárazové* záření) nemá určité délky vln, nýbrž je směsí nejružnějších délek vln a tvoří jakousi obdobu spojitého spektra bílého světla.



Narázející elektron vzbudí však též v atomech, na které naráží, jejich vlastní kmity. Tím vzniká t. zv. *charakteristické záření*, jehož kmitočet závisí jen na jakosti atomů antikatomy. V oboru viditelných spekter víme, že každý atom může kmitati různým způsobem a tak vydávati zcela určité spektrální čáry, charakterisující daný prvek. Podobně očekáváme, že vzbuzené vlastní kmity atomu mají řadu zcela určitých kmitočtů a tedy i určitých délek vln.

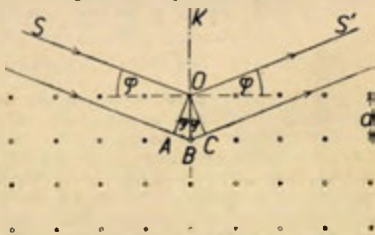
Záhy byla snaha dokázati tyto důsledky tím, že by se ohybovou mřížkou rozložilo charakteristické záření v jednotlivé spektrální čáry a změřila jejich délka vlny. Ale ukázalo se, že obyčejné mechanicky zhotovené mřížky jsou příliš hrubé vzhledem k velmi krátkým vlnám Röntgenových paprsků. Laue (1912) měl šťastný nápad použítí za přirozenou prostorovou mřížku pravidelného uspořádání atomů v krystalech, což vedlo k cíli. Jeho původní metodu (theoreticky velmi složitou) při průchodu Röntgenova záření krystalem nahradili Braggové (otec a syn) jednodušší metodou, při níž se pozoruje záření odražené na přirozené ploše krystalu.

Jednotlivé atomy (vlastně ionty, na př. Na<sup>+</sup> a Cl<sup>-</sup> v krystalu kuchyňské soli) jsou uspořádány v rovinách rovnoběžných s povrchovou stěnou a stejně od sebe vzdálených (obr. 406); jejich vzdálenost označíme  $d$ . Dopadne-li na povrch krystalu určité vlnění pod sklonem  $\varphi$  (doplňek úhlu dopadu), stává se každý atom středem nového rozruchu. Odražené vlnění od jedné roviny zesiluje se však podle Huygensova principu jen tehdy, když úhel odrazu se rovná úhlu dopadu, tedy když odražené vlnění má též sklon  $\varphi$  jako vlnění dopadající. Ale na krystalové mřížce odráží se vlnění na různých pod sebou ležících rovinách. Dráhový rozdíl vlnění, odražených na sousedních atomových rovinách, činí

$$ABC = 2d \cdot \sin \varphi.$$

Jestliže se tento dráhový rozdíl rovná přesně celistvému násobku vlnové délky  $\lambda$ , pak se zesiluje vlnění odražené netoliko od uvažovaných dvou atomových rovin, nýbrž i od všech dalších. Ve všech jiných případech se vlnění odražené od všech rovin vzájemně interferencí ruší.

Kdyby na př. dráhový rozdíl byl  $1\frac{1}{4}$  vlnové délky, pak mezi vlněním odraženým na 1. a 8. rovině je dráhový rozdíl  $7 \times 1\frac{1}{4} = 7\frac{1}{2}$  délky vlny; tato



Obr. 406. Odraz na prostorové mřížce atomové.

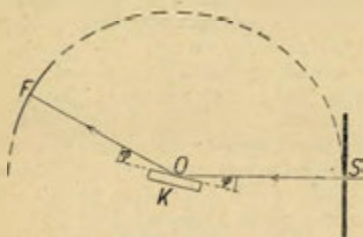


vlnění se setkávají s opačnou fází a ruší se. Podobně ovšem se ruší vlnění odražené od 2. a 9. roviny, od 3. a 10. roviny atd.

Podmínkou odrazu na atomové mřížce je tudíž

$$2d \cdot \sin \varphi = n \cdot \lambda,$$

při čemž  $n$  je celé číslo a nazývá se *řád spektra*. Známe-li mřížkovou konstantu  $d$  a řád spektra  $n$ , můžeme změřením úhlu sklonu  $\varphi$ ,



Obr. 407. Schema Röntgenova spektrografu.

v němž se určité Röntgenovo záření odráží, stanoviti podle předešlé rovnice vlnovou délku  $\lambda$  příslušného záření. Užívá se k tomu *Röntgenova spektrografu*, naznačeného schematicky na obr. 407. V jeho středu  $O$  je krystal  $K$ , jenž se hodinovým strojem zvolna otáčí tak, aby přirozená plocha krystalu byla stále svislá. Na tuto plochu dopadá úzkou šterbinou  $S$  Röntgenovo záření z trubice, v níž

antikatoda je pokryta zkoumanou látkou. Jakmile při otáčení krystalu nabude sklon  $\varphi$  hodnoty vyhovující předešlé rovnici, nastává odraz na krystalové ploše a na fotografickém filmu  $F$  zaznamenaná se poloha příslušné čáry spektrální.

Fotografický film je umístěn tak, že tvoří část obvodu kružnice opsané poloměrem  $OS$ . V tom případě totiž úzký svazek paprsků rozbíhajících se ze šterbiny  $S$  fokusuje se po odrazu do jediného bodu (vlastně svislé přímky) na obvodu zmíněné kružnice, takže vytvoří na filmu ostrou čáru, z jejíž polohy se určí úhel  $\varphi$ . Při tvrdém záření (t. j. o krátké délce vlny) stačí konati pozorování ve vzduchu. Velmi měkké paprsky Röntgenovy jsou však silně pohlcovány vzduchem; v tomto případě je celý spektrograf uzavřen v kovovém pouzdře, z něhož je vzduch vyčerpán (vakuový spektrograf).

**251. Röntgenova spektra.** Moseley (1913) studoval právě uvedeným způsobem charakteristické záření Röntgenovo téměř všech prvků od Na do U a našel u většiny prvků dvě význačné serie, *K-serii* o kratší délce vlny (odpovídající tvrdšímu *K*-záření podle Barkly) a *L-serii* o větší vlnové délce (Barklovo měkké *L*-záření). Později Siegbahn svým vakuovým spektrografem objevil u prvků velké atomové hmoty další ještě měkké *M-serii* a Dolejšek našel čtvrtou *N-serii*.

*K-serie* skládá se zpravidla ze 3 hlavních čar, označených  $K\alpha$ ,  $K\beta$ ,  $K\gamma$ ; nejsilnější  $K\alpha$ -čára bývá mnohdy dvojitá. Tato serie čar u jednotlivých prvků, jak jdou za sebou v Mendělejevově periodické soustavě, se opakuje, ale tak, že s rostoucím pořadím prvku se

vlnová délka  $\lambda$  zmenšuje a tedy kmitočet  $\nu = c/\lambda$  se zvětšuje. Moseleyova měření ukázala, že odmocnina z kmitočtu, postoupíme-li od jednoho prvku k následujícímu, se zvýší vždy o stejnou hodnotu. Značí-li  $z$  pořadové (nebo též atomové) číslo jednotlivých prvků v periodické soustavě, platí podle Moseleye vztah

$$\sqrt{\nu} = C \cdot (z - a),$$

kdež  $C$  a  $a$  jsou určité konstanty. Podobné zákonitosti byly shledány i pro čáry ostatních serií (s malými odchylkami). Tato pravidelnost čar ve spektrech Röntgenových poukazuje na to, že stejnojmenné čáry vznikají u různých prvků tímž způsobem a že tedy atomy různých prvků jsou útvary sobě podobné. Uvedené zákonitosti dobře vykládá Bohrova theorie atomů, jejíž základy stručně vyložíme.

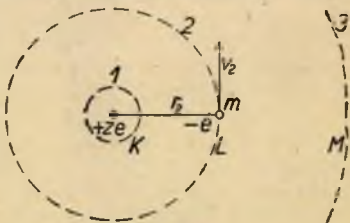
Podle Planckovy kvantové domněnky každé záření skládá se z jednotlivých kvant energie  $\varepsilon$ , jež jsou úměrná kmitočtu  $\nu$ , tedy

$$\varepsilon = h \cdot \nu, \quad h = 6.55 \cdot 10^{-27} \text{ g} \cdot \text{cm}^2/\text{sec}.$$

Planckova konstanta  $h$  (t. zv. účinkové kvantum) má podle předešlého význam „energie  $\times$  doba“, ale podle svého rozměru může znamenati také určitý rotační impuls (srovn. odst. 44). Bohr použil ve své theorii obojího tohoto významu konstanty  $h$ . Podle něho atom se skládá z jádra opatřeného určitým počtem  $z$  elementárních kladných nábojů  $e$ ; kolem jádra obíhá v různých drahách  $z$  elektronů, takže jejich celkový záporný náboj je právě tak velký jako kladný náboj jádra a atom je na venek neutrální. Bohr předpokládá, že jen takové dráhy elektronů (omezíme se pro jednoduchost výkladu na dráhy kruhové) jsou stacionární, v nichž  $2\pi$ -násobný rotační impuls elektronu se rovná celistvému násobku účinkového kvanta  $h$ , tedy

$$2\pi mrv = nh, \quad (n = 1, 2, 3, \dots).$$

Tím jsou ze všech možných drah vybrány zcela určité dráhy, jež podle čísla  $n$  nazveme jedнокvantové, dvojkvantové atd. Elektron obíhající v  $n$ -té dráze má určitou energii  $W_n$ , jež je ve výšekvantových drahách větší než v drahách nížekvantových. Kdykoliv elektron z vyšší  $n$ -kvantové dráhy přejde do nižší  $s$ -kvantové dráhy, vyžáří podle Bohra přebytek své energie  $W_n - W_s$  jako jedno



Obr. 408.

Různé dráhy elektronů v atomech.

světelné kvantum  $h\nu$ , při čemž  $\nu$  znamená kmitočet vyslaného záření. Platí tedy

$$h \cdot \nu = W_n - W_s.$$

Periodická soustava prvků vede k tomu, že jednotlivé dráhy jsou u různých prvků obsazeny vždy týmž počtem elektronů (pokud na to celkový počet elektronů stačí). V jednokvantové dráze krouží 2 elektrony a jejich soubor nazýváme *K-sféra*; v dvojkvantové dráze krouží 8 elektronů, jež souborně nazýváme *L-sféra* atd.

Vznik určitého Röntgenova záření, na př. čáry *K $\alpha$* , představujeme si takto: Elektron katodového záření narazí na atom a vyrazí z něho jeden elektron z *K-sféry*. V následujícím okamžiku doplní se *K-sféra* na původní stav tím, že do ní přejde jeden elektron z *L-sféry*; tím se uvolní energie  $W_2 - W_1$ , jež se vyzáří jako jedno kvantum  $h\nu$  čáry *K $\alpha$* , tedy v tomto případě kmitočet čáry *K $\alpha$*  jest

$$\nu = \frac{W_2 - W_1}{h}.$$

Přechodem různých elektronů do *K-sféry* vzniká *K-serie* Röntgenova záření; přechod vyšších elektronů do *L-sféry* vzbuzuje *L-serii* atd. Ve skutečnosti pohyby elektronů kolem atomu dějí se v složitějších drahách, než jak jsme předpokládali v kruzích. V celku však vede vyložená představa elektronů kroužících kolem jádra k uspokojivému výkladu Röntgenových spekter (aspoň v hrubých rysech).

Vedle elektronů obsažených v jednotlivých vnitřních plně obsazených sférách přebývá zpravidla několik vnějších neboli obvodových elektronů, jež netvoří ještě úplnou sféru. Tyto elektrony podmiňují mocenství atomu, jak jsme ukázali při výkladu elektrolysy disociací (odst. 201) a určují chemické vlastnosti atomu. Obvodové elektrony při přechodu do různých drah vzbuzují také optické serie čar v oboru viditelného záření (po př. ultrafialového nebo infračerveného, srovn. odst. 289).

Bohrovy názory o struktuře atomů, jež ovšem v dalším vývoji byly podstatně zdokonaleny a prohloubeny, velmi platně přispěly k porozumění četných atomových dějů. Ovšem matematické obtíže této theorie jsou velmi značné; vedle toho záhadnými zůstávají oba základní předpoklady Bohrovy, pro něž jako vůbec pro kvantovou domněnku nemáme dosud uspokojivého vysvětlení. Leč znamenité dosavadní výsledky této atomové theorie opravňují k úsudku, že jsme na cestě k správnému poznání, třebaš dosud plně nedosaženému. Po této stránce poskytují naději nové (avšak velmi abstraktní) theorie, a to *vlnová mechanika*, k níž dal podnět L. de Broglie a kterou propracoval Schrödinger, a *kvantová mechanika*, jejímž původcem je Heisenberg.

**252. Radioaktivita.** Brzy po objevu Röntgenových paprsků zjistil H. Becquerel (1896), že uranové sloučeniny také vysílají určité záření, jež působí na fotografickou desku, vzbuzuje

fluorescenci a silně ionisuje vzduch. Pí. Curieová (tehdy sl. Skłodowska) ukázala, že intenzita záření, měřená ionisačním účinkem, jest úměrná množství uranu v dané sloučenině, nezávisle na její jakosti. Je to tedy vlastnost atomů uranu, nezávislá na jeho chemické vazbě v molekule. Avšak v jáchymovském smolinci zjistila mnohem větší radioaktivitu, než příslušelo obsahu radia. Soudila tudíž, že smolinec musí obsahovati prvky mnohem radioaktivnější než uran. Po namáhavé analýsi uranových rud soustředili manželé Curieovi převážnou část radioaktivity na vismutu (příslušný neznámý radioaktivní prvek nazvali *polonium*) a na baryu (*radium*). Oba neznámé prvky se chemickou cestou od vismutu a barya oddělit nedaly a jen frakcionovanou destilací bylo možno připravit malé množství soli těchto nových prvků. Čisté radium získali pí. Curieová a Debierne teprve r. 1910. Mezitím jiní pozorovatelé objevili další radioaktivní látky jako aktinium, ionium, radiothor a j.

Studiem záření radioaktivních látek se zjistilo, že se skládá ze tří druhů záření, jež se označují jako  $\alpha$ -,  $\beta$ - a  $\gamma$ -záření. Liší se charakteristicky tím, jak se chovají v mg. poli. Směřuje-li mg. pole za nákresnu (obr. 409), uchylují se  $\alpha$ -paprsky nalevo (jako kladný proud),  $\beta$ -paprsky napravo (jako záporný proud) a  $\gamma$ -paprsky se vůbec neuchylují.

1. *Paprsky alfa* vzbuzují značnou fluorescenci, silně ionisují vzduch a jsou značně pohlcovány látkami (lístek aluminia 0.1 mm tlustý je úplně pohltí). V mg. poli se uchylují poměrně málo a to na touž stranu jako kladný proud. Tyto vlastnosti jsou v souhlase s názorem, že jejich podstatou jsou prudce letící a kladně nabitě částice o poměrně velké hmotě, tedy záření podobné kanálovým (anodovým, odst. 247) paprskům. Z náboje, který nesou, bylo zjištěno, že  $\alpha$ -částice jsou heliová jádra (at. hmota 4, náboj  $+2e$ ). To bylo také potvrzeno tímto pokusem: Radiová emanace (radon, plyn vznikající z radia a vyzařující  $\alpha$ -paprsky) byla uzavřena v trubici s velmi tenkou stěnou a vložena do výbojové trubice, jež byla úplně vyčerpána a uzavřena, takže jí výboj neprocházal. Po několika dnech již výboj procházel a spektrálním rozбором byla zjištěna ve vnější trubici přítomnost helia, vzniklého z vyzařovaných  $\alpha$ -částic. Z úchylky v mg. poli plyne, že  $\alpha$ -částice se pohybují rychlostí 15000 až 19000 km/sec.

V každé látce (na př. ve vzduchu) mohou proběhnouti  $\alpha$ -částice jen určitou dráhu, zvanou *doběh*; pak jejich účinek náhle přestává.



Obr. 409. Tři druhy radioaktivního záření.



Doběh jest úměrný třetí mocnině jejich počáteční rychlosti. Nejrychlejší  $\alpha$ -částice vymrštuje RaC; jejich počáteční rychlost jest  $1.9 \cdot 10^9$  cm/sec (19000 km/sec) a jejich doběh ve vzduchu (760 mm Hg,  $15^\circ$  C) měří 6.4 cm. Radium samo vysílá  $\alpha$ -paprsky rychlostí  $1.5 \cdot 10^9$  cm/sec a jejich doběh je 3.2 cm ve vzduchu.

Dopadne-li  $\alpha$ -částice na blejno zinkové nebo na diamant, objeví se na tom místě zazáření, jež můžeme okem ve tmě odpočatým lupou pozorovati; na tom se zakládá Crookesův spinthariskop.

2. *Paprsky beta* jsou mnohem pronikavější než  $\alpha$ -paprsky, procházejí částečně i vrstvou Al několik mm silnou. Vzbuzují rovněž fluorescenci, působí na fotografickou desku a ionisují vzduch do značné vzdálenosti. V mg. poli se uchylují jako záporný proud a při tom se vějířovitě rozšiřují, což znamená, že jejich rychlost je různá i při vzniku z téhož preparátu. Kaufmann z výchylek  $\beta$ -paprsků v el. a mg. poli mohl určití jejich rychlost (je 29% až 99% rychlosti světelné) a spec. náboj  $e/m$ , jenž je týž jako u elektronů (s jistou odchylkou pro nejrychlejší  $\beta$ -paprsky). Soudíme z toho, že podstatou  $\beta$ -paprsků jsou prudce letící elektrony;  $\beta$ -paprsky jsou tedy v podstatě stejné jako katodové paprsky, jenže u těchto je rychlost menší (10% až 20% rychlosti světelné).

Stejně tlustá vrstva určité látky pohltí vždy touž poměrnou část z dopadajícího záření. Tedy vrstva tlustá  $dx$  pohltí z dopadající intensity  $J$  poměrnou část  $dJ/J$ , úměrnou tloušťce desky

$$-\frac{dJ}{J} = \mu \cdot dx,$$

při čemž  $\mu$  nazývá se *koefficient absorpce*; jeho hodnota je různá podle původu paprsků a podle jakosti pohlcující látky. Integrací předešlé rovnice plyne

$$\ln J = -\mu x + \ln J_0 \quad \text{anebo} \quad J = J_0 \cdot e^{-\mu x}.$$

Koefficient absorpce  $\mu$  má rozměr převratné délky; jeho převratná hodnota  $\delta = 1/\mu$  znamená *střední doběh*. Místo něho se zavádí zpravidla t. zv. *polotloušťka D*, což je taková tloušťka, která propustí právě polovinu dopadajícího záření. Tedy

$$\text{pro } x = D \text{ je } J = \frac{J_0}{2} \text{ a máme } \frac{1}{2} = e^{-\mu D},$$

z čehož logaritmováním plyne

$$-\ln 2 = -\mu D \quad \text{a tedy} \quad D = \frac{\ln 2}{\mu} = \frac{0.693}{\mu}.$$

Na př. pro  $\beta$ -paprsky radia je koefficient absorpce aluminia  $\mu = 312 \text{ cm}^{-1}$ ,



tedy střední doběh  $\delta = 0.0032$  cm a polotloušťka  $D = 0.0022$  cm = 0.022 mm.

3. *Paprsky gamma* mají největší pronikavost; úplně je pohltí teprve deska hliníková několik dm tlustá. Pro jejich pohltivost platí též vztah jako pro  $\beta$ -paprsky, totiž

$$J = J_0 \cdot e^{-\mu x}, \quad \text{polotloušťka} \quad D = \frac{\ln 2}{\mu}.$$

Na př. radium vysílá tři druhy  $\gamma$ -paprsků, pro něž je v aluminium

$$\begin{array}{lll} \text{koeficient absorpce } \mu = 354 \text{ cm}^{-1}, & 16.3 \text{ cm}^{-1}, & 0.27 \text{ cm}^{-1}, \\ \text{a tedy polotloušťka } D = 0.002 \text{ cm}, & 0.04 \text{ cm}, & 2.55 \text{ cm}. \end{array}$$

S malou pohltivostí  $\gamma$ -paprsků souvisí, že mají poměrně slabé účinky fotografické, fluorescenční a ionizační. Ani v mg. ani v el. poli se neuchylují; z toho soudíme, že  $\gamma$ -paprsky jsou elektromagnetické záření, jako světlo a Röntgenovy paprsky, ovšem o vlnové délce ještě kratší než u Röntgenových paprsků. Délka vlny byla zjištěna

$$\begin{array}{ll} \text{u Röntgenových paprsků} & 13 \text{ až } 0.1 \text{ \AA} \quad (10^{-8} \text{ cm}), \\ \text{u } \gamma\text{-paprsků} & 1.4 \text{ až } 0.005 \text{ \AA}. \end{array}$$

Každá radioaktivní látka vysílá buď  $\alpha$ - nebo  $\beta$ -paprsky a současně i  $\gamma$ -záření, jež však nebylo dosud ve všech případech dokázáno. Jen výjimečně vysílají některé radioaktivní látky všechny tři druhy paprsků.

Dopadem paprsků  $\alpha$  a  $\beta$  na hmotné překážky vzniká sekundární záření, v němž se dá zjistiti roztržité a charakteristické záření (jako u Röntgenových paprsků) a katodové paprsky různých rychlostí.

**253. Radioaktivní přeměny.** Radioaktivní látky stále vyvinují teplo; na př. 1 g radia (spolu se svými produkty rozpadu, vydá za každou hodinu 135 cal. Původ této energie byl s počátku záhadný. Správné vysvětlení podali Rutherford, Ramsay a Soddy odvázným předpokladem, že radioaktivní zjevy jsou podmíněny rozpadem atomů na jiné atomy. To se pokusy zúplna potvrdilo; na př. z radia vzniká stále radiová emanace (plyn) a helium.

Radioaktivní rozpad se děje stále týmž způsobem, nezávisle na vnějších fysikálních poměrech, t. j. za stejnou dobu  $dt$  rozpadne se vždy stejná poměrná část počtu  $n$  všech atomů. Podle toho relativní úbytek atomů —  $dn/n$  jest úměrný době  $dt$ , tedy

$$-\frac{dn}{n} = \lambda \cdot dt,$$

při čemž  $\lambda$  se nazývá *rozpadová konstanta*. Integrací předešlé rovnice plyne

$$\ln n = \ln C - \lambda t \quad \text{anebo} \quad n = C \cdot e^{-\lambda t}.$$

Budiž  $n_0$  počet atomů v čase  $t=0$ , pak  $C=n_0$  a máme

$$n = n_0 \cdot e^{-\lambda t}.$$

Rozpadová konstanta  $\lambda$  má rozměr převratné doby; její převratná hodnota  $\tau = 1/\lambda$  stanoví *střední dobu životní* daných atomů. Místo toho zavádí se t. zv. *poločas*  $T$ , jímž se rozumí doba, za kterou se rozpadne právě polovina atomů. Tedy pro  $t=T$  jest  $n=n_0/2$  a z rovnice

$$\frac{n_0}{2} = n_0 \cdot e^{-\lambda T}$$

plyne 
$$-\ln 2 = -\lambda T \quad \text{anebo} \quad T = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0.693}{\lambda}.$$

Na př. radiová emanace (RaEm, nyní též radon zvaná) má rozpadovou konstantu  $\lambda = 0.181 \text{ den}^{-1}$ , takže její střední doba životní je  $\tau = 5.52$  dne a poločas  $T = 3.83$  dne. Poločasy různých radioaktivních látek jsou velmi různé; na př. U I má  $T = 4.5 \cdot 10^9$  roků, radium 1580 roků, RaEm 3.83 dne a AcA 0.002 sec. Čím je která látka radioaktivnější, tím má kratší poločas i průměrnou dobu životní a tím je tedy vzácnější.

Theorie rozpadová dovoluje roztřídit produkty rozpadu, i když je nemůžeme chemicky izolovati. Platí o tom t. zv. *posunovací zákon*, jež nezávisle na sobě odvodili Fajans a Soddy.

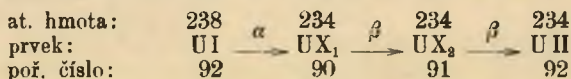
Částice alfa, jež je heliové jádro o atomové hmotě 4 a o náboji  $+2e$ , může pocházeti jen z jádra radioaktivního atomu. Po vymrštění z jádra odnáší s sebou náboj  $2e$  a 4 jednotky atomové hmoty. Zbývající jádro má tudíž atomovou hmotu o 4 jednotky menší a náboj jádra, určující pořadové číslo v periodické soustavě, o 2 menší. Prvek rozpadem vzniklý patří tudíž v periodické soustavě na místo o 2 kroky vlevo od mateřské látky. Na př. radium (Ra, at. hmota 226, pořadové číslo 88, II. skupina) vysílá  $\alpha$ -paprsky; tím vzniká z něho prvek atomové hmoty 222, pořadového čísla 86, jež patří do nulté skupiny (vzácné plyny), což je právě emanace RaEm (radon).

Částice beta jsou elektrony (at. hmota  $1/1846$ , náboj  $-e$ ). Kdyby pocházely z elektronů kroužících kolem jádra, byla by to pouhá ionisace a nedaly by se tím vysvětliti radioaktivní vlastnosti. Musíme tedy původ  $\beta$ -částic hledati rovněž v jádru atomu, jehož

atomová hmota se při tom téměř nezmění; ale kladný náboj jádra vymrštěním záporného elektronu se zvýší o jedničku. Vzniklý prvek má tedy při téměř stejné atomové hmotě pořadové číslo o 1 vyšší a patří v periodické soustavě na místo o jeden krok vpravo. Na př. RaE (at. hmota 210, pořadové číslo 83, V. skupina) vy-  
sílá  $\beta$ -paprsky a mění se v polonium (RaF, at. hmota 210, pořadové číslo 84, VI. skupina).

Na základě těchto dvou posunovacích pravidel lze sestavit genetickou tabulku všech radioaktivních prvků. Mateřské prvky jsou uran, jehož řada produktů se rozvětňuje ve dvě řady radiovou a aktiniovou, a thor. Posledním (již neradioaktivním) produktem ve všech třech řadách jsou prvky RaG, AcD a ThD, chemicky úplně podobné olovu.

Posunovací zákon při radioaktivních přeměnách vedl důsledně k pojmu *isotopie* (stejnomístnosti), t. j. že mohou existovati prvky, jež se liší atomovou hmotou, ale mají týž náboj jádra, tedy stejné pořadové číslo a patří tudíž na totéž místo v periodické soustavě. Poněvadž kolem jádra isotopů obíhá týž počet elektronů stejně uspořádaných, musí mít isotopy též stejné chemické vlastnosti, takže se chemickými procesy vůbec nedají od sebe oddělit. Mohou se poněkud lišiti pouze fyzikálními vlastnostmi, pokud závisí na hmotě atomu (na př. rychlost difuze nebo vypařování). Příklad vzniku isotopu podává hned začátek řady uranové:



Z prvku uranu-I vzniká jednou  $\alpha$ -přeměnou a dvěma  $\beta$ -přeměnami isotope uranu-II, mající stejné pořadové číslo, ale atomovou hmotu o 4 menší.

Objev isotopů mezi radioaktivními prvky vedl přirozeně k otázce, zdali se isotopy vyskytují i při ostatních neradioaktivních přeměnách. Otázku tuto rozřešil kladně Aston pomocí analýsy kanálových paprsků (odst. 247), jež se skládají z kladně nabitých atomů plynu ve výbojové trubici zbylých. Výsledkem jeho četných měření jest, že značná část t. zv. prvků je směsí dvou nebo několika isotopů, jejichž atomové hmoty jsou čísla celá. Tak na př. chlor, mající střední atomovou hmotu 35.46, skládá se ze dvou isotopů o atomových hmotách 35 a 37, při čemž v obyčejném chloru převládá první isotope. To vede k domněnce, že jádra všech prvků jsou vybudována jen ze dvou základních prvků, jimiž jsou vodíkové jádro (zvané proton) a elektron.

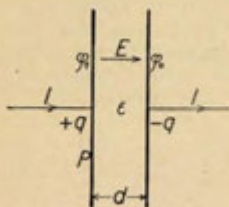
## VI. Theorie elektromagnetického pole.

**254. Maxwellovy rovnice.** V dosavadních výkladech na četných místech jsme poznali Faradayovy názory o zjevech elektromagnetických. Faraday odmítá starší názor, že by zeledrované předměty nebo magnety mohly bezprostředně působiti na dálku, a soudí, že jejich vzájemné působení je zprostředkováno napětím siločar v el. nebo v mg. poli. Podle toho sídlo energie není jen v zeledrovaných předmětech a magnetech, nýbrž v celém jimi vytvořeném el. a mg. poli. Ve smyslu těchto názorů je zřejmé, že na el. a mg. pole má jakost prostředí určitý vliv, což vedlo k nutnosti zavésti dielektrickou konstantu  $\epsilon$  a permeabilitu  $\mu$ .

Faradayovy názory převzal J. C. Maxwell (1873), jenž je doplnil a prohloubil theoreticky a vytvořil tak velkolepou theorii elektromagnetického pole, shrnující do několika rovnic výklad téměř všech zjevů elektromagnetických. Elmg. pole v určitém místě je dáno, známe-li v tom místě el. sílu  $E$  a mg. sílu  $H$ ; vzhledem k tomu, že prostředí má vliv na elmg. pole, je nutno zavésti

další dva vektory, el. posunutí (indukci)  $D = \epsilon \cdot E$  (str. 328) a mg. indukci (sycení)  $B = \mu \cdot H$  (str. 361).

Hlavní doplněk Maxwellův spočívá v názoru, že všechny elektrické proudy jsou uzavřeny. To sice starší theorie také předpokládala o proudech procházejících kovovými vodiči a elektrolyty; ale vedle nich připouštěla proudy neuzavřené, na př. při nabíjení kondensátoru (obr. 410); el. proud se končil na jedné desce kondensátoru a pokračoval až



Obr. 410 Nabíjení kondensátoru.

od druhé desky kondensátoru, takže dielektrikum znamenalo přerušení proudu. Ve skutečnosti vzrůstá při tom uvnitř dielektrika indukční tok elektrický a tento časový vzrůst indukčního toku považuje Maxwell za pokračování el. proudu mezi deskami kondensátoru. Pro náboj  $q$  rovinného kondensátoru plochy  $P$  a vzdálenosti desek  $d$ , je-li uvnitř el. síla  $E$ , odvodili jsme (str. 343) vztah

$$q = \frac{\epsilon P E}{4\pi} = \frac{P \cdot D}{4\pi}.$$

Je-li ve vodiči připojeném k deskám kondensátoru okamžitý proud  $I$ , znamená to, že za krátkou dobu  $dt$  připroudí množství elektriny  $I \cdot dt$ , jímž se zvýší náboj kondensátoru o  $dq$ . Z rovnosti

$$I \cdot dt = dq = \frac{P}{4\pi} \cdot dD$$



plyne pro intensitu<sup>n</sup> proudovou

$$I = \frac{P}{4\pi} \cdot \frac{dD}{dt}$$

a tedy pro hustotu proudu  $i$  uvnitř kondensátoru

$$i = \frac{I}{P} = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{dD}{dt}.$$

Tento proud, jevíci se jakožto časový vzrůst indukčního toku (dělený  $4\pi$ ), nazývá Maxwell *posuvný proud* na rozdíl od proudu vznikajícího vodivostí, jež se nazývá *vodivý proud*. Předešlé vztahy by bylo možno považovati za pouhou definici posuvného proudu k tomu účelu zavedenou, aby bylo možno všechny proudy považovati za uzavřené. Ale Maxwell připisuje takovýmto posuvným proudům fyzikální význam, t. j. předpokládá, že mají stejné vlastnosti jako vodivé proudy, tedy zejména účinky magnetické. Další vývoj ukázal, že tento Maxwellův předpoklad jest oprávněn.

Obecně každé prostředí má dvě elektrické vlastnosti, vodivost  $\lambda$ , již je podmíněn vodivý proud o hustotě  $i = \lambda \cdot E$  (str. 374), a dielektrickou konstantu  $\epsilon$ , jejímž účinkem vzniká při proměnlivém elektrickém poli právě vyložený proud posuvný. Celková hustota proudu  $i$  (jakožto vektor) je pak vektorový součet hustoty vodivého i posuvného proudu, tedy

$$i = \lambda \cdot E + \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{dD}{dt}.$$

Je zvykem v theoretických úvahách vyjadřovati jak el. sílu  $E$ , tak i el. posunutí  $D$  v míře elektrostatické; pak i hustota proudu  $i$  stanovená předešlým vztahem je dána v míře elst. V dalším budeme potřebovati její výraz v míře elektromagnetické. V odst. 208 jsme poznali, že poměr intensity proudové v míře elst.  $I_{elst}$  a v míře elmg.  $I_{elmg}$  je dán konstantou mající rozměr rychlosti, pro niž z měření byla nalezena hodnota shodná s rychlostí světla  $c$  ve vakuu, tedy

$$I_{elst} = c \cdot I_{elmg} \quad \text{anebo} \quad I_{elmg} = \frac{1}{c} I_{elst}.$$

Podle toho pro hustotu proudu v míře elmg. dostáváme

$$i_{elmg} = \frac{\lambda}{c} \cdot E + \frac{1}{4\pi c} \cdot \frac{dD}{dt}.$$

*První* Maxwellova rovnice vyjadřuje poznatek odvozený v odst. 209, že prostorové proudění elektriny vzbuzuje takové magnetické pole, že vír (curl) mg. síly  $H$  v každém místě se rovná co do



směru i velikosti  $4\pi$ -násobné hustotě proudové  $i$  (v míře elmg.), tedy

$$\text{curl } \mathbf{H} = 4\pi i_{\text{elmg}},$$

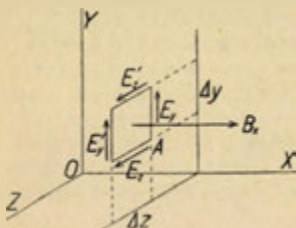
takže po dosazení máme

$$\text{curl } \mathbf{H} = \frac{4\pi\lambda}{c} \cdot \epsilon + \frac{1}{c} \cdot \frac{dD}{dt}. \quad \text{I.}$$

Tato vektorová rovnice zastupuje vlastně tři rovnice týkající se složek ve směru souřadnicových os; prvá z nich má tvar (str. 40)

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = \frac{4\pi\lambda}{c} E_x + \frac{1}{c} \frac{\partial D_x}{\partial t},$$

další dvě vzniknou cyklickou záměnou  $x, y, z$ .



Obr. 411. Druhá Maxwellova rovnice.

Druhá Maxwellova rovnice vyjadřuje zákon o elektromagnetické indukci (odst. 224), podle něhož elektromotorická síla  $V$ , indukovaná v uzavřeném obvodu, se rovná v míře elmg. časové změně indukčního toku  $\Phi$ , procházejícího daným obvodem, jež však má opačný směr než proud, který by onu změnu sám způsoboval, tedy

$$V = - \frac{\partial \Phi}{\partial t}.$$

V místě  $A$  (obr. 411) nechť je mg. indukce  $B$ , takže její  $X$ -ová složka má hodnotu  $B_x$ ; složky el. síly označíme  $E_x, E_y, E_z$ . Uvažujme v okolí toho místa malou plochu  $\Delta p = \Delta y \cdot \Delta z$ , kolmou k ose  $X$ -ové; indukční tok  $\Phi$  touto plochou procházející je tedy

$$\Phi = B_x \cdot \Delta y \cdot \Delta z.$$

Jeho časový úbytek

$$- \frac{\partial \Phi}{\partial t} = - \frac{\partial B_x}{\partial t} \cdot \Delta y \cdot \Delta z$$

rovná se podle uvedeného zákona elektromotorické síle  $V_{\text{elmg}}$ , indukované v obvodu uvažované plochy. Elektromotorická síla v míře elst. znamená práci, která se vykoná, když jednotkový náboj obejde jednou kolem uvažovaného obvodu, tedy

$$\begin{aligned} V_{\text{elst}} &= E_y \cdot \Delta y + E_z' \cdot \Delta z - E_y' \cdot \Delta y - E_z \cdot \Delta z = \\ &= \Delta y \cdot \Delta z \left( \frac{E_z' - E_z}{\Delta y} - \frac{E_y' - E_y}{\Delta z} \right). \end{aligned}$$

Výraz pro tuto ems. v míře elmg. dostaneme, uvážíme-li, že pro

výkonnost proudu  $VI$  musí jak v soustavě elmg., tak v soustavě elst. vyjítí stejná hodnota, tedy

$$V_{\text{elmg}} \cdot I_{\text{elmg}} = V_{\text{elst}} \cdot I_{\text{elst}}.$$

Vzhledem k uvedenému již vztahu  $I_{\text{elst}} = c \cdot I_{\text{elmg}}$  plyne z předešlé rovnice

$$V_{\text{elmg}} = c \cdot V_{\text{elst}}.$$

Je tudíž

$$V_{\text{elmg}} = c \cdot \Delta y \cdot \Delta z \left( \frac{E'_x - E_x}{\Delta y} - \frac{E'_y - E_y}{\Delta z} \right) = - \frac{\partial B_x}{\partial t} \cdot \Delta y \cdot \Delta z.$$

Dělíme-li celou rovnici  $c \cdot \Delta y \cdot \Delta z$  a přejdeme-li k mezním hodnotám pro  $\lim \Delta y = 0$ ,  $\lim \Delta z = 0$ , máme

$$\frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = - \frac{1}{c} \cdot \frac{\partial B_x}{\partial t}.$$

Levá strana této rovnice znamená X-ovou složku víru el. síly  $\epsilon$ , t. j.  $\text{curl } \epsilon$ . Stejným způsobem lze odvoditi další dvě rovnice pro složky  $\text{curl } \epsilon$  ve směru os  $Y$  a  $Z$ . Všechny tyto tři rovnice je možno shrnouti v jedinou vektorovou rovnici

$$\text{curl } \epsilon = - \frac{1}{c} \cdot \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \text{II.}$$

což je právě druhá Maxwellova rovnice.

*Třetí* Maxwellova rovnice spočívá na Gaussově větě (odst. 166), podle níž el. tok indukční z uzavřené plochy se rovná  $4\pi$ -násobnému množství elektriny, obsažené uvnitř uvažované plochy. El. množství budiž rozloženo prostorově v prostředí; jeho hustota  $\rho$  znamená el. množství obsažené v jednotkovém objemu. Výtok libovolného vektoru z jednotkového objemu nazývá se divergence (str. 39). Gaussova věta, použitá na jednotkový objem, dává tedy pro indukční tok, stanovený divergencí el. posunutí  $D$ , vztah (str. 332)

$$\text{div } D = 4\pi \rho, \quad \text{III.}$$

což je třetí Maxwellova rovnice. Její analytický výraz jest

$$\frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z} = 4\pi \rho.$$

*Čtvrtá* Maxwellova rovnice má zcela obdobný význam pro pole magnetické a vyjadřuje poznatek, že v mg. poli není zřídél indukčního toku (str. 361), takže divergence mg. indukce  $B$  je vždy nulová,

$$\text{div } B = 0 \quad \text{nebo} \quad \frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0. \quad \text{IV.}$$

K těmto čtyřem základním rovnicím přistupují další tři rovnice, určující dielektrickou konstantu  $\epsilon$ , permeabilitu  $\mu$  a elektrickou vodivost  $\lambda$  pomocí vztahů již dříve uvedených

$$D = \epsilon E, \quad \text{V.}$$

$$B = \mu H, \quad \text{VI.}$$

$$i = \lambda E, \quad \text{VII.}$$

kdež v poslední rovnici  $i$  znamená hustotu vodivého proudu.

Konečně je možno k tomu připojit ještě poslední rovnici, vyjadřující hustotu energie  $w$  v elektromagnetickém poli. Celková energie se rovná součtu energie elektrické a magnetické. Pro hustotu energie elektrické  $w_e$  odvodili jsme na str. 347 výraz

$$w_e = \frac{\epsilon E^2}{8\pi} = \frac{D E}{8\pi} = \frac{1}{8\pi} (D E),$$

při čemž poslední výraz určuje ji jako skalární součin (str. 35) el. posunutí  $D$  a el. síly  $E$ . Podobně platí pro hustotu  $w_m$  energie magnetické (str. 362)

$$w_m = \frac{\mu H^2}{8\pi} = \frac{B H}{8\pi} = \frac{1}{8\pi} (B H).$$

Jak jsme již poznali, oba tyto výrazy  $w_e$  a  $w_m$  znamenají též podélné napětí siločar a příčný jejich tlak (vztahované na jednotku plošnou). Pro celkovou hustotu energie  $w$  dostáváme

$$w = \frac{1}{8\pi} [(D E) + (B H)]. \quad \text{VIII.}$$

Jak z uvedeného výkladu je zřejmé, Maxwellovy rovnice obsahují vlastně jen poznatky již dříve známé; Maxwellovou novinkou je zavedení posuvných proudů a dále odvození výrazů pro napětí siločar. Geniálnost Maxwellovu dlužno spatřovati v tom, že různorodé poznatky o elektřině a magnetismu dovedl shrnouti v pouhé čtyři vektorové rovnice (I. až IV. rovnice), čímž celá theorie elektromagnetického pole nabývá pozoruhodné jednoduchosti a jednotnosti.

Dřívější poznatky o elektřině a magnetismu byly odvozeny pokusně v polích buď statických nebo jen poměrně zvolna proměnlivých. Maxwell však odvážně zobecnil platnost svých rovnic na elmg. pole jakkoliv rychle proměnlivá a mohl z nich předpovědět šíření se elmg. vln, pro jejichž rychlost ve vakuu plynula hodnota shodná s rychlostí světelných vln. Tím byl Maxwell veden k dalšímu rozšíření své theorie, a to na zjevy optické. Podle Maxwella podstatou světla je šíření se velmi krátkých vln elektromagnetických. To je další pozoruhodné zjednodušení názorů na fyzikální děje; optika stává se takto částí nauky o elmg. poli. Další vývoj plně prokázal platnost Maxwellovy theorie, třebaž ovšem fyzikální názory se vyvíjely jiným směrem, jak ještě poznáme ve výkladu rovnic Lorentzových (odst. 256).

Jedinou odchylku od rovnic Maxwellových jeví ferromagnetické látky, pro něž vlastně neplatí VI. rovnice  $B = \mu H$ . Permeabilita  $\mu$  v těchto látkách nemá stálou hodnotu a zjev mg. hystereze je neslučitelný s touto rovnicí.

**255. Elektromagnetické vlnění.** Maxwell ze svých rovnic odvodil velmi důležitý důsledek, že každé el. i mg. působení se šíří konečnou rychlostí. Z toho plyne, že z místa elektromagnetického rozruchu vychází na všechny strany elektromagnetické vlnění. Omezíme se v dalších výkladech na dokonalý stejnorodý izolátor, jehož vodivost je tedy nulová,  $\lambda = 0$ , a v němž není nikde elektriny,  $\rho = 0$ . Pak vzhledem ke vztahům  $D = \epsilon E$  a  $B = \mu H$  nabývají prvé čtyři rovnice tvaru

$$\begin{aligned} \text{I. } \text{curl } H &= \frac{\epsilon}{c} \frac{\partial E}{\partial t} \quad \text{anebo} \quad \frac{\partial H_x}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = \frac{\epsilon}{c} \frac{\partial E_x}{\partial t} \text{ atd.}, \\ \text{II. } \text{curl } E &= -\frac{\mu}{c} \frac{\partial H}{\partial t} \quad \text{"} \quad \frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = -\frac{\mu}{c} \frac{\partial H_x}{\partial t} \text{ atd.}, \\ \text{III. } \text{div } E &= 0 \quad \text{anebo} \quad \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0, \\ \text{IV. } \text{div } H &= 0 \quad \text{"} \quad \frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y} + \frac{\partial H_z}{\partial z} = 0. \end{aligned}$$

Jestliže první rovnici ze skupiny I. derivujeme podle času a za časové derivace  $H_y$  a  $H_z$  dosadíme výrazy plynoucí z druhé a třetí rovnice skupiny II., dostaneme po jednoduché úpravě

$$\frac{\epsilon \mu}{c^2} \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} - \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} \right).$$

Dosadíme-li pak za výraz v závorce jeho hodnotu z III., máme

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} = \frac{c^2}{\epsilon \mu} \left[ \frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} \right].$$

Podobný vztah můžeme odvodit i pro druhé složky  $E_y$  a  $E_z$  a všechny tři odvozené rovnice lze shrnouti pak v jedinou vektorovou rovnici

$$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{c^2}{\epsilon \mu} \left[ \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} \right].$$

To je rovnice vlnová (str. 170), zobecněná pro prostorové vlnění. Stejným způsobem se odvodí shodná vlnová rovnice pro mg. sílu

$$\frac{\partial^2 H}{\partial t^2} = \frac{c^2}{\epsilon \mu} \left[ \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} \right].$$

Odvozené výsledky znamenají: izolátorem mohou se šířit elektromagnetické vlny; koeficient při hranaté závorce znamená dvojnásobek rychlosti v těchto vln, tedy

$$v^2 = \frac{c^2}{\epsilon \mu} \quad \text{anebo} \quad v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}}.$$

Ve vakuu ( $\epsilon = 1$ ,  $\mu = 1$ ) rychlost těchto vln je  $c$ , což, jak bylo měřením zjištěno (odst. 208), je hodnota rovná rychlosti světla. Tímto výsledkem veden, Maxwell nsondil, že vlny světelné jsou vlastně vlny elektromagnetické (ovšem o velmi kratinké délce). V jiných prostředích než ve vakuu šíří se tyto vlny rychlostí menší. Absolutní index lomu  $n$  (odst. 262) je dán poměrem sinů

úhlů dopadu a lomu při lomu z vakua do uvažovaného prostředí a rovná se podle Huygensova vztahu (odst. 92) poměru rychlostí světla ve vakuu  $c$  a v daném prostředí  $v$ , tedy

$$n = \frac{c}{v} = \sqrt{\epsilon\mu}.$$

Tento Maxwellův vztah dobře vyhovuje v oboru dlouhých vln elektromagnetických; pro vlny světelné jeví se však odchylky způsobené disperzí (rozkladem) světla, t. j. index lomu závisí též na vlnové délce a tedy i na barvě světla.

Pro jednoduchost omezíme se na rovinnou vlnu, postupující ve směru osy  $X$  (srovn. obr. 378 na str. 477). To znamená, že ve všech místech téže roviny kolmé k ose  $X$  má jak el. síla  $E$ , tak i mg. síla  $H$  touž velikost i směr, takže  $E$  a  $H$  nezávisí na souřadnicích  $y$  a  $z$ . Maxwellovy rovnice III. a IV. mají pak tvar

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial H_x}{\partial x} = 0.$$

To znamená, že  $X$ -ové složky el. i mg. síly nezávisí také na  $x$ , takže nezávisí vůbec na souřadnicích a musí mít v celém prostoru hodnotu stejnou, takže představují stejnorodé pole el. a mg. Z toho plyne, že šíření se elmg. vln ve směru osy  $X$  se mohou zúčastniti jen složky  $Y$ -ové a  $Z$ -ové, takže elmg. vlna je příčná.

Správnost právě odvozeného výsledku lze ostatně nahlédnouti prostou úvahou. V postupné vlně podélné (odst. 85) vzniká totiž zhuštění a zředění. Při vlnách elmg. zředění znamená výtok el. vektoru (kladnou divergenci), což podle Gaussovy věty znamená, že by na tom místě musila vzniknouti kladná hustota elektriny; podobně zhuštění znamenalo by zápornou divergenci a tedy vznik záporné hustoty elektriny. Podélné vlnění elmg. předpokládalo by tedy současný pohyb elektriny, jenž je v izolátoru nemožný, z čehož plyne i nemožnost podélných vln elmg.

Poněvadž elmg. vlnění je příčné, předpokládejme, že el. síla má směr osy  $Y$  a že jde o sinusovou vlnu periody  $T$ , jež se šíří rychlostí  $v$  zatím neurčenou.

Toto postupné vlnění je podle odst. 85 dáno vztahem

$$E_x = 0, \quad E_y = A \sin \frac{2\pi}{T} \left( t - \frac{x}{v} \right), \quad E_z = 0.$$

Dosadíme-li tyto hodnoty do druhé rovnice skupiny II., dostaneme

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = 0,$$

což znamená, že složka mg. síly ve směru osy  $Y$  se šíření vln nezúčastní, takže zbývá toliko složka  $H_x$ . Elektrická i magnetická síla jsou navzájem kolmé a ovšem i kolmé k směru šíření se vln.

Tento výsledek má obzvláštní význam pro optiku. Ze zjevů polarisace (odst. 297) plynilo, že vlnění světelné je příčné. V polarisovaném světle mohl



by tedy míti světelný vektor buď směr kolmý k polarisační rovině, jak předpokládal Fresnel, nebo by mohl ležeti v polarisační rovině, jak soudil F. Neumann. Obě theorie světla. Fresnelova i Neumannova, správně vykládaly všechny zjevy optické. Vedl se proto dlouholetý spor o to, která z obou teorií je vlastně správná, a žádným pokusem nemohl býti tento spor rozřešen. Správné řešení zdánlivého rozporu našel Kolářek. Podle něho obě theorie jsou stejně správné, ale každá obsahuje jen „půl pravdy“. Ve světelném vlnění jsou současně vždy dva vektory, jeden elektrický (Fresnelův), kolmý k polarisační rovině, druhý magnetický (Neumannův), obsažený v polarisační rovině (srovn. obr. 412).

Z třetí rovnice skupiny II. plyne pro  $H_z$  vztah

$$-\frac{\mu}{c} \frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -A \frac{2\pi}{Tv} \cos \frac{2\pi}{T} \left( t - \frac{x}{v} \right),$$

z něhož plyne po jednoduché úpravě integrací (nehledíme-li k bezvýznamné konstantě)

$$H_z = A \frac{c}{v\mu} \sin \frac{2\pi}{T} \left( t - \frac{x}{v} \right).$$

Odvozené výrazy pro  $E_y$  a  $H_z$  vyhovují II., III. a IV. rovnici Maxwellově; je třeba ještě se přesvědčiti, zdali vyhovují I. skupině. První a třetí rovnice této skupiny jest identicky splněna, druhá rovnice

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial E_y}{\partial t}$$

po dosazení nabývá tvaru

$$A \frac{c}{v^2\mu} \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot \cos \frac{2\pi}{T} \left( t - \frac{x}{v} \right) = A \frac{\varepsilon}{c} \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot \cos \frac{2\pi}{T} \left( t - \frac{x}{v} \right),$$

kterážto rovnice je pro každé  $x$  i  $t$  splněna za podmínky

$$\frac{c}{v^2\mu} = \frac{\varepsilon}{c} \quad \text{anebo} \quad v^2 = \frac{c^2}{\varepsilon\mu}.$$

Při tom amplituda  $A$  a doba kmitová  $T$  se zkrátily na znamení, že na nich nezáleží. Elmg. vlny šíří se tedy stejným způsobem a to nezávisle jak na amplitudě, tak i na kmitočtu. Pro rychlost  $v$  těchto vln plyne Maxwellův vztah

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}},$$

odvozený a vyložený již dříve.

Shrneme-li výsledek dosavadních úvah v celek, poznáváme, že libovolným směrem  $X$  v izolátoru se může šířiti elmg. vlna, v níž el. síla  $E_y$  a mg. síla  $H_z$  jsou navzájem i k směru šíření kolmé. Časový průběh vlnění je dán vztahy

$$E_y = A \cdot \sin \frac{2\pi}{T} \left( t - \frac{x}{v} \right),$$

$$H_z = A \cdot \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \cdot \sin \frac{2\pi}{T} \left( t - \frac{x}{v} \right)$$

a je znázorněn na obr. 378 (str. 477). Obě vlny mají stejnou fázi, tedy el. i mg. síla nabývají na témž místě současně největších hodnot a také současně se stávají nulovými. Ve vakuu ( $\epsilon = \mu = 1$ ) mají stejnou amplitudu a šíří se rychlostí světla; v obr. 378 dlužno si představovati, že narysovaný tvar elmg. vlny touto rychlostí postupuje v pravo.

V dalším omezíme se na vakuum ( $\epsilon = 1, \mu = 1$ ) a vyšetříme stručně povahu stojatých vln elmg. Rovinná vlna, postupující ve směru osy  $x$ , v níž el. síla  $E'$  má směr osy  $y$ , je dána podle předešlého výrazem

$$E_y' = A \cdot \sin \frac{2\pi}{T} \left( t - \frac{x}{c} \right).$$

Předpokládejme, že přicházející se strany záporné osy  $x$  narazí v počátku souřadnicovém na dokonale vodivou stěnu, proloženou osami  $y$  a  $z$  (srov. obr. 379 na str. 478). Na vodivé stěně vzniká odraz vln toho druhu, že el. síla musí být ve stěně stále nulová, tedy odraz s obrácenou fází (str. 177). Tato vlna  $E_y''$  běží zpět ve směru záporné osy  $x$ , což znamená, že je třeba znaménko  $x$  změnit v opačné, a je tedy

$$E_y'' = -A \cdot \sin \frac{2\pi}{T} \left( t + \frac{x}{c} \right).$$

Výsledné vlnění před vodivou stěnou je pak dáno vztahem

$$\begin{aligned} E_y &= E_y' + E_y'' = -A \left[ \sin \frac{2\pi}{T} \left( t + \frac{x}{c} \right) - \sin \frac{2\pi}{T} \left( t - \frac{x}{c} \right) \right] = \\ &= -2A \cos \frac{2\pi}{T} t \cdot \sin \frac{2\pi}{cT} x. \end{aligned}$$

Je to stojaté vlnění (odst. 87), v němž uzly jsou určeny podmínkou

$$\sin \frac{2\pi}{cT} x = 0, \text{ tedy } x = 0, -\frac{1}{2}\lambda, -\lambda, -\frac{3}{2}\lambda, \dots,$$

značí-li  $\lambda = cT$  vlnovou délku uvažovaného vlnění. Kmitny el. vlnění jsou vždy uprostřed mezi sousedními uzly; jejich vzdálenosti od vodivé stěny se tedy rovnají lichému počtu čtvrtvln.

Současně s el. vlněním vzniká ovšem též mg. vlnění, v němž mg. síla má směr osy  $Z$ . Pro její velikost  $H_z$  podává třetí rovnice z II. skupiny Maxwellových rovnic vztah

$$-\frac{1}{c} \frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -2A \cdot \frac{2\pi}{cT} \cdot \cos \frac{2\pi}{T} t \cdot \cos \frac{2\pi}{cT} x,$$

z něhož plyne integrací

$$H_z = 2A \cdot \sin \frac{2\pi}{T} t \cdot \cos \frac{2\pi}{cT} x.$$

Snadno se přesvědčíme, že nalezené výrazy pro  $E_y$  a  $H_z$  vyhovují všem Maxwellovým rovnicím. Uzly mg. vlnění jsou podmíněny vztahem

$$\cos \frac{2\pi}{\lambda} x = 0, \quad \text{tedy} \quad x = -\frac{1}{4}\lambda, -\frac{3}{4}\lambda, -\frac{5}{4}\lambda, \dots$$

Jsou vzdáleny od vodivé stěny o lichý počet čtvrtin, takže připadají na místa kmiten el. vlnění. Naopak kmitny mg. vlnění splývají s uzly el. vlnění. Stojaté vlnění mg. je tedy posunuto o čtvrtinu vlnové délky proti stojatému el. vlnění (srovn. obr. 37<sup>9</sup>) na str. 478, v němž osa  $x$  směřuje napravo, osa  $y$  nahoru a osa  $z$  dopředu).

V témže místě je mg. vlnění stanoveno sinem argumentu  $2\pi t/T$ , kdežto el. vlnění cosinem téhož argumentu. To znamená, že mezi el. a mg. vlněním je fázový rozdíl rovný čtvrtině doby kmitové. Tedy v okamžiku, kdy el. síla má všude největší hodnoty, je mg. síla všude nulou; po čtvrtině doby kmitové mg. síla nabývá největších hodnot, ale el. síla je nulou atd. Stojaté vlnění elmg. představuje tudíž střídavou přeměnu energie elektrické v magnetickou a naopak.

**256. Lorentzovy rovnice.** Maxwellova theorie je skvělým příkladem theorie fenomenologické, t. j. takové, jež se opírá jen o pozorovatelné zjevy (fenomeny) a vyhýbá se zavádění pojmů, které nejsou pozorovatelné. V tomto smyslu se tato theorie omezuje důsledně na elmg. pole; základní pojem starší theorie, elektrické množství, je v ní jen pomocný název pro množství vystupujících indukčních čar. Své doby vysvětlovala tato theorie všechny tehdy známé zjevy elektrické kromě Faradayových zákonů o elektrolyse a též zjevy optické (kromě disperse).

Byly to Faradayovy zákony o elektrolyse (odst. 199), jež poukazovaly na to, že podceňování pojmu elektrického množství není oprávněno. Tyto zákony právě naopak vedou k představě elektronu jakožto atomu záporné elektřiny, majícího skutečnou existenci. Tento názor byl zesílen výzkumem katodového záření (odst. 247), jenž ukázal, že v katodových paprscích se ony elektrony volně pohybují a to tak, jako by vedle náboje  $e$  měly i určitou hmotu  $m$ . Pečlivým měřením bylo pro tyto veličiny nalezeno:

$$e = -4.774 \cdot 10^{-10} \text{ abs. j. elst.}, \quad m = 9.00 \cdot 10^{-28} \text{ g.}$$

Maxwellova velkolepá theorie, jež se v četných případech znamenitě osvědčuje, potřebuje přece jen prohloubení a doplnění, aby se přizpůsobila poznatkům o elektronech. Tento úkol zdařile provedl holandský fysik H. A. Lorentz (1895).

Lorentz vlastně podržuje Maxwellovy rovnice, ale dává jim jiný výklad, jak toho vyžaduje existence elektronů. Především „vodivý proud“ byl v starší theorii pouhý název pro zjev vznikající tím, že se ze zevnějšíka udržovalo ve vodiči el. pole, čímž v okolí vznikalo mg. pole, a že se dodávaná energie měnila při tom v teplo, aniž se dále uvažovalo o příčině těchto zjevů. Podle Lorentze jest elektrický proud podmíněn skutečným pohy-

bem volných elektronů v kovech; každý elektron unáší s sebou své el. pole a toto pohybující se pole elektrické jeví se na venek jako pole magnetické. Jouleovo teplo vzniká v kovu tím, že pohybující se elektrony se srážejí s atomy kovu, předávajíc jim takto část své energie; vznikající kmitavá energie atomů jeví se pak na venek podle kinetické teorie tepla jako Jouleovo teplo. Vodivý proud Maxwellův (o hustotě  $i = \lambda E$ ) je takto nahrazen *konvekcím* (přenosným) proudem; je-li celkový náboj elektronů v objemové jednotce  $\varrho$  (hustota elektriny) a mají-li elektrony rychlost  $v$ , je hustota přenosného proudu  $\varrho v$ , což je třeba dosaditi do I. Maxwellovy rovnice na místo  $\lambda E$ .

Známe zjevy, že tíž el. náboj vzbuzuje v různých prostředích různá pole elektrická a že tíž magnet budí podle jakosti prostředí různá pole magnetická, brala Maxwellova theorie jako prostou věc zkušenosti a připisovala ryze fenomenologicky těmto prostředím různé dielektrické konstanty  $\epsilon$  a permeability  $\mu$ , nestarajíc se o další výklad. To by bylo přípustné, kdyby prostředí bylo spojitě. Podle atomové teorie prostředí se však skládá z jednotlivých atomů, oddělených prázdňým prostorem. Lorentz proto postupuje jinak. Elektron budí ve svém okolí vždy totéž elektrické pole, ať je v jakémkoli prostředí. Ovšem účinkem tohoto pole mění se poloha elektronů vázaných na atomy a tím se izolátor polarisuje. Vzniklá polarisace zeslabuje pak původní pole elektrické, což je týž následek, jaký se dříve připisoval dielektrické konstantě. Podobná úvaha platí i o permeabilitě v mg. poli. V důsledku těchto úvah klade Lorentz v Maxwellových rovnicích

$$\epsilon = 1, \quad \mu = 1,$$

takže není rozdílu mezi el. posunutím  $D$  a elektrickou silou  $E$ , podobně mezi mg. vektory  $B$  a  $H$ . Lorentzova theorie připouští tedy jen dva vektory, el. sílu  $E$  a mg. sílu  $H$ , takže základní rovnice elmg. pole se stávají jednodušší.

Toto stanovisko Lorentzovo znamená ovšem zásadní odchylku od názorů Maxwellových. Účinek dielektrika na el. pole přijímal Maxwell jako zjev prvotní, nepotřebující dalšího výkladu. Podle Lorentze je to zjev druhotný, jež je třeba vyložit jako důsledek ze základních rovnic elmg. pole. Důsledné rozvinutí načrtnutých úvah o el. a mg. polarisaci (srovn. odst. 167 a 213) ukazuje, že se takto přijde k správnému výkladu a k souhlasu se zkušeností.

Ve smyslu uvedených úvah je třeba v prvních čtyřech rovnicích Maxwellových nahraditi

$$\lambda E = \varrho v, \quad D = E, \quad B = H.$$

Tak dostaneme *Lorentzovy rovnice* elmg. pole

$$\begin{aligned}
 \text{I.} \quad & \text{curl } \mathbf{h} = \frac{4\pi}{c} \rho \mathbf{v} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \\
 \text{anebo} \quad & \frac{\partial H_x}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = \frac{4\pi}{c} \rho v_x + \frac{1}{c} \frac{\partial E_x}{\partial t} \quad \text{atd.} \\
 \text{II.} \quad & \text{curl } \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial t} \\
 \text{anebo} \quad & \frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = -\frac{1}{c} \frac{\partial H_x}{\partial t} \quad \text{atd.} \\
 \text{III.} \quad & \text{div } \mathbf{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = 4\pi \rho \\
 \text{IV.} \quad & \text{div } \mathbf{h} = \frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y} + \frac{\partial H_z}{\partial z} = 0.
 \end{aligned}$$

Rovnice V. až VII. ve smyslu předchozích úvah odpadají. Za to však existence elektronu vyžaduje, aby k předešlým rovnicím byla připojena další rovnice, určující mechanickou sílu  $\mathbf{P}$ , jakou působí elektrické pole na elektron a jaké podléhá elektron za pohybu v magnetickém poli. V elektrickém poli intensity  $\mathbf{E}$  podléhá elektron, mající náboj  $e$  v míře elst., síle

$$\mathbf{P}_e = e \cdot \mathbf{E},$$

jež ovšem vzhledem k zápornému náboji má směr opačný než el. síla  $\mathbf{E}$ . Výraz pro sílu  $\mathbf{P}_m$ , kterou působí mg. pole intensity  $\mathbf{H}$  na elektron, pohybující se rychlostí  $\mathbf{v}$  kolmou k mg. siločarám, odvodili jsme v odst. 247, totiž

$$\mathbf{P}_m = H e \mathbf{v};$$

při tom však  $e$  znamená náboj elektronu v míře elmg. Směr této síly je kolmý i k rychlosti  $\mathbf{v}$  i k mg. síle  $\mathbf{H}$  a při kladném náboji byl by určen pravidlem levé ruky (srovn. obr. 393 a). Je-li směr rychlosti  $\mathbf{v}$  šikmý k směru mg. síly  $\mathbf{h}$ , působí na letící elektron toliko kolmá složka mg. pole  $H_n = H \cdot \sin \alpha$ , značí-li  $\alpha$  úhel sevřený vektory  $\mathbf{v}$  a  $\mathbf{h}$ , takže

$$\mathbf{P}_m = H e \mathbf{v} \sin \alpha.$$

Tato síla jakožto vektor  $\mathbf{P}_m$  jest určena tedy co do směru i velikosti vektorovým součinem  $\mathbf{v}$  a  $\mathbf{h}$  (str. 36), tedy

$$\mathbf{P}_m = e \cdot [\mathbf{v} \mathbf{h}].$$

Při kladném náboji elektronu měla by tato síla směr vyznačený



na obr. 393 *a* nahoru, s něhož se vidí otočení od  $v$  k  $H$  v kladném smyslu. Poněvadž je však náboj  $e$  elektronu záporný, má opačný směr, tedy právě takový, jak je to vyznačeno na obr. 393 *b*. Jak bylo již uvedeno, náboj  $e$  v tomto vzorci se předpokládá vyjádřen v míře elmg. Poněvadž je elmg. jednotka náboje  $c$ -krát větší než jednotka elst., platí

$$e_{\text{elmg}} = \frac{1}{c} e_{\text{elst.}}$$

Zavedeme-li tedy pro náboj elektronu míru elst., má dřívější vzorec tvar

$$P_m = \frac{e}{c} [v H].$$

Za současné existence pole elektrického i magnetického působí na elektron síla  $P$  rovná vektorovému součtu obou odvozených sil  $P_e$  a  $P_m$ , tedy

$$V. \quad P = eE + \frac{e}{c} [v H],$$

což je pátá rovnice Lorentzova. Výraz pro jednotlivé složky  $P_x$ ,  $P_y$ ,  $P_z$  této síly je

$$P_x = eE_x + \frac{e}{c} (v_y H_z - v_z H_y) \text{ atd.}$$

Účinkem této síly nabývá elektron hmoty  $m$  zrychlení

$$\frac{dv}{dt} = \frac{P}{m} = \frac{e}{m} E + \frac{e}{mc} [v H],$$

což je tedy pohybová rovnice elektronu v elmg. poli.

Sluší poznamenati, že tato rovnice platí jen potud, pokud rychlost  $v$  elektronu je značně menší než světelná rychlost  $c$ . Jestliže se rychlost elektronu blíží rychlosti světelné, jak je tomu v radioaktivních paprscích  $\beta$ , nastávají odchylky od uvedené rovnice, jež podle theorie relativity jsou způsobeny tím, že hmota  $m$  elektronu není stálá, nýbrž vzrůstá s jeho rychlostí podle vztahu

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

značí-li  $m_0 = 9.00 \cdot 10^{-28}$  g hmotu elektronu za klidu.

Srovnáme-li obě soustavy základních rovnic elmg. pole, Maxwellovu a Lorentzovu, shledáme, že se od sebe formálně jen málo liší; změny Lorentzovy lze vyjádřiti těmito vztahy

$$\epsilon = 1, \quad \mu = 1, \quad i = \lambda E = \rho v.$$

Přece však je v nich vyjádřen podstatně rozdílný názor na zjevy elektromagnetické. Maxwell vybudoval svou theorii jen na elektrickém a magnetickém

poli, o jehož původu neuvažuje. Lorentz vychází z poznatku o existenci elektronů, jež jsou původci elektrického pole a jež za pohybu budí pole magnetické. Formální shoda obou teorií má ten důležitý důsledek, že všechny výsledky Maxwellovy theorie zůstávají zachovány i rovnicím Lorentzovým, třebaš ovšem vlastní popis zjevu byl jiný. Tak na př. odvozené výsledky o vlnění elmg. (odst. 255) platí nezměněně i v Lorentzově theorii. Ale Lorentzovy rovnice tím, že přihlížejí k existenci elektronů, mají mnohem širší význam a vykládají i četné zjevy, na něž původní Maxwellovy rovnice nestačily, zejména ony, při nichž jde o samostatný účinek elektronů. V tomto smyslu elektronová theorie, vybudovaná Lorentzem, není popřením Maxwellovy nauky, nýbrž jen jejím prohloubením a dovršením.

---

# Optika.

## I. Úvod.

**257. Vývoj názorů o světle.** Světle v obyčejném smyslu rozumíme tu část zářivé energie, jež vzbuzuje v oku zrakové vněmy. Tyto subjektivní vněmy se liší jednak *intensitou*, jednak *jakostí* (t. j. barvou) a proto předpokládáme, že tyto různosti se vyskytují i v zářivé energii. Vedle zářivé energie působící na oko (t. zv. viditelné záření) jsou ještě další druhy neviditelného záření, jež se řídí týmiž zákony jako viditelné záření. Do optiky, jež byla původně naukou o viditelném záření, zahrnujeme proto i všechna záření neviditelná téže povahy jako světlo. Optika obecně je tudíž *nauka o zářivé energii*.

Již v nejstarších dobách bylo známo přímočaré šíření, odraz a lom světla. Ale starodávné názory o podstatě světla byly velmi nejasné. Teprve na sklonku XVII. století vznikly téměř současně dvě ucelené theorie světla, Huygensova *vlňivá* (undulační) a Newtonova *výronová* (emanační).

Ch. Huygens vykládal ve svém pojednání „*Traité de la lumière*“ (1690) šíření světla vlněním světelného étheru. Podle jeho představy světelný éther je velmi jemný, nevažitelný plyn, jenž proniká všechna tělesa i dokonalé vakuum. V něm vzniká účinkem světelného zdroje podélné vlnění, šířící se od zdroje na všechny strany. Huygens dovedl velmi pěkně vyložiti zákon odrazu i lomu světla jakož i vznik dvojlomu v krystalech, avšak nemohl uspokojivě vysvětliti přímočaré šíření světla. Dnes známe příčinu tohoto nezdaru; světlo (jako vůbec každé vlnění) se totiž, přísně vzato, nešíří přímočaře, nýbrž se také ohýbá, což však tehdy známo nebylo.

Isaac Newton své názory o vzniku a šíření světla souborně vyložil ve své „*Optice*“ (1704). Podle něho ze svítícího zdroje vylétují světelné částice a pohybují se ohromnou rychlostí na všechny strany. Z tohoto názoru plyne jako samozřejmý důsledek přímočaré šíření světla; jednoduše se dá rovněž odvoditi zákon odrazu a lomu. Newton již dříve (1672) objevil rozklad bílého světla na jednoduché barvy. Vznik různých barev vykládal tím, že světelné částice

mají různou velikost; barvě červené přísluší největší, barvě fialové nejmenší částice. Aby vysvětlil barvy tenkých vrstev, připisoval světelným částicím periodicky proměnlivé nálady (fits), jež způsobují, že se někdy na rozhraní odrážejí, jindy procházejí rozhraním.

Newtonova *emanační* theorie byla propracovanější než Huygensova *undulační* theorie a vykládala všechny tehdy známé zjevy optické. Tato přednost jakož i vědecká autorita Newtonova způsobila, že byla všeobecně přijata a že se udržela po více než století.

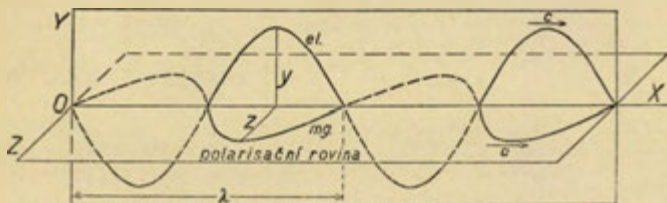
Huygensova undulační theorie upadla téměř v zapomenutí; vzkřísili ji teprve počátkem XIX. století Young a Fresnel. Th. Young (1800) považoval původně světlo za podélné periodické vlnění étheru a stanovil princip interference pro skládání světelných vln; z ohybových zjevů určil vlnovou délku pro různé barvy. Teprve když Malus (1808) objevil polarisaci světla odrazem, přiklonil se Young (1817) k názoru, že světlo je příčné vlnění étheru.

Obsáhle propracoval undulační theorii A. J. Fresnel. Na základě interference světla podařilo se mu vysvětliti přibližně přímochařé šíření světla. Když pak přijal Youngův názor o příčném vlnění světelném, mohl vyložiti všechny zjevy tehdy známé, tedy též interferenci, ohyb, polarisaci a dvojlom a dokonce se mu podařilo některé nové zjevy předpovědět (na př. kuželový lom v dvojosých krystalech). Přes tyto skvělé úspěchy nebyla však tato theorie undulační bez vad. Bylo nutno předpokládati, že světelný éther má vlastnosti pevného tělesa; v plynech a kapalinách by totiž nemohly vznikat příčné vlny. V pevném étheru měly by však vznikat vedle příčných vln též podélné vlny, jež však nikdy nebyly zjištěny. Pokud se týče názoru o hustotě a pružnosti étheru, bylo nutno činiti předpoklady, jež navzájem nebyly v souhlase. Po předčasně smrti Fresnelově nepodařilo se ani jeho následovníkům odstraniti veškeré rozpory a vyvinouti jednotnou theorii světla na předpokladu mechanického vlnění étheru.

J. C. Maxwell (1873) byl veden svými theoretickými úvahami o elmg. poli (odst. 254) k poznatku, že světlo je způsobováno velmi krátkými vlnami elektromagnetickými a tak založil *elektromagnetickou* theorii světla. Svě doby měl za doklad správnosti této theorie jen to, že pro rychlost elektromagnetických vln vycházela táž hodnota, jaká plyne měřením pro šíření světla a že rovněž zákony odrazu a lomu jsou stejné. Maxwellovy důsledky pokusně potvrdil H. Hertz (1887) na elmg. vlnách několik metrů dlouhých (odst. 241). Hertz jakož i četní jiní fysikové (mezi nimi Kolářček) propracovali pak tuto theorii, jež byla bez vnitřních rozporů a vykládala

uspokojivě všechny zjevy tehdy známé. Proto byla také uznána všeobecně. Optika stala se takto částí nauky o elektřině.

Podle této theorie šíří se v paprsku světelném současně dvě vlny se stejnou fází, elektrická a magnetická (obr. 412). Oba vektory, elektrický  $y$  a magnetický  $z$ , jsou kolmé jak k paprsku  $OX$ , tak i navzájem (odst. 255). Charakteristickou konstantou určitého zá-



Obr. 412. Elektromagnetická vlna.

ření (barvy ve viditelném světle) je *vlnová délka*  $\lambda$  (ve vakuu), měřená zpravidla v Angströmových jednotkách ( $1 \text{ \AA} = 10^{-8} \text{ cm}$ ). Červený kraj viditelného spektra má vlnovou délku asi 7600  $\text{\AA}$ , fialový kraj 3900  $\text{\AA}$ . Místo vlnové délky zavádí se mnohdy *kmitočet*  $\nu$ , což je počet kmitů vykonaných za vteřinu, nebo *vlnočet*  $\varphi$ , jímž rozumíme počet vln připadajících na 1 cm. Je zřejmé

$$\nu = \frac{c}{\lambda}, \quad \varphi = \frac{1}{\lambda},$$

značí-li  $c = 3 \cdot 10^{10} \text{ cm/sec}$  rychlost světla ve vakuu. Hodnoty těchto veličin ve viditelném světle jsou pro kraj

$$\begin{aligned} \text{červený: } \nu &= 3.9 \cdot 10^{14} \text{ sec}^{-1}, & \varphi &= 13.200 \text{ cm}^{-1}, \\ \text{fialový: } \nu &= 7.7 \cdot 10^{14} \text{ sec}^{-1}, & \varphi &= 25.600 \text{ cm}^{-1}. \end{aligned}$$

Vedle viditelných vln elmg. existují obdobné vlny jak delší, tak i kratší vlnové délky. Záření pokračující od červeného konce spektra směrem větších délek vlny sluje *infračervené* a bylo zjištěno až po vlnovou délku

$$\lambda = 3,400.000 \text{ \AA} = \frac{1}{3} \text{ mm}.$$

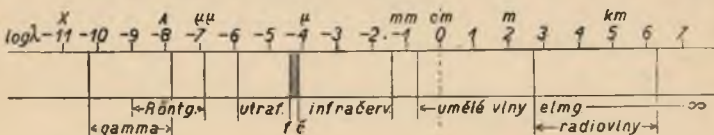
Nejkratší vlny vzbuzené přímo elektromagneticky mají  $\lambda = 0.2 \text{ cm}$ ; Hertz pracoval s vlnami několik metrů dlouhými, v radiotelefonii a radiotelegrafii se používá vln mající délky od několika metrů až do desítek kilometrů.

Záření kratších délek vlnových, připojující se k fialovému konci spektra, se nazývá *ultrafialové*; bylo pokusně sledováno až po vlnovou délku  $\lambda = 136 \text{ \AA}$ . Ještě krátkovlnější je Röntgenovo



záření, jehož vlnové délky sahají od 13 Å až do 0·1 Å. K němu se druží *radioaktivní* záření  $\gamma$ , jehož vlnové délky jsou od 1·4 Å do 0·005 Å. Konečně existuje t. zv. *pronikavé* čili *kosmické* záření, jehož vlnové délky odhadem stanovené jsou ještě menší.

V obr. 413 je naznačen rozsah různých druhů elmg. vln a to tak, že ve vodorovném směru je nanesen  $\log \lambda$  ( $\lambda$  v cm). Viditelné záření zaujímá úzký pruh vyznačený čárkováním.



Obr. 413. Různé druhy elektromagnetických vln.

Záření připadající do mezer mezi Röntgenovými a ultrafialovými paprsky a mezi infračervenými paprsky a elmg. vlnami jsou již také zjištěna, ale měření v těchto oborech jsou nesnadná a málo přesná.

Pokud jde o vlastní děje optické, vyhovuje Maxwellova elmg. theorie úplně a její důsledky se shodují vesměs se zkušeností. Ale vyšetřuje-li se buď vznik záření z jiných druhů energie (na př. záření černého tělesa, odst. 160) nebo přeměna záření na jiné tvary energie (na př. fotoelektrický zjev, vznik spektrálních čar v atomech, Comptonův zjev), přijde se na určité jevy, jež sice elmg. theorii přímo neodporují, ale také nedají se z ní uspokojivě vyložit. To vedlo Plancka (1900) k jeho proslulé *kvantové domněnce*. Podle něho výměna energie zářivé v jinou nebo naopak nemůže se dít spojitě (po libovolně malých částkách energie), nýbrž skokem, jen po celistvých kvantech energie  $\varepsilon$ . Tato kvanta energie jsou úměrná kmitočtu  $\nu$  daného záření, tedy

$$\varepsilon = h \cdot \nu, \quad h = 6 \cdot 545 \cdot 10^{-27} \text{ erg} \cdot \text{sec},$$

při čemž universální konstanta úměrnosti  $h$  sluje *účinkové kvantum*. Podle Einsteina tato kvanta zářivé energie zůstávají pohromadě i při šíření světla, takže na vlnoploše není energie rovnoměrně rozdělena, nýbrž zůstává soustředěna jen v určitých jejích místech. Tato kvanta představují tudíž jakési světelné atomy (fotony), což znamená vlastně návrat k staré Newtonově theorii emanační. Kvantová theorie světla dodělala se v posledních dobách mnohých skvělých úspěchů, přece však některé jevy (na př. interference a polarisace) jsou s jejího stanoviska (aspoň dosud) nepochopitelné.

Je nyní předním úkolem badání fysikálního sjednotiti obě theorie světla, elektromagnetickou a kvantovou, v jednotnou soustavu. Úkolem tímto zabývá se *vlnová mechanika*, jež dosáhla již

mnohých pěkných úspěchů, ale přece jen jednotné řešení dosud nepřinesla. Proto je prozatím třeba při výkladu optických zjevů podržeti v myslí obě ony theorie, elmg. i kvantovou.

Velká část optických zjevů se dá vyložit (aspoň přibližně) z několika pokusných poznatků o světle, aniž by bylo třeba mít určitou představu o podstatě světla. Tato část optiky sluje *geometrická* optika na rozdíl od optiky *fyzikální*, jež zahrnuje v sobě zjev, při jejichž výkladu musíme přihlížeti k podstatě světla.

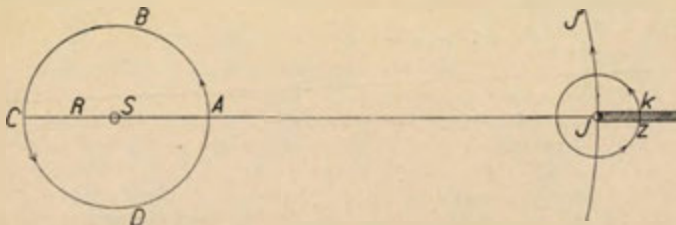
**258. Rychlost světla.** Základní veličinou optickou je rychlost světla ve vzduchoprázdném prostoru. Byla mnohokrát přímo změřena různými methodami a z těchto pečlivých měření vychází pro ni jako nejpravděpodobnější hodnota

$$c = 299.850 \text{ km/sec} = 2.9985 \cdot 10^{10} \text{ cm/sec (přibližně } 3 \cdot 10^{10} \text{ cm/sec).}$$

Podle Maxwellovy theorie rychlost světla ve vakuu se rovná poměru mezi abs. jednotkami intensity proudové v míře elmg. a elst. (odst. 208). Může býti tudíž stanovena také nepřímou z měření elektrických; z nich plyne pro rychlost světla táž hodnota jako z měření přímých.

Po prvé stanovil rychlost světla Rømer (1675), jenž na pařížské hvězdárně zjistil určité nepravidelnosti ve sledu zatmění měsíců Jupiterových a také je správně vyložil.

Kolem planety Jupitera obíhá 9 měsíců, z nichž čtyři největší jsou dobře viditelné i malým dalekohledem. Doba, která uplyne mezi dvěma po sobě jdoucími polohami, v nichž je měsíc právě na opačné straně od Jupitera *J* než Slunce *S* (obr. 414), nazývá se *synodický oběh*. První měsíc Jupiterův má synodickou dobu oběhu 42 h. 28 m. 36 s. Při každém oběhu vstupuje do stínu Jupiterova, což je začátek zatmění *z*, a zase z něho vystupuje (konec zatmění *k*), kteréžto zjevy se opakují pravidelně v dobách rovných synodickému oběhu.



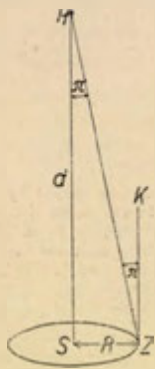
Obr. 414. Rømerova metoda stanovení rychlosti světla.

V dobách, kdy se Země pohybuje z polohy *A* (oposice Jupiterova se Sluncem vzhledem k Zemi) přes *B* do *C* (konjunktce), pozorují se však jednotlivá po sobě jdoucí zatmění (jejich konce) vždy později než podle výpočtu; naopak v dobách pohybu Země *CDA* pozorují se po sobě jdoucí zatmění

(začátky jejich) vždy dříve než podle výpočtu. Römer správně soudil, že zpoždování v prvním případě je způsobeno tím, že světlo musí proběhnouti delší dráhu k Zemi. vzdalující se od Jupitera; v druhém případě přibližování Země k Jupiteru zkracuje dráhu světelného paprsku, jenž proto přichází dříve. Ze svých pozorování odvodil Römer pro celkové zpoždění světelného paprsku, příslušné průměru dráhy zemské  $AC = 2R = 299 \cdot 10^6$  km dobu  $t = 996.4$  sec, takže z toho pro rychlost světla plyne

$$c = \frac{2R}{t} = \frac{299 \cdot 10^6}{996.4} \doteq 300.000 \text{ km/sec.}$$

Jinou astronomickou metodu pro stanovení rychlosti světla nalezl Bradley (1729), jenž hledal *paralaxu* stálic a místo toho objevil *aberační*. Pro jednoduchost výkladu představme si, že pozemský pozorovatel pozoruje stálici  $H$  v pólu ekliptiky (obr. 415). Dalekohled umístěný na Slunci  $S$  byl by přesně kolmý k ekliptice; avšak dalekohled na zemi  $Z$  musí být odchýlen od



Obr. 415.  
Paralaxa stálic.

kolmice  $ZK$  o jistý úhel  $\pi$  a to směrem ke Slunci. Úhel  $\pi$  slove *paralaxa* dané stálice a rovná se úhlu, pod kterým by se viděl z dané stálice poloměr  $R$  dráhy zemské. Známe-li paralaxu, můžeme z toho počítati vzdálenost stálice  $d$ . Stálice jsou tak vzdálené, že jejich paralaxy jsou velmi malé (menší než  $1''$ ). Ve skutečnosti našel Bradley, že dalekohled musí být odkloněn od kolmice  $ZK$  ve směru okamžitého pohybu Země. Tato odchylka se nazývá *aberační konstanta* a měří  $\epsilon = 20.48''$ . Bradley správně poznal, že vznik *aberace* je způsoben pohybem Země, jejíž průměrná rychlost v roční dráze je  $v = 29.7$  km/sec (obr. 416). Světlo šířící se ze stálice  $H$  směrem  $HB'$  potřebovalo by dobu  $\tau$  k tomu, aby proběhlo klidným dalekohledem  $A'B'$ . Ježto se však dalekohled pohybuje se Zemí, uběhne za tu dobu okulár dráhu  $BB' = v \cdot \tau$ .



Obr. 416.  
Aberrace stálic.

Musíme tudíž skloniti dalekohled do směru  $BA$ , odchýleného o úhel  $\epsilon$  od kolmice  $B'H$ , má-li paprsek vstupující do objektivu právě přijíti do středu okuláru. Z výkresu plyne

$$\operatorname{tg} \epsilon = \frac{v\tau}{c\tau} = \frac{v}{c},$$

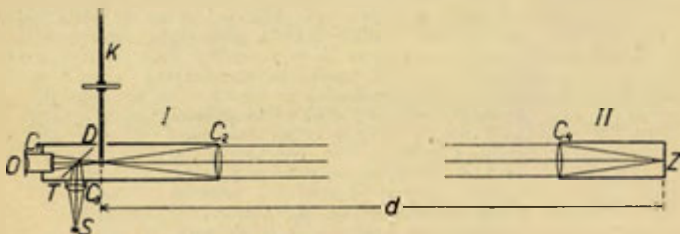
z čehož pro rychlost světla  $c$  vychází

$$c = \frac{v}{\operatorname{tg} \epsilon} = 299.100 \text{ km/sec.}$$

V důsledku *aberace* světla opisuje stálice v pólu ekliptiky během roku kružnici o poloměru  $\epsilon$ . Ostatní stálice opisují elipsy, jejichž velká poloosa měří rovněž  $\epsilon$ ; pro stálice v rovině ekliptiky přechází tato elipsa v úsečku.

Uvedené metody stanovily rychlost světla zdrojů mimozemských. Fizeau (1849) první sestavil metodu, kterou se mu podařilo stanovit rychlost světla ze zdroje pozemského. Na první stanici I (obr. 417) byl dalekohled opatřený postranní trubicí  $T$  s čočkou  $C_2$ . Před touto čočkou  $C_2$  byl zdroj světelný  $S$ ; v cestu

sbíhavému svazku paprsků vytvořených čočkou byla postavena skleněná deska  $D$  tak, aby reálný obraz zdroje vznikl právě v ohniskové rovině objektivu  $C_2$ . Z objektivu vychází pak svazek rovnoběžných paprsků směrem ke stanici II. Tam bylo postaveno kolimační zařízení skládající se z čočky  $C_1$  a ze zrcadla  $Z$ , jež bylo v ohniskové rovině čočky  $C_1$  kolmo k dopadajícím paprskům. Světlo dopadnuvši na zrcadlo  $Z$  odrazilo se zpět do původního směru do dalekohledu na stanici I a tam po průchodu skleněnou deskou  $D$  mohlo být pozorováno okem  $O$ . Do ohniskové roviny dalekohledu zasahovalo ozubené kolo  $K$ , jež při otáčení střídavě propouštělo a zadržovalo světlo. Při pomalém otáčení



Obr. 417. Fizeauova metoda pro určení rychlosti světla.

světlo prodešší mezerou vrátilo se ještě, dokud tam byla mezera, a mohlo být tedy pozorováno. Když však rychlost otáčení byla tak zvětšena, že za dobu  $\tau = 2d/c$ , kterou světlo potřebuje k proběhnutí dráhy ze stanice I na II a zpět, na místo mezery přišel právě zub, světlo se zachytí a nastane tma. Při pokuse Fizeauově byla vzdálenost obou stanic  $d = 8.633$  km, otáčivé kolo mělo zubů  $z = 720$  a k vymizení světla bylo třeba otáček za vteřinu  $n = 12.6$ . Za vteřinu proběhne tudíž  $n \cdot z$  zubů a  $n \cdot z$  mezer, takže pro dobu  $\tau$  dostáváme

$$\tau = \frac{1}{2nz} = \frac{2d}{c},$$

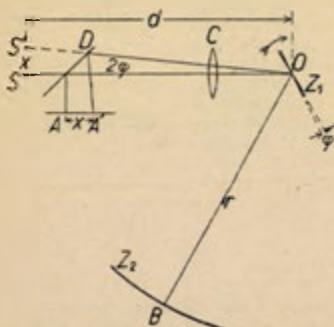
z čehož plyne

$$c = 4dnz = 313.000 \text{ km/sec.}$$

Měření tato v dokonalejší úpravě opakovali Cornu (1874 a 1878) a Perrotin (1902). Jejich výsledky jsou

Cornu:  $c = 299.950 \text{ km/sec.}$

Perrotin:  $c = 299.860 \text{ km/sec.}$



Obr. 418. Foucaultova metoda.

osou  $O$ ). Za klidu zrcátka  $Z_1$  vracejí se tudíž paprsky toutéž cestou zpět a vytvořily by skutečný obrázek zase v místě  $S$ . Jestliže se však zrcátko  $Z_1$  velmi rychle otáčí, pak za krátkou dobu  $\tau = 2r/c$ , již světlo potřebuje k proběhnutí dráhy  $OB$



a zpět  $BO$ , zrcadlo  $Z_1$  se otočilo o malý úhel  $\varphi$  a tudíž odražený paprsek je vychýlen o úhel dvojnásobný a vytvoří skutečný obraz v místě  $S'$ , odchýleném o  $x = SS'$  od původní polohy. Pro snadnější měření vloží se v cestu paprsků skleněná deska  $D$  v úhlu  $45^\circ$  skloněná; měří se pak v mikroskopu vzdálenost  $x$  obou obrázků,  $A$  za klidu zrcátka  $Z_1$ ,  $A'$  při otáčení. Je-li  $n$  počet otáček za vteřinu, jest

$$\varphi = 2\pi n \cdot \tau = \frac{4\pi n r}{c}.$$

Značí-li  $d = SO$ , dostáváme pro vzdálenost  $x = SS' = AA'$

$$x = d \cdot \operatorname{tg} 2\varphi \doteq 2d \cdot \varphi = \frac{8\pi n r d}{c};$$

z toho plyne

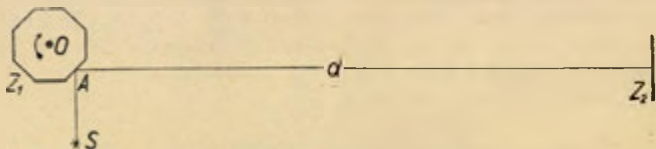
$$c = \frac{8\pi n r d}{x}.$$

Foucault touto methodou naměřil  $c = 298.000 \text{ km/sec}$ . Toutéž methodou v dokonalejší formě naměřili

Newcomb (1883)  $c = 299.860 \text{ km/sec}$ ,

Michelson (1885)  $c = 299.853 \text{ km/sec}$ .

Tato metoda je proto významná, že je možno měřit rychlost světla v různých prostředích. Foucault vložil v cestu paprsků (do dráhy  $OB$ ) dlouhou trubici s vodou a zjistil, že se při tom výchylka  $x$  zvětšila v poměru 4:3. Z toho plyne, že rychlost světla ve vodě je menší, přibližně  $\frac{3}{4}$  rychlosti ve vzduchu. Výsledek tento je proto důležitý, že souhlasí s teorií undulační, ale odporuje Newtonově teorii emanační, podle níž by měla být rychlost světla ve vodě větší než ve vzduchu.



Obr. 419. Michelsonova metoda.

V poslední době Michelson (1924) vtipně kombinoval obě předešlé metody do úpravy schematicky naznačené na obr. 419. Paprsek vycházející ze zdroje  $S$  odráží se na jedné ze zrcadlových stěn otáčivého osmibokého hranolu směrem ke vzdálenému pevnému zrcadlu  $Z_2$ , od něhož se odráží zpět do původního směru. Otáčivá rychlost byla zvyšována do té míry, až za dobu, v níž světlo proběhne dvakrát dráhu  $d = AZ_2$  otočí se osmiboký hranol o osminu otočky. Pak vrátivší se paprsek zastane následující zrcadlo v téže poloze, ve které bylo dříve zrcadlo odrazivší jej a proto se odráží zase do směru  $AS$ . Vzdálenost  $AZ_2 = d$  byla při těchto pokusech 35,4 km a z nich bylo nalezeno (pro vakuum)

$$c = 299.796 \text{ km/sec}.$$

Rychlost světla ve vakuu mohla by záviseti na barvě světla (t. j. na jeho vlnové délce), jak tomu skutečně je v jiných prostředích. Ale astronomická pozorování vzdálených proměnných hvězd vedou k poznatku, že jejich maxima svítivosti jak pozorovaná okem,



tak zjištěná fotograficky nastávají vždy současně, ačkoliv v obou případech příslušné vlnové délky světla se liší o 25 %. Z toho dlužno souditi, že rychlost světla ve vakuu nezávisí na délce vlny (tedy ani na barvě).

Podle theorie relativity má rychlost světla ve vakuu universální význam pro všechny děje fyzikální a znamená mezní rychlost, kterou by se hmota nejvýše mohla pohybovati. Setrvačná hmota  $m$  závisí podle této theorie na rychlosti  $v$ , s níž se pohybuje, vztahem

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

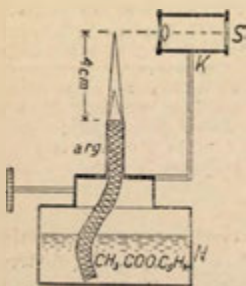
v němž  $m_0$  značí hmotu za klidu. Blíží-li se rychlost hmoty rychlosti světelné (jak je tomu u  $\beta$ -paprsků), vzrůstá velmi značně setrvačná hmota a stala by se pro  $v = c$  nekonečnou. To znamená, že by vyžadovalo uvedení hmoty do rychlosti rovné rychlosti světelné nekonečně velké energie. Rychlost světelná je tedy pro hmotu nedosažitelná, rychlost ještě větší nemožná.

**259. Základní pojmy fotometrické.** Svítící zdroj vyzařuje na všechny strany světelnou energii, podle jejíž velikosti (vyzařené za vteřinu) posuzujeme celkovou *svítivost* tohoto zdroje. Zpravidla však též zdroj má v různých směrech *svítivost* různou. Abychom tyto různosti vystihli, zavádíme *směrovou svítivost*  $J$ , jíž rozumíme množství světelné energie vyzařené za vteřinu do prostorového kužele otvoru jednotkového. Jestliže tedy zdroj vysílá do kužele otvoru  $d\omega$  za vteřinu světelnou energii  $d\Phi$ , jest jeho svítivost  $J$  v daném směru

$$J = \frac{d\Phi}{d\omega}.$$

Za jednotku směrové svítivosti navrhl Violle (1881) svítivost, kterou vysílá  $1 \text{ cm}^3$  roztavené platiny při teplotě tuhnutí v kolmém směru k povrchu (Violleova jednotka). Jedna dvacetina této svítivosti nazývá se *desetinná svíčka* (bougie décimale). Pro praktická měření je však tato jednotka svítivosti nepohodlná a nákladná.

Harcourt (1898) upravil proto pro praksi lampu určitých rozměrů, v níž hoří čistý pentan  $\text{C}_5\text{H}_{12}$  a jejíž vodorovná svítivost se rovná polovině Violleovy jednotky. Desetina její se nazývá *mezinárodní svíčka* (SI) a rovná se velmi přibližně svíčce desetinné. Tato lampa je zákonitou jednotkou pro měření svítivosti v Anglii, Francii a ve Spojených státech amerických.



Obr. 420. Hofnerova lampa.

V Německu za jednotku svítivosti se užívá Hefnerovy svíčky (HK), což je vodorovná svítivost Hefnerovy lampy (obr. 420). V mosazné nádobce  $N$  této lampy je čistý octan amylnatý ( $\text{CH}_3 \cdot \text{COO} \cdot \text{C}_5\text{H}_{11}$ , isoamylacetát). Bavlněný knot vyplňuje argentanovou trubici výšky 25 mm, vnitřního průměru 8 mm a tloušťky 0.15 mm. Plamen lampy se reguluje posouváním knotu přesně na výšku 4 cm. Změna výšky plamene o 1 mm mění svítivost již o 3 %. Pro kontrolu je k lampě připojena malá temná komora  $K$  se zrněnou zadní stěnou  $S$ ; převrácený reálný obraz plamene má právě sahati k vodorovné čáře na desce. Svítivost této lampy závisí také poněkud na tlaku vzduchu  $b$  (v mm) a na napětí  $e$  (v mm) par ve vzduchu obsažených a to podle vzorce

$$J = 1 + 0.0057(8.8 - x) - 0.0011(b - 760),$$

kdež  $x = 1000e/b$  znamená množství páry v litrech, obsažené v  $1 \text{ m}^3$  vzduchu. Převodní vztahy mezi svíčkou mezinárodní (SI) a Hefnerovou (HK) jsou

$$1 \text{ HK} = 0.90 \text{ SI}, \quad 1 \text{ SI} = 1.11 \text{ HK}.$$

U nás byla sice r. 1923 přijata za základ měření fotometrických internacionální svíčka (SI), ale vzhledem k závislosti na přístrojích německých technická měření se zpravidla vyjadřují v Hefnerových svíčkách (HK).

Množství světelné energie procházející danou plochou za vteřinu nazývá se světelný tok  $\Phi$ . Jednotkou je lumen (Lm), což je světelný tok, který vysílá bodový zdroj svítivosti 1 SI do kužele otvoru jednotkového. Obecně zdroj svítivosti  $J$  vysílá do kužele otvoru  $\omega$  světelný tok  $\Phi = J \cdot \omega$ . Celkové množství světelné energie, jež dopadne na danou plochu za dobu  $t$ , jest  $\Phi \cdot t$  a měří se v lumen-sekundách (Lm. sec), po př. v lumenhodinách (Lm. h).

Osvětlení  $E$  dané plochy posuzujeme podle světelné energie, jež dopadá za vteřinu na jednotku plochy. Jednotkou osvětlení je lux (Lx), což je osvětlení plochy vzdálené 1 m od světelného zdroje 1 SI a postavené kolmo k dopadajícím paprskům. Bodový zdroj necht má svítivost v určitém směru  $J$ ; do prostorového úhlu  $d\omega$  vysílá tudíž světelný tok  $d\Phi = J \cdot d\omega$ . Ve vzdálenosti  $r$  (v metrech) dopadá tento světelný tok kolmo na plochu  $dp_0 = r^2 \cdot d\omega$ , na níž tedy vznikne osvětlení

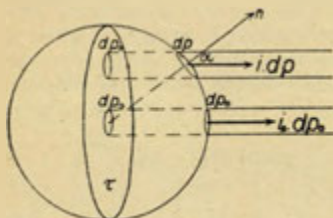
$$E = \frac{d\Phi}{dp_0} = \frac{J \cdot d\omega}{r^2 \cdot d\omega} = \frac{J}{r^2}.$$

Osvětlení ubývá tudíž s dvojnásobkem vzdálenosti od bodového zdroje. — Při šikmém dopadu (úhel dopadu budiž  $\beta$ ) dopadá též světelný tok na plochu

$$dp = \frac{dp_0}{\cos \beta} = \frac{r^2 \cdot d\omega}{\cos \beta}, \quad \text{takže} \quad E = \frac{d\Phi}{dp} = \frac{J}{r^2} \cos \beta.$$

Při šikmém dopadu se osvětlení zmenšuje úměrně s cosinem úhlu dopadu  $\beta$ .

Dosavadní úvahy se vztahují na bodový zdroj. Při plošném svíticím zdroji definujeme jakožto *normální plošnou svítivost* (jas) množství světelné energie, kterou vysílá  $1 \text{ cm}^2$  plochy za vteřinu v kolmém směru; jednotkou je  $\text{SI/cm}^2$ . Je-li normální plošná svítivost  $i_0$ , jest otázka, jaká je tato svítivost  $i$  ve směru odchýleném od kolmice o úhel  $\alpha$ . Je známá zkušenost, že stejnoměrně svítící koule (na př. mléčná koule žárovky) jeví se oku ve všech místech stejně světlou, tedy jako kotouč všude stejně světlý. To znamená, že dvě plochy  $dp$  a  $dp_0$  (obr. 421), jejichž průměty



Obr. 421. Plošná svítivost.

na určitou rovinu  $\tau$  jsou stejné, vysílají ve směru kolmém k té rovině stejný tok světelný,

$$i \cdot dp = i_0 \cdot dp_0.$$

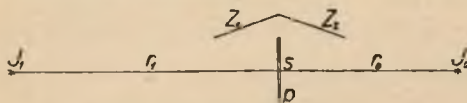
Poněvadž  $dp_0 = dp \cdot \cos \alpha$ , plyne z toho, že plošná svítivost  $i$  ve směru odchýleném o úhel  $\alpha$  od normály jest

$$i = i_0 \cdot \cos \alpha,$$

což je zákon Lambertův (1760).

Pro plyné zdroje však tento zákon neplatí. Na př. Slunce, u něhož svítící povrchová vrstva (*fotosféra*) je ve stavu plyném, jeví se na krajích méně světlé (zřetelné je to poznati na fotografích povrchu slunečního); tato odchylka je způsobena absorpcí světla ve fotosféře.

**260. Fotometry.** Pro srovnávání svítivosti různých zdrojů světelných užíváme *fotometrů*. Zpravidla spočívají na této základní



Obr. 422. Fotometr Bunsenův.

myslence: Měníme vzdálenosti  $r_1$  a  $r_0$  dvou srovnávaných zdrojů (o svítivostech  $J_1$  a  $J_0$ ) od stejnorodé plochy tak dlouho, až je ta

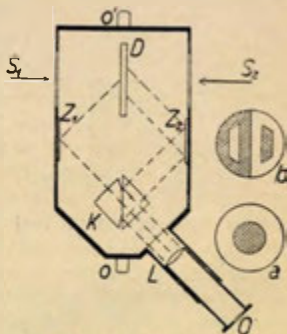
plocha od obou zdrojů při kolmém dopadu stejně osvětlena. Z rovnosti osvětlení

$$E = \frac{J_1}{r_1^2} = \frac{J_0}{r_0^2} \quad \text{plyne} \quad J_1 : J_0 = r_1^2 : r_0^2.$$

*Fotometr Bunsenův* (obr. 422) používá napiatého bílého papíru  $p$ , jenž má uprostřed parafinovou kruhovou skvrnu  $s$ . Skvrna je průsvitnější než okolní papír; se strany méně osvětlené jeví se proto světlejší, se strany více osvětlené tmavší než okolní papír, takže při stejném osvětlení s obou stran má skvrna vymizeti. Při měření najdeme tu polohu obou zdrojů světelných  $J_1$  a  $J_0$ , při níž je kontrast mezi skvrnou a okolním papírem nejmenší a s obou stran stejný (současného vymizení skvrny na obou stranách se zpravidla nedosáhne pro různost barvy zdrojů a pro tříštění světla). K současnému pozorování obou stran papíru jsou připojena dvě skloněná zrcadla  $Z_1$  a  $Z_2$ , v nichž vidíme obrazy obou stran papíru.

Ve *fotometru Jollyově* tvoří srovnávací část dvě stejné tlusté desky z mléčného skla (po př. z parafinu), oddělené staniolem. Při měření hledáme tu polohu mezi oběma srovnávanými zdroji světelnými, v níž obě polovice vidíme zpredu stejně světlé, takže rozhraní vymizí. Technické fotometry tohoto druhu mívají vpředu stupnici, na níž se přímo odečte poměr svítivostí obou srovnávaných zdrojů.

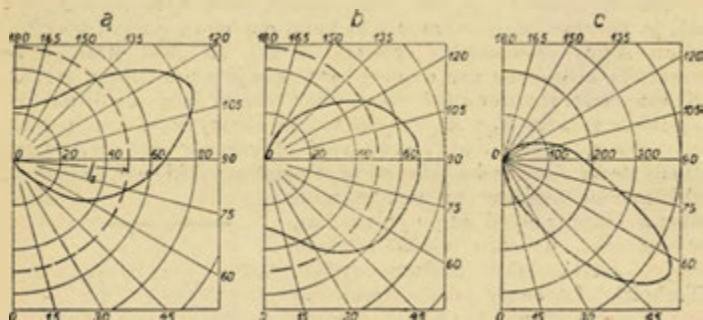
Pro přesná měření nejlépe vyhovuje *fotometr Lummer-Brodhunův* (obr. 423). Jeho podstatnou částí jest Lummerova kostka  $K$ , skládající se ze dvou pravouhlých hranolů, jež k sobě přiléhají přeponovými stěnami. U levého hranolu je přeponová stěna obroušena tak, že z ní zbývá toliko střední kruhová plocha, těsně se dotýkající druhého hranolu. Touto střední plochou prochází nerušeně světlo nalevo, takže pozorovatel hledící lupou  $L$  vidí ve středu zorného pole levou stranu porcelánové desky  $D$  (po odrazu na zrcadle  $Z_1$ ). Vně střední kruhové plochy vzniká v pravém hranolu úplný odraz, takže na okraji zorného pole vidíme pravou stranu téže porcelánové desky  $D$  (po odraze na druhém zrcadle  $Z_2$ ). Je-li na př. osvětlení zleva slabší než zprava, má zorné pole tmavší střed a světlejší okraj (obr. 423,  $a$ ). Při měření hledáme tu polohu, až střed i okraj zorného pole jsou osvětleny stejně. O měření s tímto fotometrem jakož i o jeho úpravě na stejný kontrast (v tom případě je levý hranol obroušen ve tvaru naznačeném na obr. 423,  $b$ ) viz Zákł. prakt. fys., 3. vyd., odst. 107. Fotometr tento lze upravit do takového tvaru, aby jím bylo možno měřiti svítivost zdroje v libovolném směru (netoliko ve vodorovném).



Obr. 423. Fotometr Lummer-Brodhunův.



Obvyklé zdroje světelné mají směrovou svítivost v různých směrech různou. Abychom znázornili, jak závisí svítivost zdroje na směru, nanese na každý směr vektor rovný svítivosti  $J$  v tom směru a spojíme koncové body všech těchto vektorů. Tím dostáváme *fotometrické těleso*, určující rozdělení svítivosti na jednotlivé směry.



a. Auerův hořák.

b. Elektrická žárovka.

c. Oblouková lampy.

Obr. 424. Fotometrické diagramy.

Přísně bodový zdroj měl by ovšem za fotometrické těleso kouli; u skutečných zdrojů má však fotometrické těleso složitější tvar. Zpravidla bývá svítící zdroj souměrný kolem svislé osy a pak stačí určit poledníkový řez toho tělesa, což poskytuje t. zv. *fotometrický diagram*. Na obr. 424 jsou naryšovány polovičky fotometrického diagramu Auerova hořáku (a), dolů visící žárovky (b) a obloukové lampy (c, kladný uhlík nahoře). Z obrazců je zřejmo, že oblouková lampy má svítivost velmi nestejně rozdělenou; proto se obklopuje koulí z mléčného skla, aby vzniklo rozdělení stejnoměrnější.

Má-li svítící zdroj v určitém směru svítivost  $J$ , vysílá do úzkého kužele otvoru  $d\omega$  v tomto směru světelný tok  $d\Phi = J \cdot d\omega$ , takže celkový světelný tok je

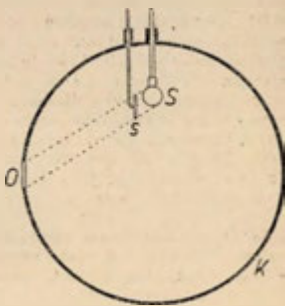
$$\Phi = \int J \cdot d\omega,$$

při čemž integrace se vztahuje na kouli o poloměru jednotkovém. Kdyby měl zdroj ve všech směrech stejnou (průměrnou) svítivost  $J_s$ , byl by celkový světelný tok  $\Phi = J_s \cdot 4\pi$ . Z toho plyne pro *průměrnou sférickou svítivost*  $J_s$

$$J_s = \frac{1}{4\pi} \int J \cdot d\omega.$$



Tato průměrná sférická svítivost  $J$ , dá se tudíž počítati, když jsme předem určili směrové svítivosti pro všechny směry, což jest ovšem zdlouhavé. Může být však stanovena jediným měřením a to pomocí Ulbrichtova kulového fotometru (obr. 425). Je to velká dutá koule  $K$  (průměru 1 až 3 m), jejíž vnitřní stěny jsou bíle natřeny a v níž je malé okénko  $O$  z mléčného skla. Dovnitř koule se dá měřený zdroj světelný  $S$  a posuvným stínítkem  $s$  se zacloní část světla, jež by přímo ze zdroje dopadalo na okénko  $O$ , takže okénko je pak osvětleno jen odrazem od bílé vnitřní plochy. Výpočet ukazuje, že v tomto případě jest osvětlení úměrné průměrné sférické svítivosti zdroje (nezávisle na jeho poloze uvnitř koule). Určíme-li tudíž svítivost okénka (na př. fotometrem Lummer-Brodhunovým), můžeme tímto jediným měřením stanovit průměrnou svítivost vyšetřovaného zdroje.

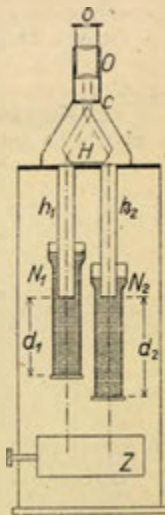


Obr. 425.  
Kulový fotometr Ulbrichtův.

Měření fotometrická jsou velice znesnadněna okolností, že různé zdroje vysílají světla různě složená z jednotlivých barev. Při fotometrickém měření tato různost barev se ještě zesiluje kontrastem a proto téměř nikdy nedosáhneme stejnosti obou srovnávaných ploch. K správnému posouzení světelných zdrojů je třeba vyšetřovati jejich svítivost pro jednotlivé spektrální barvy. K tomu účelu jsou upraveny zvláštní *spektrální fotometry*.

O výhodnosti určitého zdroje světelného rozhoduje v první řadě jeho *světelná účinnost*. Rozumíme tím poměr vyzařené světelné energie k celkové energii přivedené zdroji. V praxi místo toho se zavádí *specifická spotřeba*, jež znamená spotřebovanou výkonnost (ve wattech) na 1 int. svíčku (SI). Na př. starší uhlíkové žárovky měly spec. spotřebu 3·5 W/SI, nové kovové žárovky 1·5 W/SI až i jen 0·5 W/SI (srovn. odst. 195).

Methodou fotometrickou můžeme rychle určit koncentraci barevných roztoků: přístroj k tomu upravený slove *kolorimetr* a jeho úprava je schematicky naznačena na obr. 426. Spočívá na poznatku, že zeslabení intensity světla barevným roztokem jest úměrné (aspoň přibližně) součinu



Obr. 426.  
Kolorimetr.

z tloušťky vrstvy  $d$  a koncentrace roztoku  $C$ . Do nádob  $N_1$  a  $N_2$  se skleněnými dny nalije se jednak roztok zkoumaný, jednak roztok téže soli známé koncentrace. Do nádob zasahají skleněné hranoly  $h_1$  a  $h_2$  stejně dlouhé. Nádoby  $N_1$  a  $N_2$  je možné zdvihat i snižovat, čímž se mění tloušťky vrstev, jimiž prochází světlo. Denní světlo odražené od šikmo postaveného zrcadla  $Z$  (nebo bílé desky) prochází oběma vrstvami  $d_1$ ,  $d_2$  roztoků, oběma hranoly  $h_1$  a  $h_2$  a vstupuje do pětibokého skleněného hranolu  $H$ , v němž se láme tak, že světlo proědší levo u vrstvou osvětluje pravou polovici otvoru ve clonce  $c$  a naopak. Clonka  $c$  je v ohniskové rovině Ramsdenova okuláru  $O$  a pozorujeme ji okem umístěným v  $o$ , takže každou polovici zorného pole vidíme osvětlenou světlem proědším jiným roztokem. Posouváním nádobek  $N_1$  a  $N_2$  měníme tloušťky  $d_1$  a  $d_2$  roztoků, jimiž světlo prochází, do té míry, až obě polovice zorného pole jsou stejně světlé. Pak jsou koncentrace  $C_1$  a  $C_2$  obou roztoků v převráceném poměru tlouštěk, tedy

$$C_1 : C_2 = d_2 : d_1.$$

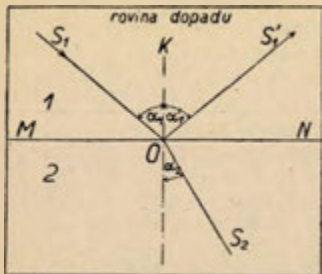
z čehož se koncentrace neznámého roztoku snadno vypočte. Měření toto jest ovšem dosti hrubé, ale zato velmi rychlé. — Jiná úprava kolorimetru je popsána v Zákł. prakt. fys., 3. vyd., odst. 125.

## II. Geometrická optika.

**261. Základní zákony optické.** Optika geometrická jedná o těch úkazech, k jejichž výkladu (aspoň v prvním přiblížení) není třeba představy o podstatě světla, a spočívá celkem na 4 zákonech odvozených ze zkušenosti, jež jsou:

1. *Přímocaré šíření světla.* Světlo se šíří v stejnorodém prostředí v přímocarých paprscích.

2. *Vzájemná nezávislost paprsků.* Každý paprsek postupuje nezávisle na tom, procházejí-li týž prostředím ještě jiné paprsky libovolnými směry; tedy paprsky si ve svém chodu nepřekáží ani na sebe nepůsobí.



Obr. 427. Odraz a lom světla.

3. *Zákon odrazu.* Na rozhraní dvou prostředí odráží se světlo (buď zcela nebo z části) tak, že úhel odrazu se rovná úhlu dopadu a že odražený paprsek zůstává v rovině dopadu.

Úhel dopadu  $\alpha_1$  (po př. odrazu  $\alpha_1'$ ) jest úhel sevřený paprskem dopadajícím  $S_1$  (po př. odraženým  $S_1'$ ) a kolmicí  $K$  vztýčenou na rovinu rozhraní (t. zv. kolmice dopadu) v bodě dopadu  $O$  (obr. 427). Rovina dopadu jest rovina určená paprskem dopadajícím a kolmicí dopadu.

4. *Zákon lomu* (Snell, Descartes). Na rozhraní dvou průhledných prostředí se paprsky světelné lámou. Poměr sinu úhlu

dopadu  $\alpha_1$  a sinu úhlu lomu  $\alpha_2$  jest veličina stálá a nazývá se *relativní index lomu*  $n_{12}$ . Paprsek lomený  $S_2$  zůstává v rovině dopadu. Platí tudíž

$$\alpha_1' = \alpha_1, \quad \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = n_{12}.$$

Pro odraz i lom světla platí obecná věta o *záměnnosti chodu* paprsků. Změníme-li u vycházejícího paprsku jeho směr v opačný, probíhá zpět toutéž cestou, kterou dříve postupoval. Pro lom z prostředí (2) do (1) platí tudíž

$$n_{21} = \frac{\sin \alpha_2}{\sin \alpha_1} = \frac{1}{n_{12}}.$$

Veškeré tyto zákony v uvedeném znění jsou jen přibližně platné, třebaž obyčejné pokusy je do velmi značné míry potvrzují. Souvisí to s tou okolností, že jediný paprsek se vlastně uskutečnit nedá. Omezíme-li průchod světla stínítkem s velmi malým otvorem, abychom aspoň přibližně realizovali paprsek, shledáme, že za otvorem netoliko postupuje světlo původním směrem, nýbrž vedle toho se ohýbá na strany. Zákon přímočarého šíření světla platí jen potud, pokud jsou překážky postavené světlu v cestu značně velké proti jeho vlnové délce; není-li tomu tak, nastává zřetelný *ohyb* světla.

Postupují-li týmně směrem dva paprsky původně vyšlé z téhož zdroje, mohou se navzájem zesilovati nebo zeslabovati, což se nazývá *interference* světla. V prostředích anisotropických nastávají odchylky od zákona lomu světla, což souvisí s *dvojlomem* světla. V optice geometrické abstrahujeme od všech těchto jevů a pokládáme uvedené 4 základní zákony za přísně platné.

Na přímočarém šíření světla se zakládá vznik stínu, s tím souvisící úkazy zatmění Slunce a Měsíce, dále vytyčování přímek a měření úhlů v poli jakož i *temná komora* (Porta, 1598).

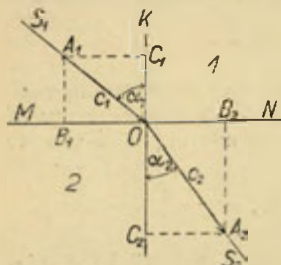
**262. Lom světla. Úplný odraz.** Snellův zákon o lomu světla

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = n_{12}$$

dá se odvoditi jak z emanační (výronové), tak i z undulační (vlnivé) theorie světla, ale obě theorie musí činiti různé předpoklady o rychlosti světla v různých prostředích, aby dospěly k zákonu Snellovu.

Podle emanační theorie světelné tělísko, pokud je uprostřed stejnorodého prostředí, je přitahováno stejnoměrně ze všech stran, takže výslední síla je nulová; proto se světelné tělísko pohybuje setrvačností přímočaře a rovnoměrně. Pouze v krátké době, kdy tělísko probíhá rozhraním, podléhá síle kolmé k rozhraní a smě-

řící k hustšímu prostředí. Jestliže původní rychlost  $c_1 = A_1O$  (obr. 428) rozložíme na složku rovnoběžnou  $B_1O$  a kolmou  $C_1O$  k roz-



Obr. 428. Lom světla podle emanační teorie.

hraní, zůstane rovnoběžná složka nezměněna,  $B_1O = OB_2$ , ale kolmá složka se změní na hodnotu  $OC_2$ . Výsledná rychlost v druhém prostředí je pak co do směru i velikosti určena výslednicí složek  $OB_2$  a  $OC_2$  a je tedy  $c_2 = OA_2$ . Podmínka  $B_1O = OB_2$  vede pak ke vztahu

$$c_1 \cdot \sin \alpha_1 = c_2 \cdot \sin \alpha_2,$$

z něhož plyne

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{c_2}{c_1} = n_{12}.$$

Poměr sinů úhlů dopadu  $\alpha_1$  a lomu  $\alpha_2$  je veličina stálá a rovná se převrácenému poměru příslušných rychlostí. Pro lom ke kolmici (na př. ze vzduchu do vody) jest

$$\alpha_1 > \alpha_2, \text{ tedy } c_2 > c_1.$$

Ve vodě má být tedy rychlost světla větší než ve vzduchu.

Huygensův výklad lomu světla podle vlnivé teorie jsme již podali v odst. 92 (str. 185). Z něho vyplývá vztah

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{c_1}{c_2} = n_{12}.$$

Siny úhlů dopadu  $\alpha_1$  a lomu  $\alpha_2$  jsou v přímém poměru příslušných rychlostí. Při lomu ke kolmici jest

$$\alpha_1 > \alpha_2, \text{ tedy } c_1 > c_2.$$

Podle vlnivé teorie má být rychlost světla ve vodě menší než ve vzduchu. Foucault (1850) zjistil přímým měřením, že rychlost světla ve vodě je menší než ve vzduchu, což tedy souhlasí s undulační teorií a odporuje teorii emanační, jež byla proto opuštěna (ovšem v poslední době znovu ožívuje v podobě kvantové teorie).

K danému paprsku dopadajícímu  $S_1$  sestrojíme nejsnáze paprsek lomený  $S_2$  konstrukcí Reuschovou (1870). V rovině dopadu (obr. 429) sestrojíme dvě polokružnice  $k_1$  a  $k_2$  tak, aby jejich poloměry  $r_1$  a  $r_2$  splňovaly vztah

$$r_2 : r_1 = n_{12}.$$

Paprsek dopadající  $S_1$  prodloužíme až k jeho průsečíku  $A$  s kružnicí  $k_1$ , z něho spustíme kolmici  $AB$  na rozhraní  $MN$ ; bod  $C$ ,



ve kterém tato kolmice protíná kružnici  $k_2$ , spojíme s bodem dopadu  $O$  a spojnice  $OC$  určuje směr paprsku lomeného  $S_2$ . Z obrázku plyne

$$\sin \alpha_1 = \frac{OB}{r_1}, \quad \sin \alpha_2 = \frac{OB}{r_2},$$

takže

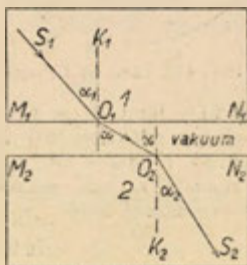
$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{r_2}{r_1} = n_{12},$$

čímž je správnost konstrukce prokázána.

Relativní index lomu  $n_{12}$  závisí na jakosti obou prostředí. Abychom měli optickou konstantu charakterisující jen jediné pro-



Obr. 420. Reuschova konstrukce (lom ke kolmici).



Obr. 430. Vztah mezi abs. a rel. indexy.

středí, zavádíme absolutní index lomu  $N$ ; jím rozumíme index lomu v případě, že světlo prochází z vakua do daného prostředí.

Mějme dvě prostředí s abs. indexy  $N_1$  a  $N_2$ , oddělené plan-paralelní vrstvou vakua (obr. 430). Pro lom na obou rozhraních platí

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha} = \frac{1}{N_1}, \quad \frac{\sin \alpha}{\sin \alpha_2} = N_2,$$

z čehož násobením plyne

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{N_2}{N_1} = n_{12}.$$

Směr vycházejícího paprsku  $S_2$  nezávisí na tloušťce vrstvy vakua; je proto též, vynecháme-li vakuum vůbec. Tím dostáváme výše uvedený vztah mezi relativním indexem  $n_{12}$  a oběma absolutními indexy  $N_1$  a  $N_2$ .

Ze dvou prostředí o abs. indexech  $N_1$  a  $N_2$  nazýváme opticky hustším to, jehož absolutní index je větší. Budiž  $N_2 > N_1$ . Při



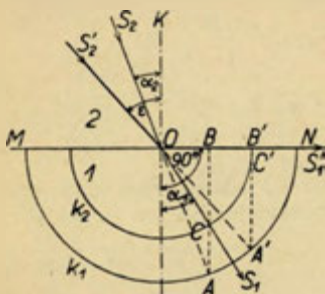
lomu z prostředí řidšího (1) do hustšího (2) je tudíž relativní index  $n_{12}$  větší než jednička, z čehož plyne

$$n_{12} = \frac{N_2}{N_1} > 1; \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} > 1; \alpha_1 > \alpha_2.$$

To znamená, že dopadající paprsek při lomu se odchyluje směrem ke kolmici (srovn. obr. 429). Ke každému úhlu dopadu  $\alpha_1$  přísluší úhel lomu  $\alpha_2 < \alpha_1$ , nastává vždy lom (ovšem vedle odrazu).

Při lomu z prostředí hustšího (2) do řidšího (1) je relativní index menší než jednička,

$$n_{21} = \frac{N_1}{N_2} < 1, \frac{\sin \alpha_2}{\sin \alpha_1} < 1, \alpha_2 < \alpha_1$$



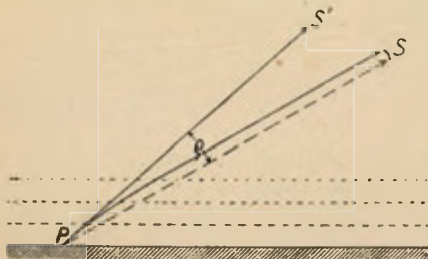
Obr. 431. Lom od kolmice.

a tedy úhel lomu  $\alpha_1$  je větší než úhel dopadu (obr. 431). Lomený paprsek je odchýlen od kolmice. Největší možný úhel lomu v prostředí řidším je  $90^\circ$  a jemu přísluší v prostředí hustším určitý úhel dopadu  $\varepsilon$ , jenž se nazývá *mezní úhel*. Ze Snellova zákona plyne pro mezní úhel

$$\frac{\sin \varepsilon}{\sin 90^\circ} = \sin \varepsilon = n_{21} = \frac{N_1}{N_2};$$

na př. pro korunové sklo ( $N=1.51$ ) na rozhraní s vakuem je  $\varepsilon=41^\circ 30'$ , pro vodu ( $N=1.33$ ) je  $\varepsilon=48^\circ 35'$ . — V obr. 431 je sestrojen mezní úhel  $\varepsilon = \angle S_2'OK$  v prostředí indexu  $N=3/2$ .

Jestliže v prostředí opticky hustším dopadá paprsek na rozhraní s řidším prostředím pod úhlem dopadu menším, než je mezní úhel, světlo se láme a též se ovšem odráží. Je-li však úhel dopadu větší než mezní úhel, nemůže nastati lom a všechno dopadající světlo se odráží, což se nazývá *úplný odraz* (totální reflexe).



Obr. 432. Astronomická refrakce.

Na úplném odrazu se zakládá dokonalé zrcadlení v *totálně reflektujícím hranolu*. Je to skleněný hranol, jehož řez má tvar pravoúhlého rovnostranného trojúhelníku. Světlo dopadající kolmo na jednu z odvěsných stěn dopadá na přeponovou stěnu pod úhlem  $45^\circ$ , tedy větším než mezní úhel a proto se úplně odráží.

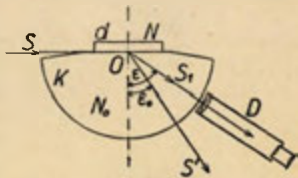
V prostředí nestejnorodém šíří se světlo obecně v paprscích křivých. V atmosféře zemské, jejíž hustota shora dolů se zvětšuje, jsou paprsky přicházející z mimozemského zdroje (na př. ze stálice  $S$ ) zakřiveny směrem dolů (obr. 432). Pozemskému pozorovateli v bodě  $P$  jeví se tudíž pozorovaná stálice výše nad obzorem, než skutečně jest. Tato odchylka  $S'PS$  nazývá se *astronomická refrakce*  $\rho$ ; závisí na tlaku, teplotě a vlhkosti vzduchu v místě pozorovacím, jakož i na výšce stálice nad obzorem. Pro stálice v zenitu je nulová, roste se zenitovou vzdáleností a největší je pro stálice při obzoru (za normálních podmínek  $36'36''$ ). K astronomické refrakci je třeba přihlížeti při měřeních astronomických, po př. i při přesných měřeních geodetických.

**263. Refraktometry.** Určíme-li mezní úhel  $\varepsilon$ , můžeme z něho počítati relativní index lomu  $n_{12}$  daného prostředí podle vztahu

$$\sin \varepsilon = \frac{N_1}{N_2} = \frac{1}{n_{12}}.$$

Na této myšlence jsou založeny *refraktometry*.

*Refraktometr Abbeův* (obr. 433) má za hlavní část polokouli  $K$  ze silně lámavého co možná stejnorodého skla ( $N_0 = 1.8$ ), jejíž rovinná plocha je po krajích šikmo zbrušena. Proti oblé ploše polokoule je postaven dalekohled  $D$ , otáčivý kolem vodorovné osy jdoucí středem  $O$  koule; dalekohled je spojen s noniem ukazujícím na pevný svislý dělený kruh, na němž odčítáme odchylku dalekohledu od kolmice dopadu (úhel  $\varepsilon$ ).



Obr. 433. Refraktometr Abbeův.

Vyšetřovaná látka se vybrousí tak, aby jedna její plocha byla zcela rovná a tou se položí na rovnou plochu polokoule. Pro dokonalý (t. zv. optický) dotyk obou rovných ploch vloží se mezi ně kapka některé silně lámající kapaliny (na př. monobromnaftalin). Pak se zkoumaná látka  $d$ , jejíž abs. index lomu  $N$  hledáme, osvětlí se strany jednobarevným světlem (na př. žlutým světlem sodíkovým) a dalekohled se postaví tak, aby rozhraní mezi světlem a stínem v tmavém poli splývalo právě s vláknovým křížem dalekohledu. Toto rozhraní určuje mezní úhel  $\varepsilon$ , pro nějž tudíž platí

$$\sin \varepsilon = \frac{N}{N_0}.$$

Zpravidla neznáme abs. index  $N_0$  skla, z něhož je polokoule zhotovena. Opakujeme proto totéž měření ještě pro případ, že je nad polokoulí vzduch. Pro příslušný mezní úhel  $\varepsilon_0$  pak platí

$$\sin \varepsilon_0 = \frac{1}{N_0}.$$

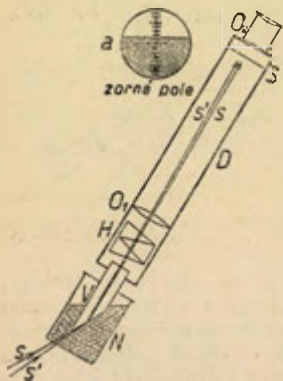
## Z oboru předešlých rovnic plyne

$$N = N_0 \cdot \sin \varepsilon = \frac{\sin \varepsilon}{\sin \varepsilon_0}.$$

Má-li se změřiti index lomu kapaliny, postaví se na rovnou plochu skleněné koule válcový skleněný prsten, do jehož vnitřku se pak nalije vyšetřovaná kapalina.

Měření tímto refraktometrem je možno zařídit také tak, že se poněkud zdola osvětlí skleněná koule, takže na její vnitřní rovné ploše se světlo odráží. Světlo dopadající pod menším úhlem, než je mezní úhel, z části se láme a jen z části se odráží; světlo dopadající pod větším úhlem, než je mezní úhel, se úplně odráží. V dalekohledu  $D$  vidíme pak rozhraní mezi plným světlem a polostínem, kterážto rozhraní zase určuje mezní úhel. Výpočet indexu lomu je též jako při první metodě.

Pro rychlé měření indexu lomu roztoků (z čehož se pak dá zjistiti jejich koncentrace) bývají refraktometry upraveny tak, aby jediným měřením bylo možno ihned index lomu na pomocné stupnici odečísti.

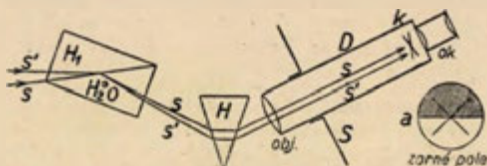


Obr. 434. Ponorný refraktometr Zeissův.

*Ponorný refraktometr Zeissův* (obr. 434) užívá k tomu šikmo seříznutého skleněného válce  $V$ , jenž jest umístěn před objektivem  $O_1$  dalekohledu  $D$ . Skleněný válec se ponoří do zkoumané kapaliny (v nádobě  $N$ ) a jeho šikmá stěna se osvětlí zdola jednobarevným světlem. Světlo se láme do válce jen pod úhly nepřesahujícími mezní úhel a osvětluje tudíž jen část zorného pole (opatřeného stupnicí  $S'$ ), takže v okuláru  $O_2$  vidíme na stupnici ostré rozhraní mezi světlem a stínem (obr. 434  $a$ ). Poloha rozhraní na stupnici stanoví přímo (podle tabulky k refraktometru připojené) index lomu zkoumané kapaliny.

Při pozorování na denním světle bylo by rozhraní neostré (rozmazané), neboť mezní úhly vzhledem k rozkladu světla jsou různé pro různé barvy. Aby se to zamezilo, bývá mezi skleněný válec  $V$  a objektiv  $O_1$  vložen kompenzační hranol  $H$ , otáčivý kolem osy dalekohledu. Vhodným otočením je možno zrušiti rozklad světla, takže rozhraní v zorném poli se objeví zase jako ostrá čára, příslušná průměrnému meznímu úhlu a tedy i průměrnému indexu lomu. Tato pohodlnější metoda, užívající bílého světla, úplně stačí pro případy v praxi se vyskytující, kdy z průměrného indexu lomu roztoků určujeme jejich koncentraci. — Ponorný refraktometr má jen malý rozsah, od  $N = 1.325$  do  $N = 1.367$ , ale je v tomto oboru velmi citlivý (zaručuje aspoň půl jednotky čtvrtého místa desetinného).

*Refraktometr Goerzův* (obr. 435) má za podstatnou část dva skleněné hranoly  $H_1$  a  $H_2$ , jejichž průřezy jsou shodné pravoúhlé trojúhelníky a jež přiléhají k sobě přeponovými stěnami. Mezi ně se vloží kapka zkoumané kapaliny. Horní hranol  $H_1$  má přeponovou stěnu zrněnou, aby světlo přicházelo do vrstvy kapaliny v různých směrech. Dolní hranol  $H_2$  má přeponovou stěnu hladce vybroušenou a je ze silně lámavého skla ( $N=1.626$ ). Oba hranoly jsou jako celek otáčivé kolem vodorovné osy  $o$ . Světlo proědší vrstvou kapaliny láme se do dolního hranolu pod různými úhly až do mezního úhlu, jenž tvoří rozhraní mezi světlem a stínem. Po průchodu kompenzačním hranolem  $H$  vstupuje světlo do dalekohledu, v němž osvětluje dolní část zorného pole. Otáčením dvojice hra-



Obr. 435. Refraktometr Goerzův.

nolů  $H_1 H_2$  zařídíme vše tak, aby rozhraní právě souhlasilo se středem šikmého vláknového kříže  $k$ , takže v zorném poli objeví se tvar narysovaný na obr. 435 *a*. Otočení dvojice hranolů převádí se vhodnou úpravou na otáčivý dělený kruh  $S$ , jenž nese zkusmo nanesenou stupnici (dole), určující přímo index lomu měřené kapaliny. Rozsah stupnice je od  $N=1.33$  do  $N=1.53$ , takže s ní vystačíme pro všechny vodní roztoky a mnoho jiných kapalin. Pozoruje se nejlépe v sodíkovém světle; při použití bílého světla se vloží před okulár červené sklo, takže měříme průměrné indexy pro červené světlo.

Refraktometr tento je především určen ke stanovení koncentrace cukerných roztoků. Kompenzační hranol  $H$  kompenzuje v tomto případě účinek rozkladu světla, takže i při pozorování v bílém světle je rozhraní ostré. Dělený kruh  $S$  má ještě jednu stupnici (nahore), na níž odečteme přímo procenta cukru v daném roztoku.

Při zkoumání olejů a tuků, jež jsou málo průhledné, osvětluje se zdola spodní hranol  $H_2$ , takže i při rozhraní nastává odraz; mezní úhel stanoví pak přechod z částečného odrazu do úplného odrazu. V zorném poli dalekohledu je pak horní část plně osvětlena, dolní jen částečně. Jinak je měření stejné jako při prvním způsobu.

**264. Rozklad světla (disperse).** Lom bílého světla je vždy provázen *rozkladem* na jednotlivé barevné jeho složky. Příčinou toho jest, že index lomu  $N$  téže látky je pro různé vlnové







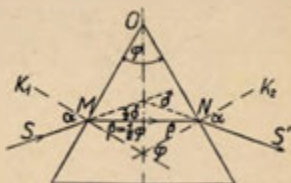
a jehož ramena jsou kolmá na obě lámavé stěny; úhel  $ABC$  se rovná tudíž lámavému úhlu  $\varphi$  hranolu. Z konstrukce lze snadno nahlédnouti, že oblouk  $AC$  je nejmenší v případě souměrnosti, t. j. když paprsek  $MN \parallel OB$ , procházející hranolem, stojí kolmo na rovině půlící lámavý úhel. V tomto důležitém případě (t. zv. *minimum úchyšky*, obr. 438) platí vztahy

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha = \frac{\delta}{2} + \frac{\varphi}{2},$$

$$\beta_1 = \beta_2 = \beta = \frac{\varphi}{2},$$

takže pro index lomu  $N$  dostáváme

$$N = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{\sin \frac{1}{2}(\varphi + \delta)}{\sin \frac{1}{2}\varphi}.$$



Obr. 438.

Minimum úchyšky v hranolu.

Vlastní měření konáme *spektrometrem* (obr. 439, srovn. též Zákł. prakt. fys., 3. vyd., odst. 120). Jeho hlavní části jsou:

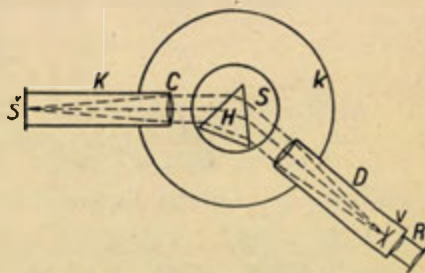
1. Kolimátor  $K$ , jenž se skládá z jemné šterbiny  $\bar{S}$ , umístěné v ohniskové rovině čočky  $C$ . Šterbinu  $\bar{S}$  osvětlíme vhodným zdrojem; paprsky vycházející z čočky  $C$  jsou rovnoběžné, jež pak i po lomu hranolem  $H$  zůstávají stále rovnoběžné. Kolimátor bývá pevně spojen s podstavcem spektrometru.

2. Hranol  $H$  ze zkoumané látky (na př. plný skleněný nebo dutý skleněný a naplněný vyšetřovanou kapalinou), voskem přilepený na stolek  $S$ , jenž se může otáčeti kolem vísle osy.

3. Dalekohled  $D$  (s okulárem Ramsdenovým  $R$  a s vláknovým křížem  $v$ ), zařízeným na nekonečno, takže vodorovné paprsky se sbíhají v ohniskové rovině objektivu, v níž je vláknový kříž. Dalekohled je na rameni otáčivém kolem vísle osy spektrometru.

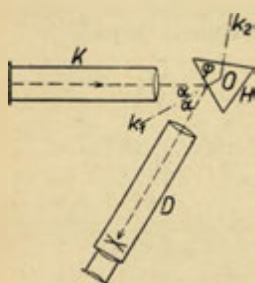
4. Dělený kruh  $k$ , jenž může býti pevně spojen buď se stolem  $S$  nebo s dalekohledem  $D$ . Otočení se odčítá na děleném kruhu pomocí dvou noniů ležících na opačných koncích téhož průměru.

Pro stanovení indexu lomu je třeba předem určití lámavý úhel hranolu  $\varphi$ . Stolek s hranolem spojíme pevně s děleným kruhem;



Obr. 439. Spektrometr.

při pevné poloze dalekohledu  $D$  (obr. 440) najdeme nejprve tu polohu hranolu, v níž obraz štěrbinu kolimátoru, vzniklý odrazem na první stěně hranolu, splývá s vláknovým křížem dalekohledu. Pak otočíme stolek a hranol, až zase ve středu dalekohledu vidíme obraz štěrbinu, po odraze na druhé stěně hranolu. Úhel otočení  $180^\circ - \varphi$  změříme a z toho počítáme lámaný úhel  $\varphi$ . (Jiný způsob, používající Gaussova okuláru, viz Zákl. prakt. fys., 3. vyd., odst. 121.).



Obr. 440.  
Určení lámaného úhlu.

Dále je třeba změřiti minimální úchylku  $\delta$  určité spektrální čáry v daném hranolu. V úpravě naznačené na obr. 439 otáčíme hranolem stále v též směru a dalekohledem sledujeme pohyb měřené čáry až k nejmenší úchylce, po níž se začíná vraceti zpět. Měření konáme dvakrát, jednou při úchylce vlevo, po druhé v souměrné poloze při úchylce vpravo. Rozdíl obou poloh dalekohledu určuje pak dvojnásobnou minimální úchylku. Podrobnosti viz v Zákl. prakt. fys., 3. vyd., odst. 122. Index lomu se pak počítá z úhlů  $\varphi$  a  $\delta$  podle vzorce

$$N = \frac{\sin \frac{1}{2}(\varphi + \delta)}{\sin \frac{1}{2} \varphi}.$$

Abychom mohli jedním číslem (aspoň zhruba) vyjádřiti dispersi dané látky, zavádíme pojem *střední disperse*, čímž rozumíme rozdíl indexu pro čáry F a C, tedy

$$\text{střední disperse} = N_F - N_C.$$

Pro úvahy o achromasii čoček lépe se hodí *relativní disperse*, což je poměr střední disperse k indexu lomu čáry D, zmenšenému o jednotku, tedy

$$\text{relativní disperse} = \frac{N_F - N_C}{N_D - 1}.$$

Její hodnoty jsou však čísla vesměs malá a proto se uvádí převratná hodnota uvedeného poměru jakožto *převratná relativní disperse*  $\nu$ , tudíž

$$\nu = \frac{N_D - 1}{N_F - N_C}.$$

To jsou pak čísla mezi 10 (pro silně rozkládající látky) a 100 (pro látky se slabou disperzí). Hodnoty uvedených veličin pro některé

látky při  $18^{\circ}\text{C}$  a pro vodu při  $20^{\circ}\text{C}$  jsou uvedeny v následující tabulce:

Tabulka indexů a dispersí.

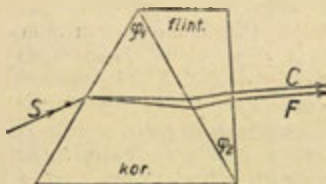
| Fraunh.<br>čára         | $\lambda$ v Å | Voda   | Alkohol | Sírouhlík | Lehké<br>kor. sklo | Těžké<br>flint. sklo |
|-------------------------|---------------|--------|---------|-----------|--------------------|----------------------|
| C                       | 6563          | 1·3314 | 1·3609  | 1·6199    | 1·5127             | 1·7434               |
| D                       | 5893          | 1·3332 | 1·3625  | 1·6291    | 1·5153             | 1·7515               |
| F                       | 4861          | 1·3373 | 1·3665  | 1·6541    | 1·5214             | 1·7723               |
| střední disperse        |               | 0·0059 | 0·0056  | 0·0342    | 0·0087             | 0·0289               |
| rel. disperse           |               | 0·0177 | 0·0154  | 0·0543    | 0·0169             | 0·0385               |
| převr. rel. disp. $\nu$ |               | 56·5   | 64·7    | 18·4      | 59·2               | 26·0                 |

Z tabulky je zřejmé, že nejsilnější dispersi poskytuje sirouhlík, nejslabší alkohol.

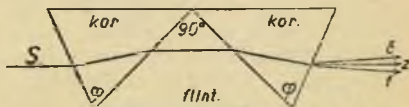
**265. Hranol achromatický a přímohledný.** Přiložíme-li k sobě dva hranoly z různých látek tak, aby jejich lámavé hrany ležely na opačných stranách, každý z nich odchyluje i rozkládá světlo na opačnou stranu. Vhodnou sestavou dá se dosáhnouti toho, že se buď zruší rozklad (hranol *achromatický*) nebo odchylka prostřední barvy spektra (hranol *přímohledný*).

Hranol *achromatický* (obr. 441) je kombinace širokouhlého hranolu z lehkého skla korunového a hranolu mnohem užšího z těžkého skla flintového. Jejich lámavé úhly  $\varphi_1$  a  $\varphi_2$  jsou tak voleny, aby při minimu úchylky dvě barvy (čáry C a F) měly stejnou úchylku, takže po průchodu světla hranolem tyto barvy splývají.

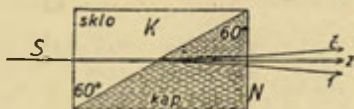
Úchylky ostatních barev jsou však poněkud jiné, což způsobuje, že lomený paprsek je na krajích po-



Obr. 441. Hranol achromatický.



Obr. 442. Amiciův přímohledný hranol.



Obr. 443. Zengerův hranol přímohledný.

někud zabarven, t. j. zbývá t. zv. sekundární (podružné) spektrum. Jest úkolem praktické optiky naléztí takové vhodné druhy skel, aby sekundární spektrum bylo co nejuzší.

Hranol *přímohledný* (Amici, 1860, obr. 442) se skládá z flintového hranolu s lámavým úhlem  $90^\circ$ , k němuž jsou na obou stranách připojeny v obráceném směru dva hranoly korunové. Jejich lámavé úhly  $\varphi$  jsou tak voleny, aby úchylka zeleného paprsku  $z$  způsobená hranolem flintovým se právě rušila úchytkou způsobenou oběma hranoly korunovými; paprsek zelený vychází tudíž v původním směru. Pro paprsky modré a fialové  $f$  převládá pak úchylka způsobená flintovým hranolem, takže se odchylují na jednu stranu (směrem od lámavé hrany flintového hranolu). Pro paprsky žluté a červené  $c$  převládá úchylka způsobená oběma hranoly korunovými a jsou proto odchýleny na opačnou stranu. Z hranolu vychází tudíž celé barevné spektrum.

Nejjednodušší hranol přímohledný sestrojil Zenger. Skládá se z plného skleněného hranolu  $K$  a z duté hranolové nádoby  $N$  (obr. 443), jež jsou k sobě přiloženy tak, že tvoří dohromady pravouhlý čtyřboký hranol. Do nádoby je nalita vhodná směs kapalin (anethol, benzol a alkohol), jež světlo silně rozkládá, ale má pro zelené světlo též index lomu jako použité sklo. Na rozhraní skla a kapaliny se pak zelený paprsek vůbec neláme, paprsky modré a fialové se lámou ke kolmici, paprsky žluté a červené od kolmice, takže z hranolu vychází v původním směru světlo spektrálně rozložené.

## 266. Geometrické základy optického zobrazování.

Optické zobrazování se děje přímočarými paprsky a proto přímce přísluší zase přímka. Mimo to však činíme další požadavek, aby všechny paprsky vycházející z téhož bodu (t. zv. paprsky *homocentrické*) procházely i po zobrazení zase jediným bodem, takže pak bodu přísluší zase bod. Tomu lze při optickém zobrazování, jak v dalším poznáme, vyhověti jen přibližně, ale k této odchylce zatím nebudeme přihlížeti. Přímkou a bodem mimo ni jest určena rovina, již přísluší zase rovina určená obrazem daného bodu a dané přímky. Tím dostáváme obapolně jednoznačnou přiřazenost prostoru předmětového a obrazového (bodu přísluší bod, přímce přímka a rovině rovina), jež se nazývá v geometrii *kolineace*. Označíme-li pravouhlé souřadnice bodu v prostoru předmětovém  $x, y, z$  a souřadnice sdruženého bodu v prostoru obrazovém  $x', y', z'$ , jest kolineace vyjádřena lineárními lomenými transformačními vzorci s týmž jmenovatelem (srovn. Vojtěch, Zákl. math. I., str. 338.) tvaru:

$$x' = \frac{a_1 x + b_1 y + c_1 z + d_1}{ax + by + cz + d},$$

$$y' = \frac{a_2 x + b_2 y + c_2 z + d_2}{ax + by + cz + d},$$

# Kramerius 5

Digitální knihovna

---

## Podmínky využití

Moravská zemská knihovna v Brně poskytuje přístup k digitalizovaným dokumentům pouze pro nekomerční, vědecké, studijní účely a pouze pro osobní potřeby uživatelů. Část dokumentů Digitální knihovny MZK podléhá autorským právům. Využitím Digitální knihovny MZK a vygenerováním kopie části digitalizovaného dokumentu se uživatel zavazuje dodržovat tyto podmínky využití, které musí být součástí každé zhotovené kopie. Jakékoli další kopírování materiálu z Digitální knihovny MZK není možné bez případného písemného svolení knihovny.

Hlavní název: **Technická fyzika**

Stránky: 551, 552, 553, 554, 555, 556, 557, 558, 559, 560, 561, 562, 563, 564, 565, 566, 567, 568, 569, 570, 571, 572, 573, 574, 575, 576, 577, 578, 579, 580, 581, 582, 583, 584, 585, 586, 587, 588, 589, 590, 591, 592, 593, 594, 595, 596, 597, 598, 599, 600, 601, 602, 603, 604, 605, 606, 607, 608, 609, 610, 611, 612, 613, 614, 615, 616, 617, 618, 619, 620, 621, 622, 623, 624, 625, 626, 627, 628, 629, 630, 631, 632, 633, 634, 635, 636, 637, 638, 639, 640, 641, 642, 643, 644, 645, 646, 647, 648, 649, 650, 651, 652, 653, 654, 655, 656



$$z' = \frac{a_3x + b_3y + c_3z + d_3}{ax + by + cz + d}.$$

Podmínkou určitosti jest, aby determinant transformace

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 & d_3 \\ a & b & c & d \end{vmatrix} \begin{matrix} < 0 \\ > 0 \end{matrix}$$

byl různý od nuly, což předpokládáme. Pak z nich plynou řešením obdobné vztahy pro zpětnou transformaci

$$x = \frac{a'_1x' + b'_1y' + c'_1z' + d'_1}{a'x' + b'y' + c'z' + d'} \text{ atd.}$$

Takovéto lineární transformace tvoří *grupu*, což má tento význam: Jestliže daný předmětový prostor lineárně transformujeme a příslušný obrazový prostor znovu lineárně transformujeme, dá se tato dvojí transformace nahraditi jedinou lineární transformací. Tedy dvě kolineace (po př. několik) jsou ekvivalentní jedné výslední kolineaci. Bodu přísluší totiž po libovolném počtu transformací zase bod, přímce zase přímka a rovině rovina, což je znakem kolineace.

Rovina v jednom prostoru, jež přísluší úběžné rovině druhého prostoru, nazývá se *ohnisková rovina*. Předmětová ohnisková rovina  $\varphi$  má rovnici

$$\varphi \equiv ax + by + cz + d = 0,$$

neboť pak  $x' = y' = z' = \infty$ ; obrazová ohnisková rovina  $\varphi'$  je dána obdobně

$$\varphi' \equiv a'x' + b'y' + c'z' + d' = 0.$$

Je možný případ, že obě roviny ohniskové jsou v úběžnu, t. j. úběžné roviny sobě přísluší. Tento případ se nazývá v geometrii *afinita*; v optice mluvíme pak o zobrazování *teleskopickém*, jež se vyskytuje při rovném zrcadle a při dalekohledu. V tomto případě rovnoběžné přímky (a roviny) se zobrazují zase jako rovnoběžné přímky (a roviny).

Nepřihlížíme-li k zobrazování teleskopickému, můžeme transformační rovnice zjednodušiti tím, že souřadnicové roviny  $OYZ$  a  $O'Y'Z'$  položíme do ohniskových rovin. Pak ohniskové roviny mají rovnice tvaru

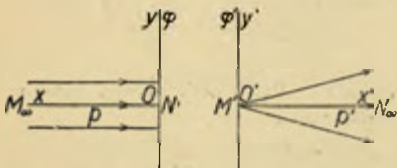
$$\varphi \equiv ax = 0, \quad \varphi' \equiv a'x' = 0,$$

takže srovnáním s předešlými rovnicemi plynou vztahy

$$b = c = d = 0, \quad b' = c' = d' = 0.$$

Při studiu se doporučuje, aby čtenář členy, jež v transformačních rovnicích odpadají, po řadě tužkou škrtnal.

Uvažujme svazek rovnoběžných paprsků kolmých na předmětovou rovinu ohniskovou  $\varphi$  (obr. 444). Jejich úběžnému bodu  $M_\infty$  přísluší bod  $M'$  v ohn. rovině  $\varphi'$ , kterýžto bod se nazývá *ohnisko* (obrazové). Danému svazku rovnoběžných paprsků přísluší svazek paprsků vycházejících z ohniska  $M'$ . V tomto svazku je jediný paprsek  $p'$  kolmý na ohniskovou rovinu  $\varphi'$  a ten se nazývá *hlavní osa* obrazového prostoru. Jemu přísluší



Obr. 444. Ohniskové roviny a hlavní osy. v předmětovém prostoru paprsek  $p$ , zvaný *hlavní osa* předmětového prostoru. Tato hlavní osa  $p$  protíná ohniskovou rovinu  $\varphi$  v bodě  $N$ , jež jest ohnisko předmětového prostoru. Obě hlavní osy  $p$  a  $p'$  (kolmé na ohn. roviny  $\varphi$  a  $\varphi'$ ) tedy sobě přísluší, ale tak, že ohnisko jedné, na př.  $N$ , přísluší úběžnému bodu  $N_\infty'$  druhé osy.

Omezíme se v dalším na případ opticky jedině významný, že je zobrazování souměrné kolem hlavních os (vylučujeme tím na př. známá válcová zrcadla, jež zkreslují). Pak stačí vyšetřovati zobrazování pouze dvou sobě příslušných rovin, proložených hlavními osami. Položme počátky souřadnic  $O$  a  $O'$  do ohnisek, osy  $Ox$  a  $O'x'$  do hlavních os a osy  $Oy$  a  $O'y'$  kolmo k nim (do řezu ohniskových rovin  $\varphi$  a  $\varphi'$ ), takže úběžné body os  $y$  a  $y'$  sobě přísluší. V transformačních rovnicích můžeme tudíž členy obsahující  $z$  a  $z'$  prostě vynechat.

Poněvadž bodům na hlavní ose  $Ox$ , pro něž jest  $y=0$ , přísluší zase body na hlavní ose  $O'x'$  ( $y'=0$ ), nezávisle na  $x$ , musí v čitateli výrazu pro  $y'$  býti toliko člen s  $y$ , takže

$$a_2=0, d_2=0 \quad \text{a podobně} \quad a'_2=0, d'_2=0.$$

Úběžnému bodu ohniskové přímky  $Oy$  přísluší zase úběžný bod druhé ohniskové přímky  $O'y'$ . Tedy přímky jdoucí těmito úběžnými body, jež jsou rovnoběžné s osami  $Oy$  a  $O'y'$ , sobě přísluší. To znamená, že pro určité  $x$  a libovolné  $y$  musí vyjítí vždy totéž  $x'$ , nezávisle na  $y$ , jež se tedy nesmí v čitateli vyskytovat. Musí tudíž  $b_1=0$  a podobně také  $b'_1=0$ .

Úběžnému bodu hlavní osy  $Ox$  ( $x=\infty$ ), přísluší ohnisko ( $x'=0$ ), což může býti jen tehdy, když  $a_1=0$ . Podobně  $a'_1=0$ .

Dostáváme tak konečně tvar transformačních rovnic, jež vyjadřují osově souměrné zobrazování:

$$x' = \frac{d_1}{ax} = \frac{A}{x}, \quad y' = \frac{b_2 y}{ax} = \frac{By}{x},$$

z nichž plyne řešením

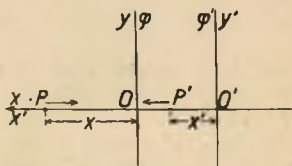
$$x = \frac{A}{x'}, \quad y = \frac{Ay'}{Bx'} = \frac{B'y'}{x'}.$$

**267. Druhy optického zobrazování.** V praxi obě hlavní osy  $Ox$  a  $O'x'$  bývají v téže přímce; takováto soustava se nazývá centrovaná. Položme osy  $Ox$  a  $O'x'$  v témž směru proti vstupujícím paprskům (zleva), osy  $Oy$  a  $O'y'$  buďtež rovnoběžné v témž směru.

Je-li konstanta  $A$  v transformačním vzorci

$$x' = \frac{A}{x} \quad \text{nebo} \quad x = \frac{A}{x'}$$

kladná, přísluší kladnému  $x$  zase kladné  $x'$ , zápornému  $x$  přísluší záporné  $x'$ . Tento případ se dá opticky realizovati jen tím, že se použije jednoho zrcadlení (po př. lichého počtu zrcadlení); proto se nazývá takováto zobrazovací soustava *katoptrická* (zrcadlová). V katoptrických soustavách ponecháme směry os vždy tak, jak bylo uvedeno. Jestliže předmět  $P$  (obr. 445) se pohybuje po ose ve směru dopadajících paprsků (vpravo),



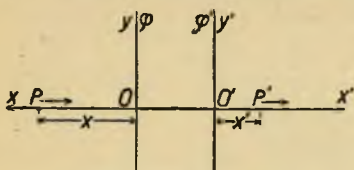
Obr. 445. Poloha os v centrované soustavě katoptrické.

buď kladné  $x$  se zmenšuje nebo záporné  $x$  se zvětšuje a pak kladné  $x'$  se zvětšuje nebo záporné  $x'$  se zmenšuje

a tedy obraz  $P'$  se pohybuje vlevo. V katoptrické soustavě obraz a předmět se pohybují v opačných směrech, což je hlavní znak této soustavy.

Je-li konstanta  $A$  záporná, pak kladnému  $x$  přísluší záporné  $x'$  a naopak. Tento případ se vyskytuje tehdy, když v optické soustavě není žádné zrcadlení (nebo sudý počet zrcadlení); takováto soustava se nazývá *dioptrická* (čočková). Jak snadno zjistíme obdobnou úvahou jako dříve, předmět a obraz na ose se pohybují vždy týmž směrem. V případě dioptrické soustavy vyměníme směr osy  $Ox'$  v opačný (jde pak ve směru vystupujících paprsků, obr. 446), čímž také konstanta  $A$  změní své znamení a je zase kladná.

V obou případech osa předmětová  $Ox$  směřuje proti vstupujícím paprskům a osa obrazová  $O'x'$  ve směru vystupujících paprsků. To má tu výhodu, že při záměně prostoru předmětového i obrazového (když světlo prochází soustavou v opačném směru) osy mají zase týž směr a veškeré vztahy platí zcela nezměněně. Za tohoto označení poloprostoru předmětového na kladné straně od ohniskové roviny přísluší zase kladný poloprostor obrazový; zápornému poloprostoru předmětovému přísluší záporný poloprostor obrazový.



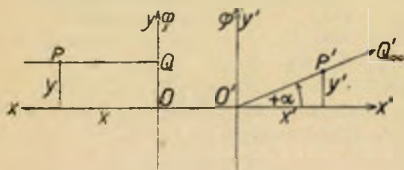
Obr. 446. Poloha os v centrované soustavě dioptrické.

Znaménko veličiny  $B$ , vyskytující se v druhé rovnici

$$y' = \frac{By}{x}$$

rozhoduje o tom, zdali přímému předmětu  $y$  (kolmému k ose, obr. 447) přísluší přímý obraz ( $y'$  kladné) či převrácený ( $y'$  záporné).

Je-li konstanta  $B$  kladná, pak bodu  $P$  o kladných souřadnicích  $x$  a  $y$  (obr. 447) přísluší bod  $P'$ , jehož souřadnice

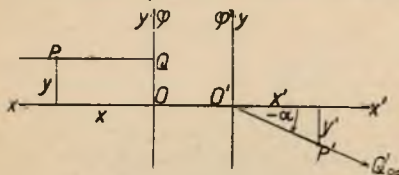


Obr. 447. Soustava dispanzivní.

$$x' = \frac{A}{x}, \quad y' = \frac{By}{x}$$

jsou rovněž kladné. Paprsek  $PQ$ , postupující bodem  $P$  rovnoběžně s osou, zobrazí se tak, že příslušný mu paprsek  $P'Q'$  vychází z ohniska  $O'$  odchýlen od osy na klad-

nou stranu. Taková soustava se nazývá *dispanzivní* (rozptylná); jejím příkladem je vypuklé zrcadlo a rozptylná čočka. V dispanzivní soustavě předmět v kladné části od ohniskové roviny má přímý obraz (rovněž v kladné části od ohniskové roviny), předmět v záporné části zobrazí se převráceně (rovněž v záporné části).



Obr. 448. Soustava kolektivní.

Je-li konstanta  $B$  záporná, pak bodu  $P$  o kladných souřadnicích  $x$  a  $y$  (obr. 448) přísluší bod  $P'$ , mající kladné  $x'$  a záporné  $y'$ . Paprsek  $PQ$  rovnoběžný s osou zobrazí se jako paprsek  $P'Q'$ , vycházející z ohniska  $O'$

a odchýlený od osy na zápornou stranu. Takováto soustava se nazývá *kolektivní* (spojná) a její příklad poskytuje duté zrcadlo a spojná čočka. Tento případ je pro praxi nejdůležitější a budeme jej považovati za základní; položíme proto

$$-B=f \quad \text{a též} \quad -B'=-\frac{A}{B}=f', \quad \text{takže} \quad A=ff'.$$

Veličina  $f$ , resp.  $f'$  se jmenuje *ohnisková délka* předmětová, resp. obrazová. V soustavě kolektivní jsou obě ohniskové délky kladné, v soustavě dispansivní jsou záporné. Zobrazovací rovnice nabývají tím konečného tvaru:

$$x' = \frac{ff'}{x}, \quad y' = -\frac{fy}{x}.$$

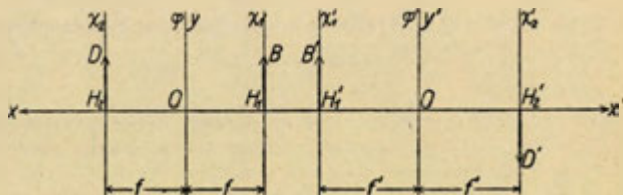
Jejich řešením dostáváme shodné rovnice pro obrácené zobrazování

$$x = \frac{ff'}{x'}, \quad y = -\frac{f'y'}{x'}.$$

**268. Základní pojmy optického zobrazování.** Úsečka  $y$  kolmá k hlavní ose zobrazí se jako úsečka  $y'$  rovněž kolmá k hlavní ose. Pro zvětšení  $Z = y'/y$  dostáváme z rovnic zobrazovacích

$$Z = \frac{y'}{y} = -\frac{f}{x} = -\frac{x'}{f'}.$$

Hledejme takové dvě sobě příslušné roviny kolmé k ose, v nichž předmět i obraz jsou stejně velké. Roviny tyto slují *hlavní roviny*, jejich průsečíky s osami se jmenují *hlavní body*; jsou dvojího druhu:



Obr. 449. Hlavní roviny.

1. Kladné hlavní roviny  $x_1, x_1'$  (obr. 449), v nichž obraz a předmět mají netoliko stejnou velikost, ale i též směr. Pro ně platí

$$Z = \frac{y'}{y} = +1, \quad \text{tedy} \quad x = -f, \quad x' = -f'.$$



Kladné hlavní roviny jsou tudíž vzdáleny v záporném směru o příslušnou ohniskovou dálku od ohniskových rovin, s nimiž jsou rovnoběžné.

2. Záporné hlavní roviny  $\chi_2, \chi_2'$  jsou ty, v nichž předmět a obraz jsou převráceného směru, takže

$$Z = \frac{y'}{y} = -1 \quad \text{a tedy} \quad x = f, \quad x' = f'.$$

Jsou tedy vzdáleny od ohniskových rovin o  $f$ , resp.  $f'$  na kladnou stranu.

Svazek paprsků vycházejících z bodu  $P$  na ose (obr. 450) zobrazí se jako svazek paprsků sbíhajících se v bodě  $P'$ , jenž jest obrazem bodu  $P$  a leží rovněž na ose. Vytkněme si ve svazku určitý paprsek  $PQ$ , jenž svírá s osou úhel  $\alpha$  a protíná ohniskovou rovinu v bodě  $Q$ , jehož souřadnice jsou

$$x_1 = 0, \quad y_1 = d = x \cdot \operatorname{tg} \alpha.$$

Tomuto bodu  $Q$  přísluší úběžný bod  $Q'_\infty$  paprsku  $R'P'$ , určený poměrem souřadnic

$$\frac{y'_1}{x'_1} = -\operatorname{tg} \alpha'.$$

Ze základních rovnic zobrazovacích plyne pro tento poměr

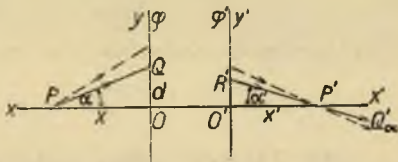
$$\frac{y'_1}{x'_1} = -\frac{y_1}{f'} = -\frac{x \cdot \operatorname{tg} \alpha}{f'}.$$

Srovnáním obou těchto výsledků plyne pro poměr tangent obou úhlů  $\alpha'$  a  $\alpha$

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha'}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{x}{f'}.$$

Poněvadž  $x = OP$  má pro všechny paprsky téhož svazku touž hodnotu, znamená to, že všechny paprsky téhož svazku se zobrazují tak, že poměr tangent sklonu v předmětovém a v obrazovém prostoru má touž hodnotu. Tento poměr tangent úhlů, které svírají sdružené paprsky s osami, nazýváme *konvergenční poměr*  $k$  (někdy též úhlové zvětšení). Se zřetelem k základním rovnicím dostáváme pro konvergenční poměr vztahy

$$k = \frac{\operatorname{tg} \alpha'}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{x}{f'} = \frac{f}{x'}.$$



Obr. 450. Zobrazení svazku paprsků.

Význačné body na osách, pro něž konvergenční poměr se rovná jedničce (kladné nebo záporné), nazývají se *uzlové body* a to kladné nebo záporné.

1. Pro kladné uzlové body  $U_1$  a  $U_1'$  jest  $k = +1$ , což znamená  $\alpha' = \alpha$ ; z předešlé rovnice pro ně plyne:

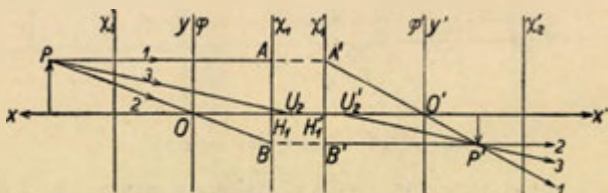
$$x = f', \quad x' = f.$$

Každý z nich je vzdálen v kladném směru o druhou ohniskovou vzdálenost od ohniska. Kladné uzlové body mají význam zejména pro katoprickou (zrcadlovou) soustavu, v níž osy  $Ox$  a  $O'x'$  mají stejný směr; v této soustavě paprsek směřující ke kladnému uzlovému bodu se zobrazí jako rovnoběžný paprsek vycházející z druhého uzlového bodu.

2. Pro záporné uzlové body  $U_2$ ,  $U_2'$  (obr. 451) jest  $k = -1$  čili  $\alpha' = -\alpha$  a platí pro ně

$$x = -f', \quad x' = -f.$$

V soustavě dioptrické paprsek směřující k zápornému uzlovému bodu se zobrazí jako rovnoběžný paprsek, vycházející z druhého uzlového bodu.



Obr. 451. Konstrukce obrazu v dioptrické soustavě kolektivní.

Abychom mohli k danému bodu sestrojiti jeho obraz, je třeba znáti:

a) hlavní osy zobrazovací  $Ox$ ,  $O'x'$ ,  
b) polohu ohniskových rovin  $\varphi$  a  $\varphi'$ , kolmých k osám (nebo polohu ohnisek  $O$ ,  $O'$ ),

c) ohniskové vzdálenosti  $f$  a  $f'$ ; jimi je pak stanovena poloha hlavních rovin  $\chi_1$ ,  $\chi_2$ ;  $\chi_1'$ ,  $\chi_2'$  a uzlových bodů  $U_1$ ,  $U_2$ ;  $U_1'$ ,  $U_2'$ .

Ke konstrukci obrazu  $P'$  k danému bodu  $P$  (obr. 451) hodí se pak nejlépe dva z těchto tří paprsků:

1. Paprsek  $PA$  rovnoběžný s osou. Jeho průsečík  $A$  s kladnou hlavní rovinou  $\chi_1$  se zobrazí v druhé kladné hlavní rovině  $\chi_1'$  ve stejné vzdálenosti od osy; spojnice toho obrazu  $A'$  s ohniskem  $O'$  stanoví paprsek k danému sdružený.

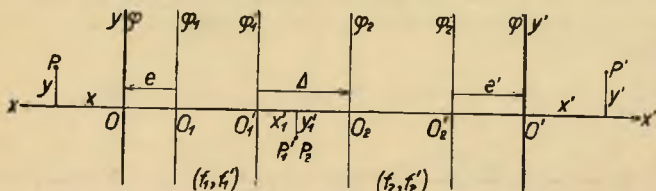
2. Paprsek  $PO$  procházející ohniskem  $O$ . Jeho průsečík  $B$  s hlavní rovinou  $\chi_1$  se zobrazí v bodě  $B'$  v druhé hlavní rovině  $\chi'_1$  tak, že  $H_1B = H'_1B'$ ; přidružený paprsek  $B'P'$  je rovnoběžný s osou.

3. Paprsek  $PU_2$ , procházející záporným uzlovým bodem  $U_2$ , zobrazí se jako rovnoběžný paprsek  $U'_2P'$ , vycházející z druhého uzlového bodu  $U'_2$ .

Průsečík  $P'$  těchto paprsků určuje obraz k danému bodu  $P$ .

**269. Dvě centrované soustavy.** Takové dvě soustavy zobrazovací, jež mají společné hlavní osy zobrazovací, nazývají se *centrované*. Dají se vždy nahraditi jedinou soustavou, jež bude určena, stanovíme-li polohu jejich ohniskových rovin  $\varphi$  a  $\varphi'$  a velikost ohniskových dalek  $f$  a  $f'$ .

První daná soustava mějž ohniskové roviny  $\varphi_1, \varphi'_1$  (obr. 452) a ohniskové dálky  $f_1, f'_1$ ; druhá soustava má ohniskové roviny  $\varphi_2, \varphi'_2$  a ohniskové dálky  $f_2, f'_2$ . Jakožto *optický interval*  $\Delta$  definujeme vzdálenost ohniskových rovin  $\varphi'_1$  a  $\varphi_2$ , čítanou od  $\varphi'_1$  kladně ve směru postupujících paprsků.



Obr. 452. Dvě centrované soustavy.

Obrazová ohnisková rovina  $\varphi'$  výslední soustavy jest obrazem úběžné roviny předmětového prostoru. Její polohu tudíž najdeme, když úběžnou rovinu nejprve zobrazíme prvou soustavou (jejím obrazem je ohn. rovina  $\varphi'_1$ ) a tuto pak zobrazíme druhou soustavou. Vzdálenost výsledné ohn. roviny  $\varphi'$  od ohn. roviny  $\varphi'_2$  označme  $e'$ . Pro toto druhé zobrazení platí vztah

$$x'_2 = \frac{f_2 \cdot f'_2}{x_2}, \quad \text{kdež} \quad x'_3 = e', \quad x_2 = \Delta,$$

takže dostáváme

$$e' = \frac{f_2 \cdot f'_2}{\Delta}.$$

Stejným způsobem odvodíme pro vzdálenost  $e$  výslední předmětové ohn. roviny  $\varphi$  od roviny  $\varphi_1$  vzorec

$$e = \frac{f_1 \cdot f'_1}{\Delta}.$$

Tím je tedy poloha výsledních ohniskových rovin určena a zbývá ještě stanovití výslední ohniskové dálky  $f$  a  $f'$ .

Bod  $P(x, y)$  zobrazí se výslední soustavou v bodě  $P'$ , jehož souřadnice jsou určeny vztahy

$$x' = \frac{f \cdot f'}{x}, \quad y' = -\frac{f \cdot y}{x}.$$

Týž bod  $P$  zobrazíme postupně oběma soustavami. Pro prvou soustavu jest

$$x_1 = x + e, \quad y_1 = y$$

a tedy platí

$$x_1' = \frac{f_1 f_1'}{x + e}, \quad y_1' = -\frac{f_1 y}{x + e}.$$

Pro druhou soustavu jest

$$x_2 = \Delta - x_1', \quad y_2 = y_1',$$

takže máme

$$x_2' = e' + x' = \frac{f_2 f_2'}{\Delta - x_1'}, \quad y_2' = y' = -\frac{f_2 y_1'}{\Delta - x_1'}.$$

Dosadíme-li do poslední rovnice za  $x_1'$  a  $y_1'$  nalezené výrazy, dostaneme

$$y' = \frac{f_1 f_2 y}{(x + e) \left( \Delta - \frac{f_1 f_1'}{x + e} \right)} = \frac{f_1 f_2 \cdot y}{x \Delta + e \Delta - f_1 f_1'}.$$

Vzhledem k vztahu odvozenému pro  $e$  je však  $e \Delta = f_1 f_1'$ , takže konečně máme

$$y' = \frac{f_1 f_2}{\Delta} \cdot \frac{y}{x}.$$

Ze srovnání tohoto výrazu s výrazem pro  $y'$ , plynoucím pro zobrazení výslední soustavou, dostáváme pro předmětovou ohniskovou dálku

$$f = -\frac{f_1 \cdot f_2}{\Delta}.$$

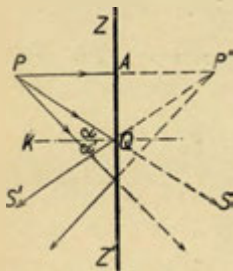
Stejným způsobem se odvodí obdobný vzorec pro obrazovou dálku ohniskovou

$$f' = -\frac{f_1' \cdot f_2'}{\Delta}.$$

Při kladném optickém intervalu ( $\Delta > 0$ ) dvě kolektivní soustavy dávají výslední soustavu dispansivní (se zápornými ohniskovými dálkami), což se vyskytuje při mikroskopu. Zpravidla však bývá optický interval záporný a pak dvě kolektivní soustavy dávají zase soustavu kolektivní. Je-li opt. interval nulou (na př. u astronom. dalekohledu), jsou obě ohn. dálky nekonečné a výsledná

soustava je teleskopická (rovnoběžné paprsky se zobrazují zase jako rovnoběžné).

**270. Zrcadlo rovné.** Ze zákonů o odrazu světla plyne, že směry paprsků dopadajícího  $PS$  (obr. 453) a odraženého  $P'S'$  jsou souměrné vzhledem k rovině zrcadla. Všechny paprsky vycházející z téhož bodu  $P$  před zrcadlem odrážejí se tak, jako by vycházely ze souměrně položeného bodu  $P'$ . Obecně předmět a jeho obraz v rovném zrcadle jsou souměrné vzhledem k rovině zrcadla. Úběžné rovině předmětové přísluší zase úběžná rovina obrazová, což znamená, že toto zobrazování tvoří soustavu teleskopickou. Zobrazování zrcadlem rovným jest jediné zobrazování optické, nemající žádných vad.



Obr. 453. Zrcadlo rovné.

Jestliže se rovné zrcadlo rovnoběžně posune o délku  $d$ , posune se obraz  $P'$  téhož pevného bodu  $P$  v témž směru o dvojnásobnou délku  $2d$ . Podobně stočí-li se zrcadlo kolem osy jdoucí jeho rovinou o úhel  $\alpha$ , stočí se obraz  $P'$  téhož pevného bodu  $P$  kolem téže osy o úhel  $2\alpha$  a rovněž kterýkoliv odražený paprsek se stočí o úhel  $2\alpha$ . Na tom se zakládá zrcadlové měření malých úhlů (str. 16).

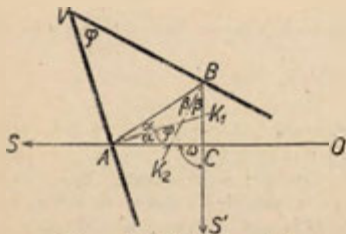
Pro vytyčování určitých úhlů (zpravidla pravých) užívá se *úhlových zrcadel* (obr. 454), skloněných v úhlu  $\varphi$  (zpravidla  $45^\circ$ ). Okem  $O$  hledíme jednak přímo přes zrcadla směrem  $OS$ , jednak po odraze v obou zrcadlech směrem  $BS'$ . Z obrazce je zřejmé

$$\varphi = \alpha + \beta, \quad \omega = 2\alpha + 2\beta,$$

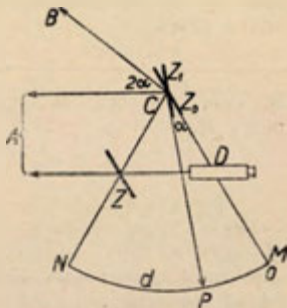
takže

$$\angle SCS' = \omega = 2\varphi.$$

Pro  $\varphi = 45^\circ$  jest  $\omega = 90^\circ$ , tedy úhel  $SCS'$  je pravý.



Obr. 454. Úhlové zrcadlo.



Obr. 455. Schema sextantu.



Na podobné myšlence se zakládá měření úhlů *sextantem* (obr. 455). Je to pevná kruhová výseč *NCM* (středový úhel je  $60^\circ$ , šestina plného úhlu, odtud jméno sextant); jedno rameno nese pevné nízké zrcadlo *Z*, proti němu směřuje dalekohled *D*, umístěný na druhém pevném rameni. Ve středu *C* výseče je otáčivé zrcadlo *Z*<sub>1</sub>, spojené s otáčivým ramenem *CP*, jež ukazuje na dělený kruh *d*. Toto zrcadlo v nulové poloze *Z*<sub>0</sub> je rovnoběžné s pevným zrcadlem *Z*, takže dalekohledem vidíme velmi vzdálený předmět *A* jednak přímo (paprsky jdoucími nad zrcadlem *Z*), jednak v dolní části po odrazu na obou rovnoběžných zrcadlech *Z* a *Z*<sub>0</sub>. Otočí-li se však otáčivé zrcadlo o úhel  $\alpha$  do polohy *Z*<sub>1</sub>, pak vidíme v dolní části vzdálený předmět *B*, jehož úhlová vzdálenost od *A* se rovná  $2\alpha$ . Při měření otáčíme otáčivým ramenem tak dlouho, až splývají oba vzdálené předměty *A* a *B*, jichž úhlovou odchylku měříme. Dělený kruh mívá zpravidla číslování dvojnásobné (půlstupně jsou číslovány jako celé stupně), takže na děleném kruhu přímo odčítáme měřený úhel. Výhodou sextantu je, že nepotřebuje pevné polohy (při měření držíme jej v ruce) a proto se ho výhradně používá při měření na lodích.

*Heliostat* je rovné zrcadlo otáčivé kolem dvou os k sobě kolmých, takže může být přivedeno do kterékoli polohy. Užívá se ho k tomu, aby se paprsky sluneční na něm odrážely do zatemněné síně stále týmž směrem.

Zrcadla pro vědecké potřeby hotoví se tak, že se skleněná deska rovně vybrousí, pak jemně postříbí a vyleští; zrcadlicí plocha je na přední straně skla. Obvyčejná zrcadla (toiletní a pod.) mají zadní stěnu buď postříbřenou nebo potaženou cínovým amalgamem; převážná většina dopadajícího světla odráží se sice až na zadní stěně, ale část světla se přece odráží již na přední stěně, takže vzniká vlastně dvojité zrcadlení (přesvědčíme se o tom při šikmém dopadu). — Dokonalé vodorovné zrcadlo poskytuje hladina rtuti nalité do větší ploché misky (t. zv. *rtuťový horizont*).

**271. Zrcadla kulová (sférická).** U zrcadel kulových je zrcadlicí plochou kulový vrchlík, jenž zrcadlí buď na vnitřní straně zrcadla (zrcadlo duté, konkávní) nebo na vnější straně (zrcadlo vypuklé, konvexní).

*Duté zrcadlo* (obr. 456) mějž poloměr křivosti  $r = VS$ . Vyšetříme odraz paprsků vycházejících z téhož bodu *P*, pro nějž  $PV = a$ . Paprsek hlavní *PV*, procházející středem křivosti *S*, dopadá na zrcadlo kolmo a odráží se tudíž zpět do původního směru. Jiný paprsek *PM*, svírající s hlavním paprskem úhel  $\alpha$ , dopadá na zrcadlo v úhlu  $\varepsilon$  (kolmice dopadu je *MS*) a odráží se pod stejným velikým úhlem  $\varepsilon'$ , takže  $\varepsilon' = \varepsilon$ . Z obrazce je zřejmé

$$\varepsilon' = \alpha' - \omega, \quad \varepsilon = \omega - \alpha,$$

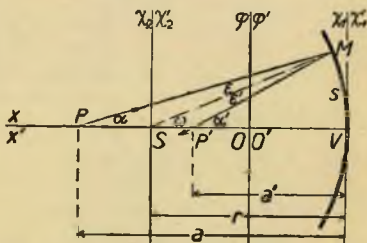
takže

$$\alpha' - \omega = \omega - \alpha,$$

anebo

$$\alpha + \alpha' = 2\omega.$$

Odražený paprsek *MP'* protíná



Obr. 456. Zrcadlo duté.

hlavní paprsek v bodě  $P'$ , vzdáleném od vrcholu o  $a' = P'V$ . Jak výpočtem, tak konstrukcí se přesvědčíme, že poloha průsečíku  $P'$  závisí na úhlu  $\alpha$ . To znamená, že různé paprsky, vycházející z téhož bodu  $P$ , po odraze se neprotínají v jediném bodě, nýbrž obalují jistou plochu, jež se nazývá *kaustická*. Zobrazování není tudíž bodové a tato odchylka se nazývá *vada kulová* (aberrace sférická). Jenom tehdy, když se omezíme na paprsky svírající s hlavním paprskem velmi malé úhly  $\alpha$  (t. zv. paprsky *nulové*), jest zobrazování prakticky bodové.

V dalším omezíme se na velmi úzký prostor kolem hlavního paprsku, jenž se nazývá Gaussův *nitkový prostor*. Pak jsou úhly  $\alpha$ ,  $\alpha'$ ,  $\omega$  vesměs velmi malé a tedy, značí-li s oblouk  $MV$  (přecházející v krátkou úsečku kolmou k hlavnímu paprsku), máme s dostatečnou přibližností

$$\alpha \doteq \frac{s}{a}, \quad \alpha' \doteq \frac{s}{a'}, \quad \omega = \frac{s}{r}.$$

Po dosazení dostáváme

$$\frac{s}{a} + \frac{s}{a'} = \frac{2s}{r}.$$

V této rovnici se  $s$  krátí, takže máme

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{2}{r}.$$

To znamená, že poloha průsečíku  $P'$  nezávisí na velikosti  $s$ . Tedy všechny paprsky nulové po odraze se sbíhají v témž bodě  $P'$  a zobrazování je bodové.

Pootočíme celou konstrukci o malý úhel kolem středu křivosti  $S$ . Pak sdružené body  $P$  a  $P'$  přijdou do poloh  $Q$  a  $Q'$ , jichž vzdálenosti od hlavního paprsku, jež považujeme za osu, jsou  $y$  a  $y'$ . Z podobnosti trojúhelníků  $SPQ$  a  $SP'Q'$  (nerýsovaných v obrazech) plyne

$$\frac{y'}{y} = -\frac{r - a'}{a - r}.$$

Oběma právě odvozenými rovnicemi jsou stanoveny souřadnice  $a'$ ,  $y'$  obrazu  $Q'$ , příslušného k danému bodu  $Q(a, y)$ . Jejich řešením dostáváme

$$a' = \frac{r \cdot a}{2a - r}, \quad y' = -\frac{r \cdot y}{2a - r}.$$

Tyto transformační vzorce pro  $a'$ ,  $y'$  jsou lineární lomené funkce  $a$ ,  $y$  s týmž jmenovatelem, což znamená, že zobrazování (ovšem jen v Gaussově nitkovém prostoru) je kolineace (odst. 266). Je

třeba naléztí polohu ohniskových rovin  $\varphi$  a  $\varphi'$  a velikost ohniskových dalek  $f$  a  $f'$ .

Ohnisko  $O$ , jehož vzdálenost od vrcholu označíme  $e = VO$ , přísluší úběžnému bodu osy, takže pro ně platí

$$a = e, \quad a' = \infty.$$

Dosadíme-li tyto hodnoty do rovnice

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{2}{r}, \quad \text{dostaneme} \quad e = \frac{r}{2}.$$

Podobně pro vzdálenost  $e' = VO'$  druhého ohniska plyne  $e' = r/2$ . Ohniska  $O$  a  $O'$  splývají a půlí vzdálenost mezi středem křivosti  $S$  a vrcholem  $V$ . Rovina ve společném ohnisku kolmo na osu vedená je společná ohnisková rovina  $\varphi$  i  $\varphi'$ .

Poloha hlavních rovin (kladných  $\chi_1, \chi'_1$  a záporných  $\chi_2, \chi'_2$ ) jest určena podmínkou, že zvětšení

$$\frac{y'}{y} = -\frac{r}{2a - r}$$

se rovná kladné nebo záporné jedničce. Z toho plyne

$$\text{pro } \chi_1, \chi'_1 \quad -\frac{r}{2a_1 - r} = +1, \quad a_1 = 0 \quad \text{a pak též} \quad a'_1 = 0;$$

$$\text{pro } \chi_2, \chi'_2 \quad -\frac{r}{2a_2 - r} = -1, \quad a_2 = r, \quad n \quad n \quad n \quad a'_2 = r.$$

Obě kladné hlavní roviny  $\chi_1$  a  $\chi'_1$  splývají s rovinou kolmo na osu sestrojenou ve vrcholu  $V$ , obě záporné hlavní roviny  $\chi_2, \chi'_2$  procházejí středem křivosti  $S$  a jsou rovněž kolmé k ose. Vzdálenosti hlavních rovin od ohniskových rovin určují ohniskové dálky, pro něž tedy dostáváme

$$f = f' = \frac{1}{2}r.$$

Tím je zobrazovací soustava dutého zrcadla úplně určena. Čítáme-li vzdálenosti od ohnisek,  $OP = x$ ,  $O'P' = x'$  a to směrem od zrcadla (jak jsme to zavedli pro katoptrické soustavy, odst. 267), jsou zobrazovací rovnice

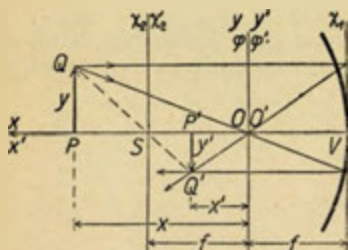
$$x' = \frac{f^2}{x}, \quad y' = -\frac{fy}{x}.$$

Tyto rovnice plynou též z rovnic odvozených, dosadíme-li do nich

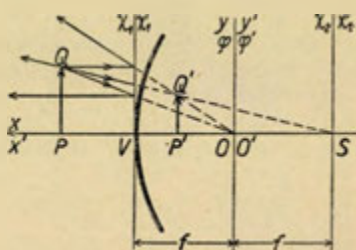
$$a = x + f, \quad a' = x' + f, \quad \text{při čemž } f = \frac{1}{2}r.$$

Z odvozených rovnic plyne známá konstrukce obrazu pro duté zrcadlo (obr. 457), kterou pro zřetelnost rysujeme v širokém rozsahu od osy, ač přesně platí jen pro Gaussův nitkový prostor. Z konstrukce plynou známé věty:

1. Předmět před středem křivosti má skutečný, převrácený a zmenšený obraz mezi středem křivosti a ohniskem.
2. Předmět mezi středem křivosti a ohniskem má skutečný, převrácený a zvětšený obraz před středem křivosti.
3. Předmět mezi ohniskem a zrcadlem má virtuální (zdánlivý), přímý a zvětšený obraz za zrcadlem.



Obr. 457. Konstrukce obrazu pro zrcadlo duté.



Obr. 458. Zrcadlo vypuklé.

Pro zrcadlo *vypuklé* platí všechny odvozené vztahy s jediným rozdílem, že poloměr křivosti  $r$  a tedy i ohnisková délka má hodnotu zápornou. Na obr. 458 je vyznačena poloha ohniskových a hlavních rovin jakož i sestroyen k předmětu  $PQ$  jeho obraz  $P'Q'$ . Z této konstrukce plyne, že předmět má v zrcadle vypuklém vždy virtuální, přímý a zmenšený obraz za zrcadlem a to mezi vrcholem  $V$  a ohniskem  $O$ .

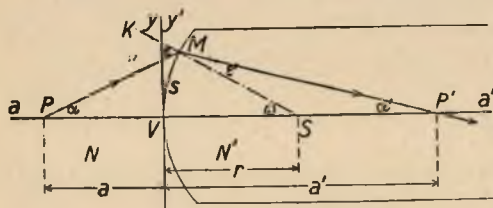
Zrcadla kulová mají proti čočkám znamenitou přednost, že nemají vady *chromatické*. Proto se jich v nové době hojně používá ke konstrukci astronomických dalekohledů zrcadlových (*reflektorů*, odst. 233). Jiná použití: reflektory na majácích, oční zrcátka lékařská.

**272. Lom na kulové ploše.** Dvě optická prostředí o absolutních indexech  $N$  a  $N'$  budtež oddělena kulovou plochou. Její poloměr  $r$  budeme považovati za kladný v případě, že k vstupujícím paprskům je obrácena vypuklá strana.

Hlavní paprsek  $PS$  (obr. 459), jenž z bodu  $P$  směřuje k středu  $S$ , dopadá na plochu kolmo a zachovává svůj původní směr. Paprsek  $PM$ , odchýlený od hlavního paprsku o úhel  $\alpha$ , dopadá na plochu v úhlu  $\varepsilon$  a láme se v úhlu  $\varepsilon'$ , při čemž platí

$$\frac{\sin \varepsilon}{\sin \varepsilon'} = \frac{N'}{N} \quad \text{anebo} \quad \frac{\sin(\omega + \alpha)}{\sin(\omega - \alpha')} = \frac{N'}{N}.$$

Poněvadž indexy lomu závisí na délce vlny (t. j. na barvě světla),



Obr. 459. Lom na kulové ploše.

původní bílý paprsek se současně rozkládá a lom je pro různé barvy různý. Tím je podmíněna t. zv. *vada barevná* (aberrace chromatická). Abychom nemusili k ní přihlížeti, předpokládáme v dalším jed-

nobarevné světlo. Ale i v tomto případě poloha bodu  $P'$ , v němž lomený paprsek protíná paprsek hlavní, je závislá na úhlu  $\alpha$ , čímž vzniká *vada sférická*. Široký svazek paprsků, vycházejících z téhož bodu  $P$ , nesbíhá se po lomu v témž bodě, nýbrž obaluje určitou plochu (t. zv. *kaustickou*) a zobrazování není bodové. Jen v tom případě, že se omezíme na Gaussův nitkový prostor, kdy se zobrazování děje jen velmi úzkým svazkem kolem hlavního paprsku (t. zv. nulové paprsky), je zobrazování s dostatečnou přibližností bodové. V případě nulových paprsků je pak

$$\frac{\omega + \alpha}{\omega - \alpha'} = \frac{N'}{N} \quad \text{anebo} \quad N(\omega + \alpha) = N'(\omega - \alpha'),$$

z čehož plyne

$$N\alpha + N'\alpha' = (N' - N)\omega.$$

Pro nulové paprsky je dále, značí-li  $s$  oblouk  $VM$  (přecházející v kolmou úsečku)

$$\alpha = \frac{s}{a}, \quad \alpha' = \frac{s}{a'}, \quad \omega = \frac{s}{r}.$$

Po dosazení do předešlé rovnice  $s$  se krátí, což právě znamená, že všechny nulové paprsky se sbíhají v téže vzdálenosti  $a'$ , tedy v bodě  $F'$  a zobrazování je bodové. Tím dostáváme první základní rovnici

$$\frac{N}{a} + \frac{N'}{a'} = \frac{N' - N}{r}. \quad (1)$$

Při tom (jako vůbec v soustavách dioptrických) čítáme  $a$  kladně od vrcholu vlevo,  $a'$  kladně vpravo.

Celý výkres myslíme si pootočen o malý úhel kolem středu  $S$ . Body  $P$  a  $P'$  opíší obloučky (k limitě kolmé úsečky)



$$y = PQ, \quad y' = P'Q',$$

pro něž z podobnosti trojúhelníků  $SPQ$  a  $SP'Q'$  (v obr. 459 nerýsovaných) plyne druhá základní rovnice

$$\frac{y'}{y} = -\frac{SP'}{SP} = -\frac{a' - r}{a + r}. \quad (2)$$

Jestliže obě rovnice řešíme podle souřadnic  $a'$ ,  $y'$  bodu  $Q'$ , dostaneme

$$a' = \frac{N'r \cdot a}{(N' - N)a - Nr}, \quad y' = -\frac{Nr \cdot y}{(N' - N)a - Nr}.$$

Souřadnice  $a'$ ,  $y'$  obrazu  $Q'$  jsou lineární lomené funkce (s týmž jmenovatelem) souřadnic  $a$ ,  $y$  předmětu  $Q$ , což znamená, že zobrazování je kolineace (odst. 266).

Pro  $a = 0$  vychází  $a' = 0$  a pak pro příslušné zvětšení plyne z (2)

$$\frac{y'}{y} = -\frac{a' - r}{a + r} = +1.$$

To znamená, že rovina proložená vrcholem  $V$  kolmo k ose (hlavnímu paprsku) představuje obě kladné hlavní roviny  $\chi_1$  a  $\chi'_1$ . Obě ohniska  $O$  a  $O'$  jsou od kladných hlavních rovin vzdáleny o příslušné ohniskové délky, tedy

$$f = VO, \quad f' = V'O'.$$

Z rovnice (1) plyne pro ně

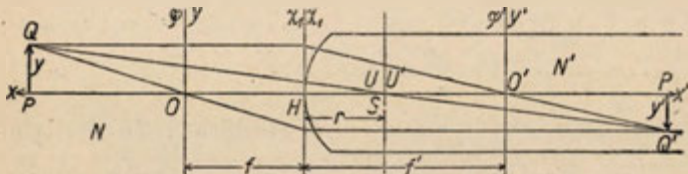
$$a = f, \quad a' = \infty, \quad \frac{N}{f} = \frac{N' - N}{r}, \quad \text{z čehož } f = \frac{Nr}{N' - N};$$

$$a = \infty, \quad a' = f', \quad \frac{N'}{f'} = \frac{N' - N}{r}, \quad \text{z čehož } f' = \frac{N'r}{N' - N}.$$

Pro ohniskové délky platí tudíž vztahy

$$f : f' = N : N', \quad f' - f = r.$$

Tím jsou nalezeny jak polohy ohniskových rovin  $\varphi$  a  $\varphi'$ , tak i velikosti ohniskových délek  $f$  a  $f'$ , takže celá soustava zobrazovací



Obr. 460. Konstrukce obrazu při lomu na kulové ploše.

jest určena (srovn. obr. 460, rýsovaný pro  $r = 1.2$  cm,  $N' : N = 5 : 3$ , takže vychází  $f = 1.8$  cm,  $f' = 3.0$  cm).

Z rovnice  $f' - f = r$  plyne, že oba záporné body uzlové  $U_2$  a  $U_2'$  splývají se středem  $S$ . To jest ostatně zřejmo též z toho, že paprsek směřující ke středu dopadá na plochu kulovou kolmo a proto nemění směru.

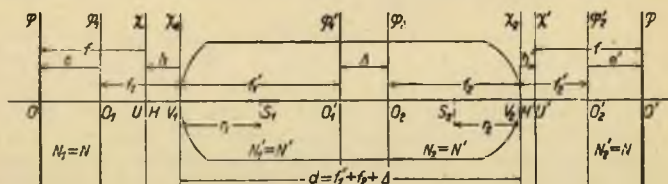
Čítáme-li úsečky  $x$  v předmětovém prostoru od ohniska  $O$  vlevo a úsečky  $x'$  v obrazovém prostoru od ohniska  $O'$  vpravo, pak platí ovšem známé rovnice, jež ostatně plynou z předešlých rovnic,

$$x' = \frac{f \cdot f'}{x}, \quad y' = -\frac{f \cdot y}{x}.$$

Na obr. 460 je k předmětu  $Q$  sestrojen obraz  $Q'$ ; konstrukce ovšem je správná toliko pro Gaussův nitkový prostor.

**273. Čočka tlustá.** Čočka jest opticky průhledné prostředí, omezené buď dvěma kulovými plochami nebo jednou plochou kulovou a jednou rovnou. Poloměry křivosti  $r_1$  a  $r_2$  budeme čítati kladně, když čočka obrací ven vypuklou stranu; za základní typ béréme tudíž čočku dvojvypuklou. Osa čočky je přímka, protínající obě plochy kolmo; je to tedy buď spojnice obou středů křivosti  $S_1$  a  $S_2$  nebo kolmice spuštěná ze středu křivosti na rovnou plochu (při čočce ploskovypuklé nebo ploskoduté).

Pro zřetelnost výkladu rýsujeme v obr. 461 čočku tak tlustou, aby optický interval  $\Delta$  byl kladný; takovýchto čoček se ovšem v praxi nepoužívá. Výsledná soustava byla by v tomto případě dispansivní. Ve schematickém



Obr. 461. Schema tlusté čočky.

obrázku rýsujeme ji však jako soustavu kolektivní (spojnou), aby bylo na obrázci zřejmo, ve kterém směru čítáme jednotlivé veličiny kladné. Důžno tedy míti na mysli, že schematický obrázek neodpovídá skutečnosti; teprve podle odvozených výsledků narýsujeme znovu obrazec správně pro obvyklé druhy čoček.

Lom na první a na druhé ploše je stanoven podle předešlého ohniskovými dálkami

$$f_1 = \frac{N_1 r_1}{N'_1 - N_1} = \frac{N r_1}{N' - N}, \quad f'_1 = \frac{N'_1 r_1}{N'_1 - N_1} = \frac{N' r_1}{N' - N};$$

$$f_2 = \frac{N_2 \cdot (-r_2)}{N'_2 - N_2} = \frac{N' r_2}{N' - N}, \quad f'_2 = \frac{N'_2 \cdot (-r_2)}{N'_2 - N_2} = \frac{N r_2}{N' - N}.$$

Zavedeme-li relativní index prostředí čočky  $n = N'/N$ , dostaneme

$$f_1 = \frac{r_1}{n-1}, \quad f'_1 = \frac{n r_1}{n-1}; \quad f_2 = \frac{n r_2}{n-1}, \quad f'_2 = \frac{r_2}{n-1}. \quad (1)$$

Je zřejmé, že

$$f_1 \cdot f_2 = f'_1 \cdot f'_2 = \frac{n r_1 r_2}{(n-1)^2}. \quad (2)$$

Obě lámavé plochy tvoří dohromady dvě centrované soustavy, jejichž optický interval jest

$$A = d - f'_1 - f_2 = d - \frac{n}{n-1} (r_1 + r_2), \quad (3)$$

značí-li  $d$  tloušťku čočky. Tyto dvě soustavy podle dřívějšího (odst. 269) dají se nahraditi jedinou výslednou soustavou, v níž poloha ohnisek  $O$  a  $O'$  jest určena vztahy

$$e = O_1 O = \frac{f_1 f'_1}{A}, \quad e' = O'_2 O' = \frac{f_2 f'_2}{A}$$

a jež má ohniskové dálky

$$f = -\frac{f_1 \cdot f_2}{A}, \quad f' = -\frac{f'_1 \cdot f'_2}{A}. \quad (4)$$

Ze vztahu (2) plyne, že obě ohniskové dálky jsou stejné. Proto záporné uzlové body  $U$  a  $U'$  splývají s hlavními body  $H$ ,  $H'$ , v nichž kladné hlavní roviny  $\chi$  a  $\chi'$  protínají osu.

U čoček místo ohniskové dálky se zpravidla zavádí *optická mohutnost*  $D$ , již rozumíme převratnou hodnotu ohniskové dálky vyjádřené v metrech. Jednotkou optické mohutnosti jest *dioptrie*, což je optická mohutnost čočky mající ohniskovou dálku 1 m. Pro optickou mohutnost dostáváme z (2) a (3)

$$D = \frac{1}{f} = -\frac{A}{f_1 \cdot f_2} = -\frac{d - \frac{n}{n-1} (r_1 + r_2)}{\frac{n r_1 r_2}{(n-1)^2}} =$$

$$= (n-1) \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) - \frac{(n-1)^2}{n} \cdot \frac{d}{r_1 r_2}$$

a tedy pro ohniskovou dálku

$$f = \frac{n r_1 r_2}{(n-1) [n(r_1 + r_2) - (n-1)d]}.$$

Nazvěme  $h$  vzdálenost hlavního bodu  $H$  od vrcholu  $V_1$ ; pro ni platí podle obr. 461

$$h = f_1 + e - f = f_1 + \frac{f_1 f_1'}{A} + \frac{f_1 f_2}{A} = \frac{f_1}{A} (A + f_1' + f_2) = \frac{f_1}{A} \cdot d.$$

Je však vzhledem k vztahům (4) a (1)

$$\frac{f_1}{A} = -\frac{f}{f_2} = -\frac{(n-1) \cdot f}{n \cdot r_2}.$$

Po dosazení máme pak

$$h = -\frac{n-1}{n} \cdot \frac{fd}{r_2}.$$

Podobným způsobem dostaneme pro druhý hlavní bod  $H'$

$$h' = V_2 H' = -\frac{n-1}{n} \cdot \frac{fd}{r_1}.$$

Čočka jest opticky úplně určena oběma poloměry křivosti  $r_1$ ,  $r_2$ , tloušťkou čočky  $d$  a indexem lomu  $n$ . Z těchto veličin vypočteme ohniskovou dálku  $f$  a určíme polohu hlavních rovin  $\chi$ ,  $\chi'$  pomocí vzorců právě odvozených, totiž

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) - \frac{(n-1)^2}{n} \cdot \frac{d}{r_1 r_2},$$

$$h = -\frac{n-1}{n} \cdot \frac{fd}{r_2}, \quad h' = -\frac{n-1}{n} \cdot \frac{fd}{r_1}.$$

Pro obvyklé čočky (dosti tenké) první člen ve výrazu pro převratnou ohniskovou dálku je číselně mnohem větší než člen druhý, jenž znamená jen korekci na konečnou tloušťku čočky. Poněvadž  $n > 1$ , rozhoduje o znaménku  $f$  výraz

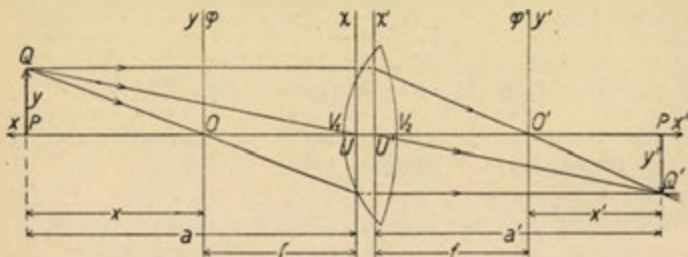
$$\varphi = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2},$$

jenž měří *vypuklost* čočky. Čočky vypuklé ( $\varphi > 0$ ) mají kladnou ohniskovou dálku a tvoří soustavu kolektivní; nazýváme je *spojky*. Čočky duté ( $\varphi < 0$ ) mají ohn. dálku zápornou, představují soustavu dispansivní a jmenují se *rozptylky*.

V následující tabulce podáváme výsledek výpočtu pro šest známých druhů čoček; tloušťka je vždy  $d=0.8$  cm, index lomu  $n=1.6$  (těžké sklo korunové). Poněvadž měříme délky v centimetrech, optická mohutnost  $D$  v dioptriích je  $D=100/f$ .

| Druh čočky                 | $r_1$ | $r_2$    | $f$    | $h$    | $h'$   | $D$     |
|----------------------------|-------|----------|--------|--------|--------|---------|
| dvojvypuklá (bikonvex)     | + 2   | + 4      | + 2.34 | - 0.18 | - 0.35 | + 42.75 |
| ploskovypuklá (plankonvex) | + 2   | $\infty$ | + 3.33 | 0.00   | - 0.50 | + 30.00 |
| dutovypuklá (konkavkonvex) | + 2   | - 4      | + 5.80 | + 0.44 | - 0.87 | + 17.25 |
| dvojdutá (bikonkav)        | - 2   | - 4      | - 2.12 | - 0.16 | - 0.32 | - 47.25 |
| ploskodutá (plankonkav)    | - 2   | $\infty$ | - 3.33 | 0.00   | - 0.50 | - 30.00 |
| vypuklodutá (konvexkonkav) | - 2   | + 4      | - 7.84 | + 0.59 | - 1.18 | - 12.75 |

Výsledky výpočtu jsou znázorněny v dalších 6 obrazech tím, že je v nich vyznačena poloha ohniskových rovin  $\varphi$ ,  $\varphi'$ , kladných hlavních rovin  $\chi$ ,  $\chi'$  a záporných uzlových bodů  $U$ ,  $U'$ , jež splývají



Obr. 462. Čočka dvojvypuklá (bikonvex). Konstrukce obrazu.

s kladnými hlavními body  $H$ ,  $H'$ . U první čočky spojné i rozptylné je zároveň naznačena konstrukce obrazu, jež ovšem přísně platí jen pro Gaussův nitkový prostor. Ostatní čtyři tvary čoček jsou pro úsporu místa rýsovány v polovičním měřítku.

Položíme-li počátky souřadnic do ohnisek  $O$  a  $O'$  (obr. 462), jsou zobrazovací rovnice

$$x' = \frac{f^2}{x}, \quad y' = -\frac{fy}{x}.$$

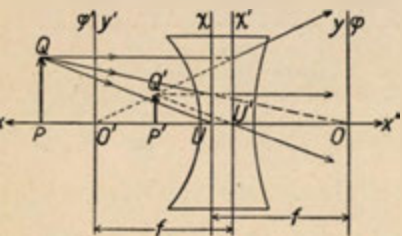
Mnohdy se čítají úsečky  $a$ ,  $a'$  od hlavních rovin  $\chi$ ,  $\chi'$ . Dosadíme-li do předešlých vztahů

$$x' = a' - f, \quad x = a - f,$$

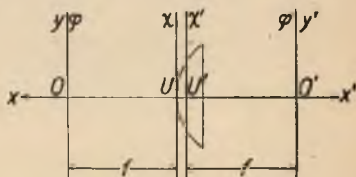


dostaneme po jednoduché úpravě známé rovnice

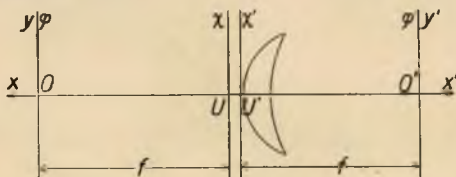
$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f}; \quad \text{zvětšení} = \frac{y'}{y} = -\frac{f}{a-f} = -\frac{a'-f}{f} = -\frac{a'}{a}.$$



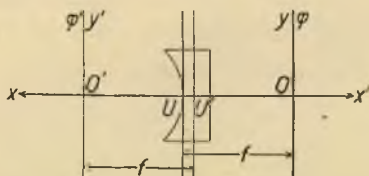
Obr. 463. Čočka dvojdutá (bikonkav).  
Konstrukce obrazu.



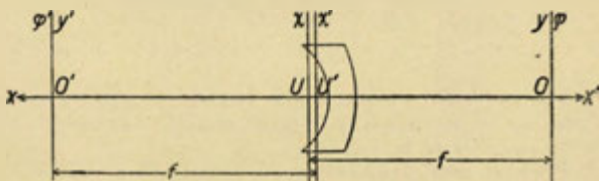
Obr. 464. Čočka ploškovypuklá  
(plankonvex).



Obr. 465. Čočka dutovypuklá  
(konkavkonvex, kladný meniskus).



Obr. 466. Čočka ploškodutá (plankonkav).



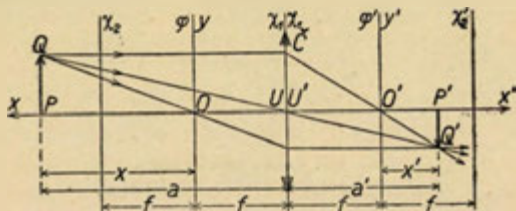
Obr. 467. Čočka vypuklodutá  
(konvexkonkav, záporný meniskus).

Tyto vztahy platí jak pro čočky spojné, tak i pro rozptylné; v posledním případě dlužno pamatovati na to, že ohnisková dálka  $f$  je záporná a že tedy ohniskové roviny leží na opačných stranách než u čočky spojné. Tím také nabývá konstrukce obrazu zdánlivě jiného tvaru (obr. 463).

**274. Čočka tenká.** Čočky v praxi používané mají zpravidla tloušťku  $d$  malou proti poloměrům křivosti. Čočku tenkou definujeme jako takovou, pro níž je tloušťka zanedbatelně malá ( $\lim d = 0$ ). Pro ni se odvozené vztahy i konstrukce obrazu značně zjednoduší

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right); \quad h = h' = 0.$$

Poslední rovnice znamená, že obě kladné hlavní roviny  $\chi_1$  a  $\chi'_1$  splývají s čočkou, kterou si představujeme jako tenký lístek. V obr. 468 je naznačena konstrukce obrazu a jsou přiřazovány též záporné hlavní roviny  $\chi_2$ ,  $\chi'_2$ , jež jsou v dvojnásobné dálce ohniskové od čočky.



Obr. 468. Tenká spojka. Konstrukce obrazu.

Zobrazování je vyjádřeno známými vztahy

$$x' = \frac{f^2}{x}, \quad y' = -\frac{fy}{x},$$

anebo, čítáme-li vzdálenosti  $a$ ,  $a'$  od čočky,

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f}, \quad \frac{y'}{y} = -\frac{f}{a-f} = -\frac{a'-f}{f} = -\frac{a'}{a}.$$

Z konstrukce i z předešlých vztahů plynou známé věty o obrazech:

1. Předmět před dvojnásobnou dálkou ohniskovou má skutečný, převrácený a zmenšený obrázek mezi jednoduchou a dvojnásobnou ohn. dálkou za čočkou.

2. Předmět mezi dvojnásobnou a jednoduchou dálkou ohniskovou má skutečný, převrácený a zvětšený obraz za dvojnásobnou dálkou ohniskovou na druhé straně čočky.

3. Předmět mezi ohniskovou rovinou a čočkou má zdánlivý, přímý a zvětšený obraz na téže straně čočky.

U rozptylky (obr. 469) jest ohnisková dálka záporná a proto jsou ohniskové roviny  $\varphi$  a  $\varphi'$  na opačných stranách od čočky než u spojky. Z konstrukce plyne věta:

Předmět před rozptylkou má vždy zdánlivý, přímý a zmenšený obraz na téže straně čočky, a to mezi ohniskovou rovinou a čočkou.

Výklad o tom, jak se měří ohnisková dálka čoček tenkých, najde čtenář v Zákł. prakt. fys. (3. vyd.), odst. 113 a 114; příslušná měření pro čočky tlusté jsou vyloženy tamtéž v odst. 115.

**275. Centrovaná soustava tenkých čoček.** Dvě tenké čočky I a II, jejichž ohniskové dálky jsou  $f_1$  a  $f_2$ , mají společnou hlavní osu a jsou ve vzdálenosti  $v$  (obr. 470). Jejich optický interval jest

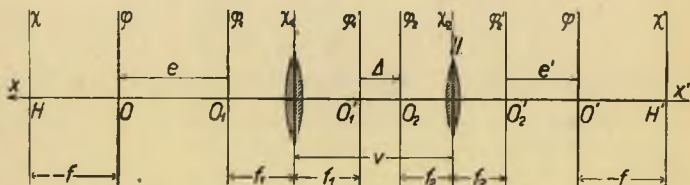
$$\Delta = v - f_1 - f_2$$

a výsledná soustava jest určena známými vztahy (odst. 269)

$$e = \frac{f_1^2}{\Delta}, \quad e' = \frac{f_2^2}{\Delta}, \quad f = -\frac{f_1 f_2}{\Delta}.$$

Pro opt. mohutnost  $D$  dostáváme

$$D = \frac{1}{f} = -\frac{\Delta}{f_1 f_2} = -\frac{v - f_1 - f_2}{f_1 f_2} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{v}{f_1 f_2}.$$



Obr. 470. Dvě centrované spojky s kladným optickým intervalem.

Při kladném optickém intervalu  $\Delta$  dvě spojky dávají soustavu dispansivní, neboť ohnisková dálka  $f$  je záporná; to se projevuje tím, že obě kladné hlavní roviny  $\chi$  a  $\chi'$  jsou vně ohnis-

kových rovin  $\varphi$  a  $\varphi'$ . Tento případ se vyskytuje v praxi u mikroskopu. Obr. 470 je rýsován pro případ

$f_1 = 1.0 \text{ cm}$ ,  $f_2 = 0.8 \text{ cm}$ ,  $v = 2.4 \text{ cm}$ ,  $\Delta = 0.6 \text{ cm}$ ,  
takže vychází

$$e = 1.67 \text{ cm}, \quad e' = 1.07 \text{ cm}, \quad f = -1.33 \text{ cm}.$$

Čočky I a II dlužno si ovšem představit zcela tenké.

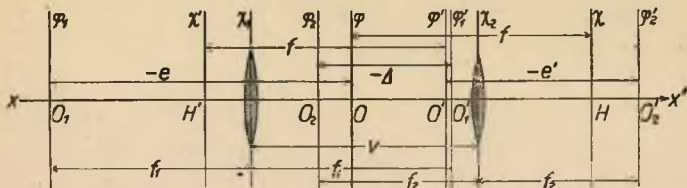
Při fotografickém teleobjektivu (odst. 285) je kombinována spojka s rozptylkou tak, aby optický interval byl kladný; výsledná soustava je kolektivní.

Je-li optický interval nulový ( $\Delta = 0$ ,  $v = f_1 + f_2$ , vnitřní ohniskové roviny splývají), jsou veličiny  $e$ ,  $e'$  a  $f$  nekonečně velké. To znamená, že obě ohniskové roviny  $\varphi$  a  $\varphi'$  jsou v nekonečnu; tato soustava se nazývá teleskopická a vyskytuje se u astronomického dalekohledu. Paprsky rovnoběžné vystupují ze soustavy zase jako paprsky rovnoběžné.

Při záporném optickém intervalu dvě spojky poskytují soustavu kolektivní. Tento případ se vyskytuje u obvyklých okulárů. V obr. 471 je narysována poloha ohniskových rovin  $\varphi$ ,  $\varphi'$  a kladných hlavních rovin  $\chi$ ,  $\chi'$  pro případ

$f_1 = 3 \text{ cm}$ ,  $f_2 = 2.4 \text{ cm}$ ,  $v = 3.4 \text{ cm}$ ,  $\Delta = -2 \text{ cm}$ ;  
pak jest

$$e = -4.5 \text{ cm}, \quad e' = -2.88 \text{ cm}, \quad f = +3.6 \text{ cm}.$$



Obr. 471. Dvě centrované spojky se záporným optickým intervalem.

V praxi při kombinaci čoček se nejčastěji vyskytuje případ, že dvě tenké čočky jsou těsně u sebe

$$v \approx 0, \quad \Delta = -f_1 - f_2.$$

Pak jest

$$D = \frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}, \quad f = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2}.$$

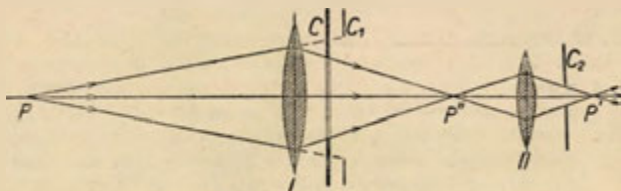
V tomto případě se tedy optické mohutnosti sčítají. Pro vzdálenosti  $b$ ,  $b'$  ohniskových rovin od této kombinace čoček vychází

$$b = f_1 + e = f_1 - \frac{f_1^2}{f_1 + f_2} = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2} = f,$$

$$b' = f_2 + e' = f_2 - \frac{f_2^2}{f_1 + f_2} = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2} = f.$$

To znamená, že obě ohniskové roviny jsou vzdáleny stejně a to o ohniskovou vzdálenost  $f$  od kombinace čoček, takže rovina splývající s oběma tenkými čočkami představuje obě kladné hlavní roviny. Dvě tenké čočky těsně k sobě přiložené chovají se tak, jakoby to byla jediná tenká čočka, jejíž optická mohutnost se rovná algebraickému součtu mohutností obou složek.

V optické soustavě složené z několika čoček bývá svazek paprskový omezen clonkami, k nimž dlužno též počítati obruby jednotlivých čoček. Ta clonka  $C$  (obr. 472), která svazek paprskový vycházející ze zvoleného bodu



Obr. 472. Vstupní a výstupní pupila.

$P$  na ose nejsilněji omezuje, nazývá se hlavní clonka. Sestrojíme k této clonce  $C$  obrazy jednak částí I soustavy před hlavní clonkou (v narysovaném případě je zdánlivý,  $C_1$ ), jednak částí II soustavy za hlavní clonkou (je reálný,  $C_2$ ). Tyto obrazy hlavní clonky se jmenují vstupní pupila  $C_1$  a výstupní pupila  $C_2$ ; je zřejmé, že výstupní pupila  $C_2$  jest obrazem vstupní pupily  $C_1$  vytvořeným celkovou soustavou a naopak. Svazek paprskový vycházející z bodu  $P$  a směřující k vstupní pupile  $C_1$  prochází celý právě výstupní pupilou  $C_2$ . — V hvězdářském dalekohledu hlavní clonkou jest obruba objektivu, což je zároveň vstupní pupila; výstupní pupila je obraz obruby objektivu vytvořený okulem a nazývá se v tomto případě též oční kruh; objímka okuláru bývá tak upravena, aby při pozorování dalekohledem tato výstupní pupila právě splýnula se zornicí oka.

**276. Vady čoček.** Dosavadní teorie čoček je splněna jen pro Gaussův nitkový prostor a pro jednobarevné světlo. Zpravidla užíváme však k zobrazování bílého světla a pak i v nitkovém prostoru jeví se odchylka od teorie, jež se nazývá *vada chromatická* (barevná). Při zobrazování bodů na ose širokým svazkem paprsků, jež tedy vybočuje z nitkového prostoru, vzniká *vada sférická* (kulová). Pro body mimo osu, jichž zobrazování se děje svazkem šikmým k ose, vzniká další vada, zvaná *astig-*

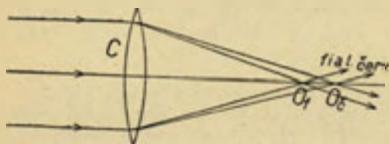


*matismus*. Při zobrazování celých předmětů přímky zobrazují se poněkud zakřiveně (zkreslení obrazu) a roviny jsou v obrazovém prostoru prohnuty (zklenutí obrazu).

1. *Vada chromatická*. Optická mohutnost tenké čočky

$$D = \frac{1}{f} = (n - 1) \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) = (n - 1) \varphi,$$

při čemž  $\varphi$  znamená celkovou vypuklost čočky, závisí obecně na indexu lomu  $n$ , t. j. na barvě



Obr. 473. Chromatická vada čočky.

světla. Poněvadž index lomu je pro červenou barvu nejmenší a pro fialovou barvu největší, jest ohnisková délka pro červené paprsky největší, pro fialové paprsky nejmenší (obr. 473).

Přiložením dvou čoček (spojné a rozptylné) z různých druhů skla těsně k sobě je možno dosáhnouti toho, aby optická mohutnost a tedy i ohnisková délka byla stejná pro dvě barvy. Pro čočky určené k pozorování okem volí se za tyto dvě barvy Fraunhoferovy čáry C (červená) a F (modrá), mezi nimiž je část spektra pro oko nejúčinnější. Čočky k účelům fotografickým achromatisují se tak, aby splývaly ohniskové délky pro čáru D (žlutou, pro oko nejcitlivější) a G' (modrou, nejúčinnější fotograficky).

Označíme-li vypuklosti dvou tenkých čoček  $\varphi$  a  $\varphi'$ , optická mohutnost kombinace těchto čoček těsně k sobě přiložených pro zvolené dvě čáry, na př. C a F, jest

$$\frac{1}{f_C} = (n_C - 1) \varphi + (n'_C - 1) \varphi', \quad \frac{1}{f_F} = (n_F - 1) \varphi + (n'_F - 1) \varphi'.$$

Podmínka achromasie vyžaduje rovnost těchto dvou výrazů, což vede ke vztahu

$$(n_F - n_C) \varphi + (n'_F - n'_C) \varphi' = 0,$$

z čehož plyne

$$\varphi' = - \frac{n_F - n_C}{n'_F - n'_C} \cdot \varphi.$$

Výraz  $(n_F - n_C)$  se nazývá střední disperse (odst. 264) příslušné látky. Z předcházejícího vzorce plyne: achromatická kombinace čoček musí se skládati ze spojky a rozptylky, jejichž vypuklosti jsou v převráceném poměru jejich středních disperzí.

Abychom znázornili, do jaké míry lze odstraniti tímto způsobem chromatickou vadu čoček, jsou v následující tabulce uvedeny ohniskové délky pro jednotlivé Fraunhoferovy čáry A, C, D, F, G' a to v prvním řádku pro

jednoduchou čočku z lehkého skla korunového, v druhém řádku pro čočku achromatickou (spojka z lehkého skla korunového, rozptylka z těžkého skla flintového); obě mají mohutnost 1 dioptrie.

| Fraunhoferovy čáry | A      | C      | D      | F      | G'     |
|--------------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Korunová spojka    | 101.06 | 100.70 | 100.00 | 98.83  | 98.17  |
| Achromatická čočka | 100.10 | 100.00 | 99.94  | 100.00 | 100.21 |

Z tabulky je zřejmé, že v uvedené achromatické čočce je sice chromatická vada z největší části odstraněna; přece však zbývají malé odchylky pro jednotlivé barvy (kromě C a F, pro něž byla achromatická čočka počítána). Tyto odchylky nazývají se *sekundární vada chromatická*. Tato bývala u čoček ze starých druhů skla stále ještě zřetelná. Moderní průmysl optický dosahuje vhodným výběrem nových druhů skel toho, že i tato sekundární vada je zcela nepatrná.

Uvedená theorie platí jen pro velmi tenké čočky těsně k sobě přiložené. Pro čočky konečné tloušťky a pro čočky od sebe vzdálené jsou výpočty mnohem složitější. Achromasií má se pak dosáhnouti netoliko toho, aby ohniskové dálky byly pro zvolené barvy stejné, nýbrž i toho, aby ohniskové roviny splývaly v jedno, což je úloha velmi nesnadná. Vyhovuje-li soustava čoček oběma uvedeným podmínkám, nazývá se *stabilně achromatisovaná*. V praxi podle účelu čoček stačí buď jen achromasie vzhledem k ohniskovým dálkám nebo jen achromasie vzhledem k ohniskovým rovinám. Tak na př. pro okulár dalekohledový stačí, aby byl achromatisován vzhledem k ohniskovým dálkám. Toho dá se velmi přibližně dosáhnouti, jak v dalším ukážeme, dvěma čočkami z téhož druhu skla, jejichž vzdálenost  $v$  se rovná arithmetickému průměru obou ohniskových dalek  $f_1$  a  $f_2$ , tedy

$$v = \frac{1}{2}(f_1 + f_2).$$

Tohoto výsledku je použito při Huygensovu okuláru (odst. 280).

Buďtež vypuklosti obou čoček  $\rho_1$  a  $\rho_2$ , jejich vzdálenost  $v$ , takže pro jejich ohniskové dálky  $f_1$  a  $f_2$  a pro optický interval  $\Delta$  dostáváme

$$\frac{1}{f_1} = (n-1)\rho_1, \quad \frac{1}{f_2} = (n-1)\rho_2, \quad \Delta = v - f_1 - f_2.$$

Optická mohutnost  $D$  kombinace těchto čoček je podle odst. 275

$$D = \frac{1}{f} = -\frac{\Delta}{f_1 f_2} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{v}{f_1 f_2} = (n-1)(\rho_1 + \rho_2) - (n-1)^2 \rho_1 \rho_2 v.$$

Achromasie vyžaduje, aby tento výraz měl při malých změnách indexu lomu  $n$  hodnotu stálou; to znamená, že derivace  $D$  podle  $n$  má býti nulová, tedy

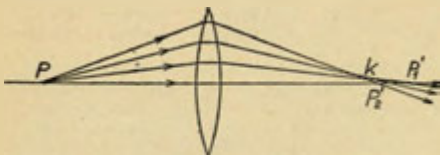
$$\frac{dD}{dn} = \rho_1 + \rho_2 - 2(n-1)\rho_1 \rho_2 v = 0.$$

Tato podmínka je splněna pro vzdálenost  $v$  určenou vztahem

$$v = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2(n-1)\rho_1 \rho_2} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{(n-1)\rho_1} + \frac{1}{(n-1)\rho_2} \right) = \frac{1}{2}(f_1 + f_2),$$

což je právě vztah uvedený v hlavním textu.

2. *Vada sférická* (kulová). Zobrazujeme-li bod  $P$  na ose (obr. 474) širokým svazkem paprsků, vybočujícím z Gaussova nitkového prostoru, po lomu v čočce nesbíhají se paprsky v jediném bodě (krajní paprsky protínají osu v bližším bodě  $P_2'$ , střední paprsky ve vzdálenějším bodě  $P_1'$ ) a obalují jistou plochu  $k$ , t. zv. *kaustickou*. Tato odchylka od bodového zobrazování bodů na ose se nazývá *vada sférická*



Obr. 474. Vada sférická.

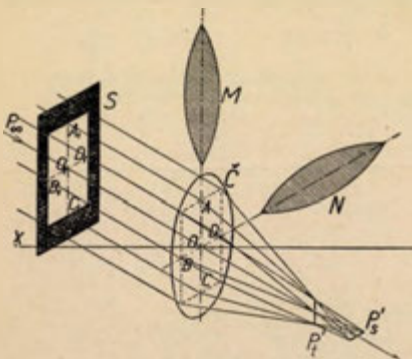
(kulová) a způsobuje, že obrazem bodu na ose je neostrá malá ploška.

Kombinací dvou čoček z různého skla (na př. korunové spojky a flintové rozptylky) dá se za vhodné volby poloměrů křivosti tato vada značně zmenšiti, takže pak nevadí. Theorie je však složitá; vyžaduje trigonometrického řešení dráhy paprsků.

I když však pro určitý bod  $P$  na ose je vada sférická odstraněna, nepatří to pro okolí toho bodu v rovině kolmé k ose. Sousední body (na př.  $Q$ ) nezobrazují se jako body, nýbrž jako malé plošky, což se mnohdy nazývá *koma*. Abbe (a nezávisle na něm i Helmholtz) odvodil důležitou podmínku t. zv. *sinusovou* pro to, aby se i okolí daného bodu na ose zobrazovalo bodově. Budiž  $u$  úhel, který svírá paprsek vycházející z daného bodu  $P$  s osou v prvním prostředí, jehož index je  $N$ , a  $u'$  obdobný úhel v posledním prostředí o indexu  $N'$ . Je-li pak

$$\frac{N \cdot \sin u}{N' \cdot \sin u'} = \text{stále}$$

pro všechny paprsky vycházející z bodu  $P$ , zobrazuje se celá malá plocha kolmá k ose v okolí bodu  $P$  bodově.



Obr. 475. Astigmatismus.

Takovýto bod  $P$  (a ovšem i jeho obraz  $P'$ ) se pak nazývá *aplanatický*. Pro čočku z obou stran obklopenou vzduchem jest ovšem  $N = N'$ , takže sinusová podmínka nabývá tvaru

$$\frac{\sin u}{\sin u'} = \text{konst.}$$

Sinusová podmínka je velmi důležitá zejména pro objektivy mikroskopické, neboť požadujeme, aby celá malá pozorovaná plocha se zobrazovala bodově.

3. *Astigmatismus*. Tato vada vzniká při zobrazování bodů ležících mimo osu, když tedy kužel zobrazovacích paprsků protíná osu čočky značně šikmo.

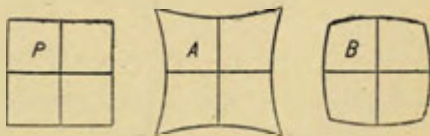
Pro jednoduchost výkladu předpokládejme, že zobrazovaný bod  $P$  je v nekonečnu a uvažujme šikmý svazek paprsků, omezený čtvercovým stínítkem  $S$  a procházející čočkou  $\check{C}$  (obr. 475, rýsovaný perspektivně). Hlavním paprskem  $O, O$  myslíme si proloženy dvě roviny: poledníkovou  $A_1 ACC_1$ , jež obsahuje optickou osu  $XO$ , a rovníkovou  $B_1 BDD_1$ , k předešlé kolmou. Rovina rovníková, protínající čočku šikmo, tvoří s čočkou řez  $N$  vypuklejší, než je řez  $M$  vyfátý rovinou poledníkovou. Proto paprsky  $B_1 B$  a  $D_1 D$  roviny rovníkové po lomu protínají hlavní paprsek blíže (v bodě  $P'_1$ ), paprsky  $A_1 A$  a  $C_1 C$  roviny poledníkové dále od čočky (v bodě  $P'_2$ ). Důsledek toho jest, že se po lomu svazek paprsků nesbíhá v jediném bodě, nýbrž vytvoří v bodech  $P'_1$  a  $P'_2$  dvě krátké úsečky, zvané *fokály*. Fokála v bodě  $P'_1$  leží v poledníkové rovině a nazývá se *tangenciální*; fokála v bodě  $P'_2$  je kolmá k poledníkovému řezu a slove *sagitální*. Vzdálenost obou fokál  $P'_1 P'_2$  se nazývá *astigmatický rozdíl*.

Bod mimo osu se tedy nezobrazuje jako bod (řecky stigma, odtud jméno astigmatismus), nýbrž ve dvou polohách jako krátké úsečky a v polohách mezi předešlými jako malé světelné plošky. Odstranění této vady je velice nesnadné; je třeba užití dvou soustav čoček od sebe oddělených a tak volených, aby jejich astigmatické rozdíly byly stejně veliké, ale opačného znamení. Takováto složená čočka nazývá se pak *anastigmat*.

Astigmatismus působí rušivě jenom tehdy, když se zobrazuje čočkou předmět, jež ze středu čočky vidíme pod velkým zorným úhlem. To se vyskytuje zejména při fotografii, kde je tedy k dokonalému zobrazování třeba anastigmatů. U dalekohledů je zorný úhel malý a proto objektivy dalekohledu nemusí být opravovány vzhledem k astigmatismu.

**4. Zkreslení obrazu.** Dosavadní vady se týkaly toliko zobrazování bodů. I při dokonalém bodovém zobrazování nemusí však předmět rozložený v rovině kolmé k ose míti sobě podobný obraz; pravíme, že v takovém případě jest obraz zkreslen.

Uvažujme čtvercovou mříž  $P$  (obr. 476) v rovině kolmé k ose. Má-li obraz býti podobný předmětu, je třeba, aby bočné zvětšení  $y'/y$  bylo nezávislé na velikosti zobrazované úsečky  $y$ . Jestliže však zvětšení s délkou úsečky  $y$  roste, jsou úhlopříčky silněji zvětšeny než strany a vzniká t. zv. zkreslení *poduškové* (obr. 476  $A$ ). V opačném případě, když zvětšení se s délkou úsečky zmenšuje, vzniká z podobného důvodu zkres-



Obr. 476. Zkreslení  $A$  poduškové,  $B$  soudkové.

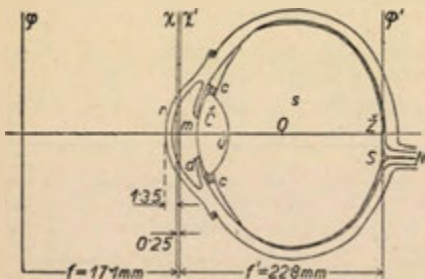


lení soudkové (obr. 476 B). Tato vada velmi rušivě působí zejména při fotografii architektur, výkresů a pod. Odstraňuje se tím, že se objektiv zhotoví ze dvou oddělených souměrných soustav, jež mají clonu prostřed. Souměrností objektivu se dosáhne toho, že každá z obou soustav by způsobila zkreslení právě opačného smyslu, takže se ve výsledku zkreslení ruší.

5. *Zklenutí obrazu.* Body ležící v rovině kolmé k ose nezobrazují se obecně zase v rovině kolmé k ose, nýbrž na ploše buď vypuklé nebo duté, jejíž střední část je kolmá k ose. Tato vada se nazývá *zklenutí obrazu* a úzce souvisí s astigmatismem. Rušivě působí zejména při fotografování, neboť pak z rovinného předmětu nedostane se v žádné poloze na desce obraz v celém rozsahu ostrý. Moderní anastigmaty jsou tak upraveny, že vedle astigmatismu jest odstraněno i zklenutí obrazu.

### III. Optické přístroje.

277. *Oko jakožto optická soustava.* Pro porozumění optickým přístrojům je třeba především poznati optické vlastnosti oka lidského. Oko (obr. 477) je vlastně centrovaná soustava optická, v níž světlo po řadě prochází čtyřmi různými prostředními, jež jsou: rohovka  $r$ , oční mok  $m$ , čočka  $C$  a sklivce  $s$ . Čočka oční (dozadu vypuklejší než dopředu) není stejnorodá, nýbrž její lomivost od povrchu ke středu se zvětšuje. Její tvar se může napětím ciliárních svalů  $c$  měniti, takže oko se může přizpůsobiti různým vzdálenostem pozorovaného předmětu (*akomodace oka*). Vodorovný řez



Obr. 477. Vodorovný řez pravým okem.

normálním okem, hledícím do nekonečna (t. j. bez akomodace) je naznačen schematicky na obr. 477 (zvětšen o třetinu). Oko jakožto optická soustava jest určeno polohou hlavních rovin  $\chi$  a  $\chi'$  a hodnotou obou ohniskových dálek, jež jsou různé, neboť přední prostředí je vzduch, zadní sklivce. Přední hlavní rovina  $\chi$  jest vzdálena od vrcholu rohovky  $1.35 \text{ mm}$ , zadní  $1.60 \text{ mm}$ . Předmětová dálka ohnisková je  $f = 17.1 \text{ mm}$ , což odpovídá optické mohutnosti  $58.5 \text{ dioptrií}$ ; obrazová ohnisková dálka je  $f' = 22.8 \text{ mm}$ .



Zadní ohnisková rovina  $\varphi'$  splývá u normálního oka se sítnicí, takže bez akomodace vzniká na sítnici převrácený obrázek předmětů v nekonečnu (prakticky vzdálených přes 5 m). Obrazy předmětů bližších než 5 m vznikly by však až za sítnicí, takže bychom je neviděli zřetelně. Tomu se napomáhá *akomodací* oka. Čočka oční se stane vypuklejší (zejména na přední straně), takže optická mohutnost oka stoupne (až na 70·4 dioptrie, t. j. ohniskové dálky jsou pak  $f = 14\cdot2$  mm,  $f' = 18\cdot9$  mm) a to tak, aby obrázek pozorovaného předmětu vznikl zase právě na sítnici.

Akomodační schopnost oka s postupujícím věkem se zmenšuje. Nejblíže bod, na který oko ještě se může přizpůsobiti, nazývá se *blzký bod*; jeho vzdálenost od oka za různého věku je dána touto tabulkou:

|                         |      |       |       |       |     |         |
|-------------------------|------|-------|-------|-------|-----|---------|
| stáří                   | 10,  | 20,   | 30,   | 40,   | 50, | 60 let  |
| vzdálenost blzkého bodu | 7·1, | 10·0, | 14·3, | 22·2, | 40, | 200 cm. |

V praktické optice zavádíme vzdálenost 25 cm od oka (t. zv. *konvenční* dálku zrakovou) jakožto nejpřiměřenější, v níž můžeme pozorovati drobné předměty (na př. písmo). Oko jinak normální, které však nemůže již na tuto vzdálenost akomodovati, nazývá se *stařecké* (*presbyopické*). Z tabulky je zřejmé, že presbyopie vzniká asi kolem 45. roku. Pro čtení pomáhá se takovému oku brýlemi se spojnými čočkami tak volenými, aby blzký bod se jimi posunul na konvenční dálku zrakovou (25 cm); k pozorování vzdálenějších předmětů však takové oko brýlí nepotřebuje. Výhodné jsou brýle, mající jen spodní polovici spojných čoček; vzdálené předměty se pozorují hledáním nad brýlemi, kdežto při čtení se oko sklání a hledáním skrze brýle vidí zřetelně tisk.

Oko, v němž obrazová rovina ohnisková  $\varphi'$  spadá v jedno se sítnicí, nazývá se *emmetropické*. Mnohdy však ohnisková rovina  $\varphi'$  je buď před sítnicí nebo za sítnicí; příčinou toho bývá zpravidla odlišná délka osy oční, někdy též nepravidelná optická mohutnost oční soustavy.

Je-li zadní ohnisková rovina  $\varphi'$  v oku bez akomodace před sítnicí, je oko *krátkozraké* (myopické). Bod na ose před okem, který se bez akomodace právě zobrazí na sítnici, nazývá se *bod vzdálený* a je v konečné vzdálenosti od oka; bod, jež takové oko vidí zřetelně při největší akomodaci, slove *bod blzký*. Takové oko vidí zřetelně pouze předměty v rozmezí mezi bodem blízkým a vzdáleným. Oku krátkozrakému se pomáhá čočkou rozptylnou tak volenou, aby bod vzdálený přišel do nekonečna (ohnisková dálka rozptylky se číselně rovná vzdálenosti bodu vzdáleného).

Padá-li ohnisková rovina  $\varphi'$  až za sítnicí, jest oko *dalekozraké* (hyperopické). Bod vzdálený je virtuální (leží vzaďu za okem);

bod blízký bývá někdy před okem (reálný), jindy též vzadu za okem (virtuální). Oko dalekozrakému se pomáhá spojnou čočkou tak volenou, aby původní virtuální bod vzdálený přešel do neko-nečna, takže pak předměty dosti vzdálené se zobrazují čočkou a okem právě na sítnici.

Oko má všechny vady jako každá soustava optická, jež však zpravidla unikají pozornosti.

**278. Vidění.** V místě, kde osa oční protíná sítnici, je t. zv. *žlutá skvrna* *Z* průměru asi 0·8 mm, jež je nejcitlivější na světlo. Stranou od žluté skvrny (směrem k středu hlavy) vstupuje nerv zrakový *N* do oka a na tom místě je t. zv. *slepá skvrna* *S*, průměru asi 2 mm, jež je na světlo necitlivá; o tom se přesvědčíme známým pokusem Mariotteovým.

Vlastními orgány citlivými na světlo jsou čípky a tyčinky uložené v sítnici. V žluté skvrně jsou pouze čípky, od žluté skvrny k okraji sítnice čípků ubývá a tyčinek přibývá. Čípky vnímáme netoliko různou světlost, nýbrž i barvy, kdežto tyčinkami vnímáme pouze rozdíly světlosti. Za dosti silného světla převládá vnímání čípků, takže vidíme barevně; při velmi slabém světle převládá vnímání tyčinkami, takže vidíme jen různé odstíny šedě (t. zv. soumravné vidění).

Různost barev je podmíněna růzností vlnové délky příslušného světla. Oko je pro jednotlivé barvy velmi různě citlivé, nejcitlivější pro žlutozelené světlo vlnové délky  $5500 \text{ \AA} = 0\cdot55 \mu$ . V následující tabulce jsou uvedeny mezni vlnové délky v tisícinách mm ( $\mu = 0\cdot001 \text{ mm}$ ) pro jednotlivé barvy (podle Listinga) a citlivost oka pro tyto barvy, vyjádřená v procentech největší citlivosti.

| Barva        | červ. | oranž. | žlutá | zelená | modrá | indigo | fial. |
|--------------|-------|--------|-------|--------|-------|--------|-------|
| Vlnová délka | 0·72  | 0·65   | 0·59  | 0·57   | 0·49  | 0·45   | 0·42  |
| Citlivost    | 0·1   | 11     | 80    | 97     | 19    | 4      | 2·4   |

Údaje pro citlivost jsou ovšem jen průměrné hodnoty a platí jen při dosti značném osvětlení. Při slabém osvětlení citlivost na červené straně spektra je větší a na modré straně spektra menší než podle tabulky (t. zv. zjev Purkyňův).

Oko si samo řídí světelný proud vstupující do oka stahováním nebo rozšiřováním duhovky *d* (iris), takže zornice (pupila) má různý průměr, za denního světla 2 mm, za tmy 6 mm. Průměr zornice se mimo to též poněkud mění podle akomodace oka (při akomodování na blízko je menší).

Vněm zrakový nevzniká současně s vnějším popudem a také s ním současně nezaniká; toho jest využito v kinematografii, kde sled oddělených obrazů v oku splývá ve vněm spojitě se měnícího obrazu. Čím silnější je vnější popud, tím kratší doba stačí k vzbuzení zrakového vněmu; velmi krátce trvajícím blesk vidíme (zdá se nám, že trvá asi  $\frac{1}{3}$  vteřiny), ale letící projektil nevidíme.

Bod zobrazuje se na sítnici jako malý rozptylový kroužek, v němž ubývá světlosti od středu ke kraji. Dva body od sebe rozeznáme jen tehdy, když na sítnici mezi jejich rozptylovými kroužky jest aspoň jeden čípek; to vyžaduje, aby úhlová vzdálenost obou bodů činila obloukovou minutu ( $1'$ ). Při velmi silném zdroji světelném dráždí se rozptylovými kroužky i sousední čípky, takže předmět se zdá větší (*iradiace*; osvětlená část Měsíce má zdánlivě větší průměr než část neosvětlená).

Obrázek na sítnici je převrácený, avšak přece vidíme předměty v přímé poloze, poněvadž od nejranějšího mládí jsme uvikli promítati zrakové vněmy ven z oka. Pokud hledíme nepohnutým okem, je středem perspektivy střed zornice a z tohoto bodu posuzujeme úhlovou velikost pozorovaného předmětu (t. zv. *zorný úhel*). Při pozorování rozměrnějšího předmětu otáčíme však okem (t. j. zíráme) tak, aby po sobě dopadaly na žlutou skvrnu jednotlivé části pozorovaného předmětu; při zírání je středem perspektivy bod *O* (obr. 477), vzdálený od vrcholu rohovky o 13 mm, kolem něhož se oční bulva otáčí.

Při hledění jediným okem můžeme podle námahy akomodační jen přibližně posouditi, co je blíže a co je dále, a to jen asi do vzdálenosti 5 m, nad níž změny akomodační jsou neznatelně malé. Mnohem lépe posuzujeme rozměry prostorové do dálky při hledění oběma očima. Zornice obou očí jsou vzdáleny průměrně 65 mm. Hledíce na určitý předmět, stáčíme osy oční tak, aby se v daném předmětu protínaly, takže svírají určitý úhel, zvaný *konvergenční*; pak vznikají obrázky v obou očích na sdružených místech, jež se na sítnicích zkušeností od mládí vytvořila, takže splývají v jediný vněm zrakový. Ale oba obrázky se maličko od sebe liší vzhledem k různé poloze obou očí; tuto různost vnímáme jakožto prostorové vidění, t. j. rozeznáváme, co je vpředu a co vzadu. Prostorové vidění přestává při konvergenčním úhlu menším než půl obloukové minuty, čemuž odpovídá vzdálenost od oka asi 450 m. Proto předměty vzdálenější než 450 m vidíme jakoby v téže rovině (pohled na vzdálené horstvo). — Moderní triedry (odst. 282) jsou tak zařízení, že lze vzdálenost obou objektivů měniti; jich vzdalováním dosahujeme toho, že vidíme prostorově do větších dalek než 450 m.

Prostorové vidění můžeme napodobiti *stereoskopem*. Jsou to dvě spojně čočky, jichž osy jsou vzdáleny o 65 mm; jimi hledíme na dva obrázky, získané současně fotograficky dvěma objektivy, jichž vzdálenost byla též 65 mm. Ohniskové dálky čoček stereoskopu mají se rovnati ohniskovým dálkám čoček stereo-fotografického přístroje, má-li býti dojem zcela věrný.

Pro účely mapovací hotoví se dva obrázky téže krajiny ze dvou stano-visek od sebe dosti odlehklých. Oba obrázky pozorují se pak ve *stereokomparátoru*

(přístroji založeném na myšlence stereoskopu), jímž se dá dosti přibližně určit vzdálenost jednotlivých předmětů od pozorovací základny.

**279. Lupa.** Drobný předmět délky  $y$ , je-li v konvenční dálce zrakové ( $l = 25$  cm), vidíme pod malým zorným úhlem  $u$ , pro nějž platí

$$u \doteq \operatorname{tg} u = \frac{y}{l},$$

a nemůžeme na něm rozeznati podrobnosti. Abychom zvětšili zorný úhel, k tomu užíváme buď *lupy* (pro mírná zvětšení) nebo *mikroskopu*.

*Lupa* (obr. 478) je spojná čočka malé délky ohniskové  $f$ . Pozorovaný předmět  $y$  klademe do přední ohniskové roviny, takže se zobrazí v nekonečnu a může býti pozorován okem bez akomodace (t. j. zařízeným na nekonečno). Vidíme jej pak pod zorným úhlem  $u'$ , pro nějž z obrazce dostáváme

$$u' \doteq \operatorname{tg} u' = \frac{y}{f}.$$

Zvětšení  $Z$  lupou dosažené je tedy

$$Z = \frac{u'}{u} = \frac{y}{f} : \frac{y}{l} = \frac{l}{f}.$$

Vyjádříme-li všechny délky v metrech, převratná hodnota ohniskové délky znamená pak optickou mohutnost lupy  $D$  v dioptriích a máme

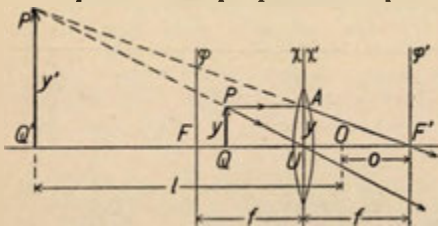
$$l = \frac{1}{4} \text{ m}, \quad \frac{1}{f} = D, \quad \text{takže} \quad Z = \frac{1}{4} D.$$

Zpravidla však při pozorování lupou oko akomoduje na konvenční dálku  $l$ ; předmět je pak blíže k čočce, takže vzniká virtuální přímý obraz  $y'$  na téže straně čočky ve vzdálenosti  $l$  od zornice oka v  $O$  (obr. 479). Pro zvětšení dostáváme podle obrazce

$$Z = \frac{y'}{y} = \frac{l+o}{f} = \frac{l}{f} + \frac{o}{f},$$

kdež  $o$  znamená vzdálenost zornice  $O$  oka od zadní ohniskové roviny  $\varphi'$ . Zvětšení je tudíž větší než

Obr. 478. Lupa (při akomodaci na nekonečno).



v předešlém (theoretickém) případě. Kdyby zornice oka mohla splynout s opti-



kým středem čočky ( $o=f$ ), bylo by zvětšení největší a to

$$Z = \frac{1}{f} + 1 = \frac{1}{4} D + 1.$$

Pro mírná zvětšení (asi do trojnásobného) stačí vzít za lupu jednoduchou čočku spojnou (buď bikonvexní nebo plankonvexní, obrácenou rovnou stěnou k oku); optické vady takovéto čočky celkem neruší. Pro větší zvětšení je třeba užítí za lupu složené čočky, u níž jsou opraveny vada chromatická i sférická (t. zv. *aplanatická* lupa) a po př. i astigmatismus (t. zv. *anastigmatická* lupa). Takto opravenou lupou lze dosáhnouti zvětšení až 30násobného.

**280. Okuláry.** Dalekohledy a mikroskopy se skládají ze dvou oddělených soustav, jež jsou:

1. *objektiv*, jímž se vytvoří reálný obrázek pozorovaného předmětu,

2. *okulár*, jímž tento obrázek pozorujeme jako lupou.

Za okulár bylo by sice možno užítí jednoduché čočky, ale tím bychom dostali jen malé a slabé zorné pole. Proto se vždy za okulár užívá dvou oddělených čoček. První z nich (t. zv. *kolektiv*), obrácená k objektivu, má za účel paprsky rozbiňající se z objektivu odkloniti směrem k ose; druhá (*oční čočka*), přivrácená k oku, vytvoří pak virtuální obrázek v nekonečnu, jež pozorujeme okem bez akomodace. Pro odstranění vady chromatické stačí, aby paprsky různých barev byly rovnoběžné a svíraly s osou též úhel zorný, jenž závisí na velikosti ohniskové dálky (a ne na poloze ohniskových rovin). Stačí tudíž, aby soustava byla achromatická vzhledem k ohniskovým dálkám (odst. 276). To vede při použití dvou čoček z téhož druhu skla k podmínce, aby vzdálenost  $v$  obou čoček se rovnala arithmetickému průměru obou ohniskových dálek  $f_1$  a  $f_2$ , tedy

$$v = \frac{f_1 + f_2}{2}.$$

Je zajímavé, že základní dva typy okulárů, Huygensův a Ramsdenův, byly sestaveny bez znalosti theorie optických strojů jen zkusem. Moderní theorie ukazuje, že při jejich jednoduchosti jest jejich úprava nejvhodnější, při níž jsou vady optické sníženy na nejmenší míru.

Huygensův okulár (obr. 480) skládá se ze dvou ploskovypuklých čoček, jejichž vypuklé plochy jsou obráceny k objektivu, rovné plochy k oku. Kolektiv  $K$  má větší ohniskovou dálku  $f_1$  než oční čočka  $f_2$ ; pro silná zvětšení bývá  $f_1 = 3f_2$ , pro mírná zvětšení bývá  $f_1 = 2f_2$ , po př. až  $f_1 = \frac{3}{2}f_2$ . Je-li obecně  $f_1 = mf_2$ , musí býti vzhledem k achromasii

$$v = \frac{f_1 + f_2}{2} = \frac{m+1}{2} f_2$$

a pak jest optický interval soustavy



$$\Delta = v - (f_1 + f_2) = v - 2v = -v = -\frac{m+1}{2}f_2.$$

Poloha ohniskových rovin okuláru je pak podle vzorců dříve odvozených (odst. 275)

$$\varphi_1 \varphi = e = \frac{f_1^2}{\Delta} = -\frac{2mf_1}{m+1}, \quad \varphi_2' \varphi' = e' = \frac{f_2^2}{\Delta} = -\frac{2f_2}{m+1}$$

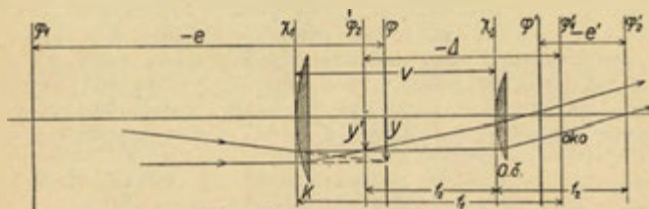
a ohnisková dálka

$$f = -\frac{f_1 f_2}{\Delta} = \frac{2f_1}{m+1}.$$

Schematický obrázek 480 je rýsován pro případ  $m=2$ , takže je

$$f_2 : v : f_1 = 2 : 3 : 4.$$

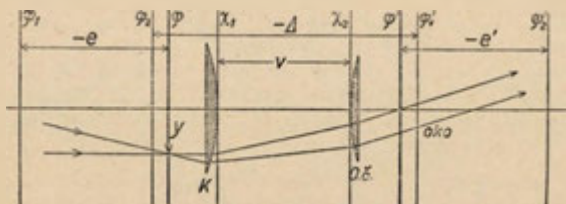
což právě uvádí Huygens. V dolejší části jest rýsován postup paprsků, jež by vytvořily ve výsledné ohniskové rovině  $\varphi$  reálný obrázek  $y$ . Kolektivem se lámou tyto paprsky tak, že vznikne reálný obraz  $y'$  v ohniskové rovině  $\varphi_2$  oční čočky, takže z ní pak vycházejí paprsky rovnoběžné.



Obr. 480. Huygensův okulár.

Předmětová rovina ohnisková  $\varphi$  jest u tohoto okuláru mezi oběma čočkami, takže předmětový obrázek  $y$  je jen virtuální. Proto nelze tohoto okuláru užívat jako lupy a nelze při něm použití vláknového kříže nebo mikrometrické stupnice. Z toho důvodu se mnohdy nazývá tento okulár negativní.

Ramsdenův okulár (obr. 481) skládá se rovněž ze dvou ploskovypuklých čoček, jež jsou však k sobě obráceny vypuklými

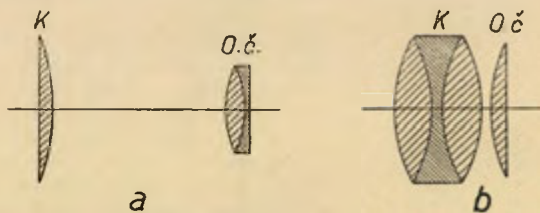


Obr. 481. Ramsdenův okulár.

plochami (ven rovnými plochami) a mají stejné ohniskové dálky,  $f_1 = f_2$ . Podmínka achromasie by vyžadovala, aby vzdálenost  $v$  obou čoček se rovnala jejich ohniskové dálce; pak by však obě výsledné ohniskové roviny padly právě do obou čoček, což je nevýhodné. Proto se kladou obě čočky trochu blíže k sobě, na př.  $v = \frac{2}{3}f_1$ ; pak zbývá sice malá chromatická vada, jež však celkem nevadí. Výhodou tohoto sblížení obou čoček jest, že výsledné ohniskové roviny  $\varphi$  a  $\varphi'$  padají vně obou čoček. Předmětový obrázek  $y$ , vytvořený objektivem, je pak reálný a leží v ohniskové rovině  $\varphi$  před kolektivem. Tam můžeme umístiti vláknový kříž nebo mikrometrickou škálu, jež pak vidíme zřetelně současně s pozorovaným předmětem. Okuláru toho je možno tudíž používat jako lupy a proto se též nazývá pozitivní.

Při stejném zvětšení má okulár Huygensův větší zorné pole a menší vady; proto se ho výhradně používá pro pouhé pozorování. Jen u měřicích přístrojů, vyžadujících vláknového kříže nebo mikrometrické stupnice, je třeba užití okuláru Ramsdenova.

V novější době byly sestrojeny jiné složitější okuláry, jejichž vady optické jsou lépe opraveny. Z nich sluší uvést:



Obr. 482. Orthoskopické okuláry:

a) Kellnerův.

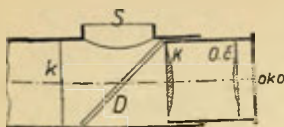
b) Abbeův.

1. *orthoskopický* okulár Kellnerův (obr. 482 a), zařízený podle Ramsdenova okuláru, avšak oční čočka je složena ze dvou, aby se odstranila zbývající vada chromatická;

2. *orthoskopický* okulár Abbeův (obr. 482 b), určený pro velká zvětšení; kolektiv je trojitá čočka, k níž skoro těsně přiléhá jednoduchá ploskovypuklá čočka oční.

U mikroskopu pro největší zvětšení se užívá t. zv. *kompensačních* okulárů, jež jsou tak sestrojeny, aby opravily zbývající vady silných objektivů (apochromatů).

Gaussův okulár (obr. 483), užívaný u spektrometrů, je v podstatě okulár Ramsdenův, u něhož mezi kolektiv  $K$  a vláknový kříž  $k$  je vložena skleněná deska  $D$ , skloněná k ose v úhlu  $45^\circ$ . Deska  $D$  je k tomu, abychom



Obr. 483. Gaussův okulár.

Zvětšení starších okulárů bývá až 28násobné.

pomocným zdrojem  $S$  po odraze na ní mohli zpredu osvětlovati nitkový kříž.

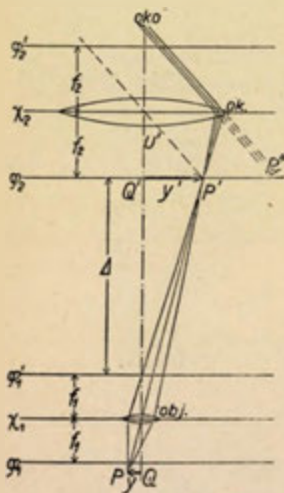
Pro zvětšení  $Z$ , dosažené okulárem, platí též vzorec jako pro lupu, totiž

$$Z = \frac{l}{f},$$

kdež  $l = 25$  cm je konvenční dálka zraková a  $f$  výslední ohnisková dálka okuláru.

bývá až 15násobné, u orthoskopických okulárů až 28násobné.

**281. Mikroskop.** Pro velká zvětšení užívá se *mikroskopu* neboli drobnohledu. Mikroskop se skládá ze dvou spojných čoček malé dálky ohniskové (složených, na schematickém obr. 484 jsou rýsovány však jako jednoduché). Čočka přivrácená k předmětu slove objektiv, čočka u oka je okulár. Obě čočky jsou umístěny na



Obr. 484. Schema mikroskopu.

obou koncích tubu tak, že optický interval této soustavy  $\Delta$  (vzdálenost mezi zadní ohn. rovinou  $\varphi_1'$  objektivu a přední ohn. rovinou  $\varphi_2$  okuláru) je kladný; zpravidla bývá  $\Delta = 160$  mm, délka tubu je pak asi 180 mm. Tubus s oběma čočkami jest upevněn svisle na stativu a může se pohybovati nahoru a dolů (dvěma šrouby, jedním pro hrubší pohyb, druhým pro jemný pohyb).

Předmět  $y$  (preparát položený na podložním skle a pokrytý tenkým krycím sklem) klademe na stolek pevně spojený se stativem a zdola jej silně osvětlíme (pomocí otáčivého zrcadla a kondensoru). Vzdálenost předmětu od objektivu musí býti větší než ohn. dálka  $f_1$  objektivu, tak aby se objektivem vytvořil na druhé straně převrácený obraz zvětšený  $y'$  právě v ohniskové rovině  $\varphi_2$  okuláru. Pro zvětšení způsobené objektivem plyne z obr. 484

$$Z_1 = \frac{y'}{y} = \frac{\Delta}{f_1},$$

má hodnotu mezi 4 a 120 a bývá mnohdy napsáno na objektivu.

Reálný obrázek  $y'$  pozorujeme okulárem jakožto lupou; příslušné zvětšení je  $Z_2 = l/f_2$  (bývá rovněž napsáno na okuláru), takže celkové zvětšení mikroskopem dosažené jest

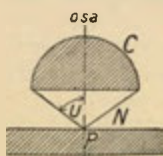
$$Z = Z_1 \cdot Z_2 = \frac{A}{f_1} \cdot \frac{l}{f_2}.$$

Velká zvětšení tedy vyžadují, aby jak objektiv tak i okulár měly malou dálku ohniskovou.

Zvětšení samo o sobě nerozhoduje o jakosti obrazu, jaký vidíme v mikroskopu; mnohem větší význam má t. zv. *rozlišovací schopnost* mikroskopu, kterou posuzujeme podle nejmenší vzdálenosti dvou bodů, jež při pozorování mikroskopem ještě od sebe rozeznáme. Vzhledem k ohybu světla bod se nezobrazuje jako bod, nýbrž jako malý světlý kotouček, obklopený několika kruhy střídavě tmavými a světlými. Obrazy dvou blízkých bodů jeví se oku jako oddělené jen tehdy, je-li mezi nimi společné tmavé místo. Theorii ohybu v mikroskopu se zabýval obšírně Abbe (1873) a zjistil, že rozlišovací schopnost jest úměrná t. zv. *číselné apertuře*  $A$ , určené vztahem

$$A = N \cdot \sin u,$$

v němž  $N$  znamená index prostředí, v němž je pozorovaný předmět  $P$  (obr. 485), a  $u$  jest úhel mezi osou a krajním paprskem, vstupujícím z pozorovaného bodu  $P$  do přední čočky  $C$  objektivu. Je-li vlnová délka použitého světla  $\lambda$  (ve vzduchu), pak nejmenší vzdálenost  $d$  dvou bodů od sebe rozeznatelných jest při přímém osvětlení

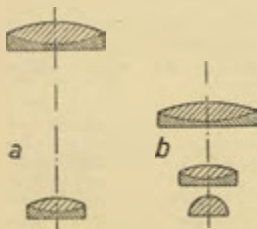


$$d = \frac{\lambda}{A} = \frac{\lambda}{N \cdot \sin u};$$

při velmi šikmém osvětlení je  $d$  až jen poloviční a tedy rozlišovací schopnost dvojnásobná.

Obr. 485.  
Číselná apertura.

*Objektiv* mikroskopu je složená soustava čoček, u níž musí býti odstraněna vada chromatická i sférická a zejména musí býti též splněna podmínka sinusová (odst. 276), aby zobrazování bylo bodové a nevznikalo koma.



Obr. 486. Achromáty.

Starší objektivy, zvané *achromáty* (obr. 486), mají opravenou chromatickou vadu pro dvě barvy (červenou a modrou) a sférickou vadu pro jednu barvu (žlutozelenou). Pro mírná zvětšení a menší číselné apertury (až 0.4) skládají se ze dvou achromatických čoček (obr. 486 a); pro větší apertury bývá vpředu ještě polokulovitá čelní čočka (obr. 486 b).



Dokonalejší objektivy, zvané *apochromáty* (obr. 487), zho-

Obr. 487.  
Apochromát.



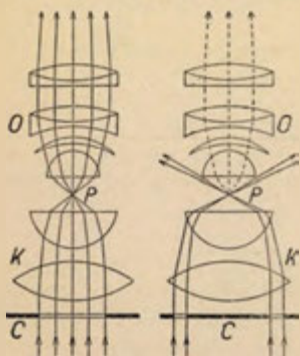
tovují se podle výpočtů Abbeových; při nich jest odstraněno sekundární spektrum (obraz splývá pro tři barvy) a vada sférická je opravena pro dvě barvy. V nich některé čočky bývají z křivco. jenž při indexu lomu  $N=1.43$  má velmi malou dispersi; jeho převratná relativní disperse (odst. 264) je 97. K takovému apochromátům je třeba užívati vhodných kompenzačních okulárů.

Pokud je pozorovaný předmět ve vzduchu, může číselná apertura  $A = N \cdot \sin u$  dosáhnouti nejvýše hodnoty blízké jedničky (až 0.9); tím je stanovena krajní mez pro rozlišovací schopnost mikroskopu. Avšak číselnou aperturu  $A$  můžeme zvětšiti *imersí*, t. j. tím, že mezi předmět (po př. krycí skličko) a čelní polokulovou čočku objektivu vpravíme kapku určité kapaliny. Při imersi vodní ( $N=1.33$ ) dá se dosáhnouti apertury až 1.25. Při použití cedrového oleje, jehož index  $N=1.51$  je téměř stejný jako pro krycí sklo (t. zv. homogenní imerse), může býti číselná apertura až 1.4.

Imersi vodní zavedl Amici (1850), homogenní imersi Abbe (1879).

Aby byl obraz v mikroskopu dostatečně světlý, musí býti pozorovaný předmět silně osvětlen. Jen pro mírná zvětšení stačí osvětlení odrazem světla na zrcátku (buď rovném nebo dutém). Pro větší zvětšení vkládá se mezi předmět a zrcátko zvláštní optická soustava zvaná *kondensor*  $K$  (obr. 488 a), již se soustředí široký svazek paprsků na pozorovaný předmět  $P$ , aby se mohlo užívati objektivů  $O$  s velkou číselnou aperturou. Kondensor se skládá zpravidla ze dvou nebo tří čoček, z nichž horní je polokulová; kondensor musí mti ovšem aspoň stejnou aperturu jako použitý objektiv. Je výhodné, když i kondensor má opravenou vadu sférickou a chromatickou. Pod kondensorem je irisová clonka s proměnlivým otvorem, již lze řídit osvětlení.

Zpravidla pozorujeme v přímém světle procházejícím preparátem, takže vidíme jeho strukturu tmavě ve světlém poli (obr. 488 a). Jak bylo již uvedeno, při použití velmi šikmých paprsků



Obr. 488. Pozorování v poli  
a) světlém. b) tmavém.

zvětší se rozlišovací schopnost až dvojnásobně. Toho jest využito při t. zv. pozorování v tmavém poli (zástinu). Před kondensorem  $K$  (obr. 488 b) je clonka  $C$  zastínující střední část paprsků a propouštějící jen krajní paprsky, jež vycházejí z kondensoru tak šikmo, že míjejí čelní čočku objektivu  $O$ . Do objektivu vniká pak jediné světlo ohybem odchýlené na částicích preparátu, jež pak vidíme světle ve tmavém poli. Výhodné jsou pro pozorování v tmavém poli zvláštní kondensory jen k tomuto účelu konstruované (parabolický a kardioidický kondensor) nebo t. zv. *ultramikroskop*. V něm se silně osvětlí prostředí pod čelní čočkou světlem postupujícím kolmo k ose mikroskopu. Pokud je prostředí stejnorodé, zůstává pole v mikroskopu tmavé; i zcela malé částice, jež bychom obyčejným mikroskopem neviděli

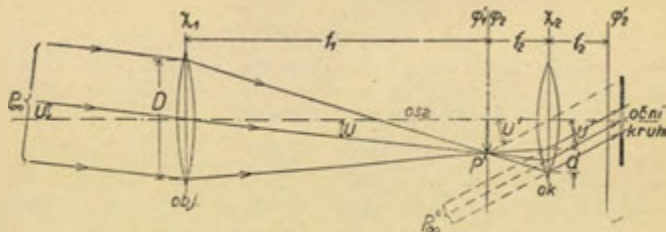


(na př. částice zlata v rubínovém skle), prozradí se ohybovým zjevem jako světlé body.

Mikroskop, určený k pozorování neprůhledných předmětů (na př. struktury kovů), musí mít zvláštní zařízení pro osvětlení preparátu shora. Pro malá zvětšení stačí osvětliti preparát se strany silným zdrojem světelným. Pro velická zvětšení užívá se t. zv. vertikálních iluminátorů; nad objektivem je skleněná deska, skloněná v úhlu  $45^\circ$  k ose mikroskopu. Světlo dopadající postranním otvorem v tubu proti desce umístěném odráží se dolů a skrze objektiv osvětluje pozorovaný preparát.

Jestliže okulár oddálíme od objektivu tak, aby reálný obrázek vytvořený objektivem byl před přední ohniskovou rovinou okuláru, vytvoří se okulárem reálný převrácený obrázek vně okuláru, jež můžeme zachytiti na fotografickou desku. To je v podstatě zařízení *mikrofotografického přístroje*; je to vlastně fotografická kamera, jež místo objektivu má mikroskop (zpravidla s osou vodorovnou). Mikrofotografie má proti pozorování okem tu výhodu, že můžeme užití ultrafialového světla, jež má krátkou vlnovou délku. Vzhledem k dřívějšímu vzorci  $d = \lambda/A$  to znamená, že vzdálenost  $d$  dvou rozlišitelných bodů je pak menší a tedy rozlišovací schopnost větší než při pozorování okem.

**282. Dalekohledy.** Základním typem dalekohledu je dalekohled *hvězdářský* (astronomický) neboli Keplerův (obr. 489). Skládá se z objektivu a okuláru, jež jsou složené čočky spojné; obě jsou umístěny tak, že zadní ohnisková rovina objektivu  $\varphi_1'$  splývá s přední ohniskovou rovinou okuláru  $\varphi_2$ . Optický interval  $A$  této soustavy je nulový, což znamená, že ohniskové roviny jsou v nekonečnu a soustava je tedy teleskopická.



Obr. 489. Dalekohled astronomický.

Z velmi vzdáleného bodu  $P_\infty$  (zobrazovací paprsky jsou rovnoběžné) vytvoří objektiv reálný obraz  $P'$  ve společné rovině ohniskové  $\varphi_1'$ ,  $\varphi_2$ , takže okulár zobrazuje onen bod zase v nekonečnu  $P_\infty''$  a oko jej vidí bez akomodace zřetelně. Předmět v nekonečnu  $y$ , který bychom viděli bez dalekohledu v zorném úhlu  $u$ ,

zobrazuje se zase v nekonečnu, ale vidíme jej pak v zorném úhlu  $u'$ . Pro zvětšení dostáváme z obrazce 489

$$Z = \frac{u'}{u} = \frac{\operatorname{tg} u'}{\operatorname{tg} u} = \frac{\frac{y'}{f_2}}{\frac{y}{f_1}} = \frac{f_1}{f_2}$$

a rovná se tedy poměru ohniskových dálek objektivu a okuláru. Pro velká zvětšení je tedy třeba, aby objektiv měl velkou dálku ohniskovou a okulár malou dálku ohniskovou.

Objektiv je vždy složená čočka (v nejjednodušším případě korunová spojka a flintová rozptylka), jež má opravenou vadu chromatickou a sférickou; astigmatismus není třeba opravovati, poněvadž zobrazovací paprsky svírají s osou jen malé úhly. Pro pouhé pozorování užívá se okuláru Huygensova; jen při měřicích dalekohledech, jež mají buď vláknový kříž nebo mikrometrickou stupnici, je nutno užívati okuláru Ramsdenova.

Obruba okuláru tvoří hlavní clonku soustavy a tedy též vstupní pupilu; všechno světlo vnikající do dalekohledu prochází touto clonkou. Její obraz vytvořený okulárem je malý kruh za zadní ohniskovou rovinou okuláru; nazývá se oční kruh a tvoří výstupní pupilu dalekohledu. Dalekohled se nejlépe využítuje, když oční kruh právě splývá se zornicí oka, neboť pak všechno světlo vnikající do dalekohledu dopadá též na sítnici oka. Budiž průměr objektivu (vstupní clonky)  $D$  a průměr očního kruhu  $d$ . Z obrazce 489 plyne

$$\frac{D}{d} = \frac{f_1}{f_2} = Z,$$

kdež  $Z$  je zvětšení dalekohledu. Bod v nekonečnu (na př. stálice) zobrazí se zase jako bod, ale do oka vniká tolikrát více světla, kolikrát je plocha vstupní clonky větší než plocha očního kruhu; světelnost obrazu se tedy zvětší v poměru

$$\frac{D^2}{d^2} = Z^2.$$

To je příčinou, že dalekohledem vidíme stálice slabší, pouhým okem neviditelné.

Pozorujeme-li dalekohledem plošný předmět (na př. vzdálenou krajinu, povrch Měsíce), má obraz na sítnici plochu  $Z^2$  krát větší a na ni dopadá rovněž  $Z^2$  krát více světla; osvětlení sítnice je tedy stejné, jaké by bylo bez dalekohledu (až na ztráty vznikající odrazem na plochách čoček). To ovšem předpokládá, že oční kruh je právě tak velký jako zornice oka (průměr 6 mm za tmy, 2 mm za dne); je tedy třeba pro velká zvětšení voliti také objektiv dostatečně velkého průměru. Má-li na př. objektiv průměr 20 mm, jest nej-

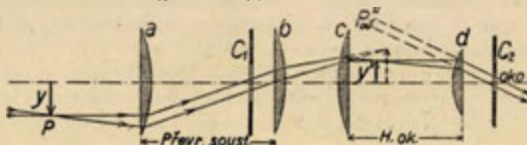
vhodnější zvětšení za dne  $20:2 = 10$ -násobné; při větším zvětšení obraz je sice větší, ale méně světlý než při pozorování pouhým okem.

Dalekohledu lze užíti též na fotografování vzdálených předmětů. V tomto případě se okulár odstraní a fotografická deska se vloží do ohniskové roviny objektivu. Objektiv dalekohledu určeného k fotografování mívá odstraněnu vadu chromatickou pro Fraunhoferovy čáry D a G.

Oddálíme-li okulár poněkud od objektivu, takže reálný obrázek je před ohniskovou rovinou okuláru, vytvoří se z něho okulárem zase reálný obrázek (před okulárem), ježž můžeme zachytiti na stínítku. Této úpravy se užívá k objektivnímu pozorování povrchu slunečního a k jeho fotografování.

Dalekohled astronomický podává obrazy převrácené, což nevadí ani u měřicích přístrojů ani při pozorování hvězdářském. Ale pro obyčejná pozorování pozemská přece je zřihodno, aby obraz byl přímý. Toho se dá dosáhnouti trojím způsobem.

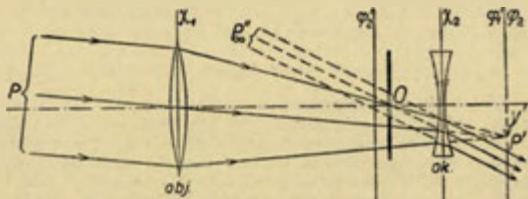
1. *Okulár pozemský.* Za reálný obraz vytvořený objektivem se vloží převracující soustava (zpravidla složená ze dvou oddělených čoček ploskovypuklých, obr. 490 *a, b*), jež z převráceného obrazu vytvoří obraz přímý, který teprve pozorujeme okulárem (*c, d*). Okulár opatřený takovouto převracující soustavou nazývá se okulár terestrický (pozemský).



Obr. 490. Terestrický okulár.

Tímto způsobem byly zhotovovány starší pozemské dalekohledy, jež měly ovšem značnou délku; proto byly čočky zasazeny v trubcích do sebe zasunovatelných, aby pro přenášení bylo možno dalekohled zasunouti a tak zkrátiti.

2. *Dalekohled holandský* nebo Galileův (obr. 491). Okulár tohoto dalekohledu je zastoupen čočkou rozptylnou, jež je tak postavena, aby její předmětová rovina ohnisková  $\varphi_2$  (jež je však vně dalekohledu) splývala s obrazovou ohniskovou rovinou  $\varphi_1'$

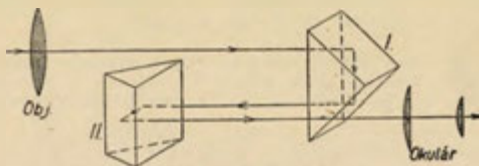


Obr. 491. Dalekohled Galileův.

objektivu. Jak z obrazce 491 vysvítá, vychází z tohoto okuláru svazek rovnoběžných paprsků v záporném smyslu od osy odchýlených, takže oko vnímá přímý obraz. Oční kruh  $O$  (což jest obraz obruby objektivu vytvořený okulárem), jímž všechny paprsky procházejí, je v tomto případě virtuální, takže oční zornice nemůže s ním splynouti (jako je tomu u dalekohledu astronomického). Do oka vstupuje tudíž jen část paprsků zachycených objektivem a obraz je proto méně světlý; proto lze užívatí tohoto dalekohledu jen pro malá zvětšení. Takto bývají upravena divadelní kukátka.

3. *Triedr* (dalekohled hranolový). Reálný obraz vytvořený objektivem se převrátí tím, že se paprsky odrážejí na odvěsných stěnách dvou pravoúhlých rovnostranných hranolů skleněných, jejichž bočné hrany jsou k sobě postaveny kolmo. Na obr. 492 je znázorněn pouze chod paprsku osového; odrazem v I. hranolu zamění se horní a dolní část obrázku, odrazem v II. hranolu pravá a levá jeho část. Výsledný obrázek, který pozorujeme okulárem, je tedy převrácený z původního převráceného, t. j. přímý.

Osový paprsek po čtyřnásobném odrazu je posunut rovnoběžně stranou od původního směru. Toho lze užití k zvýšení prostorového dojmu tím, že se použije dvou takovýchto dalekohledů rovnoběžných, u nichž okuláry jsou v normální vzdálenosti zornic (65 mm), ale objektivy jsou více od sebe vzdáleny. Oba obrázky v obou očích splývají pak v prostorový vním, v němž dobře rozeznáváme, co je blíže a co dále. Takovéto dva sdružené dalekohledy slují *triedr*.



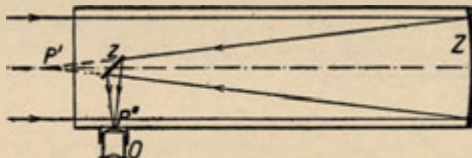
Obr. 492. Schema triedru.

Triedr může být upraven tak, že lze snadno odhadnouti vzdálenost pozorovaného předmětu (t. zv. dalekohledové dálkoměry). Oba objektivy jsou značně od sebe vzdáleny (až 2 m); v předních ohniskových rovinách Ramsdenových okulárů jsou nanášeny značky, jež při pozorování oběma očima splývají v jedno jakožto ukazovatelé různých vzdáleností. Podle toho, s kterou značkou se pozorovaný předmět jeví v stejném místě, určíme jeho vzdálenost.

**283. Dalekohledy zrcadlové (reflektory).** Objektiv dalekohledu (spojná čočka) může být nahrazen dutým zrcadlem; takto upravené dalekohledy slují *reflektory* na rozdíl od dalekohledů s čočkovým objektivem, zvaných *refraktory*. Předností dutého zrcadla jest, že nemá vady chromatické. Proto v starších dobách velké dalekohledy byly stavěny vesměs jako reflektory. I dnes se dává reflektorům při fotografování hvězdařských objektů přednost před refraktory, a to jak pro jejich achromasii, tak i proto, že se světlo ne-



pohlcuje (jak je tomu ve skle čoček). Ovšem zbývá vždy vada sférická, jež způsobuje, že upotřebitelné zorné pole je poměrně malé. Zrcadlem vytvoří se z velmi vzdáleného předmětu převrácený reálný obrázek  $P'$  v ohniskové rovině zrcadla, tedy na téže straně jako předmět. V tom spočívá jistá nevýhoda, neboť nutno užívati zvláštní úpravy, aby bylo možno tento obrázek  $P'$  pozorovati okulárem.



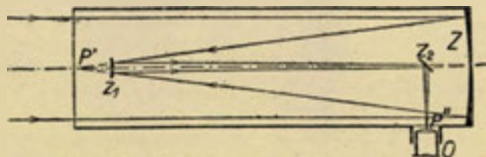
Obr. 493. Reflektor Newtonův.

Newton (1663) vložil v cestu paprsků sbíhajících se po odrazu od dutého zrcadla  $Z$  (obr. 493) malé rovné zrcátko  $z$  skloněné v úhlu  $45^\circ$  k ose, takže reálný obrázek  $P''$  vzdáleného předmětu vzniká po straně dalekohledu a tam se pozoruje okulárem  $O$ .



Obr. 494. Reflektor Cassegrainův.

Nebo se vloží v cestu paprsků odražených od hlavního zrcadla  $Z$  druhé malé zrcadlo  $z$  buď duté (Gregory, 1663) nebo vypuklé (Cassegrain, 1672; obr. 494), jež obrázek  $P'$  vytvořený hlavním zrcadlem  $Z$  zobrazí jako nový reálný obrázek  $P''$  v místě, kde je hlavní zrcadlo. Toto musí být proto uprostřed provrtáno, aby obrázek  $P''$  mohl být pozorován okulárem  $O$ . Provrtání hlavního zrcadla jest ovšem velkou závadou této úpravy.



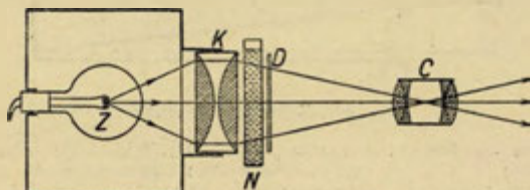
Obr. 495. Reflektor Newton-Cassegrainův.

Moderní reflektory se staví zpravidla v kombinované úpravě Newton-Cassegrainově (obr. 495). Je to vlastně úprava Cassegrainova, ale v cestu paprskům odraženým na vypuklém zrcadle  $z_1$  se postaví rovné zrcadlo  $z_2$ , šikmo skloněné k ose, takže obrázek  $P''$  vznikne po straně dalekohledu (jako při úpravě Newtonově) a tam se pozoruje okulárem  $O$ . Hlavní zrcadlo zůstává v celosti.



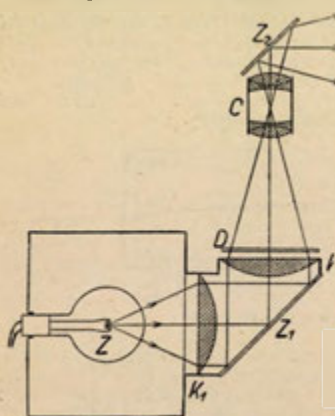
Nejdůležitější částí zrcadlových dalekohledů je hlavní duté zrcadlo, jemuž se pro odstranění vady sférické dává tvar parabolický. Hotoví se ze skla, jež se dutě vybrousí, a pak se přední vybroušená plocha postříbí a vyleští. Největší dalekohled světa je na observatoři Mount Wilson v Americe; je to reflektor, jehož zrcadlo má průměr 2·5 m.

**284. Projekční přístroj.** Hlavní části projekčního přístroje (obr. 496) jsou: silný zdroj světelný *Z* (oblouková nebo žárová lampa), kondensor *K* a projekční čočka *C*. Kondensor *K* skládá se zpravidla



Obr. 496. Projekční přístroj.

ze dvou ploskovypuklých čoček, obrácených k sobě vypuklými plochami, a má za účel, aby světlo vycházející ze zdroje soustředil do projekční čočky. Je proto postaven tak, aby vytvořil reálný obraz zdroje právě v místě, kde je projekční čočka. Při velmi silných zdrojích světelných je třeba chrániti diapositivu a projekční čočku před tepelnými účinky silného záření. Proto se vkládá těsně za kondensor skleněná nádoba *N* s vodou (po př. proudí nádobou stále



Obr. 497. Projekce vodorovných předmětů.

čerstvá voda z vodovodu). Jako projekční čočky se nejlépe použije dobrého fotografického objektivu (obráceně postaveného než při fotografování), u něhož jest opravena vada chromatická a sférická a po př. i astigmatismus. Diapositivu *D* (převrácené!) vkládají se do posuvného rámečku těsně za kondensorem; projekční čočka se posune tak, aby vytvořila na bílém stínítku reálný a zvětšený obrázek (je převrácený z převráceného diapositivu, t. j. přímý).

Jestliže za projekční čočku použijeme mikroskopického objektivu, lze promítati také mikroskopické preparáty, jež jsou ovšem umístěny poblíž projekčního objektivu; toto zařízení se nazývá *projekční mikroskop*.

Mají-li se promítati vodorovné předměty (na př. pilinové siločáry magnetické, obr. 497), pak vodorovné paprsky vycházející z první čočky  $K_1$  kondensoru se odrazí na šikmém zrcadle  $Z_1$  do svislého směru; po průchodu druhou čočkou  $K_2$  kondensoru, vodorovným předmětem  $D$  a projekční čočkou  $C$  se zase odrazí druhým šikmým zrcadlem  $Z_2$  do vodorovného směru, aby na svislém stínítku vytvořily žádaný obraz.

Pro promítání neprůhledných předmětů (na př. obrázků z knihy) upravují se zvláštní projekční přístroje, zvané *epidiaskopy*. Promítaný předmět se osvětlí se strany jednou nebo několika lampami a pak se projekční čočkou utvoří jeho reálný obraz na stínítku.

V kinematografickém přístroji se na totéž místo promítají rychle za sebou (asi 20 za vteřinu) fotografické obrázky jednotlivých po sobě jdoucích fází téhož děje, jež pak pro oko splývají v obraz spojitě proměnlivý.

**285. Fotografický přístroj.** Fotografický přístroj je v podstatě temná komora, v jejíž přední stěně je čočka; zadní stěna je ze zrněného (matného) skla (t. zv. zastavovací deska), jež se dá vyjmouti, aby se na její místo mohla vložit citlivá deska fotografická v kasetě. Boční stěny jsou z varhánkového měchu, aby bylo možno vzdálenost čočky od zastavovací desky měniti. Čočka vytvoří z předmětu před fotografickým přístrojem reálný obrázek, jež zachytíme zastavovací deskou ve vhodné poloze tak, aby byl zcela ostrý. Pak na místo zastavovací desky zasuneme do přístroje kasetu s fotografickou deskou tak, aby její citlivá vrstva byla právě v místě ostrého obrazu. Potom při zakrytém objektivu vytáhneme přední stěnu kasety a desku osvětlíme po přiměřenou dobu reálným obrazem čočkou vytvořeným (t. zv. *exposice*).

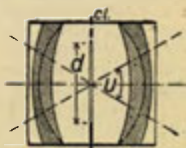
Nejdůležitější částí fotografického přístroje je čočka, po níž žádáme, aby měla odstraněny vady chromatickou, sférickou i astigmatismus, aby nejevila zkreslení a zklenutí pole, dále aby měla dosti široké zorné pole a aby byla co možná světelná.

Hlavní konstanty fotografického objektivu (obr. 498) jsou:

1. ohnisková dálka  $f$ , s níž úměrně roste velikost obrazů. Pro obvyklé účely má býti ohnisková dálka rovná úhlopříčně používaných desek fotografických (na př. pro formát  $9 \times 12$  cm se nejlépe hodí  $f = 15$  cm);

2. zorný úhel, jež znamená úhel  $u$  sevřený krajními paprsky, jež vytvářejí ještě dokonalý ostrý obrázek. Normální objektivы mívají zorný úhel  $35^\circ$  až  $60^\circ$ ; objektivы s menším zorným úhlem slují úzkouhlé ( $10^\circ$  až  $35^\circ$ ), s větším úhlem širokouhlé ( $60^\circ$  až  $140^\circ$ ; je jich třeba k fotografování rozsáhlých budov ve městě);

3. světelnost objektivu, která jest určena poměrem průměru  $d$  největší použitelné clonky k ohniskové dálce  $f$ , tedy veli-



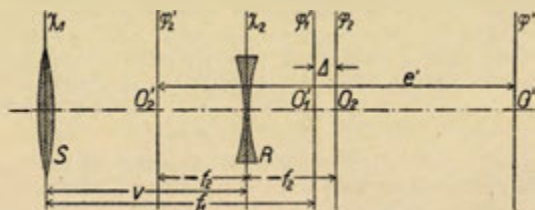
Obr. 498. Fotografický objektiv.

činou  $d/f$ , zvanou relativní otvor. Množství světla procházející objektivem jest úměrné  $d^2$ . Lineární rozměry obrázku jsou úměrné ohniskové dálce  $f$ , tedy jeho plocha jest úměrná  $f^2$ . Podle toho osvětlení (počítané na 1 cm<sup>2</sup> obrázku) jest úměrné  $d^2/f^2$ , takže doba expozice je nepřímo úměrná tomuto výrazu  $d^2/f^2$ . Nejsvětlejší objektivы mají relativní otvor až  $1/2$ ; téměř pro všechny účely obvyklé fotografie však stačí relativní otvor  $1/6$ .

Aby bylo možno exponovati při různých relativních otvorech, bývá uprostřed objektivu *irisová clonka* tak upravená, že její otvor se může spojitě měniti. Laciné objektivы mívají několik zvláštních clonek, jež se do objektivu zasunují. Na fotografických objektivěch bývá napsáno jméno objektivu (na př. Tessar), jeho otvor vyjádřený zlomkem ohniskové dálky (na př.  $f:4.5$ ), ohnisková dálka (na př.  $f=15$  cm) a mimo to též firma a číslo objektivu.

Nejlepší objektivы, vyhovující v dokonalé míře všem podmínkám, jsou moderní anastigmaty, jež se hodí pro všechny účely, ale jsou dosti drahé. Mnohdy úplně postačí lacinější objektivы, jež nemají odstraněn astigmatismus. U portrétních objektivů se žádá velká světelnost (zorný úhel stačí jen menší). Krajinářské objektivы mohou míti světelnost menší, zato dosti velký zorný úhel.

Pro fotografování vzdálených předmětů je potřeba objektivů s velkou dálkou ohniskovou, což však by vyžadovalo nepohodlně velký výtah fotografické



Obr. 499. Schema teleobjektivu.

komory. Mnohem lépe vyhovují tomuto účelu t. zv. *teleobjektivы* (obr. 499), v podstatě sestavené jako holandský dalekohled. Skládají se ze spojky  $S$  obrácené k předmětu a z rozptylky  $R$  na straně k desce, jejichž vzdálenost je tak volena, aby optický interval  $\Delta$  soustavy byla malá kladná veličina. Pak i při velké dálce ohniskové je zadní ohnisková rovina blízko rozptylky, takže stačí malý výtah kamery, jak ukážeme na příkladu.

Spojka má ohniskovou dálku  $f_1 = 12$  cm, rozptylka  $f_2 = -4$  cm a jejich vzdálenost je  $v = 9$  cm. Pak jest optický interval

$$\Delta = v - f_1 - f_2 = 9 - 12 + 4 = 1 \text{ cm.}$$

Výsledná ohnisková dálka jest (odst. 275)

$$f = -\frac{f_1 \cdot f_2}{\Delta} = +48 \text{ cm}$$

a poloha zadní ohniskové roviny  $\varphi'$  jest určena veličinou  $e'$

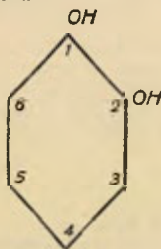
$$e' = O'_2 O' = \frac{f_2^2}{\Delta} = 16 \text{ cm,}$$

takže vzdálenost výsledné ohniskové roviny  $\varphi'$  od rozptylky je toliko 12 cm, ač ohnisková délka je 48 cm. Příklad tento je znázorněn na obr. 499 (ve zmenšení na třetinu).

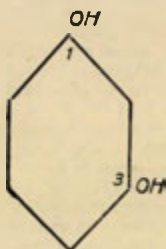
**286. Fotografování.** Fotografování spočívá na tom, že některé sloučeniny (na př. halové soli stříbra,  $\text{FeCl}_3$ , chromovaná želatina) se světlem chemicky mění, což poznal první Schulze (1727). Této vlastnosti použili (v letech dvacátých minulého století) Niepce a Daguerre k hotovení trvalých obrázků pomocí temné komory. Dnešní způsob fotografie, používající negativu a pozitivu, pochází v podstatě od Talbota (1840).

Nynější desky fotografické mají na skleněném nebo celuloidovém podkladě vrstvu želatiny, v níž je jemně rozptýlený bromid stříbrný, pečlivě chráněný před světlem. Osvětlením se mění  $\text{AgBr}$  tak, že se dá pak redukcí činidly (vývojkou) mnohem snáze redukovat na stříbro než neosvětlený  $\text{AgBr}$ .

Organické vývojky, jichž se nyní výhradně používá, jsou vesměs deriváty benzenu, v němž aspoň 2 H jsou nahrazeny skupinami OH nebo  $\text{NH}_2$  a to v poloze ortho nebo para; meta-sloučeniny nemají vlastností vyvolávacích. Označíme-li benzenové jádro šestiúhelníkem, jsou strukturní vzorce tří dioxybenzenů



ortho-  
(pyrokatechin)



meta-  
(resorcin)



para-  
(hydrochinon)

Vyvolávají tedy pyrokatechin a hydrochinon, nikoli však resorcin. Z trioxybenzenů vyvolávají ty, které mají skupiny OH v poloze 1, 2, 3 (pyrogallol) nebo 1, 2, 4 (oxyhydrochinon); avšak floroglucin, mající OH v polohách 1, 3, 5, což jsou vesměs metapoloxy, nevyvolává.

Organické vývojky redukují však osvětlený  $\text{AgBr}$  jen v zásaditých roztocích. Je tedy třeba k vývojce přidati zásadu ( $\text{Na}_2\text{CO}_3$ ,  $\text{K}_2\text{CO}_3$ ,  $\text{NaOH}$ ,  $\text{KOH}$ ), jež se reakce nezúčastní a působí pouze jako katalysátor.

Vyvolávací látka by se však sama okysličkovala kyslíkem vzdušným. Proto se k vývojce ještě přidává látka konservující (siričitan sodný,  $\text{Na}_2\text{SO}_3$ ), jež na sebe váže kyslík (mění se v síran sodný,  $\text{Na}_2\text{SO}_4$ ) a tak zabraňuje oxydaci vyvolávací látky. — Mnohdy se ještě přidává k vývojce malé množství bromidu draselného, jenž zabraňuje redukci neosvětleného  $\text{AgBr}$  a tím zamezuje „závoj“ fotografické desky.



Fotografická deska, na níž po expozici není ničeho znáti, koupe se při červeném světle ve vhodné vývojce; na místech osvětlených vylučuje se stříbro v podobě černého prášku, jímž se teprve obraz stane viditelným. Zbývající nerozložený  $\text{AgBr}$  rozpustí se pak v roztoku sirnatanu sodného,  $\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3$  (t. zv. ustalovací neboli fixační lázeň), čímž stane se deska necitlivou na světlo. Po dokonalém proprání desky a oschnutí (za studena, aby želatina netála) je *negativ* hotov. V něm rozdělení světla a stínu je právě obrácené než ve skutečnosti (na př. obloha je černá, tmavé stíny jsou průhledné).

Z negativu se zhotoví pozitivní obrázek tím, že v kopírovacím rámcí osvětlíme jinou citlivou vrstvu skrze negativ, takže vzniklý obrázek má obrácené rozdělení světla a stínu proti negativu, což se však shoduje s předmětem fotografovaným (obloha je světlá, stíny tmavé).

Positivní děj může být velmi rozmanitý. Papíry chlorostříbrné obsahují ve vhodné emulsi  $\text{AgCl}$ , jenž se světlem přímo rozkládá, takže obrázek je viditelný a není třeba jej vyvolávat, nýbrž jen fixovat (t. j. odstraniti nerozložený  $\text{AgCl}$  rozpustěním v roztoku sirnatanu sodného). Vzniklý obrázek měl by však nehezkou (zrzavou) barvu a proto se vyloučené stříbro před fixováním zlatí nebo platinuje ve vhodných lázních. Zlacené obrázky mají barvu sepiově hnědou až modročernou, platinované černou.

Papíry bromostříbrné se zpracují podobně jako fotografické desky, t. j. napřed se neviditelný obrázek vyvolá vývojkou a pak se ustálí; barva těchto obrázků je černá. Podobným způsobem se zhotovují *diapositivy*.

Papíry se solemi železitými (t. zv. modráčky) spočívají na té vlastnosti, že soli železité v přítomnosti organických látek se mění světlem v soli železnaté, jež s červenou krevní solí dávají nerozpustnou a na světle stálou Turnbullovou modř. Obyčejný papír se potře v temnu směsí roztoků citronanu železito-amonného a červené krevní soli, po uschnutí se kopíruje pod negativem a pak propere ve vodě, čímž je modrý obrázek na bílé půdě hotov. Téhož způsobu se užívá k rozmnožování výkresů (bílé čáry na modré půdě).

Jiné způsoby pozitivní spočívají na tom, že chromovaná želatina na osvětlených místech pozbývá rozpustnosti v teplé vodě (pigmentové obrázky, gumotisk a j.).

Obyčejné desky fotografické jsou téměř necitlivé na červené světlo (proto můžeme je zpracovávat při červeném světle), málo citlivé na žluté a zelené světlo, za to velmi citlivé na modré, fialové a ultrafialové paprsky. To způsobuje, že při fotografování barevných předmětů jest odstínění na fotografii poněkud odlišné, než jak je vnímá oko (červené části vyjdou tmavě, modré světle, jako kdybychom se dívali modrými brýlemi). H. W. Vogel (1873) poznal, že se dá zvýšiti citlivost pro různé barvy tím, že se desky koupají v roztoku anilinových barviv, jež silně pohlcují paprsky příslušné barvy. Tímto způsobem se dá dosáhnouti toho, že se desky zcitliví pro všechny barvy spektra (t. zv. *panchromatické* desky), jež se musí vyvolávat za úplné tmy. Pro mnohé účely stačí však zvýšiti



jen citlivost pro žluté a zelené paprsky (desky *ortochromatické*), což má výhodu, že je možno zpracovati je při slabém světle červeném.

Dosavadními způsoby dostaneme z barevného předmětu jednobarevný obrázek. Bratři Lumièreové (1907) se zdarem rozřešili úlohu barevné fotografie. Jejich desky (t. zv. *autochromy*) obsahují mezi sklem a panchromaticky citlivou vrstvou množství škrobových zrníček promíchané zbarvených červeně, žlutozeleně a modrofialově; mezery mezi nimi jsou vyplněny neprůhledným práškem. Tato autochromová deska se exponuje obráceně než obyčejná deska, takže sklo je obráceno k objektivu. Sledujme na př., co nastává při fotografování zeleného listí. Zelené světlo proniká jen zelenými zraky na citlivou vrstvu. Ve vývojce zčernají proto jen místa u zelených zrněk. Po vyvolání se neustaluje, nýbrž deska se vloží do roztoku hypermanganu draselného a kyseliny sírové v níž se rozpustí vyloučené stříbro. Pak se deska osvětlí denním světlem a znovu se vyvolává. Tím zčerná citlivá vrstva dříve neredukovaná, jež je u zrněk červených a fialových. Na uvažovaném místě jsou tedy červená a fialová zrnka zakryta, jen zelená zrnka mají u sebe průhlednou vrstvu, takže v průhledu se jeví na tom místě barva zelená ve shodě s barvou fotografovaného listí. Podobná úvaha platí i pro jiné barvy; výsledkem toho jest, že deska v průhledu jeví barevný obrázek tak, jak jej pozorujeme na předmětu okem. Poněvadž citlivost pro modré a fialové světlo je vždy mnohem větší než pro ostatní barvy, je třeba při expozici stlumiti uvedená světla tím, že se fotografuje skrze žlutý filtr (skleněnou desku mírně žlutě zbarvenou).

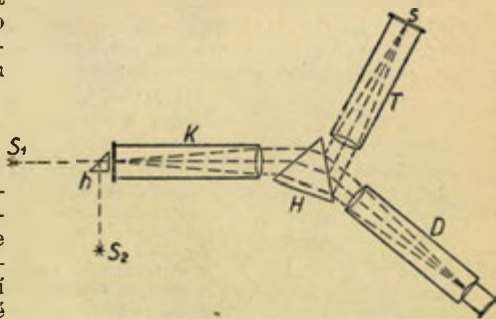
## IV. Spektrální analýse.

**287. Spektroskopy.** Světlo každého zdroje je složeno z rozmanitých jednobarevných světél, z nichž každé je fysikálně určeno vlnovou délkou  $\lambda$  ve vakuu. Známe-li vlnovou délku, můžeme počítati buď *kmitočet*  $\nu$  (počet kmitů za vteřinu) nebo *vlnočet*  $\varphi$  (počet vln připadajících na délku 1 cm) podle vzorců

$$\nu = \frac{c}{\lambda}, \quad \varphi = \frac{1}{\lambda}.$$

Okno však nerozeznává jednotlivých složek v složeném světle (nemá analyzáční schopnosti jako sluch) a vidí je proto ve výsledné barvě. Pro rozklad světla v jeho složky

užíváme buď lomu a rozkladu v hranolu nebo ohybu světla v ohy-



Obr. 500. Spektroskop.

bové mřížce. Přístroje k tomuto účelu zřízené jsou *spektrometry* (odst. 264) nebo *spektroskopy*.

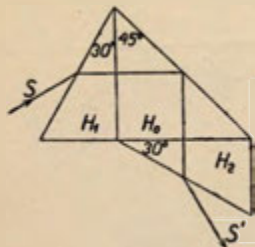
*Spektroskop* (obr. 500) je v podstatě podobně zařízen jako spektrometr. Hlavní jeho součásti jsou:

1. *Kolimátor*  $K$ , skládající se ze spojné čočky a z úzké štěrbin y v ohniskové rovině čočky. Štěrba na kolimátoru se osvětlí světlem z vyšetřovaného zdroje  $S_1$ . Abychom mohli srovnávat spektra dvou zdrojů světelných, bývá těsně před štěrbinou totálně reflektující hranol  $h$ , jenž zakrývá dolní polovici štěrbin y. Srovnávací zdroj světelný  $S_2$  postaví se kolmo k ose kolimátoru tak, aby jeho světlo po odraze na předponové stěně hranolu  $h$  osvětlovalo dolní polovici štěrbin y. Účelem kolimátoru jest, aby rozbíhavé paprsky, vycházející ze štěrbin y, se staly po lomu v čočce rovnoběžnými, jež se pak i v hranolu rovnoběžně lámou.

2. *Hranol*  $H$  ze skla silně rozkládajícího světlo, jenž je postaven na minimum úchy lky pro střední část spektra. Pro silnější rozklad se někdy užívá několika hranolů za sebou postavených.

3. *Pozorovací dalekohled*  $D$ , rovněž pevně postavený na minimum úchy lky a zařízený na nekonečno, takže jím vidíme jednobarevné obrazy štěrbin y vedle sebe postavené, jež tvoří dohromady spektrum pozorovaného zdroje.

4. Pomocná trubice  $T$ , jež má na konci k hranolu přivráceném spojnou čočku; na druhém konci, právě v ohniskové rovině čočky, je stupnice s fotograficky zmenšená. Trubice je tak postavena, aby rovnoběžné paprsky vycházející z čočky po odrazu na lesklé stěně hranolu se právě odrážely do dalekohledu. Osvětíme-li škálu pomocným zdrojem (plamenem plynovým nebo žárovkou), vidíme v dalekohledu vedle spektra též obraz stupnice, takže můžeme stanovit i polohu význačných čar spektra. Stupnice je buď rovnoměrná a pak je třeba význam jednotlivých dílců stanovit i pomocí čar známé délky vlnové; nebo bývá zkusmo nanesena tak, že jednotlivé její dílky přímo stanoví vlnovou délku pozorovaných čar (ovšem jen přibližně).



Obr. 501. Hilgerův hranol na stálou úchy lku 90°.

Výhodný je Hilgerův *spektroskop* na stálou úchy lku 90°. Kolimátor a dalekohled jsou postaveny svými osami kolmo navzájem. V průsečíku jejich os je na otáčivém stolku Hilgerův hranol (obr. 501), jenž se skládá z pravoúhlého rovnostranného hranolu  $H_0$ , k jehož oběma odvěsným stěnám jsou přilepeny dva hranoly  $H_1$  a  $H_2$  o lámavých úhlech 30°. Paprsek  $S$  vycházející z kolimátoru láme se hranolem  $H_1$  tak, aby na přední slepenou stěnu dopadal kolmo; na předponové stěně hranolu  $H_0$  se úplně odráží a při výstupu z hranolu  $H_2$  odchyluje se na opačnou

stranu o stejný úhel jako dříve, takže vycházející paprsek  $S'$  (vstupující do dalekohledu) je kolmý na směr paprsku  $S$ . Při otáčení Hilgerova hranolu vidíme v zorném poli dalekohledu po sobě jdoucí části spektra :

Pro rychlou orientaci stačí ruční *spektroskopy přímohledné*, v nichž rozklad světla se způsobuje přímohledným hranolem (srovň. Zákł. prakt. fys., 3. vyd., odst. 123).

Pro fotografování spektra určeny jsou *spektrografy*. Jsou upraveny podobně jako spektroskopy, ale dalekohled je zastoupen fotografickou komorou, zařízenou na nekonečno. Spektrografem můžeme také vyšetřovati neviditelné části spektra, zejména část ultrafialovou. Ovšem skleněné části spektrografu silně pohlcují neviditelné části spektra. Pro studium infračervené části se užívá optiky (hranolu a čoček) z kamenné soli, pro ultrafialové spektrum optiky z křemene nebo z kazivce. Nejvýhodnější však jsou spektrografy používající duté válcové mřížky ohybové (odst. 296); jejich výhodou je, že vyšetřované světlo neprochází vůbec sklem nebo jinými látkami, takže nenastává absorpce. ]

**288. Spektra emisní.** *Emisní* spektrum vznikne, rozložíme-li přímo světlo vycházející z určitého světelného zdroje. Podle vzhledu dělíme tato spektra na tři druhy:

1. Spektrum *spojité*, obsahuje postupně vedle sebe všechny barvy; to znamená, že zdroj vydává vlny všech možných vlnových délek. Spektra spojitá vydávají všechny látky pevné a kapalné, uvedou-li se vysokou teplotou do záření (na př. svítící uhlík obloukové lampy, rozžhavený drátek platinový). Ovšem intensita záření pro různé vlnové délky je také různá. Při poměrně nízké teplotě (asi  $525^{\circ}$ ) vydává zdroj jen infračervené a tmavočervené záření. Při zvyšování teploty přistupují záření o postupně kratších vlnových délkách (pořadem barva žlutá, zelená, modrá a fialová), jak to vyplývá z Planckova vyzařovacího zákona (str. 319). Při dané abs. teplotě  $T$  je intensita záření pro určitou vlnovou délku  $\lambda_m$  největší; tato vlnová délka je podle Wienova zákona (str. 318) úměrná abs. teplotě  $T$  podle vztahu

$$\lambda_m = \frac{0.2885}{T} (\text{cm}).$$

2. Spektrum *čárové* skládá se z jednotlivých ostrých čar, oddělených tmavým prostorem. Při silné dispersi se mnohdy zjistí, že tyto čáry jsou velmi těsné dvojice (dublety) nebo trojice (triplety). Čárová spektra vydávají atomy prvků v plynném stavu.

Obyčejné plyny uvedeme do svícení v Geisslerových trubkách, v nichž je plyn zředěn asi na tlak 0.1 až 0.3 mm Hg a jimiž prochází elektrický výboj. Spektrum alkalických kovů dostaneme, když vhodnou jejich sůl vpravíme

do plamene Bunsenova kahanu; jeho teplota stačí na rozklad soli a vznik par příslušného kovu alkalického. Abychom i ostatní kovy dostali v podobě par, vpravíme do uhlíku obloukové lampy tyčinku z příslušného kovu; vysokou teplotou oblouku vytvoří se páry onoho kovu. Pak oddálíme uhlíky co možná od sebe a vyšetřujeme jen světlo vycházející z kovových par (rozžhavené uhlíky by dávaly spektrum spojitě). Nebo necháme přeskakovati elektrické jiskry mezi tyčinkami ze zkoumaného kovu.

Ze zkušenosti bylo poznáno, že většině kovů přísluší dvě podstatně různá spektra, jež jsou:

- a) *obloukové* spektrum, jež připisujeme neutrálnímu atomu,
- b) *jiskrové* spektrum, jež vydává ionisovaný atom, t. j. takový, jenž ztratil jeden obvodový elektron.

K tomuto výkladu jsme vedeni poznatkem, že jiskrové spektrum prvků určité skupiny má zcela podobnou strukturu jako obloukové spektrum skupiny předcházející. Tak na př. jiskrová spektra kovů II. skupiny se skládají z několika těsných dubletů právě tak jako oblouková spektra kovů I. skupiny. Kovy II. skupiny jsou dvojmocné, t. j. mají dva obvodové elektrony; jejich ionisovaný atom ztratil jeden elektron, takže mu zbývá jediný obvodový elektron, čímž se podobá neutrálním atomům I. skupiny, jež jsou jedno-  
mocné a mají rovněž jediný obvodový elektron.

3. Spektrum *pásmové* se skládá při malé dispersi z několika širších světlych pruhů, jež na jedné straně ostře končí (t. zv. hlava nebo hrana pásma), a na druhou stranu jejich světlosti ubývá až do vymizení. Při dostatečně velké dispersi se zjistí, že pásmová spektra se skládají z velkého množství velmi jemných čar, jež se směrem k hlavě pásma k sobě kupí, a na druhou stranu se od sebe vzdalují, čímž vzniká charakteristické odstínění pásma. Spektra pásmová vydávají molekuly prvků nebo sloučenin ve stavu par.

**289. Zákonitosti v čárových spektrech.** Nejjednodušší spektrum má vodík. Ve viditelné části má 4 čáry, červenou  $H\alpha$ , zelenou  $H\beta$ , modrou  $H\gamma$  a fialovou  $H\delta$  a pak řadu dalších čar v ultrafialové části. Jejich vlnové délky  $\lambda$  (v I. A. =  $10^{-8}$  cm) a vlnočty  $\rho$  (v  $\text{cm}^{-1}$ ) jsou

|                          | $H\alpha$ | $H\beta$ | $H\gamma$ | $H\delta$  |
|--------------------------|-----------|----------|-----------|------------|
| vlnová délka $\lambda$ = | 6563,     | 4861,    | 4340,     | 4102,...   |
| vlnočet $\rho$ =         | 15.233,   | 20.565,  | 23.032,   | 24.373,... |

Stoney (1871) upozornil na to, že pro čáry  $H\alpha$ ,  $H\beta$  a  $H\delta$  platí vztah  $20\lambda_\alpha = 27\lambda_\beta = 32\lambda_\delta = 131258\text{ A.}$

Balmer rozšířil tento poznatek na další čáry spektra vodíkového a ukázal, že platí pro jejich vlnové délky vztah

$$\lambda = 3647.2 \frac{m^2}{m^2 - 4}, \text{ kdež } m = 3, 4, 5, 6, \dots,$$

z čehož se snadno odvodí Stoneyův vztah pro  $m = 3, 4, 6$ .



Zákonitosti v tomto spektru se lépe přehlednou, vztahujeme-li vše na vlnočty  $\varrho$  (v  $\text{cm}^{-1}$ ). Z Balmerova zákona plyne

$$\varrho = \frac{10^3}{\lambda} = \frac{10^8}{3647 \cdot 2} \left(1 - \frac{4}{m^2}\right) = \frac{4 \cdot 10^3}{3647 \cdot 2} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{m^2}\right) = N \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{m^2}\right),$$

kdež

$$N = \frac{4 \cdot 10^3}{3647 \cdot 2} = 109678 \quad \text{a} \quad m = 3, 4, 5, 6, \dots$$

Podle toho vodíkové čáry tvoří řadu (*serii*), jejíž vlnočty se vy počtou jako rozdíl stálého členu  $N/2^2$  a proměnlivého členu  $N/m^2$ , kdež  $m$  je celé číslo; tyto členy se nazývají *termy*. Později byly zjištěny v ultrafialové a v infračervené části vodíkového spektra další serie, jejichž vlnočty jsou dány obdobnými vzorci:

$$\text{Lymanova serie} \quad \varrho = N \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{m^2}\right), \quad m = 2, 3, 4, \dots$$

$$\text{Paschenova serie} \quad \varrho = N \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{m^2}\right), \quad m = 4, 5, 6, \dots$$

Výklad těchto zákonitostí podal Bohr (1913). Vodíkový atom se skládá z kladně nabitého jádra (protonu) a z jednoho obíhajícího elektronu. Podle Bohra může elektron kroužiti kolem jádra jen v takových drahách, v nichž jeho rotační impuls je celistvým násobkem hodnoty  $h/2\pi$ , kdež  $h = 6 \cdot 545 \cdot 10^{-27}$  erg. sec je Planckova konstanta (srov. odst. 251). V různých těchto drahách má elektron různou energii; pro energii  $E_s$  v  $s$ -té dráze vychází

$$E_s = E_\infty - \frac{N c h}{s^2},$$

kdež  $E_\infty$  je energie elektronu v nekonečné vzdálenosti od jádra a  $c$  rychlost světla. Když elektron přejde z vyšší  $m$ -té dráhy do nižší  $s$ -té, pozbývá části energie

$$E_m - E_s = N c h \left(\frac{1}{s^2} - \frac{1}{m^2}\right).$$

Bohr činí další předpoklad, že tento rozdíl energií vyzáří elektron jakožto světelné kvantum  $\varepsilon$ , určené vztahem  $\varepsilon = h\nu$ , kdež  $\nu$  je kmitočet příslušného záření, rovný  $c/\varrho$ . Ze vztahu

$$\varepsilon = h c \varrho = N c h \left(\frac{1}{s^2} - \frac{1}{m^2}\right)$$

plyne pro vlnočty

$$\varrho = N \left(\frac{1}{s^2} - \frac{1}{m^2}\right).$$

Pro  $s=2$  dostáváme Balmerovu serii, pro  $s=1$  Lymanovu



serii a pro  $s=3$  Paschenovu serii. Souhlas těchto vzorců s výsledky měření je velmi dobrý; zcela nepatrné odchylky a t. zv. jemná struktura čar dá se uspokojivě vyložití tím, že vedle kruhových drah jsou možné také určité dráhy eliptické.

Rydberg ukázal, že také spektra mnohých jiných prvků se dají sestavit v určité serie čar, jejichž vlnočty jsou vyjádřeny rovněž rozdílem dvou termů, stálého a proměnlivého. Jednotlivé termy jsou dány poněkud složitějšími vzorci, na př.

$$\frac{N}{(m+a)^2} \quad \text{nebo} \quad \frac{N}{\left(m+a+\frac{a}{m}\right)^2},$$

kdež  $m$  je celé číslo a konstanta  $N$  až na malou odchylku táž jako ve spektru vodíkovém. Tato konstanta  $N$ , mající význam pro všechna spektra, nazývá se Rydbergova konstanta. Zpravidla se vyskytují ve spektrech tyto řady čar:

1. *hlavní* serie, jež se skládá z jasných dubletů nebo tripletů a jež se nejsnáze dá vzbuditi;
2. *difusní* serie, skládající se ze silnějších neostrých čar;
3. *ostrá* serie, v níž čáry jsou slabší, ale velmi ostré, a po př. serie další.

Podle Bohra vykládáme si vznik těchto serií takto: V atomu je nejslaběji poután k jádru poslední elektron (t. zv. optický), jenž proto může býti vnějším působením snadno oddálen a může pak kroužiti ve velmi rozmanitých drahách kolem zbytku atomu. V jednotlivých svých drahách má různou energii. Když přejde ze vzdálenější dráhy do bližší dráhy, kde má menší energii, vyzáří přebytek své energie jako jedno světelné kvantum, jímž jest určen vlnocet příslušné čáry spektrální. Určitá serie čar vzniká tím, že optický elektron přechází z různých vzdálenějších drah do téže bližší dráhy.

Také ve spektrech pásmových byly zjištěny určité zákonitosti, jež však jsou mnohem složitější; je to ovšem způsobeno nepoměrně jemnější strukturou pásem, jež se skládají z převládajícího počtu velmi jemných čar.

Každý prvek (po př. sloučenina) v plynném stavu vydává své zcela určité spektrum, úplně odlišné od všech ostatních spekter; jeho povaha závisí však též poněkud na tlaku a teplotě zářícího plynu. Je proto možné podle spektra zcela bezpečně stanoviti jakost svítícího prvku (po př. sloučeniny), na čemž spočívá *spektrální analýza*. Její předností jest, že můžeme takto zjistiti chemickou povahu látek ve zcela nepatrném množství; velký význam má dále v astrofysice, kde podle spektra světla slunečního a světla stálic se zjišťuje jejich chemické složení a do jisté míry též teplota a tlak na jejich povrchu.

**290. Spektra absorpční.** Světlo zdroje, jenž vysílá celé spojitě spektrum (na př. uhlíky obloukové lampy nebo vlákno žárovky) nechť prochází vrstvou zkoumané látky (na př. barevným sklem nebo vrstvou barevného roztoku). Tato vrstva pohlcuje z původního bílého světla určité barvy, jež jsou pak ve výsledném spektru zeslabeny (po př. úplně vymizí). Takto získaná spektra se jmenují *absorpční* a jsou dvojího druhu:

1. Absorpční spektra *pruhová*, v nichž se jeví široké tmavé pruhy neurčitě ohraničené. Pruhová spektra absorpční vznikají, když bílé světlo prochází pevnou látkou nebo kapalinou. Na př. roztok manganistanu draselného ( $\text{KMnO}_4$ ) dává při slabé koncentraci a tenké vrstvě pět úzkých pruhů v zelené části; s rostoucí koncentrací nebo tloušťkou vrstvy se tyto pruhy rozšiřují, až konečně splynou v jediný široký pruh v zelené části spektra. Bílé světlo prošeďší tímto roztokem jeví se ve výslední barvě, složené z nepohlcených barev, což je v daném případě barva fialová. Zajímavé jsou roztoky solí didymových a erbiových, jež dávají úzké pruhy rozdělené po celém spektru; tím si vysvětlíme, že přes absorpci jsou tyto roztoky na průhled bezbarvé. Zpravidla jest absorpce roztoků rozdělena nestejnoměrně po spektru a proto se roztok jeví v průhledu barevným. Na př. roztok dvojchromanu draselného ( $\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$ ) pohlcuje viditelné paprsky od zelené části do fialové a jeví se proto v průhledu oranžový.

2. Absorpční spektra *čárová* jeví se jako spojitě spektrum, přerušené na některých místech ostrými tmavými čarami. Tato spektra vznikají, když bílé světlo prochází vrstvou žhoucích par nebo plynů; tmavé čáry jsou právě na těch místech, kde by zkoumaný plyn (nebo pára) vzbuzoval čáru světlou. Jestliže na př. světlo z uhlíky obloukové lampy prochází plynovým plamenem, jenž je zbarven parami sodíkovými a jenž má nižší teplotu než žhoucí uhlík, objeví se ve spektroskopu spojitě spektrum přerušené tmavou (dvojitou) čarou právě v tom místě, kde by sodíkové páry vytvořily svou význačnou dvojitou žlutou čáru.

Tato *selektivní* absorpce je důsledek Kirchhoffova zákona (odst. 160), podle něhož každá látka nejsilněji pohlcuje ten druh záření, jež sama vysílá. V uvedeném příkladu sodíkové páry pohltí z bílého světla právě jen žlutou barvu ( $\lambda = 5890 \text{ \AA}$ ), kterou samy současně vysílají. Má-li zbarvený sodíkový plamen nižší teplotu než žhoucí oblouk, jest intensita světla této čáry zeslabena a kontrastem proti okolí se zdá černou. Kdyby měl sodíkový plamen vyšší teplotu, objevila by se na spojitěm spektru světlá čára sodíková.

Pěkným příkladem takovéto selektivní absorpce jsou Fraunhoferovy čáry ve spektru slunečním. Žhavé jádro sluneční vysílá

spojité spektrum, z něhož plynový obal sluneční (t. zv. převracující vrstva) pohlcuje charakteristické čáry všech prvků, jež jsou v oné vrstvě ve tvaru plynném obsaženy. Z jejich polohy můžeme souditi, které prvky se vyskytují v převracující vrstvě. Nejsilnější čáry přísluší prvkům Ca, Fe, H, Na atd. Dosud nebyly ve slunečním spektru zjištěny pouze prvky N, P, S, F, Br, Cl. Některé Fraunhoferovy čáry (na př. A) vznikají teprve absorpcí v ovzduší zemském; tyto čáry slují terestrické.

**291. Zákony světelné absorpce.** Absorpci světla nemění se délka vlny, nýbrž mění se jen intensita. Určitá látka tloušťky 1 cm propustí z původní intensity světla  $I_0$  jen poměrnou část  $a < 1$ , při čemž  $a$  se nazývá *koefficient propustnosti*, takže vycházející světlo má intensitu  $I_1 = I_0 \cdot a$ . Látky, jež nezeslabují vůbec světlo, slují čiré; pro ně jest  $a = 1$ . Pro látky neprůhledné jest  $a = 0$ . Táž látka v tloušťce 2 cm zeslabí světlo na intensitu  $I_2 = I_1 \cdot a = I_0 \cdot a^2$  atd. Obecně po průchodu světla tloušťkou  $x$  cm je jeho intensita

$$I = I_0 \cdot a^x,$$

což je t. zv. zákon Lambertův (1780). Zpravidla se v tabulkách uvádí záporný dekadický logaritmus koefficientu  $a$ , tedy

$$-\log a = \alpha, \quad \text{takže} \quad a = 10^{-\alpha}.$$

Pak lze Lambertův zákon psáti

$$I = I_0 \cdot 10^{-\alpha x}.$$

Konstanta  $\alpha$  nazývá se *extinkční koefficient* a znamená převratnou hodnotu té tloušťky  $d$ , která zeslabí původní zařízení na jednu desetinu. Je totiž

$$\alpha \cdot d = 1, \quad I = I_0 \cdot 10^{-1} = \frac{1}{10} I_0.$$

Jak koefficient propustnosti  $a$  tak i extinkční koefficient  $\alpha$  závisí na vlnové délce; u roztoků závisí mimo to na koncentraci, u plynů závisí na tlaku.

Určitá sůl, rozpuštěná v rozpouštědle (na př. ve vodě), jež samo neabsorbuje světlo, disociuje v ionty. Takové ionty, jež nezpůsobují absorpci, slovom bezbarvé a příslušný roztok je čirý. Ionty, jež jeví absorpci ve viditelné části světla, jmenují se barevné; jimi jest určena barva roztoku v průhledu.

Podle Beera (1852) jest extinkční koefficient  $\alpha$  úměrný koncentraci  $c$ , což je počet gramolekul rozpuštěné látky v 1 litru roztoku, tedy  $\alpha = \varepsilon \cdot c$ , kdež  $\varepsilon$  se nazývá molekulový extinkční koefficient. Pak jest

$$I = I_0 \cdot 10^{-\varepsilon c x}.$$

Tento zákon Lambert-Beerův jest u mnohých roztoků velmi přibližně splněn, ale někdy přece se jeví od něho odchylky.

Necháme-li světlo procházeti vedle sebe dvěma vrstvami roztoku téže barevné soli, avšak různých koncentrací  $c_1$  a  $c_2$ , jest výsledné zbarvení při stejných tloušťkách vrstev pro každý roztok různé. Jestliže však tloušťku vrstvy zředěnějšího roztoku přiměříme zvětšíme, dosáhneme toho, že oba roztoky se jeví stejně zbarveny. To vyžaduje, aby pro příslušné tloušťky vrstev  $d_1$  a  $d_2$  platil vztah

$$c_1 \cdot d_1 = c_2 \cdot d_2 \quad \text{anebo} \quad c_1 : c_2 = d_2 : d_1.$$

Známe-li koncentraci jednoho roztoku (na př.  $c_1$ ), můžeme z předšlého vztahu počítati neznámou koncentraci  $c_2$  druhého roztoku. Na tom spočívá určování koncentrace barevných roztoků pomocí kolorimetru (odst. 260; srovn. též Zákl. prakt. fys., 3. vyd., odst. 125).

U plynů a par jest extinkční koeficient úměrný jejich hustotě a tedy též tlaku  $p$  v atm, takže

$$\alpha = \alpha_0 \cdot p, \quad I = I_0 \cdot 10^{-\alpha_0 p x},$$

kdež  $\alpha_0$  jest extinkční koeficient pro plyn tlaku 1 atmosféry.

**292. Účinky pohlceného světla.** Energie absorbovaného světla se zpravidla mění v teplo, jímž se zahřívá pohlcující látka. Takováto absorpce sluje pravá absorpce.

Mnohdy však aspoň část energie pohlceného záření se mění v nové záření jiné vlnové délky, což se nazývá souborně *photoluminescence*. Dělí se zpravidla na *fluorescenci*, při níž vzbuzené záření trvá jen potud, pokud je látka osvětlena, a *fosforescenci*, při níž záření trvá i potom, když původní záření přestalo. Kapaliny a plyny jeví jenom fluorescenci, látky pevné ukazují jak fluorescenci, tak i fosforescenci.

Ve sbíhavý kužel světelných paprsků vložíme skleněnou nádobku se zásaditým roztokem fluoresceínu, jenž pohlcuje modrofialovou barvu a je proto v průhledu žlutý; část kapaliny v osvětleném kuželi září (fluoruje) jasně zeleně. Týž pokus s petrolejem ukáže fluorescenci v modré barvě. Pro fluorescenci platí pravidlo Stokesovo, že fluorující záření má vždy větší délku vlny než záření absorbované. Toho užíváme, abychom mohli učiniti neviditelné ultrafialové záření viditelným; zachytneme-li na př. spektrum sluneční na stínítko povlečené platinokyanidem barnatým, projeví se ultrafialová část spektra zelenavou fluorescencí.

Všechny pevné látky, které fluorují, jeví také fosforescenci, t. j. vzbuzené záření trvá po nějakou dobu, i když vzbuzující osvětlení přestalo. Doba fosforování bývá však zpravidla krátká.



Jen výjimečně některé látky ještě dlouho po osvětlení září; takovéto látky nazýváme *fosfory*. Zvláště účinné fosfory se získají podle Lenarda takto: siřník některé alkalické zeminy (na př. SrS) tavíme s jinou solí (na př.  $\text{Na}_2\text{SO}_4$ ) a přidáme k tomu malý přídavek některého těžkého kovu (na př. Bi), jenž teprve směs činí schopnou fosforescence. Také přirozené drahokamy, které fosforují, obsahují přídavek některého kovu, na př. rubín je  $\text{Al}_2\text{O}_3$  s malým obsahem chromu, jenž vzbuzuje jeho fosforescenci.

Jindy pohlcené záření se projevuje chemickými změnami, což jsou zjevy *fotochemické*. Účinek světla může býti velmi rozmanitý. Buď se usnadňuje chemické slučování (fotosynthese, na př.  $\text{H}_2 + \text{Cl}_2$ ), nebo se podporuje rozklad (fotolyse, na př. rozklad  $\text{AgCl}$  světlem) nebo nastává polymerisace (na př. změna bílého fosforu v červený) a pod. Na těchto chemických účincích světla se zakládá *fotografování*, jak to bylo vyloženo již dříve (odst. 286).

Konečně osvětlení kovů způsobuje, že z nich unikají elektrony, což je *fotoelektrický* zjev. Elektroskop spojený s amalgamovanou zinkovou deskou nabijme záporně; jakmile na desku dopadne silné světlo (na př. z obloukové lampy), elektroskop se vybije. Při kladném náboji elektroskopu nemá osvětlení účinku.

Jak při zjevech fotochemických, tak i fotoelektrických jest účinek světla tím větší, čím kratší jest jeho vlnová délka. Z viditelného záření jsou proto nejúčinnější paprsky modré a fialové, ještě více paprsky ultrafialové a pak paprsky Röntgenovy a radioaktivní záření gamma.

## V. Fysikální optika.

Dosavadní výklady optické (mimo theorii spekter) spočívaly toliko na geometrických poznatcích o šíření, odrazu a lomu světla a zahrnují se proto pod souborný název optiky geometrické. Při nich nebylo třeba uvažovati o tom, co je vlastně světlo. Otázky, které souvisí s názory o podstatě světla, zahrnují se do optiky fyzikální, jež se též někdy nazývá theoretická. Hlavní zjevy sem spadající jsou:

1. interference a ohyb světla, z nichž plyne, že podstatou světla jest jakýsi periodický děj, šířící se prostředím ve tvaru světelných vln;

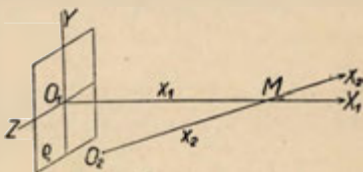
2. polarisace a dvojlom, jež poukazují na to, že světelný děj má povahu vektorovou a že světelný vektor (vlastně dva vektory) stojí kolmo na směru šíření se světelných vln;

3. spektrální analýze, jež byla již vyložena v odd. IV., a vliv magnetického a elektrického pole na světlo. Z nich plyne



s velkou pravděpodobností, že světlo je způsobováno vnějšími (obvodovými) elektrony v atomech a že se šíří jakožto vlnění elektromagnetické.

**293. Interference světla.** Uvažujeme jednoduchou (t. j. monochromatickou) rovinnou vlnu světelnou, šířící se v kolmém směru k vlnoploše  $\varrho$  rychlostí  $c$  (obr. 502). Proměnlivý světelný děj budiž vyznačen určitou veličinou  $y$ , již pro stručnost budeme nazývatí výchylka, třebaž to není ve smyslu elm. theorie prostorové výchylka. Tato výchylka má stejnou hodnotu ve všech bodech vlnoplochy, t. j. roviny kolmé k šíření se vln, takže stačí uvažovati jen děje na určitém paprsku  $O_1 X_1$ . V počátku  $O_1$  vzniká harmonicky proměnlivý děj, vyznačený (za vhodného čítání času) známým vztahem



Obr. 502. Šíření se světla.

$$y_0 = A \sin \frac{2\pi}{T} \cdot t,$$

kdež  $A$  je amplituda (rozkmit) a  $T$  doba kmitová. K bodu  $M$  vzdálenému od  $O_1$  o délku  $x_1$  dospěje vlnění až po době  $\tau_1 = x_1/c$ , takže je tam vždy právě takové vlnění, jaké bylo v počátku  $O_1$  před dobou  $\tau_1$ , tedy

$$y_1 = A \sin \frac{2\pi}{T} \left( t - \frac{x_1}{c} \right) = A \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda} \right).$$

Veličina  $\lambda = c \cdot T$  znamená dráhu, o kterou postoupí rovinná vlna za dobu jednoho kmitu, a nazývá se vlnová délka. Ve dvou bodech vzdálených ve směru paprsku o vlnovou délku  $\lambda$  (nebo o celistvý násobek  $\lambda$ ) má výchylka  $y_1$  vždy navzájem stejnou hodnotu.

Dejme tomu, že do určitého bodu  $M$  přicházejí dvě shodná vlnění z různých počátků  $O_1$  a  $O_2$ ; mají tam tudíž vzniknouti současně dvě výchylky.

$$y_1 = A \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda} \right), \quad y_2 = A \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x_2}{\lambda} \right).$$

Výsledná výchylka  $y$  (za platnosti principu superposice, potvrzeného zkušeností) rovná se součtu obou výchylek, takže

$$\begin{aligned} y &= A \left[ \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda} \right) + \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x_2}{\lambda} \right) \right] = \\ &= 2A \cos 2\pi \frac{x_1 - x_2}{2\lambda} \cdot \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x_1 + x_2}{2\lambda} \right). \end{aligned}$$

Výsledné vlnění je tedy zase periodické s touž dobou kmitovou (t. j. téže barvy), ale jeho amplituda

$$A' = 2A \cos \pi \frac{x_1 - x_2}{\lambda}$$

záleží na rozdílu drah.

1. Je-li dráhový rozdíl ( $x_1 - x_2$ ) rovný celistvému počtu vln (tedy sudému počtu polovln), má výsledné vlnění největší amplitudu, neboť pro

$$x_1 - x_2 = n \cdot \lambda = 2n \cdot \frac{\lambda}{2} \quad \text{jest} \quad A' = \pm 2A.$$

V uvažovaném bodě  $M$  setkávají se obě vlnění ve stejné fázi a zesilují se na dvojnásobnou amplitudu; intensita vlnění (odst. 90), úměrná dvojmoci amplitudy, má tam hodnotu čtyřnásobnou.

2. Je-li dráhový rozdíl rovný lichému počtu polovln, obě vlnění se navzájem ruší, neboť

$$\text{pro } x_1 - x_2 = (2n + 1) \frac{\lambda}{2} \quad \text{jest} \quad A' = 0.$$

Obě vlnění se vždy setkávají s opačnou fází, takže by vzbudily výchylky stejné, avšak opačného směru, jichž výsledkem je klid.

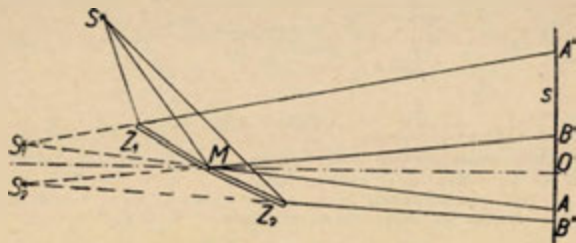
3. Ve všech jiných případech má amplituda  $A'$  výsledného vlnění hodnoty obsažené mezi uvedenými krajními hodnotami  $2A$  a  $0$ .

Odvozené výsledky platí pro každý periodický děj, šířící se bez absorpce stálou rychlostí. Je-li tedy podstatou světla periodické vlnění, musí býti možné potvrditi tyto důsledky, nač prvý poukázal angl. lékař T. Young. Tyto interferenční zjevy zevrubně probadal francouzský inženýr A. J. Fresnel.

Kdybychom chtěli interferenční zjevy demonstrovati dvěma různými zdroji světelnými, nezjistili bychom nikdy zrušení světla. Příčinou toho jest, že světlo koná za vteřinu ohromný počet kmitů (kolem 500 bilionů), při čemž z různých příčin se mění fáze kmitů. I kdyby světelné vlnění se udrželo ve stejné fázi na př. po milion kmitů, trval by jednohlavý nerušený zjev interferenční jen asi jednu pětsetmiliontinu vteřiny, po níž by nastala změna. Oko nedovede vnímati takovéto krátkotrvající děje a vidí pouze průměrnou světlost, jež při rychlém sledu změn zůstává stále stejnou. Chceme-li tedy zjistiti interferenci, musíme k tomu použití světla vycházejícího z téhož zdroje světelného, jež fyzikálně (odrazem nebo lomem) rozdělíme na dvě světelné vlny. V obou světelných vlnách nastává pak změna fáze současně, takže výsledný interferenční

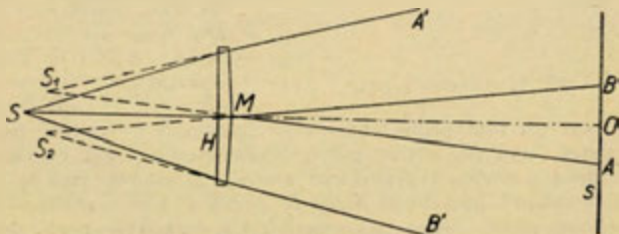
zjev je stále týž. Takovéto světelné vlny, mající původ v jediném zdroji, nazýváme *koherentní*.

*Fresnelova zrcadla* (obr. 503) jsou dvě skleněná zrcadla  $Z_1$  a  $Z_2$ , skloněná v úhlu téměř  $180^\circ$ . Světlo vycházející ze zdroje  $S$  (úzká osvětlená štěrбина) odráží se od obou zrcadel tak, jako by vycházelo z obrazů  $S_1$   $S_2$ , jež jsou velmi blízko sebe a představují



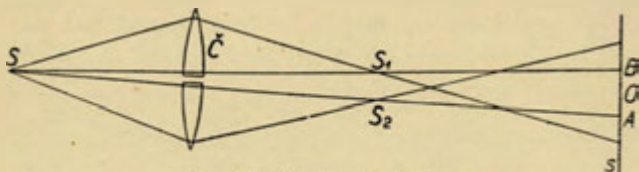
Obr. 503. Fresnelova zrcadla.

dva koherentní zdroje. Z nich vycházející světelné kužele  $AS_1A'$  a  $BS_2B'$  mají společnou část  $BMA$ , do níž přichází světlo z obou obrazů  $S_1$  a  $S_2$ . Do středu tohoto prostoru (na př. do bodu  $O$  na stínítku  $s$ ) přicházejí obě světelné vlny se stejnou fází, neboť dráhy  $S_1O$  a  $S_2O$  jsou stejné, a tudíž se zesilují. Po obou stranách bodu  $O$  jsou místa, kam obě vlny přicházejí v opačné fázi (rozdíl jejich drah se rovná půlvlně) a proto se vzájemně ruší. V dalších místech, kde rozdíl drah je celá délka vlny, setkávají se obě vlny zase ve stejné fázi a zesilují se; v místech, kde rozdíl drah je  $\frac{3}{2}\lambda$ , světlo se zase ruší atd. Při použití jednobarevného světla vznikne v místech  $AB$  soustava stejně vzdálených pruhů střídavě světlých a tmavých. Při použití bílého světla jednotlivá maxima a minima v různých barvách se přes sebe překládají, takže zbývá jen prostřední bílý pruh, obklopený dvěma tmavými pruhy, za nimiž následují pruhy barevné.



Obr. 504. Fresnelův dvojhnanol.

Dva koherentní zdroje můžeme získati též lomem a to buď pomocí Fresnelova dvojhranolu (biprisma, obr. 504) nebo pomocí Billetovy dvojčočky (obr. 505). V prvním případě láme se světlo vycházející ze zdroje  $S$  tak, jako by vycházelo ze dvou virtuálních zdrojů  $S_1$  a  $S_2$ . V druhém příp-

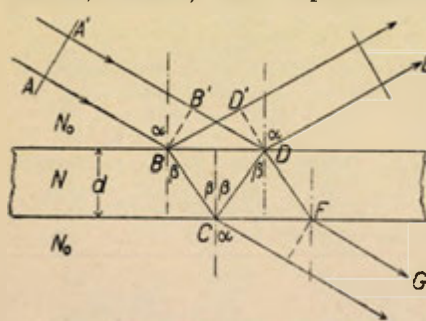


Obr. 505. Billetova dvojčočka.

padě jsou dvě poloviny téže čočky maličko od sebe vzdáleny, takže z téhož zdroje  $S$  utvoří se dva blízké reálné obrazy  $S_1$  a  $S_2$ . V obou případech vznikají na stínítku  $n$  interferenční pruhy v těch místech (mezi  $A$  a  $B$ ), kam dopadá světlo zároveň od obou koherentních zdrojů  $S_1$  a  $S_2$ .

**294. Interference v tenké vrstvě.** Tenké vrstvy, na př. mýdlová bublina, vrstva oleje na vodě, pukliny v krystalech, jeví živé barvy, které vznikají interferencí světelných vln, odražených na obou plochách vrstvy.

Na tenkou desku s rovnoběžnými stěnami (tloušťka  $d$ , index lomu  $N$ , obr. 506) nechť dopadá monochromatická rovinná vlna



světelná  $AA'$ . Na prvním rozhraní se zčásti odráží a zčásti láme; lomená vlna se na druhém rozhraní zase odráží a láme; odražená vlna se poznovu na prvním rozhraní láme i odráží atd.

Směrem  $DE$  šíří se tudíž jednak odražená vlna ( $A'DE$ ), jednak vlna dvakrát lomená a jednou odražená ( $ABCDE$ ). Rozdíl jejich skutečných drah jest  $(BC + CD) - B'D$ . Mu-

Obr. 506. Interference v tenké vrstvě.

síme však při tom přihlédnouti k okolnosti, že ve vrstvě, mající abs. index lomu  $N$ , šíří se světlo  $N$ -krát pomaleji než ve vakuu; proto doba potřebná k proběhnutí dráhy  $x$  je taková, jaké by bylo třeba ve vakuu k proběhnutí dráhy  $N \cdot x$ , což je t. zv. *optická dráha*. O fázovém rozdílu obou uvažovaných vln rozhoduje rozdíl optických drah  $\delta$ , jenž je podle obr. 506

$\delta = N \cdot (BC + CD) - N_0 \cdot B'D = N \cdot \frac{2d}{\cos \beta} - N_0 \cdot 2d \operatorname{tg} \beta \cdot \sin \alpha$ .  
Vzhledem k zákonu lomu

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{N}{N_0} \quad \text{jest} \quad N_0 \cdot \sin \alpha = N \cdot \sin \beta,$$

takže po dosazení dostaneme

$$\delta = \frac{2Nd}{\cos \beta} (1 - \sin^2 \beta) = 2Nd \cdot \cos \beta.$$

Z obr. 506 poznáváme, že stejný rozdíl optických drah je mezi vlnami prošedšími deskou  $ABCD$  a  $A'DFG$ ; obě se dvakrát lomily, prvá se mimo to dvakrát odrazila v  $C$  a  $D$ .

Podle zákona o interferenci očekáváme, že nastane v případě

1.  $\delta = 2Nd \cdot \cos \beta = 0, \lambda, 2\lambda, 3\lambda, \dots$  zesílení,
2.  $\delta = 2Nd \cdot \cos \beta = \frac{\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \frac{5\lambda}{2}, \dots$  zeslabení.

To se potvrzuje však jen v prošedším světle (za podmínky, že na obou stranách desky je totéž prostředí, na př. vzduch). Avšak ve světle odraženém je tomu právě naopak. Příčinou toho jest, že jedna vlna se odráží v bodě  $C$  na řidším prostředí, druhá vlna se odráží v bodě  $D$  na hustším prostředí. V tomto posledním případě nastává podle Fresnela změna fáze v opačnou (srovň. odraz vlnění na pevném konci, odst. 88). Výsledek je tudíž takový, jako by se druhý paprsek tímto odrazem zpozdil o půl doby kmitové. Proto místo očekávaného zeslabení nastane zesílení a naopak.

V nejjednodušším případě, že světlo dopadá na desku kolmo, jest  $\beta = 0$ , takže  $\delta = 2N \cdot d$ . Značí-li  $\lambda'$  vlnovou délku použitého světla ve vakuu, pak skutečná délka vlny  $\lambda'$  v prostředí vrstvy se rovná  $\lambda/N$ . Z dříve uvedených podmínek pro zesílení a zeslabení plynou pak tyto podmínky pro tloušťku vrstvy  $d$ :

|             | ve světle:   | odraženém, | propuštěném, |
|-------------|--|------------|--------------|
| 1. $d = 0,$ | $\frac{2\lambda'}{4}, \frac{4\lambda'}{4}, \frac{6\lambda'}{4}, \dots$ | tma        | světlo.      |
| 2. $d =$    | $\frac{\lambda'}{4}, \frac{3\lambda'}{4}, \frac{5\lambda'}{4}, \dots$  | světlo     | tma.         |

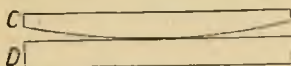
Jestliže na uvažovanou vrstvu dopadá bílé světlo, složené z různých délek vlnových, pak v odraženém světle se zesilují ty barvy, pro něž tloušťka desky se rovná lichému počtu čtvrtin, a ruší se ty barvy, pro něž tloušťka desky se rovná sudému



počtu čtvrtvln. Deska se tedy jeví zbarvena výsledným světlem, složeným z barev zesílených; zejména při malé tloušťce vrstvy je zbarvení velmi živé. Příkladem toho jsou barvy mýdlových bublin nebo barvy vrstev oxidu při kalení a napouštění oceli. — V propuštěném světle je tomu právě naopak, takže táž vrstva se jeví v propuštěném světle v barvě doplňkové (komplementární) k té, jaká se pozoruje ve světle odraženém.

Mějme místo planparalelní vrstvy úzký klín, vytvořený na př. mezi dvěma skleněnými deskami na jedné straně k sobě přiléhajícími, na druhé straně oddělenými lístkem staniolu. Od ostří klínu přibývá rovnoměrně tloušťky vzduchové vrstvy a nastává proto v monochromatickém světle střídavě tma a světlo. V odraženém (i propuštěném) světle se objeví řada pruhů střídavě tmavých a světlých. Tyto pruhy jsou v červeném světle dále od sebe vzdáleny, v modrém světle jsou blíže u sebe. Ve světle bílém se překládají tyto elementární zjevy přes sebe; u ostří klínu je v odraženém světle tmavý pruh, za ním následuje bílý pruh a dále jsou pruhy barevné (podle toho, které barvy se zesilují a zeslabují).

Newton použil k demonstraci interference ploškovypuklé čočky *C* velmi málo zakřivené a přiložené na rovnou desku skleněnou *D* (Newtonova skla,

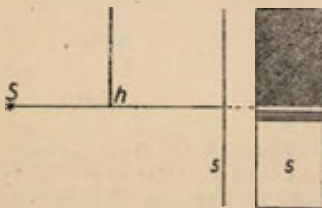


Obr. 507. Newtonova skla.

obr. 507). Tloušťka vrstvy vzduchové mezi těmito skly se zvětšuje zrychleně se vzdáleností od dotykového místa. Při kolmém dopadu monochromatického světla pozorujeme uvnitř tmavou kruhovou skvrnu, obklopenou světlým kruhem, za nímž následují kruhy střídavě tmavé a světlé, jež se čím dále tím hustěji k sobě druzí. Ve světle bílém je vnitřní tmavá skvrna obklopena bílým kruhem, další kruhy jsou pak barevné.

Podle interference světla v tlustých planparalelních vrstvách je možno velmi přesně stanovit vlnovou délku monochromatického světla. Přístroje zarizené k těmto jemným měřením slouží *interferometrii*.

**295. Ohyb světla.** O tom, že se světlo nešíří přísně přímočaře, nýbrž že se i ohýbá do jiných směrů, přesvědčí nás pečlivě



Obr. 508. Fresnelův ohyb na hraně.

vyšetření poblíž rozhraní mezi geometrickým stínem a světlem. Takovéto ohybové zjevy popsal již Grimaldi (1665), zabýval se jimi Young, ale pečlivě je pozoroval a podal jejich výklad podle vlnivé theorie teprve Fresnel (1788–1827). Fresnel vrhl svazek slunečních paprsků do zatemněné síně na čočku malé dálky

ohniskové a vytvořil tak velmi intenzivní světelný bod v jejím ohnisku. Do rozbíhavého kužele z tohoto bodu vycházejícího vložil hranu, štěrbinu nebo drát a pozoroval vznikající zjevy lupou nedaleko umístěnou. Tyto t. zv. Fresnelovy zjevy je možno také objektivně ukázati na stínítku blízko umístěném.

Při ohybu na rovné hraně  $h$  (obr. 508) není přechod ze světla do stínu náhlý, nýbrž pozvolný, ale bez maxim a minim. Zato v části světlé se ukazují maxima a minima v podobě jemných pruhů světlejších a tmavších jež jsou čím dále tím těsněji u sebe a brzo vymizí.

Vložíme-li v cestu tenký drát, vzniknou poblíž rozhraní stínu stejné ohybové zjevy jako dříve u hrany, ale mimo to v geometrickém stínu jsou tmavé a světlé pruhy zrovna na těch místech, kde by vznikly interferencí, kdyby se světlo šířilo jen od obou hran drátu.

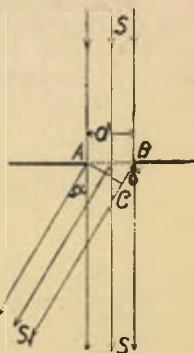
Použijeme-li štěrbiny (ne však příliš úzké), jest u rozhraní světla a stínu zase známý ohybový zjev. Mimo to však uprostřed je soustava velmi jemných čar, jež vzdalováním stínitka nebo zužováním štěrbiny se rychle roztupují a brzo mizí. Kromě toho jsou i v geometrickém stínu světla a tmavé pruhy. Matematické zpracování těchto jevů je velmi složité.

Mnohem jednodušší je výklad t. zv. Fraunhoferových ohybových jevů, při nichž se užívá svazku rovnoběžných paprsků, jež se po ohybu pozoruje dalekohledem na nekonečno zařízeným (nebo se zachytí ohybový zjev na stínítku velmi vzdálené). Důležitý jest ohyb na jedné štěrbíně, na niž dopadá kolmo svazek paprsků  $S$  (obr. 509). Je především zřejmo, že v přímém směru paprsku  $S_0$  nastává světlo, neboť veškeré paprsky postupují se stejnou fází. Šířka štěrbiny budiž  $d$ ; pak ve směru odchýleném o  $\alpha$  se šíří podle Huygensova principu rovněž světlo, ale krajní paprsek vybíhající od  $B$  je opožděn proti paprsku od  $A$  o dráhu

$$\delta = BC = d \cdot \sin \alpha.$$

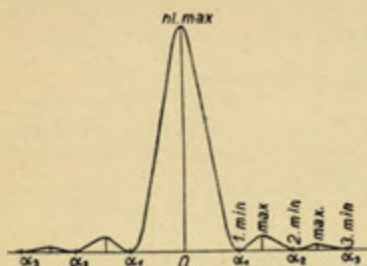
V případě, že je tento rozdíl drah  $\delta$  právě rovný délce vlny, myslíme si štěrbinu rozpuštěnou; každému paprsku v první půli štěrbiny přísluší v druhé půli jeden paprsek mající proti němu zpoždění právě  $\frac{1}{2}\lambda$  a proto se oba vzájemně ruší. V tomto směru ruší se tedy světlo vycházející z jedné poloviny štěrbiny interferencí světla vycházejícího z druhé poloviny a nastává v tom směru tma. Je-li  $\delta = 2\lambda$ , rozdělme si štěrbinu na čtvrtiny; pak světlo z první a třetí čtvrtiny se ruší interferencí světla z druhé a čtvrté štěrbiny a nastává zase tma. Obecně nastává tma ve všech směrech, pro něž je

$$\delta = d \cdot \sin \alpha = k \cdot \lambda, \quad k = 1, 2, 3, \dots$$



Obr. 509.  
Ohyb světla štěrbinou.

Dá se ukázati, že mezi směry dvou sousedních minim leží vždy jedno

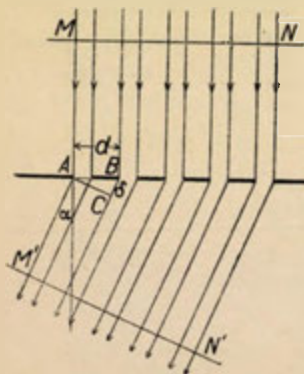


Obr. 510. Rozdělení intenzity světla při ohybu jednou štěrbinou.

maximum, ovšem jejich intenzita rychle slábne. Pozorujeme tudíž uprostřed světlý pruh, od něho na obou stranách stejně vzdálené tmavé pruhy, mezi nimiž jsou světlé pruhy. Rozdělení intenzity znázorňuje obrazec 510. Vzdálenost pruhů je (při nepříliš úzké štěrbině) úměrná  $\lambda/d$ ; čím je štěrba užší, tím jsou pruhy dále od sebe, až při velmi úzké štěrbině úplně vymizí, takže se světlo za štěrbinou šíří všemi směry.

Je-li totiž  $d = \lambda$ , vznikají toliko prvá minima pro  $\alpha = \pm 90^\circ$ ; pro  $d < \lambda$  minima vůbec nevznikají a světlo vychází ze štěrby všemi směry, ovšem v intenzitě ubývajících od hlavního maxima na obě strany.

**296. Ohyb světla mřížkou.** Mřížka na průhled je skleněná deska, na níž jsou diamantem vyryty velmi četné vrypy naprosto stejně vzdálené. Vrypy představují neprůhledná místa; neporušené sklo tvoří průhledné štěrby. Nechť na takovou mřížku dopadá svazek rovnoběžných paprsků (obr. 511). Jsou-li štěrby velmi úzké,



Obr. 511. Ohyb světla mřížkou.

šíří se podle předcházejícího výkladu světlo z každé štěrby na všechny strany. Jest úlohou vyšetřiti, v kterých směrech se světla vycházející ze všech štěrbin navzájem zesilují. Společná šířka štěrby a vrypu slove mřížková konstanta  $d$ . Na mřížku nechť dopadá kolmo rovinná vlna světelná  $MN$ ; vyšetřujeme, co nastane ve směru odchýleném o úhel  $\alpha$ . Krajní paprsky dvou sousedních štěrbin mají dráhový rozdíl

$$d = BC = d \cdot \sin \alpha.$$

Je-li tento rozdíl rovný vlnové délce (nebo celistvému násobku vlnové délky), pak se zesilují netoliko ony krajní paprsky dvou sousedních štěrbin, ale i všechny ostatní stejnohlé paprsky z těchto dvou štěrbin vycházející; totéž platí však i o všech následujících štěrbinách.

Tedy světlo ze všech štěrbin se vzájemně zesiluje ve směrech určených vztahem

$$d \cdot \sin \alpha = k \cdot \lambda, \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

Je-li celkem  $N$  štěrbin, má v tomto směru světlo amplitudu  $N$ -krát větší než od jedné štěrbin a tedy jeho intensita (úměrná dvoj-moci amplitudy) je  $N^2$ -krát větší.

Ve všech ostatních směrech se však světlo při velikém počtu štěrbin interferencí ruší. Budiž na př. dráhový rozdíl od sousedních štěrbin v určitém směru  $1 \cdot 1 \lambda$ ; pak dráhový rozdíl světla vycházejícího z 1. a 6. štěrbin jest  $5 \cdot 5 \lambda$ , takže příslušné světelné vlny se setkávají s opačnou fází a vzájemně se ruší. Podobně se ruší světlo vycházející z 2. a 7. štěrbin, z 3. a 8. atd. Není-li tedy dřívější podmínka  $d \cdot \sin \alpha = k \cdot \lambda$  ( $k$  celé číslo) přísně splněna, vždy lze k určité štěrbině najít jinou, u níž dráhový rozdíl se rovná lichému počtu půlvln a proto se světlo tohoto páru štěrbin ruší; podobně se ovšem ruší pak i světlo od všech dalších párů.

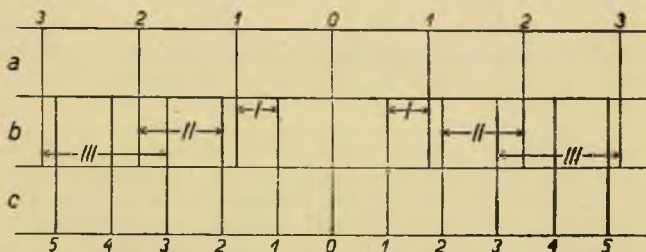
Jestliže dopadá na mřížku monochromatické světlo, na př. červené o vlnové délce  $\lambda_1$ , vznikají ostré čáry ve směrech, pro něž platí

$$\sin \alpha_1 = \frac{k \cdot \lambda_1}{d}$$

V dalekohledu, jímž hledíme proti mřížce, pozorujeme zjev naznačený na obrázku 512 nahoře (a); vzdálenost čar jest úměrná vlnové délce  $\lambda_1$ . Pro fialové světlo (vlnová délka  $\lambda_2$ ) platí obdobný vztah

$$\sin \alpha_2 = \frac{k \cdot \lambda_2}{d}$$

Poněvadž je však vlnová délka  $\lambda_2$  kratší, jsou světlé čáry ve fialovém světle (obr. 512c) blíže u sebe než v červeném.

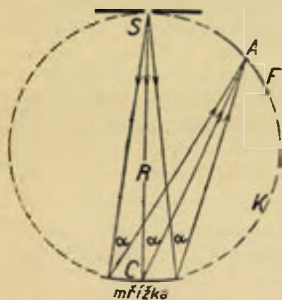


Obr. 512. Ohyb mřížkou ve světle a) červeném, b) bílém, c) fialovém.



V bílém světle se tedy řadí jednotlivé barvy vedle sebe úměrně podle své délky vlny (obr. 512b). Vzniká tak uprostřed bílý pruh, po obou stranách spektra I. řádu, dále spektra II. řádu dvakrát širší, přes něj však již zasahá spektrum III. řádu třikrát širší atd. V každém spektru je nejméně vychýlena část fialová, nejvíce odchýlena část červená.

Změříme-li odchylku  $\alpha$  pro určitý druh světla, můžeme z toho počítati vlnovou délku  $\lambda$ , když ovšem známe mřížkovou konstantu  $d$ .



Obr. 513.

Rowlandova válcová mřížka.

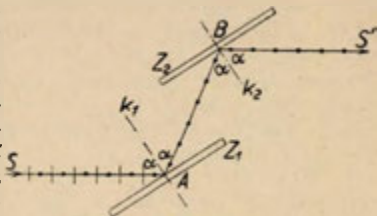
Stejně zjevy nastávají na mřížkách na odraz. Jejich předností je, že světlo nemusí vůbec procházeti sklem, takže nenastává absorpce. — Aby nebylo třeba ani kolimátoru ani dalekohledu, ryl Rowland své mřížky na duté válcové zrcadlo kovové (vrypy ve směru povrchových přímek). To má tu výhodu, že mřížka utvoří ze štěrbin reálný obraz v jednotlivých barvách. Budiž štěrbina ve středu křivosti  $S$  mřížky (obr. 513); z ní vychází svazek rozbíhavých paprsků, jež dopadají kolmo na mřížku. Pro světlo určité vlnové délky  $\lambda$  zesilují se paprsky odražené v úhlu  $\alpha$ . Lze dokázati, že všechny tyto paprsky se sbíhají v bodě  $A$ , který leží na kružnici  $K$ , opsané nad poloměrem  $R$  mřížky jakožto průměrem. Ze světla vycházejícího ze štěrbin vytvoří se tudíž odrazem a ohybem na mřížce ohybová spektra, umístěná na obvodu kružnice  $K$ , jež můžeme fotografovati vhodně položenou fotografickou deskou nebo filmem  $F$ . Proměřením získané fotografie lze pak stanoviti vlnovou délku jednotlivých spektrálních čar.

Rowlandovy mřížky mívají na 1 mm 600 až 1000 čárek, takže dovo-lují velmi přesná měření vlnových délek.

**297. Polarisace světla.** Ze zjevů interference a ohybu světla soudíme, že podstatou světla je nějaký periodický vlnivý děj. Jak si jej máme představovati, o tom nás poučuje *polarisace* světla, kterou objevil r. 1808 Malus. Paprsek světelný  $S$  (obr. 514) nechť dopadá pořadem na dvě desky  $Z_1$  a  $Z_2$  z korunového skla ( $n=1.52$ ), od nichž se může odrážeti pod úhlem  $\alpha=57^\circ$ . Jsou-li obě zrcadla  $Z_1$  a  $Z_2$  rovnoběžná, jak je na obrázku vyznačeno, světlo se nerušeně od obou odráží (vedle toho ovšem též prochází deskami). Jestliže však druhé zrcadlo  $Z_2$  stočíme o  $90^\circ$  kolem spojnice bodů dopadu  $AB$  tak, aby úhel dopadu na druhé zrcadlo byl stále  $57^\circ$ , odraz na druhém

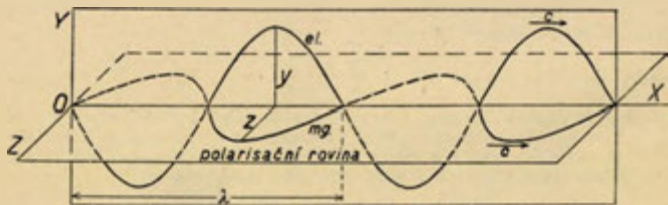


zrcadle nenastane. Má tudíž odražený paprsek  $AB$  určitou boční různost. V rovině dopadu souhlasné s původní rovinou dopadu se odráží; je-li však nová rovina dopadu kolmá k původní rovině dopadu, neodráží se vůbec. Takovéto světlo se nazývá úplně polarisované; původní rovina dopadu (v obr. 514 ná-kresna) jest jeho *polarisační rovina*. Uvedená boční různost polarisovaného paprsku poukazuje k tomu, jak Fresnel ukázal, že vlnění světelné má povahu vektorovou, a že světelný vektor je kolmý ke směru šíření světla. Podle toho světlo je příčné transversální vlnění; podélné (longitudinální) vlnění světelné přes největší úsilí nikdy nalezeno nebylo.



Obr. 514. Polarizace světla.

V původním světle (nepolarisovaném) dějí se kmity světelné v rychlém střídání ve všech směrech kolmých k paprsku. Při odrazu v polarisačním úhlu odrážejí se však jenom kmity uspořádané



Obr. 515. Elektromagnetická vlna světelná.

v jediné rovině, proložené odraženým paprskem, čímž nastává polarizace paprsku. Fresnel předpokládal, že směr těchto kmitů je kolmý k polarisační rovině, a došel k úplnému souhlasu se zkušeností. Avšak F. Neumann ukázal, že všechny zjevy se dají též uspokojivě vyložití, předpokládáme-li, že kmity polarisovaného paprsku leží v polarisační rovině. Jak Kolářek ukázal, rozpor obou těchto názorů odpadá v Maxwellově theorii světla (odst. 255). Podle ní ve světelné vlně (obr. 515) postupují současně jak vlna elektrická, jejíž kmity  $y$  jsou kolmé k polarisační rovině (jako u Fresnela), tak i vlna magnetická, jejíž kmity  $z$  leží v polarisační rovině (jako podle Neumanna). Pro jednoduchost budeme v dalších výkladech uvažovati vždy jen elektrický vektor, jenž

souhlasí s Fresnelovým směrem kmitů a jenž je tedy k polarisační rovině kolmý.

Jestliže v pokuse na začátku tohoto odstavce uvedeném je původní úhel dopadu poněkud jiný než  $57^\circ$ , má odražené světlo sice také boční různosti, ale nikdy nedocílíme druhým odrazem úplného vymizení odraženého světla. Při jiných úhlech dopadu vzniká jen částečně polarisované světlo; v něm převládá většina kmitů je kolmá k polarisační rovině, ale vedle nich existují též kmity jiných směrů.

Brewster (1815) ukázal, že polarisační úhel  $\alpha$  vyhovuje té vlastnosti, že při dopadu v tomto úhlu stojí paprsky odražený a lomený na sobě kolmo. Z obr. 516 plyne  $\beta = 90^\circ - \alpha$ , takže podle zákona o lomu jest

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{\sin \alpha}{\sin (90^\circ - \alpha)} = \operatorname{tg} \alpha = n.$$

Uvedený zákon Brewsterův je důsledkem Fresnelových vzorců pro amplitudu světla odraženého na průhledném prostředí. Fresnel odvodil tyto vzorce z předpokladu, že světlo je příčné vlnění étheru; ukazuje se však, že k týmž výsledkům vede i elektromagnetická theorie světla. Budiž  $A$  amplituda dopadajícího vlnění,  $A'$  amplituda odraženého vlnění,  $\alpha$  úhel dopadu a  $\beta$  úhel lomu. Pak platí, nehledíme-li k znaménku, pro výchylku (el. vektor)

$$\begin{aligned} \text{kolmou k rovině dopadu } A' &= A \frac{\sin (\alpha - \beta)}{\sin (\alpha + \beta)}, \\ \text{spadající do roviny dopadu } A' &= A \frac{\operatorname{tg} (\alpha - \beta)}{\operatorname{tg} (\alpha + \beta)}. \end{aligned}$$

V případě, že paprsek odražený a lomený jsou navzájem kolmé, jest  $\alpha + \beta = 90^\circ$ ,  $\operatorname{tg} (\alpha + \beta) = \infty$ , takže amplituda světla kmitajícího v rovině dopadu je nulová; odráží se tudíž jen světlo s kmity kolmými k rovině dopadu, což je právě světlo polarisované v rovině dopadu. Pro jeho amplitudu  $A'$

$$A' = A \frac{\sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta}{\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \alpha}$$

vzhledem ke vztahům

$$\cos \beta = \sin \alpha, \cos \alpha = \sin \beta, \sin \alpha = n \cdot \sin \beta,$$

kdež  $n$  jest index lomu, dostáváme výraz

$$A' = A \frac{\sin^2 \alpha - \sin^2 \beta}{\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta} = \frac{n^2 - 1}{n^2 + 1}.$$

Pro korunové sklo ( $n=1.52$ ) je poměr amplitud dopadajícího a odraženého světla

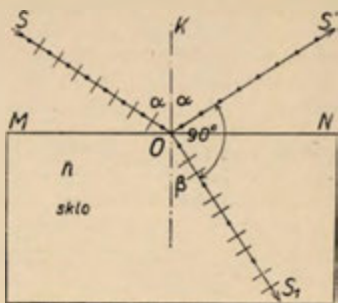
$$\frac{A'}{A} = \frac{n^2 - 1}{n^2 + 1} = 0.396$$

a tedy poměr intensit (úměrných dvojnásobkům amplitud)

$$\frac{I'}{I} = \left( \frac{A'}{A} \right)^2 = 0.157 = 15.7\%.$$

Podle Brewsterova zákona závisí polarisační úhel na barvě světla; pro červené světlo je nejmenší, pro fialové světlo největší.

Při dopadu světla v polarisačním úhlu myslíme si všechny kmity rozloženy na dvě kolmé složky, jednu v rovině dopadu a druhou kolmo k rovině dopadu (obr. 516), při čemž na každou připadá 50% intensity původního světla. Složka s kmity v rovině dopadu se vůbec neodráží, nýbrž se toliko láme. Složka s kmity kolmými k rovině dopadu se zčásti odrazí (7·8 % při korunném skle,  $n=1\cdot52$ ) a zčásti láme (42·2 %). Je pak odražený paprsek  $S'$  úplně polarisován v rovině dopadu a připadá na něj 7·8 % intensity původního světla. Paprsek lomený  $S_1$  (mající 92·2 % intensity) je částečně polarisován a jeho polarisační rovina je kolmá k nákresně.



Obr. 516.

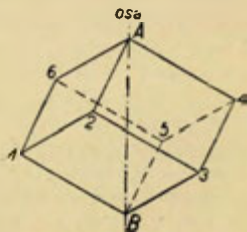
Odraz a lom v polarisačním úhlu.

Jestliže prochází paprsek přirozeného světla velkou řadou rovnoběžných desek skleněných tak, že na všechny dopadá v polarisačním úhlu, zůstává složka světla s kmity v rovině dopadu nezměněná, ale složka s kmity kolmými se stále více zeslabuje. Vycházející světlo je skoro úplně polarisováno, ovšem v rovině kolmé k rovině dopadu.

Schematicky se označuje polarisační stav paprsku tak, že na paprsku polarisovaném v nákresně vyznačíme jednotlivé body jako průměty kolmých výchylek; na paprsku polarisovaném kolmo k nákresně narýsujeme příčné úsečky jakožto směry výchylek ležících v nákresně (srov. obr. 514 a 516). Paprsek nepolarisovaný má oba tyto znaky současně na znamení, že se kmity dějí ve všech kolmých směrech.

**298. Dvojlom světla.** Bylo již dávno poznáno (Erasmus Bartholinus r. 1669), že paprsek dopadající na přirozenou plochu islandského vápence se štěpí na dva paprsky postupující různými směry. Podobný zjev, třebaž ne tak význačný, jeví se i v jiných krystalech (s výjimkou krystalů soustavy krychlové). Tento zjev nazýváme *dvojlom světla*; příslušná krystalinická prostředí slují *dvojlomná*.

Islandský vápenec krystaluje v soustavě šesterečné; jeho krystaly mají tvar klence (obr. 517) omezeného 6 kosočtverci, v nichž tupé úhly měří  $101^{\circ} 55'$ . V šesti rozích 1 až 6 se stýká jeden tupý úhel se dvěma ostrými; ve dvou protějších rozích



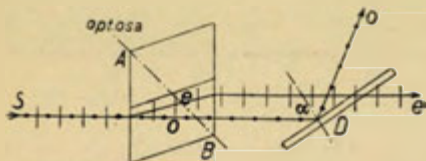
Obr. 517. Krystal vápence.

$A$ ,  $B$  jsou všechny tři úhly tupé. Spojnice těchto rohů stanoví krystalografickou osu krystalu; každý směr s ní rovnoběžný stanoví optickou osu krystalu. Každá rovina, proložená optickou osou, se nazývá hlavní řez.

Dopadá-li světlo kolmo na některou přirozenou plochu krystalu, rozdělí se na dva paprsky, jež jsou (obr. 518):

1. paprsek *řádny*  $o$  (ordinarius), procházející v původním směru (jak by tomu bylo také v skleněné desce, odtud jméno řádný), jenž jest polarisován v hlavním řezu;

2. paprsek *mimořádný*  $e$  (extraordinarius), vybočující stranou od původního směru (po lomu na protější přirozené ploše je však rovnoběžný s původním směrem), jenž je polarisován v rovině kolmé k hlavnímu řezu.



Obr. 518. Dvojlom v islandském vápenci.

O polarisaci obou paprsků se přesvědčíme, když je po průchodu krystalem necháme dopadnouti na skleněnou desku  $D$

tak položenou, aby rovina dopadu souhlasila s hlavním řezem a aby úhel dopadu  $\alpha$  se rovnal příslušnému úhlu polarisačnímu. V tomto případě se odráží od desky jen paprsek řádný. Otočíme-li desku  $D$  kolem směru paprsků o  $90^\circ$ , takže rovina dopadu je pak kolmá k hlavnímu řezu, odráží se toliko paprsek mimořádný.

Dvojlom nenastane jenom tehdy, když prochází paprsek krystalem ve směru osy; lze to demonstrovati tím, že zbrousíme oba rohy  $A$ ,  $B$ , jichž spojnice určuje krystalografickou osu, kolmo k této ose a necháme dopadati světlo ve směru osy.

Jestliže podobně zbrousíme jiné dva protější rohy a necháme dopadati paprsek kolmo, zdánlivě také nenastává dvojlom. Ve skutečnosti však rozštěpil se původní paprsek v krystalu také na dva paprsky, řádný a mimořádný, jež postupují sice týmž směrem ale různou rychlostí a jsou také různé polarisovány.

Při vyšetřování dvojlomu je třeba rozlišovati paprsek jakožto rozhraní mezi světlem a tmou a vlnovou normálu, což je kolmice na rovinou vlnu světelnou. Na obr. 518 má v krystalu oboje vlnění stejnou vlnovou normálu, souhlasící s původním směrem dopadu, ale paprsek mimořádný se odchyluje od této vlnové normály. Zákony dvojlomu jsou jednodušší, vztahujeme-li je na vlnovou normálu, jak také v dalším budeme činiti. Rychlostí vlny rozumíme pak rychlost měřenou ve směru vlnové normály (kolmo k vlnoploše) a nikoli ve směru paprsku.

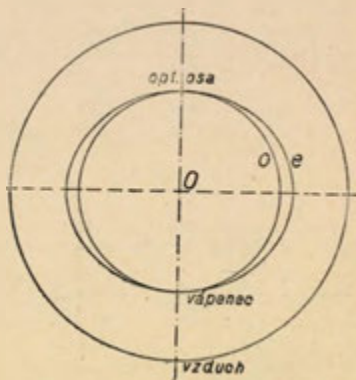
Veškeré úkazy dvojlomu ve vápenci se dají vysvětliti před-



pokladem, že v každém směru se mohou šířit pouze dvě světelné vlny, jež jsou navzájem kolmo polarisované a jež postupují různou rychlostí. Rozdělení rychlostí na různé směry přehledněme nejlépe pomocí *vlnoplochy*. Myslíme si, že z daného počátku  $O$  (obr. 519) vycházejí současně všemi směry rovinné vlny, jež po určitém krátkém čase mají různé polohy; obálka všech těchto rovinných vln určuje pak hledanou vlnoplochu. V dvojlomných krystalech, v nichž každým směrem se šíří dvě různé vlny, je vlnoplocha dvojitá.

Ve vápenci řádná vlna je polarisována v hlavním řezu a šíří se ve všech směrech stejnou rychlostí; příslušná vlnoplocha je tudíž koule  $o$  (obr. 519), index lomu pro vlnu řádnou má stálou hodnotu,  $N_o = 1.6585$  pro Fraunhoferovu čáru D.

Vlna mimořádná je polarisována kolmo k hlavnímu řezu a šíří se rychlostí proměnnou podle směru postupu. Nejmenší je ve směru osy (rovná se rychlosti řádného paprsku) a největší je ve směrech kolmých k optické ose. Příslušná vlnoplocha je zploštělý rotační elipsoid  $e$ , jehož malá osa splývá s optickou osou a rovná se průměru vlnoplochy řádné. Na obr. 519 je vyznačen osový řez vlnoplochy řádnou  $o$  a mimořádnou  $e$  a k němu je připojena



Obr. 519. Vlnoplocha ve vápenci a ve vzduchu.

vlnoplocha pro vzduch (vlastně vakuum). V důsledku toho, že rychlost  $v_e$  mimořádného paprsku je proměnná, je také index lomu  $n_e = c/v_e$  ( $c$  = rychlost světla ve vakuu) proměnlivý, a to největší ve směru osy,  $n_e = 1.6585$  (rovný indexu řádného paprsku) a nejmenší pro směry kolmé k ose,  $n'_e = 1.4868$  (pro čáru D).

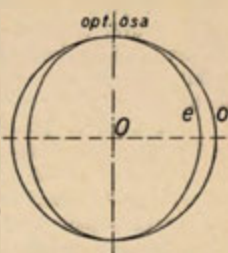
Známe-li tvar vlnoplochy a polohu optické osy, můžeme k danému dopadajícímu paprsku  $SO$  (obr. 520, rýsovaný poněkud přehnaně) sestrojiti oba lomené paprsky, řádný  $Oo$  a mimořádný  $Oe$ , konstrukcí Huygensovou (str. 186). Nechť dopadne rovinná vlna  $OA$  na rozhraní  $MN$  mezi vzduchem a vápencem. Z bodu dopadu  $O$  jako středu sestrojíme vlnoplochy pro vzduch i vápenec. Za krátkou dobu, za kterou by původní rovinná vlna byla postoupila ve vzduchu do polohy  $BC$  (tečná rovina k vlnoploše pro vzduch), rozšíří se obě dvojlomem vzniklé rovinné vlny na tečné roviny k vlnoplo-





je stejná). Proto mimořádný index lomu je menší než index řádný (jen pro směr osy jsou oba stejné). Takovéto krystaly nazýváme záporné (negativní) a patří k nim vedle vápence turmalin, korund, safír, rubín atd.

2. Pro jiné jednoosé krystaly je celá mimořádná vlnoplocha uvnitř řádné vlnoplochy a představuje rotační elipsoid vejčitý (obr. 521). Vlna mimořádná má vesměs menší rychlost a větší index lomu než vlna řádná; toliko ve směru osy jak rychlost tak i index lomu jsou pro obě vlny stejné. Takovéto krystaly nazýváme kladné (pozitivní) a patří k nim ametyst, brucit, diopas a j., přibližně též křemen.

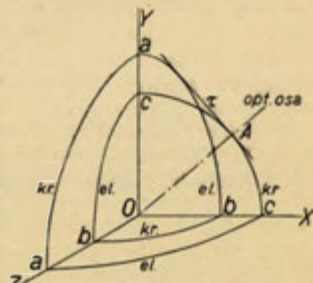


Obr. 521. Vlnoplocha krystalu pozitivního.

V krystalech soustavy kosočtverečné, jednoklonné a trojklonné jsou poměry značně složitější. Fresnel ukázal, že vlnoplocha v těchto krystalech je plocha čtvrtého stupně daná rovnicí

$$\frac{x^2}{r^2 - a^2} + \frac{y^2}{r^2 - b^2} + \frac{z^2}{r^2 - c^2} = 1,$$

kdež  $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$ ;  $a, b, c$  jsou konstanty. Tato plocha je souměrná ke všem třem rovinám souřadnicovým; jeden její oktant je znázorněn na obr. 522 (za předpokladu  $a > c > b$ ). Každý řez této vlnoplochy s rovinou souřadnicovou skládá se z kružnice (označené *kr.*) a z elipsy (*el.*), při čemž délky jejich poloos (po př. polo-měru) jsou ve výkresu připsány. Zajímavý je řez s rovinou  $XY$ , kde kružnice a elipsa se navzájem protínají; vlnoplocha má tam důlek, jež lze pokrytí společnou tečnou rovinou  $\tau$ . Kolmice  $OA$  na tuto společnou tečnou rovinu se nazývá *optická osa*. Rovinná vlna, kolmá na optickou osu, jež je tedy rovnoběžná se společnou tečnou, šíří se nezávisle na polarisaci vlny stálou rychlostí ve směru optické osy, takže v tomto směru (máme-li na mysli jen rovinnou vlnu) dvojlom nenastává. Je zřejmé, že existuje ještě druhá optická osa souměrně položená k narýsované ose. V takovýchto krystalech jsou tudíž dvě optické osy



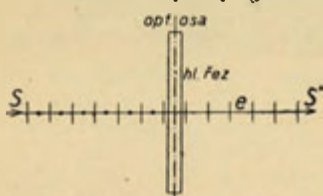
Obr. 522. Vlnoplocha dvojosých krystalů.

tím se vyznačující, že se jimi šíří rovinná vlna stálou rychlostí, nezávisle na své polarisaci; proto takovéto krystaly nazýváme *dvojosé*.

Každým jiným směrem v krystalu mohou se šířiti dvě rovinné vlny, jež jsou navzájem kolmo polarisovány. Jejich polarisační roviny se určí touto konstrukcí: Uvažovaným směrem proložíme dvě roviny, z nichž každá prochází jednou optickou osou. Úhly sevřené těmito rovinami rozpůlme; půlící roviny jsou polarisační roviny těch dvou vln, které se mohou daným směrem šířiti.

K danému paprsku, dopadajícímu na rozhraní krystalu dvojosého, můžeme sestrojiti oba paprsky lomené zobecněnou konstrukcí Huygensovou, k níž ovšem použijeme Fresnelovy vlnoplochy. Z konstrukce plyne, že žádný z obou lomených paprsků se neřídí zákonem Snellovým; jsou tedy vlastně oba lomené paprsky mimořádné.

Některé krystaly (jednoosé i dvojosé) pohlcují rovinné vlny

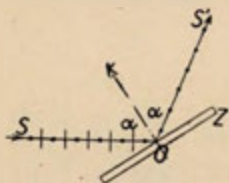


Obr. 523. Turmalinová deska.

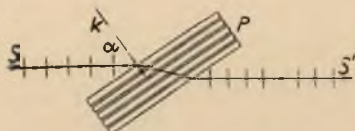
a to různé podle jejich polarisace. Příkladem toho je turmalin (jednoosý). Deska asi 2 mm silná a vybroušená rovnoběžně s optickou osou (obr. 523), pohltí téměř úplně paprsek řádný, takže propouští pouze paprsek mimořádný, jenž je polarisován kolmo k hlavnímu řezu (kmitý v hlavním řezu). Toho se používá v turmalinových kliškách, kde dvě turmalinové deštičky tvoří velmi jednoduchý polarisační přístroj.

**300. Polarisační přístroje.** Polarisační přístroje jsou určeny k tomu, abychom jimi zkoumali průhledná prostředí v polarizovaném světle. Skládají se ze dvou polarisačních zařízení, jež se nazývají *polarisátor* a *analysátor*. Polarisátorem zjednáme si z obyčejného světla světlo lineárně polarizované; analysátorem pak vyšetřujeme změny, které v něm nastaly po průchodu zkoumaným preparátem. Polarisátorem a analysátorem může býti kterékoli z následujících polarisačních zařízení:

1. *Polarisační zrcadlo* (obr. 524), což je skleněná deska  $Z$ , na níž se odráží světlo v polarisačním úhlu  $\alpha$ ; odražené světlo je



Obr. 524. Polarisační zrcadlo.

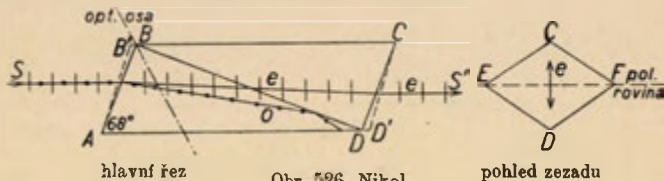


Obr. 525. Polarisační desky.

polarisováno v rovině dopadu. Aby nevadilo procházející světlo, bývá deska z černého skla nebo je na zadní straně začerněna.

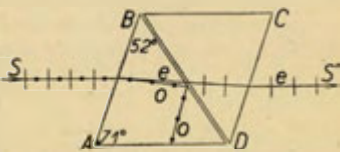
2. *Polarisační desky* (obr. 525), což je soustava rovnoběžných desek (aspoň 10), na něž dopadá světlo v polarisačním úhlu  $\alpha$ . Světlo prošedší deskami je téměř úplně polarisováno, jeho polarisační rovina je kolmá k rovině dopadu (k nákresně v obrázku).

3. *Turmalinová deska* (obr. 523), broušená rovnoběžně s osou, tlustá aspoň 2 mm. Takováto deska propouští jen mimořádný paprsek, jenž je polarisován kolmo k hlavnímu řezu. Vadí však při tom zelené nebo hnědé zabarvení turmalinu.



Obr. 526. Nikol.

4. Mnohem lepší a nejužívanější polarisační zařízení je *nikol* (obr. 526), jež sestrojil r. 1828 W. Nicol. Z čirého islandského vápence se vyštěpí hranol asi třikrát delší, než je jeho šířka. Přední jeho stěna  $AB'$  svírá s boční hranou  $AD$  v hlavním řezu úhel  $71^\circ$ ; tento úhel se broušením zmenší o  $3^\circ$  tak, aby činil  $68^\circ$ , a pak se hranol rozřízne kolmo k přední stěně  $AB$  řezem  $BD$ . Po vyleštění ploch řezem vzniklých se obě plochy slepí kanadským balzámem. Paprsek  $S$  přirozeného světla štěpí se dvojlomem na přední ploše na paprsek řádný  $o$  a mimořádný  $e$ . Pro paprsek mimořádný  $e$  má v dané úpravě vápenec stejný index lomu jako kanadský balzám, takže tento paprsek netlumeně prochází vrstvou kanadského balzámu. Silněji lomený paprsek řádný  $o$  dopadá na rozhraní kanadského balzámu v úhlu větším, než je příslušný mezní úhel, takže se úplně odráží a pohltí se na bočních začerněných plochách. Z nikolu vystupuje tudíž jenom paprsek mimořádný, polarisovaný kolmo k hlavnímu řezu; jeho polarisační rovina jest určena delší úhlopříčnou  $EF$ , kmity (podle Fresnela) mají směr kratší úhlopříčny  $CD$ .



Obr. 527. Foucaultův hranol.

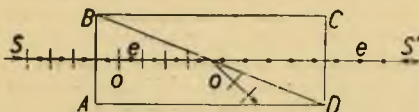
Nikolův hranol byl rozmanitým způsobem upravován, buď aby se ušetřilo velmi vzácného islandského vápence, nebo aby se dosáhlo větší světlosti. Významné úpravy jsou:

5. *Foucaultův hranol* (obr. 527), v němž řezné plochy jsou odděleny vrstvou vzduchu, na níž je mezní úhel pro řádný paprsek mnohem menší ( $37^\circ$ ),



takže celý hranol je poměrně krátký proti délce. Ovšem ztrácí se dosti světla odrazem na vzduchové vrstvě.

6. Glan-Thompsonův hranol (obr. 528) je pravoúhlý hranol vápencový

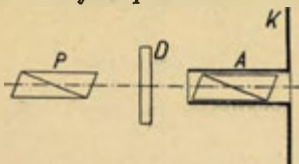


Obr. 528. Glan-Thompsonův hranol.

ABCD, rozříznutý úhlopříčným řezem  $BD$  a to tak, že řez je rovnoběžný s optickou osou, k nákresné kolmou. Rezné plochy jsou slepeny kanadským balzámem. Paprsek  $S$  kolmo dopadající na přední stěnu  $AB$  štěpí se v paprsek řádný  $o$  a mimo-

řádný  $e$ , jež však postupují oba týmž směrem. Na rozhraní kanadského balzámu paprsek řádný  $o$  se úplně odráží, ale paprsek mimořádný  $e$  nerušeně prochází. Tato úprava jest nejlepší ze všech a užívá se jí zejména v polarimetrech.

Nejdokonalejší polarisační přístroj (obr. 529) má dva nikoly  $P$  a  $A$  jako polarisátor a analysátor, jež jsou postaveny za sebou



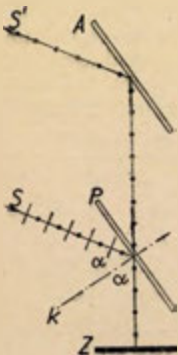
Obr. 529. Schema polarisačního přístroje.

ve směru vodorovném. Polarisační  $P$  je pevný, analysátor  $A$  je otáčivý kolem vodorovné osy a jest opatřen děleným kruhem  $K$ . Zkoumaný preparát  $D$  se klade mezi polarisátor a analysátor; před preparát a za něj je možno vložit silné spojné čočky, má-li se vyšetřovati preparát ve světle sbíhavém. Dalšími pomocnými čoč-

kami dá se upravit polarisační přístroj na projekci.

Obyčejný mikroskop dá se upravit na polarisační přístroj, jestliže se pod kondensor vloží nikol jako polarisátor a před okulár druhý nikol jako analysátor (*polarisační mikroskop*).

Nejjednodušším polarisačním přístrojem jsou *turmalinové kleště*. Polarisátorem i analysátorem jsou turmalinové desky, držené v pružných kleštích tak, aby se analysátor dal kolem osy stroje otáčet; pozorovaný preparát se vkládá do kleští mezi obě turmalinové desky.

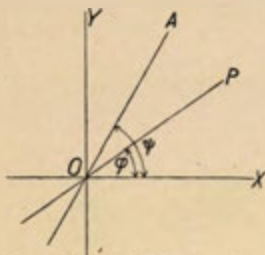


Obr. 530. Norrenbergův přístroj.

Hojně užívaný je též přístroj Nörrenbergův (obr. 530). Polarisátorem je skleněné zrcadlo  $P$ , na němž se dopadající světlo  $S$  odráží v polarisačním úhlu směrem svislým dolů; jeho polarisační rovinou je nákresna. Tento paprsek se odráží na vodorovném zrcadle  $Z$  směrem vzhůru a po průchodu skleněnou deskou  $P$  se vyšetřuje analysátorem  $A$ , což je zase skleněná deska skloněná v polarisačním úhlu a otáčivá kolem svislé osy přístroje. Místo ní se může za analysátor použít též polarisačních desek nebo nejlépe nikolu.



**301. Interference polarisovaného světla.** Vložíme-li do polarisačního přístroje mezi polarisátor a analysátor deštičku z dvojlomné látky, jeví se při bílém světle zpravidla zbarvena. Zabarvení je nejživější, když polarisační roviny polarisátoru a analysátoru právě půli úhel mezi polarisačními rovinami obou vln světelných, vznikajících dvojlomem v desce. Poněvadž jsou tyto roviny k sobě kolmé, musí v uvedeném případě býti polarisační roviny polarisátoru a analysátoru buď souhlasné nebo k sobě kolmé (zkřížené nikoly). Barva při zkřížených nikolech je právě doplňková k barvě při nikolech souhlasných. Úkazy tyto vznikají interferencí obou vln v deštičce dvojlomem vzniklých, jež se šíří deštičkou různými rychlostmi.



Obr. 531. Interference polarisovaného světla.

Předpokládejme, že na polarisátor dopadají rovnoběžné paprsky (rovinná vlna) jednobarevného světla o vlnové délce  $\lambda$ . Směry kmitů obou vln, které mohou deštičkou procházeti, volíme za osy souřadnic  $X$  a  $Y$  (obr. 531); směr kmitů  $P$  světla propuštěného polarisátorem nechť svírá s osou  $X$  úhel  $\varphi$ , podobně směr kmitů  $A$  propuštěných analysátorem svírá s osou  $X$  úhel  $\psi$ . Z polarisátoru vychází lineárně polarisované světlo amplitudy  $R$ . V dvojlomné deštičce se toto světlo štěpí na dvě vlny, jejichž kmitý směru os  $X$  a  $Y$  mají amplitudy

$$R_x = R \cdot \cos \varphi, \quad R_y = R \cdot \sin \varphi.$$

Obě tyto světelné vlny postupují deštičkou různými rychlostmi  $v_1$  a  $v_2$ , nepřímo úměrnými příslušným indexům lomu  $n_1$  a  $n_2$ . Optickou drahou v určitém prostředí indexu  $n$  rozumíme dráhu, kterou by za touž dobu světlo proběhlo ve vzduchu (rovná se skutečné dráze, násobené indexem lomu). Je-li tloušťka desky  $d$ , jsou optické dráhy obou světelných vln  $n_1 d$  a  $n_2 d$ , takže rozdíl optických drah, určující fázový rozdíl obou vln, jest

$$\delta = (n_1 - n_2) \cdot d.$$

Analysátorem se uvedou kmitý obou vln do téhož směru; mají pak amplitudy

$$R_1 = R_x \cdot \cos \psi = R \cdot \cos \varphi \cdot \cos \psi, \quad R_2 = R_y \cdot \sin \psi = R \cdot \sin \varphi \cdot \sin \psi,$$

a navzájem interferují, o čemž rozhoduje rozdíl optických drah. Záleží ovšem též na tom, mají-li obě amplitudy  $R_1$  a  $R_2$  znaménko stejné nebo opačné. Nastává:

|     |   | při stejném znam. | při opačném znam. |
|-----|---|-------------------|-------------------|
| pro | $\delta = 0, \lambda, 2\lambda, \dots$                                      | maximum           | minimum           |
| pro | $\delta = \frac{\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \frac{5\lambda}{2}, \dots$ | minimum           | maximum.          |

Nulové minimum (t. j. úplná tma) může nastati, jsou-li obě amplitudy stejně velké (se stejným nebo opačným znaménkem), což vyžaduje

$$\cos \varphi \cdot \cos \psi = \pm \sin \varphi \cdot \sin \psi$$

anebo

$$\cos \varphi \cdot \cos \psi \mp \sin \varphi \cdot \sin \psi = 0 \quad \text{čili} \quad \cos(\psi \pm \varphi) = 0,$$

z čehož plyne

$$\psi \pm \varphi = 90^\circ \quad \text{anebo} \quad \psi = 90^\circ \mp \varphi.$$

V obou uvedených případech bude kontrast mezi maximem a minimem největší, když prostá hodnota obou stejných amplitud  $R_1$  a  $R_2$  bude největší, tedy pro

$$\sin \varphi \cdot \sin \psi = \max.$$

nebo vzhledem k vztahu

$$\psi = 90^\circ \mp \varphi$$

$$\sin \varphi \cdot \cos \varphi = \max. \quad \text{čili} \quad \frac{1}{2} \sin 2\varphi = \max.,$$

což nastane pro  $\varphi = 45^\circ$ . Pak je v prvním případě  $\psi = 45^\circ$  (nikoly souhlasné), v druhém případě  $\psi = 135^\circ$  (nikoly zkřížené). V obou těchto význačných případech svírají tudíž směry kmitů v nikolech úhly  $45^\circ$  se směry kmitů obou vln deštičkou procházejících a totéž platí i o polarisačních rovinách, jež jsou k směrům kmitů kolmé. Máme tedy toto schema:

|     | při nikolech:   | souhlasných | zkřížených |
|-----|---|-------------|------------|
| pro | $\delta = (n_1 - n_2) \cdot d = 0, \lambda, 2\lambda, 3\lambda, \dots$                            | světlo      | tma        |
| pro | $\delta = (n_1 - n_2) \cdot d = \frac{\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \frac{5\lambda}{2}, \dots$ | tma         | světlo.    |

Interference nemůže nastati ve dvou případech. když totiž buď polarisační rovina polarisátoru nebo analysátoru souhlasí s některou polarisační rovinou obou vln, jež mohou deštičkou procházeti. V prvním případě se polarisované světlo z polarisátoru vyšle neštěpí v deštičce na dvě vlny; v druhém případě z obou vln deštičkou prošlých analysátor propouští jen jednu, takže interference nevzniká.

Dosud jsme předpokládali jednobarevné světlo. Užijeme-li bílého světla, jsou v něm zastoupeny různé barvy lišící se vlnó-

vou délkou  $\lambda$ . Podle toho, která z předešlých podmínek je pro určitou barvu splněna, nastává pro ni buď zesílení nebo zeslabení. Vidíme pak deštičku zbarvenou ve výsledné barvě zesilujících se barevných světél. Jestliže při téže deštičce použijeme jednou souhlasných nikolů, po druhé zkřížených nikolů, pak barvy zesilující se v prvním případě se právě zeslabují v druhém případě a naopak; výsledné barvy v obou případech jsou proto právě doplňkové (komplementární).

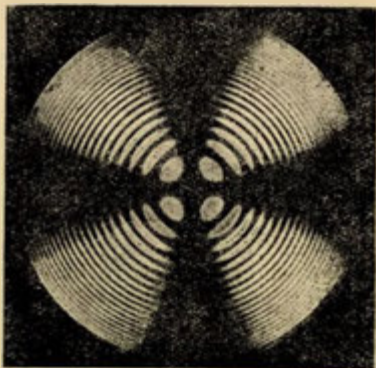
Tyto interferenční zjevy v polarisovaném světle jsou velmi citlivou zkouškou o tom, zdali je daná látka dvojlomná. Tímto způsobem se dá na př. zjistiti, že sklo podrobené jednostrannému tlaku se stává slabě dvojlomným. Vložíme-li je totiž mezi zkřížené nikoly, prozradí se dvojlomná místa určitým zbarvením, v místech nedvojlomných zůstává zorné pole tmavé. Na tomto poznatku se zakládá důležitá technická metoda, jíž se vyšetřují rovinné napjatosti v průhledném materiálu za různého způsobu namáhání.

Složitější úkazy nastávají, jestliže dvěma soustavami čočkovými  $C_1$  a  $C_2$  (obr. 532) způsobíme, že deštičkou  $D$  prochází svazek sbíhavých paprsků. Pro paprsky procházející různými směry je vlastně dráha světla v desce různě velká a také polarisační roviny obou propuštěných vln mají různou polohu. Pro určitost výkladu předpokládáme zkřížené nikoly.

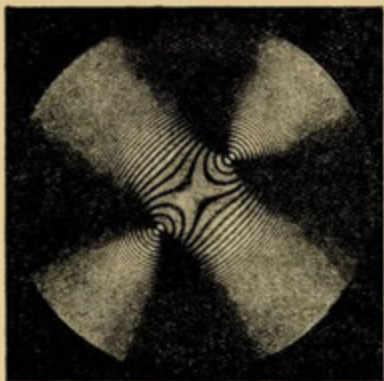


Obr. 532. Interference ve sbíhání polarisovaném světle.

V těch směrech, v nichž polarisační roviny obou vln deštičkou procházejících souhlasí s polarisačními rovinami polarisátoru a analysátoru, zůstává zorné pole tmavé, a to nezávisle na barvě světla. Světlo vyšedší z polarisátoru prochází totiž deštičkou nerozštěpeno a zkříženým analysátorem se nepropustí. V zorném poli vidíme dvě tmavé čáry (t. zv. *inkolory*). V desce z jednoosého krystalu, vybroušené kolmo k optické ose, je to tmavý kříž, jehož ramena určují polarisační roviny polarisátoru a analysátoru (obr. 533). V desce z dvojosého krystalu vybroušeného kolmo k přímce půlící úhel os, jsou to dvě ramena rovnoramenné hyperboly, jejíž asymptoty souhlasí s polarisačními rovinami



Obr. 533. Inkolory a isochromáty v krystalu jednoosém.



Obr. 534. Inkolory a isochromáty  
v krystalu dvojosém.

„oči“ určují polohu os; očima procházejí hyperbolické větve inkolor srov. obr. 534).

Jsou-li polarisátor a analysátor v souhlasné poloze, je celý zjev doplňkový; inkolory jsou světlé, isochromáty jsou zabarveny v doplňkových barvách.

Zjevy tyto, pozorovatelné i turmalinovými kleštěmi, jsou důležitou pomůckou pro rozeznání krystalů dvojosých od jednoosých.

**302. Stáčení polarisační roviny.** Vložíme-li mezi zkřížené nikoly při rovnoběžném světle (zorné pole je původně tmavé) deštičku z jednoosého krystalu (na př. vápence), zbroušenou kolmo k ose, zůstane zorné pole tmavé, neboť směrem osy dvojlom nenastává. Výminečně se však chová křemen, jak objevil r. 1811 Arago. Křemenná deštička, kolmo k ose zbroušená, při použití jednobarevného světla vyjasní zorné pole. Abychom zase nabyli tmavého zorného pole, musíme analysátorem otočiti o určitý úhel buď napravo nebo nalevo, podle druhu křemene. Podle toho rozeznáváme křemeny pravotočivé a levotočivé, a to se stanoviska pozorovatele hledícího vstříc přicházejícímu světlu. Z předcházejícího pokusu soudíme, že se při průchodu křemennou deštičkou stočila polarisační rovina dopadajícího světla buď napravo nebo nalevo. Toto stožení jest úměrné tloušťce desky a značně závisí na barvě světla; pro červené světlo je nejmenší, pro fialové světlo největší. Stočení  $\alpha$  při křemenné desce 1 mm tlusté je za teploty 20° C pro jednotlivé čáry Fraunhoferovy (srov. obr. 535):

| A                     | B            | C            | D            | E            | F            | G            | H            |
|-----------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| $\alpha = 12.7^\circ$ | $15.7^\circ$ | $17.3^\circ$ | $21.7^\circ$ | $27.5^\circ$ | $32.8^\circ$ | $42.6^\circ$ | $51.2^\circ$ |

polarisátoru a analysátoru (obr. 534).

Ve všech ostatních směrech polarisované světlo vyšedší z polarisátoru štěpí se na dvě vlny, jež pak v analysátoru se uvedou na též směr kmitový a vzájemně interferují. Pro různé směry je však dráha světla v desce různě dlouhá a proto je také interferenční zjev různý. V jednobarevném světle spatřujeme soustavu čar střídavě světlých a tmavých; ve světle bílém jsou tyto čáry živě zbarveny a jmenují se *isochromáty*. V desce z jednoosého krystalu, kolmo k ose zbroušené, tvoří isochromáty soustavu soustředných kružnic, jejichž středem prochází kříž inkolor (obr. 533). V desce z dvojosého krystalu, zbroušené kolmo k symetrále os, jsou to Cassiniové křivky (tvaru „brejli“, v nichž



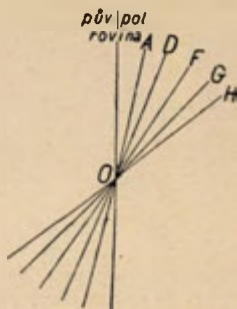
V bílém světle jsou jednotlivé barevné složky různě stočeny; zorné pole se jeví zbarveno ve výsledné barvě těch složek, jež analysátor propouští. Při otáčení analysátoru se tedy jeví deštička zbarvena postupně v různých barvách.

Podobně jako křemen se chovají ještě některé jiné krystaly (na př.  $\text{NaClO}_3$ ), ale zjev je u nich mnohem méně význačný.

Stáčení polarisační roviny v křemeni vykládáme si podle Fresnela takto:

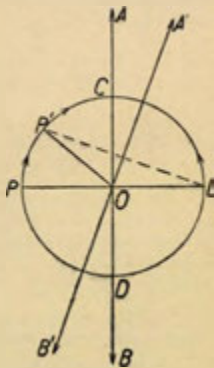
Ve směru optické osy křemene může se šířiti pouze cirkulárně (kruhově) polarisované světlo, t. j. takové, v němž světelný vektor koná kruhový oběh (místo přímočarého kmitání ve světle lineárně polarisovaném) a to buď napravo nebo nalevo. Při postupu takovéto vlny opisuje konec světelného vektoru šroubovici, jejíž jeden závit znamená vlnovou délku. Dopadne-li na křemennou deštičku lineárně polarisovaná vlna světelná (kmit  $OA O B O$ , obr. 536), rozštěpí se na dvě cirkulárně polarisované vlny poloviční amplitudy, z nichž jedna koná kmitavý oběh napravo (kmit  $PCLDP$ ), druhá nalevo (kmit  $LCPDL$ ); snadno se konstrukcí přesvědčíme, že jejich složením dostaneme přímočarý kmit  $OA O B O$ . Obě vlny se však šíří křemenem různou rychlostí; v pravotočivém křemeni postupuje pravotočivá vlna rychleji než levotočivá, takže po průchodu deskou jest o jistý úhel  $POP'$  napřed ve fázi proti vlně levotočivé. Z obou vln, pravotočivé počínající v  $P'$  a levotočivé počínající v  $L$  vzniká po průchodu deskou zase přímočarý kmit, avšak ve směru  $BA'$  otočeném od původního napravo.

Biot již r. 1815 objevil, že mnohé organické kapaliny (zejména roztok třtinového cukru,  $\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}$ ) stáčí rovněž polarisační rovinu. Takovéto kapaliny nazýváme opticky aktivní; podmínkou toho jest, že musí obsahovati asymetrický uhlík, jehož valence jsou nasyceny čtyřmi různými radikály. Uvažujme na př. kyselinu mléčnou ( $\text{C}_3\text{H}_6\text{O}_3$ ), jejíž rovinný strukturní vzorec jest



Obr. 535.

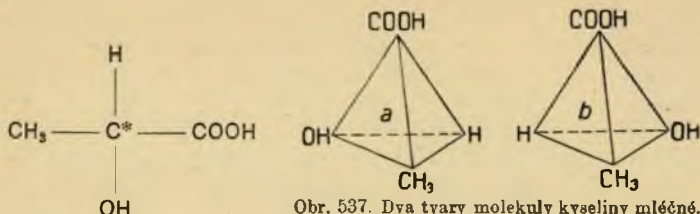
Stočení pol. roviny v křemenné desce 1 mm tlusté.



Obr. 536.

Výklad stáčení polarisační roviny.

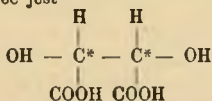




Obr. 537. Dva tvary molekuly kyseliny mléčné.

V něm uhlík označený  $C^*$  jest asymetrický. Jednotlivé jeho valenční jednotky musíme si však představovati prostorově rozložené; asymetrický uhlík myslíme si ve středu čtyřstěnu (obr. 537), na jehož rozích jsou umístěny různé radikály. Jsou možné dva tvary molekuly *a* a *b*, jež se mají k sobě jako předmět a jeho zrcadlový obraz a jež se tudíž nemohou přivést ke krytí. V této jejich prostorové různosti spatřujeme původ stáčení polarisační roviny. Obecně jsou možné tři druhy kyseliny mléčné: pravotočivá, levotočivá a inaktivní (směs rovných dílů obou předešlých).

Má-li sloučenina několik asymetrických uhlíků, jsou poměry složitější. Pěkný příklad poskytuje kyselina vinná ( $C_4H_6O_6$ ) se dvěma asymetrickými uhlíky; její strukturní vzorec jest



Jsou možné čtyři druhy této kyseliny a to:

1. pravovinná (obecná kyselina vinná), v níž oba uhlíky  $C^*$  otáčejí napravo;

2. levovinná (antivinná), jež otáčí nalevo;

3. hroznová, jež je směsí stejného počtu molekul pravotočivých a levotočivých, takže nestáčí polarisační rovinu. Krystalisací můžeme z ní oddělit krystaly pravotočivé od levotočivých. Takovéto látky opticky nečinné, jež se dají krystalisací rozdělit na látky aktivní, nazývají se *racemické*;

4. mesovinná, v níž oba uhlíky  $C^*$  v téže molekule otáčejí polarisační rovinu na opačné strany, takže se stočení ve výsledku ruší. Je proto opticky neaktivní a nedá se ani krystalisací rozdělit na látky aktivní.

Pro chemickou praxi je zejména důležité, že roztok saccharosu (cukru třtinového,  $C_{12}H_{22}O_{11}$ ) otáčí polarisační rovinu napravo. Stočení  $\alpha$  jest úměrné koncentraci  $q$  (počtu gramů cukru obsažených ve 100  $cm^3$  roztoku) a délce  $l$  (v decimetrech) sloupce kapalinového, jímž světlo prochází, a to podle vztahu

$$\alpha = [\alpha] \cdot l \cdot \frac{q}{100}.$$

Koeficient  $[\alpha]$  se nazývá *specifická otáčivost* a znamená stočení

polarisační roviny ve sloupci 1 dm, jehož každý  $\text{cm}^3$  obsahuje 1 g cukru. Pro žluté světlo sodíkové při  $20^\circ\text{C}$  jest  $[\alpha] = 66.49^\circ$ .

S rostoucí teplotou specifická otáčivost se jen velmi málo zmenšuje podle vzorce

$$[\alpha]_t = [\alpha]_{20} \cdot \{1 - 0.000184 (t - 20)\}.$$

Specifická otáčivost závisí též poněkud na koncentraci  $q$  a to podle vztahu

$$[\alpha] = 66.44 + 0.00870 q - 0.000235 q^2.$$

V praksi zpravidla není třeba k těmto oběma malým změnám přihlížeti.

V technické praksi se zpravidla počítá procentová koncentrace  $p$  podle hmoty. Znamená-li tedy  $p$  počet gramů cukru ve 100 g roztoku, jehož spec. hmota je  $s$ , má  $100 \text{ cm}^3$  toho roztoku hmotu  $100 \cdot s$  a v něm jest obsaženo  $q$  gramů cukru. Z úměry

$$\frac{p}{100} = \frac{q}{100s}$$

plyne  $q = ps$ , takže pro otočení  $\alpha$  dostáváme vzorec

$$\alpha = [\alpha] \cdot l \cdot \frac{ps}{100} = 0.6649 l ps.$$

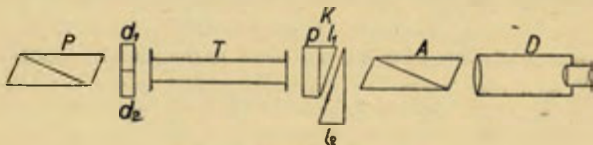
Určíme-li tedy vedle spec. hmoty  $s$  i otočení  $\alpha$  polarisační roviny sodíkového světla ve sloupci  $l$  dm dlouhém, můžeme z toho počítati procentovou koncentraci  $p$  podle vztahu

$$p = \frac{100 \alpha}{[\alpha] \cdot l s} = \frac{\alpha}{0.6649 l s}.$$

Faraday (1846) zjistil, že velmi četné látky, bylo-li v nich vzbuzeno silné magnetické pole, stáčejí také polarisační rovinu světla procházejícího ve směru mg. siločar. Směr stáčení polarisační roviny zpravidla souhlasí se směrem el. proudu, jenž obhaje cívkou vzbuzuje dané mg. pole (výjimečně některé roztoky solí železitých stáčejí naopak). Stočení  $\alpha$  jest úměrné délce  $l$  (v cm) vrstvy zkoumané látky a intenzitě  $H$  (v gaussech) mg. pole, tedy  $\alpha = A \cdot l \cdot H$ . Konstanta  $A$  sluje Verdetova konstanta (v sodíkovém světle je pro vodu  $A = 0.013'$ , pro sirouhlík  $0.042'$ ), jež však velmi značně závisí na vlnové délce použitého světla (pro červené světlo je menší než pro fialové).

**303. Polarimetry.** Přístroje určené k tomu, aby se jimi ze stočení polarisační roviny stanovil procentový obsah cukru v daném roztoku, zovou se *polarimetry* nebo *saccharimetry*. Můžeme k tomu použití obyčejného polarisačního přístroje, osvětlovaného žlutým světlem sodíkovým. Při zkřížených nikolech zorné pole je tmavé; vložíme-li mezi nikoly trubici s roztokem (zpravidla 2 dm dlouhou), pole se vyjasní. Otočíme analysátor o takový úhel  $\alpha$ , až je zase pole tmavé; z úhlu  $\alpha$  se pak počítá procentový obsah cukru podle vzorce odvozeného v předešlém odstavci. To jsou v podstatě původní polarimetry, jaké sestrojili Biot a Mitscherlich, jež však jsou poměrně málo citlivé.

Větší citlivosti se dosáhne polarimetrem *Soleilovým* (obr. 538), jehož další výhodou jest, že se může používatí bílého světla. Za polarisátorem, což je nikol  $P$ , je *Soleilova* dvojdeska  $d_1 d_2$ . Je to křemenná deska tloušťky 3·81 mm, jejíž pravá polovice  $d_1$  je z pravotočivého křemene, levá polovice  $d_2$  z levotočivého



Obr. 538. *Soleilův* polarimetr.

křemene, obě kolmo k optické ose vybroušené. Tloušťka 3·81 mm je volena tak, aby stočení polarisační roviny pro nejsvětlejší část spektra (barvu zelenožlutou) bylo právě  $90^\circ$ . Je-li analyzátor  $A$  v souhlasné poloze s polarisátorem  $P$ , právě ta barva se analyzátozem zruší, takže obě polovice dvojdesky vidíme v doplňkové barvě purpurové. To je t. zv. citlivá barva, jež při malém stočení analyzátoru se změní v jedné polovici v barvu namodralou, v druhé na barvu načervenalou. Stejnost citlivé barvy v obou polovičkách dvojdesky je citlivým znakem správného postavení analyzátoru. Za dvojdeskou je trubice  $T$  skleněnými deskami uzavřená, v níž je vyšetřovaný roztok cukru. Tento roztok stáčí rovinu polarizovaného světla o jistý úhel napravo, takže se barva v obou polovicích zorného pole značně změní, a bylo by třeba analyzátozem otočiti o stejný úhel, aby zase v obou polovicích zorného pole byla citlivá barva. Místo toho se však analyzátor nechá v pevné poloze (souhlasné s polarisátorem) a stočení polarisační roviny se vyrovná *Soleilovým* kompensátorem  $K$ . Ten spočívá na poznatku, že stočení polarisační roviny křemenem i cukerným roztokem je pro různé barvy velmi přibližně úměrné. Kompensátor  $K$  se skládá z pravotočivé desky křemenné  $p$  a ze dvou klínů  $l_1$  a  $l_2$  z křemene levotočivého. Klín  $l_1$  je pevný, klín  $l_2$  posuvný. Oba klíny představují vlastně desku, jejíž tloušťka se posouváním klínu  $l_2$  mění. Posuvný klín se posune tak, aby celý kompensátor ( $p, l_1, l_2$ ) stočil polarisační rovinu právě o tolik vlevo, o čí ji stočil cukerný roztok vpravo, což se pozná tím, že v obou polovicích zorného pole je zase stejná citlivá barva. S posuvným klínem  $l_2$  je spojen nonius pošínující se na stupnici tak dělené, že 100 dílů *Soleilových* znamená zvětšení tloušťky levotočivého křemene ( $l_1$  a  $l_2$ ) o 1 mm. — Před analyzátozem  $A$  je malý dalekohled  $D$ , jež před měřením upravíme tak, abychom rozhraní v zorném poli viděli zcela ostře.

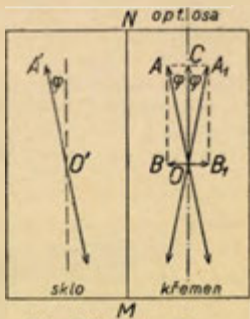
Křemenná deska tloušťky 1 mm stáčí polarisační rovinu o týž

úhel ( $21.67^\circ$  v sodíkovém světle) jako roztok obsahující 16.29 g cukru v  $100 \text{ cm}^3$ , je-li v trubici 2 dm dlouhé. Máme-li zjistiti procentový obsah saccharosy v surovém cukru, rozpustíme 16.29 g surového cukru v menším množství vody, roztok zředíme další vodou tak, aby měl objem právě  $100 \text{ cm}^3$ , a jím pak naplníme trubici 2 dm dlouhou. Vyrovnáme-li pak v polarimetru kompenzátořem obě polovice zorného pole na citlivou barvu, určuje odečtený počet Soleilových stupňů procentový obsah saccharosy v daném surovém cukru. Tohoto způsobu se používá zejména ve Francii.

U nás (a v Německu) se používá polarimetrů polostínových. První polarimetr tohoto druhu sestrojil Laurent. Je v celku zařízen stejně jako polarimetr Soleilův až na to, že místo dvojdesky Soleilovy užívá Laurentovy dvojdesky a že při něm je třeba pozorovati při žlutém světle sodíkovém.

Laurentova dvojdeska (obr. 539) je skleněná deska, jejíž na př. pravá polovice je přikryta t. zv. půlvlnovou deštičkou křemennou. To je deštička z křemene, vybroušená rovnoběžně s optickou osou tak, aby směr osy souhlasil se směrem hraniční přímky  $MN$ ; její tloušťka je tak volena, aby rozdíl optických drah paprsku řádného a mimořádného se rovnal lichému počtu polovin sodíkového světla. Polarisátor, jenž by v původní poloze propouštěl polarisované světlo s kmity rovnoběžnými s hraniční přímkou  $MN$  (polarisační rovina je vodorovná), je stočen o malý úhel  $\varphi$  na př. vlevo, takže směr kmitů na dvojdesku dopadajících je  $O'A' \parallel OA$ . Při průchodu sklem v levé polovici se ovšem tento směr nezmění. Ale v křemenné desce štěpí se kmit  $OA$  v řádný kmit  $OB$  a v mimořádný  $OC$ , jež procházejí deštičkou různou rychlostí (řádny rychleji než mimořádný). Po průchodu křemennou deštičkou řádný kmit předhonil mimořádný o lichý počet polovin, takže má pak opačnou fázi, tedy směr  $OB_1$ . Složením obou kmitů po výstupu z deštičky vznikne tudíž výsledný kmit směru  $OA_1$ , přesně souměrný podle optické osy ke kmitu vstupujícímu. V obou polovičkách zorného pole máme tedy polarisovaná světla, jejichž kmity svírají úhel  $2\varphi$  (t. zv. polostínový úhel); týž úhel jest ovšem i mezi jejich polarisačními rovinami.

Postavíme-li analysátor tak, aby jeho polarisační rovina souhlasila s hraniční přímkou  $MN$  (je tedy zkřížený vzhledem k původní poloze polarisátoru) a tedy půlila polostínový úhel, propouští

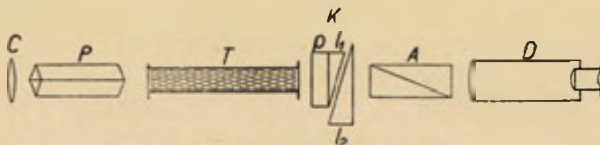


Obr. 539. Laurentova dvojdeska.



jen kmity ve směru vodorovném a obě polovice se jeví ve stejné tmavém polostínu. Malé vytočení analysátoru se citlivě prozradí tím, že jedna polovice zorného pole se zjasní, druhá ztemní. Když pak vložíme mezi Laurentovu dvojdesku a analysátor trubici s roztokem cukru, stočí se polarisační roviny v obou polovicích zorného pole o týž úhel napravo; o stejný úhel měli bychom tudíž otočiti analysátor, aby zase v obou polovicích zorného pole nastal stejný polostín. Místo otáčení analysátoru můžeme nechat analysátor v pevné poloze a kompenzovati stočení vzniklé v cukerném roztoku Soleilovým klinovým kompensátorem.

Polostínové polarimetry byly různým způsobem zdokonaleny, aby jich bylo možno užívat i pro bílé světlo. Prvý toho dosáhl Lippich. V jeho polarimetru je polarisátorem hranol Glan-Thompsonův, zabírající celé zorné pole, a za ním je druhý menší hranol téhož druhu (t. zv. polohranol), ale zasahující jen do polovice zorného pole. Oba hranoly jsou maličko kolem osy polarimetru proti sobě stočeny, takže v obou polovicích zorného pole jsou polarisovaná světla, jejichž polarisační roviny svírají malý polostínový úhel a to stejný pro všechny barvy spektrální. Další výhodou Lippichovy úpravy jest, že je možno polostínový úhel měniti. Stočení polarisační roviny způsobené roztokem cukru se kompenzuje Soleilovým klinovým kompensátorem. Jakožto analysátor se používá dalšího Glan-Thompsonova hranolu v zkřížené poloze.



Obr. 540. Polarimetr Fričův.

Nejlepší polostínový polarimetr sestrojili bratři Fričové (obr. 540). Polarisátorem je buď dvojitý hranol Lippichův (pro proměnlivý úhel polostínový) nebo dvojníkol  $P$  takto upravený: Nicolův hranol se rozřízne podélným řezem ve směru kratší úhlopříčky, obě řezné plochy se obrousí o stejné malé úhly  $\varphi$  na opačné strany a pak se zase obě polovice slepí. Z obou polovic vycházejí tedy polarisovaná světla, jejichž polarisační roviny svírají polostínový úhel  $2\varphi$  (zpravidla  $6^\circ$ ). Stočení způsobené roztokem v trubici  $T$  se kompenzuje Soleilovým klinovým kompensátorem  $K$ . Za analysátor  $A$  se používá Glan-Thompsonova hranolu. Pomocný dalekohled  $D$  je k tomu, abychom rozhraní mezi oběma polovicemi zorného pole viděli zcela ostře.



Stupnice kompensátoru jest upravena podle Ventzke-a (ve smyslu mezinárodní dohody pařížské z r. 1900) tak, aby 100 dílů právě kompensovalo stočení, jež způsobí v trubici 2 dm dlouhé roztok, obsahující v  $100\text{ cm}^3$  26·00 g saccharosy (pro sodíkové světlo je to stočení  $34\cdot60^\circ$  a odpovídá kremenné desce tlusté 1·6 mm).

Má-li se tímto přístrojem analysovat surový cukr, rozpustí se 26·00 g tohoto cukru ve vodě a zředí se na objem  $100\text{ cm}^3$ . Když se pak tímto roztokem naplní trubice 2 dm dlouhá, určuje počet dílků kompensátoru při zastavení na stejný polostín přímo počet procent saccharosy, obsažených v zkoumaném surovém cukru.

Za použití bílého světla doporučuje se při přesných měřeních vložit mezi světelný zdroj a analysátor vrstvu 6% roztoku dvojchromanu draselného tlustou 1·5 cm, aby se odstranily malé různosti mezi otáčivou mohutností cukru a kremene pro různé barvy.

*Knihy prodávané Spolkem posluchačů inženýrství chemie v Praze.*

*Dr. Quadrát: Chemická metalurgie I. s tabulkami*

*Dr. Quadrát: Chemická metalurgie II. s tabulkami*

*Dr. Hac: Příručka pro cvičení v odměrné analýsi*

*Ing. Franěk: Příručka pro cvič. v běličství, barvířství a tisk.*

*Dr. Burian: Sklářství, keramika a pojiva*

*Dr. Šatava: Chemie kvasná*

*Dr. Milbauer: Tovární výroba lučebnin s tabulkami*

*Dr. Nachtikal: Fysika technická*

*Dr. Podroužek: Tabulky pro chemiky*

*Dr. Veselý: Chemická technologie barviv*

*Dr. Veselý: Chemická technologie tuků a olejů s tab.*

## **Osvětlovací tělesa**

s vnitřním zrcadlením pro světlo převážně  
polovičně nebo zcela nepřímé

Representant

### **Emil Lenz**

**Praha XVI., Komenského 26**

**Provádění a technické rozpočty nezávazně a zdarma!**

## Ukazatel osob.

Abbe 543, 578, 587, 589, 590

Abbot 320

Aepinus 324

Alexanderson 481

Amagat 287

Amici 550, 590

Ampère 357, 358, 406, 427

Anaxagoras 32

Andrews 287, 288, 292

Arago 10, 417, 590, 634

Archimedes 72, 124

Aristoteles 353

Arrhenius 299, 303, 395

d'Arsonval 428

Assmann 296

Aston 34, 509

August 295

Avogadro 33, 146, 147

Ayrtonová 486

Balmer 604

Barkhausen 496

Barkla 500

Barlow 427

Bartholinus 623

Baumé 32

Beckmann 228

Becquerel 504

Beer 608

Bell 470

Bernoulli 133, 209, 274

Berthelot 322

Billet 614

Biot 10, 406, 635, 637

Black 241, 250

Blackburn 168

Bohr 33, 503, 605, 606

Boltzmann 244, 270, 274

Borda 24

Bourdon 141

Boyle 142

Bradley 529

Braggové 501

Brahe 58

Branly 479

Braun 480, 489

Breguet 232

Brewster 622

Brinell 113

Brodhun 535

Broglie 504

Bunsen 153, 239, 242, 307, 371, 535

Carnot 259, 263

Cassegrain 595

Cavendish 61, 107, 326

Clapeyron 273

Clausius 260, 263, 266, 274, 395

Clément 247

Colladon 180

Coolidge 499

Coriolis 89

Cornu 530

Corti 220

Coulomb 107, 117, 326, 334, 356

Crookes 488, 489, 506

Curie P. 355, 421

Curieová 505

Curieová J. a P. 351

Curieovi (manželé) 505

Čechura 368

Daguerre 599

Dalton 33, 147, 235

Daniell 295, 371

Davy 485

Debierne 505

Debye 246

Delambre 10

Démokritos 33

Deprez 428

Descartes 62, 63, 538

Desormes 247

Dewar 316

Dirichlet 162  
 Diviš 325, 353  
 Dolejšek 502  
 Doppler 187  
 Du Bois 418  
 Dufay 323  
 Dulong 234, 243  
 Dushman 494

Edelmann 230  
 Eddington 320  
 Edison 385, 405, 493  
 Einstein 20, 48, 62, 245, 527  
 Engler 136  
 Eötvös 20  
 Euklid 62, 198  
 Euler 70, 111

Fajans 508  
 Faure 404  
 Faraday 328, 333, 362, 392, 397, 434,  
 488, 510, 637  
 Feddersen 474  
 Felber 266, 281  
 Fessel 93  
 Fessenden 481, 482  
 Fizeau 529  
 Fleming 427, 436, 493  
 Forest, Lee de 494  
 Fortin 139  
 Foucault 89, 437, 530, 540, 629  
 Fourier 161  
 Fowle 320  
 Franklin 323, 343, 353  
 Franz 316, 378  
 Fraunhofer 546, 607, 617  
 Fresnel 183, 517, 525, 612, 616, 621,  
 622, 627, 635  
 Fričová 640

Gaede 150, 151  
 Galilei 20, 48, 66, 593  
 Galvani 369  
 Gans 422  
 Gauss 7, 9, 24, 331, 363, 562, 587  
 Gay-Lussac 31, 33, 139, 223, 236, 255,  
 417  
 Geissler 149, 487  
 Gibbs 267, 271, 274  
 Gilbert 323, 354  
 Glan 630  
 Goerz 545  
 Goldschmidt 481  
 Goldstein 489, 492  
 Graham 311

Gray 323  
 Gregory 595  
 Grenet 371  
 Grimaldi 616  
 Guericke 148, 323  
 Guido z Arezza 202  
 Gulcher 389

Hába 200  
 Hallwachs 493  
 Hampson 289  
 Harcourt 532  
 Hartmann 354  
 Hawksbee 323  
 Hayford 11  
 Hefner-Alteneck 486, 533  
 Heisenberg 504  
 Helmholtz 68, 198, 204, 212, 220, 221,  
 252, 320, 578  
 Helmert 88  
 Henry 307, 440  
 Heron 44, 71  
 Hertz 477, 525  
 Heusler 354  
 Hilger 602  
 Hipparch 94  
 Hittorf 397, 489  
 Hofmann 392  
 Hoff, van't 300, 312, 395  
 Holborn 229  
 Holtz 325  
 Hooke 16, 55, 95  
 Hopkins 218  
 Hopkinson 419  
 Hughes 470  
 Huygens 44, 71, 183, 186, 524, 585  
 Hýbl 266, 281

Charles 223, 235  
 le Chatelier 229, 388  
 Chladni 211

Jolly 535  
 Joule 64, 68, 250, 255, 274, 384  
 Jungner 405

Kaufmann 492, 506  
 Kellner 587  
 lord Kelvin (W. Thomson) 225  
 Kepler 18, 48, 58, 591  
 Kirchhoff 183, 317, 381, 607  
 Koláček 279, 517, 525, 621  
 Kolumbus 354  
 Kopp 244  
 Krigar-Menzel 61

- Krönig 274  
 Krizik 486  
 Kundt 214, 248  
 Kurlbaum 229  
  
 Lambert 534, 608  
 Lambrecht 295  
 Landolt 33  
 Langmuir 494  
 Laplace 242, 249, 406  
 Laue 501  
 Laurent 639  
 Lavoisier 32, 241  
 Leclanché 371  
 Leibniz 62, 65  
 Lenard 610  
 Lenz 436  
 Leukippos 33  
 Lifschitz 217  
 Linde 289  
 Lippich 640  
 Lissajous 167  
 Listing 582  
 Lodge 479  
 Lorentz 316, 335, 378, 519  
 Lorenz 316, 378  
 Loschmidt 147  
 Ludwik 114  
 Lumièreová 601  
 Lummer 535  
 Lyman 605  
  
 Mackú 8  
 MacLeod 144  
 Mahler 322  
 Mach 173  
 Malus 525, 620  
 Marconi 479  
 Mariotte 142, 582  
 Maxwell 154, 239, 244, 274, 292, 316,  
 328, 333, 412, 444, 477, 510, 515,  
 519, 525  
 Mayer 68, 249, 251  
 Méchain 10  
 Meissner 497  
 Melloni 389  
 Mendélejev 24, 34  
 Mersenne 203  
 Michelson 41, 531  
 Millikan 336  
 Minkowski 62  
 Mitscherlich 637  
 Mohs 113  
 Morin 117  
 Morse 312  
  
 Moseley 33, 502  
 Muirhead 479  
  
 Nachtikal 8  
 Natterer 288  
 Nernst 243, 299  
 Neumann 244, 517, 621  
 Newcomb 531  
 Newton 20, 48, 49, 58, 60, 62, 116  
 154, 181, 318, 524, 595, 616  
 Nicol 629  
 Niepce 599  
 Nobili 389  
 Nollet 311  
 Novák 8  
 Nörrenberg 630  
  
 Oersted 406  
 Ohm 373  
 Olszewski 287  
 Onnes K. 377  
 Ostwald 263, 307, 321, 397  
  
 Pascal 123  
 Paschen 605  
 Peltier 389  
 Peregrinus 354  
 Perrotin 530  
 Petit 234, 243  
 Planck 245, 263, 270, 319, 503, 527, 603  
 Planté 404  
 Poisson 97  
 Poiseuille 135, 154  
 Popov 479  
 Poulsen 481  
 Priestley 326  
 Prony 119  
 Purkyně 582  
 Pythagoras 198  
  
 Quincke 217  
  
 Ramsay 238, 507  
 Raoult 298, 300  
 Rayleigh 238  
 Regnault 142, 234, 239, 295  
 Reissner 220  
 Reusch 540  
 Reynolds 137  
 Riess 346  
 Richard 141  
 Richarz 61  
 Rowland 620  
 Römer 528  
 Röntgen 498, 500



Ruhmkorff 475  
 Rumford 250  
 Rutherford 33, 507  
 Rydberg 606

Sabine 215, 216  
 Savart 195, 406  
 Seebeck 196, 386  
 Seger 230  
 Schlick 94  
 Schmidt 221  
 Schrödinger 504  
 Schulze 599  
 Siegbahn 502  
 Siemens 460  
 Six 229  
 Snell 185, 538  
 Soddy 33, 507, 508  
 Soleil 638  
 Stefan 318  
 Stevin 71  
 Stokes 135, 154, 500, 609  
 Stoney 604  
 Strouhal 205  
 Stumpf 198  
 Sturm 180  
 Swan 385  
 Symmer 324

Talbot 599  
 Tammann 306  
 Taylor 203  
 Thompson 630  
 Thomson W. (lord Kelvin) 255, 263  
     348, 349, 390, 457  
 Thomson J. J. 483, 484, 490, 500  
 Toricelli 131, 138

Töpler 149, 325  
 Tour, Cagniard de la 96, 196, 287  
 Townsend 484  
 Tycho Brahe 58

Ulbricht 537

Ventzke 641  
 Verdet 637  
 Vidi 141  
 Violle 532  
 Viviani 138  
 Vogel 600  
 Volta 325, 369, 370, 391

Waals, van der 290  
 Waltenhofen 437  
 Watt 86  
 Weber 357  
 Wehnelt 476  
 Weston 371, 429  
 Wheatstone 168, 383, 461  
 Wiedemann 316, 373  
 Wien M. 481  
 Wien W. 318, 603  
 Wild 140  
 Wimshurst 325  
 Winter 325  
 Wood 306  
 Wommelsdorf 325  
 Wroblewski 287

Young 525, 612, 616

Zarlino 199  
 Zeiss 544  
 Zenger 550

## Ukazatel věcný.

- Abbeův okulár 587, A. refraktometr 543  
 aberace stálce 529  
 absolutně černé těleso 317  
 absolutní elektrometr 348  
 absolutní soustava měr 9. a. s. elektro-  
   magnetická 408, a. s. elektrostatická  
   327  
 absorpce plynů 307, a. světelná 608,  
   a. tepelného záření 317  
 absorpční koeficient 307, a. spektra 607  
 adiabata 259  
 adiabatická změna 258  
 adsorpce 308  
 aeromechanika 138  
 aeroplány 155  
 agona 367  
 achromatická čočka 576, a. hranol 549  
 achromát 589  
 aklna 368  
 akomodace oka 580  
 akumulátory 403  
 akustické jednotky 197  
 akustičnost sálů 215  
 akustika 195  
 alkoholometr 32  
 alternátory 464  
 ampér 372, 394  
 Ampèreovo pravidlo 406, 417, A. stativ  
   427  
 ampérmetry 429  
 amplituda 43, 158  
 analysátor 630  
 anastigmat 579  
 aneroid 141  
 angström 11  
 anion 392  
 anoda 392  
 anodová vrstva 488, a. paprsky 492,  
   a. proud 493  
 anomalie vody 235, a. tíže 88  
 anomální disperze 546  
 Ansellův indikátor 311  
 anténa 479  
 aperiodický pohyb 58. a. výboj 475  
 apertura 589  
 aplanatický bod 578  
 apochromát 487  
 areometry 31  
 Archimédův zákon 28, 124, 151  
 astigmatismus 578  
 atmosféra 138  
 atom 33  
 atomové teplo 240  
 autochrom 601  
 Avogadrovo číslo 147, A. zákon 33, 146  
 Balistika 54  
 Balmerova serie 605  
 bar 138  
 Barkhausenův vztah 496  
 Barlowovo kolečko 427  
 barograf 141  
 barometrický tlak 138, b. měření vý-  
   šek 144  
 barometry 139  
 barvitost zvuku 196  
 Bauméovy areometry 32  
 Beckmannův teploměr metastatický 228  
 Bernoulliho rovnice 133  
 Biletova dvojčočka 614  
 Biot-Savartův zákon 406  
 Blackburnovo kyvadlo 168  
 blány 212  
 blesk 353  
 bleskojistky 353  
 bleskosvod 353  
 bod mrazu 222, b. varu 222, 280  
 bolometr 377  
 Boltzmannova konstanta 244, 270  
 Bourdonův aneroid 141, B. manometr  
   144  
 Boyle-Mariotteův zákon 141  
 Braunova trubice 489  
 Breguetův kovový teploměr 232

- Brewsterův zákon 622  
 Brinellova zkouška tvrdosti 113  
 Bunsenův efusiometr 153, B. fotometr 535  
  
 Carnotova věta 263, C. kruhový děj 259  
 Cassegrainův reflektor 595  
 centrální elipsoid setrvačnosti 78, c. osa 74  
 centrováná soustava 558, 573  
 cirkulárně polarizované světlo 635  
 citlivá barva 638, c. plamének 215  
 citlivost oka 582, c. sluchu 221, c. vahu 21  
 Clapeyronova rovnice 273  
 clonka 575  
 Coolidgeova trubice 499  
 Coriolisova síla 89  
 coulomb 327  
 Coulombova věta 334, C. zákon 325, 356  
 coulometry 394  
 Crookesův tmavý prostor 488, C. vakuumová škála 488  
 Curieův bod 355  
 curl 39  
  
 Čára nasycenosti 34, č. tuhnutí 303  
 časová konstanta 442, č. rovnice 18  
 číselná apertura 589  
 čočka 567, 572  
  
 Dalekohledy 591  
 dálkoměr 594  
 Daltonův zákon 147  
 Daniellův článěk 400, D. hygrometr 295  
 dasymetr 151  
 deformace 95  
 deklinace 354, 367  
 délka vlny 173  
 dělicí stroj 11  
 den 17  
 densimetry 31  
 derivační stroje 461  
 desky 211  
 detektor 481  
 deviační momenty 77  
 Dewarovy nádoby 289, 316  
 dialýsa 312  
 diamagnetické látky 356, 358  
 diamagnetismus 420  
 dielektrikum 334  
 dielektrická konstanta 335, d. polarizace 334  
 diferenciální regulátor 486  
 diferenční tón 221  
  
 difuze 308  
 difusní vývěva 311  
 dilatometr 234  
 dioptrická soustava 553  
 dioptrie 568  
 direkční moment 81  
 disociace 299, 395  
 disonance 164, 198  
 dispansivní soustava 554  
 disperze 545  
 divergence 38  
 doba kmitová 43  
 doběh 505  
 Dopplerův princip 187  
 dopružování 95  
 doutnavý výboj 484  
 dovolené napětí 110  
 dozvuk 215  
 drobnohled 588  
 druhá hlavní věta thermodynamická 262  
 dualistická theorie 324  
 Dulong-Petitovo pravidlo 243  
 dvojice sil 72  
 dvojlom světla 623  
 dvojníkol 640  
 dvojsové krystaly 627  
 dvozvuky 199  
 dyn 48  
 dynamika 47  
 dynamoelektrický princip 460  
  
 Ebullioskopická konstanta 300, 302  
 efektivní intensita 434, 451, e. napětí 434, 451  
 efusiometr 153  
 ekvipotenciální plocha 337  
 elektrická hysterese 343, e. síla 327, e. oscilace 472, e. pevnost 343, e. posunutí 328, e. výboje 483  
 elektrodynamometr 433  
 elektrofor 325  
 elektrochemický ekvivalent 393  
 elektrokinetika 369  
 elektrolysa 392  
 elektrolytický potenciál 399  
 elektrolyty 392  
 elektromagnet 417  
 elektromagnetická indukce 434, e. soustava 408, e. theorie světla 325, e. vlny 477, 515  
 elektron 33, 335, 394  
 elektronová lampa 493, e. theorie magnetismu 358  
 elektroskop 324

elektrostatická energie 346, e. indukce 325, 328, e. soustava 327  
 elektrostatika 323  
 elipsoid setrvačnosti 78  
 emanační teorie světla 524  
 emise tepelného záření 317  
 emisní spektra 603  
 endosmometr 311  
 energie 65, 253, e. elektrického pole 347, e. magn. pole 362  
 Englerův viskosimetr 136  
 entropie 264, 266  
 epidioskop 597  
 erg 64  
 Eulerovy úhly 70  
 eutektická teplota 303, e. bod 305  
 eutektikum 305  
 extinkční koeficient 608  
 extraproud 439  
 Farad 341  
 Faradayovy zákony 392, F. náboj 393  
 fáze (kmitavého pohybu) 43, 158, f. (v thermodynamice) 271  
 fázová konstanta 43, 82, 158, f. pravidlo 271, f. rozdílu 448, f. zpoždění 44  
 feromagnetické látky 354  
 Fesselův přístroj 93  
 flageoletové tóny 203  
 Flemingovo pravidlo levé ruky 427, F. p. pravé ruky 436  
 fluidová teorie elektriny 323, f. t. magnetismu 355  
 fluorescence 609  
 fokála 579  
 formant 218  
 Fortinův tlakoměr 139  
 fosforescence 609  
 fosfory 610  
 fotoelektrický zjev 493, 610  
 fotografický přístroj 597, f. objektiv 597  
 fotografování 599  
 fotochemické zjevy 610  
 fotoluminiscence 609  
 fotometrický diagram 536, f. těleso 536  
 fotometrie 534  
 fotony 527  
 Foucaultovy vířivé proudy 437, F. hranol 629  
 Fourierova věta 162  
 Franklinova deska 343  
 Fraunhoferovy čáry 607, F. ohybové zjevy 617  
 frekvence 447

Fresnelův dvojhnanol 614, F. ohybové zjevy 617, F. zrcadla 613  
 Fricův polarimetr 640  
 fyzikální akustika 202, f. optika 610  
 fyziologická akustika 218

Gaedeovy vývěvy 150, 311  
 Galileův dalekohled 593  
 galvanické články 270, 399  
 galvanometrie 425  
 gauss 360  
 Gaussova věta 331, 361, G. nitkový prostor 562, G. okulár 587, G. polohy 363  
 Gay-Lussacův tlakoměr 139  
 Geisslerova vývěva 149, G. trubice 487  
 generátory stejnosměrného proudu 459, g. střídavého proudu 464  
 Gibbsovo fázové pravidlo 271  
 Glan-Thompsonův hranol 530  
 Goerzův refraktometr 545  
 gradient 37, g. zemského pole elektrického 352  
 gram 21  
 gramekvivalent 393  
 grammolekula 147  
 gravitační konstanta 60  
 Gülcherova baterie 389  
 gyrační poloměr 76

Harmonická analýza 163  
 Hefnerova svíčka 533  
 heliostat 561  
 Helmholtzův vzorec 88  
 henry 440  
 Henryův zákon 307  
 heterodyn 482  
 Heuslerovy slitiny 354  
 Hilgerův spektroskop 602  
 Hippův chronoskop 20  
 Hittorfova převodní čísla 397  
 hlas lidský 218  
 hlasitost 197  
 hlavní body 555, h. osa optická 552, h. osa setrvačnosti 78, h. roviny 555, h. řez 624  
 hmota 20  
 Hofmannův přístroj 392  
 holandský dalekohled 593  
 Hookeův zákon 95  
 horizontální intenzita mg. 368  
 horse-power 69  
 hudební akustika 198, h. stupnice 200  
 hustilka 152  
 hustoměry 31

hustota 27, 30, h. elektrostatické energie 347, h. magnetické energie 362.  
h. plynů 238

Huygensova konstrukce 186, 625, H.  
okulár 585, H. princip 183

hybnost 48

hydrodynamický tlak 132

hydromechanika 121

hydrostatický tlak 122

hygrometry 295

hyperopické oko 581

hypothese 3

hypsothermometr 282

hystereze elastická 95, h. elektrická  
343, magnetická 422

hysteretická smyčka 423

**Charakteristická teplota** 215, ch. zá-  
ření 500

charakteristika anodového proudu 494

chemické účinky proudu 391, ch. ú.  
světla 610

Chladního obrazce 211

chod hodin 19

chromatická vada 576

chvění 157, 178

chyby měření 5

**Ideální kapalina** 122, i. parní stroj 285,  
i. plyn 226, 236, 256

imerse (u mikroskopu) 590

impedance 449

impuls 63

impulsové záření 500

index lomu 185, 539

indikátor 144

indukce elektrostatická 328, i. magne-  
tická 354

indukční tok elektrický 330, i. t. magne-  
tický 361, i. reaktance 449

induktance 449

inerciální soustava 48

infračervené záření 526

inklinace 354, 368

inklinatorium 368

inkolory 633

intensita el. pole 327, i. kmitání 160,  
i. magn. pole 360, i. magnetisace 359,  
i. proudu 372, i. vlnění 182, i. zvuku  
217

interference světla 611, 614, 631, i.  
zvuku 217, i. vln 174

interferometry 616

interval (v hudbě) 198

invar 11, 231

inverzní bod 388

ionisace 483, 485

iradiace 583

isentropický děj 267

isobarická změna 257

isodynamy 368

isogony 367

isochorická změna 257

isochromáty 634

isokliny 368

isolátory 333

isothermická změna 257

isothermy 259, 294

isotopy 34, 509

**Jalová složka** 452

jednoosé krystaly 626

jiskrový výboj 484

Jollyův fotometr 535

joule 64

Jouleův zákon 384

Joule-Thomsonův zjev 289

**Kaleidofon** 168

kalibrace 14

kalorie 239

kolorimetrie 239

kolorimetrická bomba 322

kolorimetry 240

kanálové paprsky 492

kapacita 340, k. akumulátorů 404

kapacitní variátor 344

kapilární deprese 128, k. elevace 128,  
k. konstanta 125

kathetometr 12

kation 392

katoda 392

katodové záření 489

katoptrická soustava 553

kaustická plocha 562, 565

Kellnerův okulár 587

Keplerův dalekohled 591, K. zákony 58  
kilogram 21

kinematika 47

kinetická energie 65

kinetická teorie plynů 274

Kirchhoffovy zákony 318, 381, 606

kladný sloupec světelný 488

kmitání 55, 158

kmitny 176

kmitočet 44, 158, 526

koefficient absorpce 215, 506, k. difuze  
309, k. propustnosti 608, k. prota-  
žení 96, k. průchodu tepla 317, k.



přestupu tepla 316, k. příčné kon-  
 trakce 97, k. restituce 116, k. roz-  
 tažnosti 231, k. rozpínavosti 237,  
 k. samoindukce 439, 443, 457, k.  
 smyku 103, k. stlačitelnosti 98, k.  
 tepelné vodivosti 314, k. tření 117,  
 k. vazby 193, 467, k. vnitřního tření  
 134, 154, k. vzájemné indukce 445  
 koercitivní síla 355, 357, 423  
 koherentní vlny světelné 613  
 koherer 479  
 kohesní tlak 290  
 kolektiv 585  
 kolektivní soustava 555  
 kolektor 459  
 koloidy 312  
 kolorimetr 537, 609  
 kombinační tóny 221  
 komparátor 13  
 kompensace kyvadel 83, 232  
 kompresor 152  
 komutátor 459  
 koncentrace 297  
 kondensační elektroskop 342  
 kondensátory 341  
 kondensor 590, 596  
 konservativní soustava sil 67  
 konsonance 164, 198  
 konstanta útlu 474  
 kontaktní měřítko 12  
 konvekční proud 520  
 konvenční dálka zraková 581  
 konvergenční poměr 556, k. úhel 583  
 koňská síla 69  
 korekce 5  
 kosmické záření 527  
 krajní úhel 127  
 kritický objem 287, k. rychlost 137,  
 k. stav 286, k. teplota 287, 298, k.  
 tlak 287  
 kruhová frekvence 44, 55, 158, 447  
 kryohydrát 303  
 kryohydratická teplota 303  
 kryoskopická konstanta 300, 302  
 krystaloidy 312  
 K-série 502  
 K-sféra 504  
 Kundtova trubice 248  
 kůň 69  
 kužel tření 118  
 kvadrantový elektrometr 349  
 kvanta energie 319  
 kvantity 4  
 kvantová domněnka 245, 319, 527, k.  
 mechanika 504, k. theorie světla 527

kyvadlo 81, 83  
 kyvy magnetu 365  
 K-záření 500

Ladění 201  
 ladička 207  
 Lambertův zákon 608  
 Lambert-Beerův zákon 609  
 Lambrechtův hygrometr 295  
 laminární proudění 137  
 Laurentova dvojdeska 639  
 lékařský teploměr 228  
 Lenzovo pravidlo 436  
 letadla 155  
 leydská láhev 343  
 libela 16  
 Lippichův polarimetr 640  
 Lissajousovy obrazce 167  
 listkový kondensátor 313, l. elektro-  
 metr 324, 339  
 logaritmický dekrement 58  
 lom na kulové ploše 564, l. rovinné  
 vlny 185, l. světla 539  
 longitudinální vlnění 170  
 Lorentzovy rovnice 519  
 Loschmidtovo číslo 147  
 L-série 502  
 L-sféra 504  
 lumen 533  
 Lummer-Brodhunův fotometr 535  
 lupa 584  
 lux 533  
 Lymanova série 605  
 L-záření 500

MacLeodův manometr 144  
 magnetická dvojrystva 414, m. indukce  
 361, m. množství 355, m. moment  
 359, m. obvod 419, m. odpor 419,  
 m. pole 354, 360, 362, 410, m. poten-  
 ciál 415, m. rozptyl 420, m. rema-  
 nence 357, m. síla 360, m. sycení 361,  
 m. vodivost 419  
 magnetisace 359  
 magnetismus 354  
 magnetometr 422  
 Machův vlnostroj 173  
 manometry 143  
 maximominimální teploměr 229  
 maxwell 361  
 Maxwellovy rovnice 510, M. vztah 516  
 mechanický ekvivalent tepla 250, 252  
 mechanika 41  
 měrná váha 50, m. kondensátor 344  
 metastatický teploměr 228

metamagnetické látky 422  
 metr 10  
 mez pevnosti 110, m. průtažnosti 109,  
 m. pružnosti 109, m. úměrnosti 95  
 mezní úhel 186, 542  
 mikrobar 138  
 mikrofarad 341  
 mikrofon 470  
 mikrofotografický přístroj 591  
 mikrometr 12  
 mikroskop 588  
 miliampérmetr 429  
 mimořádný paprsek 624  
 míra bezpečnosti 110  
 modul pružnosti objemové 98, 121,  
 m. p. ve smyku 103, v tahu 96, m.  
 torse 103  
 Mohrovy vážky 30  
 Mohsova stupnice tvrdosti 113  
 mol 147  
 molekulové magnety 357, m. teplo 240  
 moment setrvačnosti 75  
 motory na stejnosměrný proud 461,  
 m. na třífázové proudy 470  
 mrazivé směsi 304  
 mřížka elektronové lampy 494, m.  
 optická 618  
 mřížková konstanta 618, m. předpětí  
 496  
 multiplikátor 425  
 myopické oko 581  
  
 Napětí 95, 103, n. par 279, 298  
 nasycené páry 278 n. magnet 357, n.  
 proud 483  
 neonová lampy 488  
 nepolarisovatelné elektrody 402  
 nesamostatný výboj 483  
 netečné pásmo 354  
 Neumann-Koppův zákon 244  
 neutrální bod 388, n. vlákno 99  
 nevírové pole silové 67  
 Newton-Cassegrainův reflektor 595  
 Newtonovy principy 48, N. reflektor 595,  
 N. skla 616  
 nikol 629  
 nivační stroj 16  
 nonius 11  
 normální rozložení chyb 7, n. stupnice  
 teplot 226, n. teploměr 227, n. teplota  
 varu 282  
 nosná vlna 497  
 nosník 102, 112  
 Nörrenbergův přístroj 630

nulové paprsky 562  
 nutace 91, 94  
  
 Obloukové světlo 485, o. výboj 485  
 obrat dvojzvuku 199  
 oční čočka 585, o. kruh 575  
 odpor (el.) 373, o. vzduchu 154  
 odporový teploměr 229  
 odraz pružné koule 117, o. rovinné vlny  
 184, o. světla 538, o. zvuku 215  
 odstředivá síla 85  
 ohm 375  
 Ohmův zákon 373  
 ohnisko 552  
 ohnisková délka 555, o. rovina 551  
 ohyb světla 616, 618, o. vln 177, 184,  
 o. tyče 99  
 okluse 308  
 oko 580  
 okuláry 585  
 oprava 5  
 optická dráha 614, o. interval 558, o.  
 mohutnost 568, o. osa 624, 627, o.  
 zobrazování 550  
 opticky aktivní látky 635  
 orthoskopické okuláry 587  
 oscilace 157  
 oscilační kruh 472  
 oscilátor 471, 477  
 osmosa 311  
 osmotický tlak 312  
 osvětlení 533  
 otáčení 79  
 otočný kondensátor 344  
 otvorová oprava píšťal 209  
 ozvěna 215  
  
 Pád 43  
 paprsky  $\alpha$  505, p.  $\beta$  506, p.  $\gamma$  507  
 paralakční chyba 12  
 paralaxa stálá 529  
 paramagnetické látky 356, 358  
 paramagnetismus 420  
 parsec 11  
 Pascalův zákon 123, P. hydrostatické  
 paradoxon 124  
 Paschenova serie 605  
 pazvuk 215  
 Peltierův zjev 389  
 perioda 43, 157  
 permeabilita 356  
 perpetuum mobile 66, 254, p. m.  
 II. druhu 263  
 perturbace 369  
 pevné roztoky 305

- pevnost 109, p. v kroucení 112, p.  
     v ohybu 111, p. ve smyku 110, p.  
     v tahu 110, p. v tlaku 110  
 piezoelektrické zjevy 351  
 piezometr 121  
 píšťaly 208  
 Planckova konstanta 245, 319, 503  
 planimetr 14  
 plynová konstanta 237  
 počet stupňů volnosti 272  
 podélné chvění tyčí 205, p. napětí  
     siločar 348, p. vlnění 170, 173  
 pohltivost (tep. záření) 317  
 pohyb 41, p. planet 58  
 pohyblivost iontů 396  
 pohybové rovnice 51  
 pochod iontů 396  
 Poiseuilleův vzorec 135, 154  
 Poissonova konstanta 97, 105, 247, 258  
 pojistky 385  
 polarimetry 637  
 polarisace elektrod 401, p. světla 620  
 polarisační desky 629, p. mikroskop  
     630, p. přístroje 628, p. zrcadlo 628  
 polarisátor 630  
 polarisované světlo 621, p. vlnění 175  
 poločas 508  
 poloměr setrvačnosti 76  
 polonium 505  
 polopropustná blána 312  
 polostínový polarimetr 639, p. úhel 639  
 polotloušťka 506  
 polychord 203  
 postupný pohyb 69  
 posunovací zákon 508  
 posuvná měrka 12, p. proud 511  
 potenciál 336  
 Poulsenův oblouk 481  
 povrchová blána 125, p. energie 125,  
     p. napětí kapalin 125, 128  
 pozemský okulár 593  
 práce 63  
 pravidlo levé ruky 427, p. pravé  
     ruky 436  
 přecese 91  
 presbyopie 581  
 princip akce a reakce 49, p. energie 65,  
     p. relativity 48, 62, p. superposice  
     157  
 prodleva 306  
 projekční mikroskop 596, p. přístroj  
     596  
 pronikavé záření 527  
 Pronyova brzda 119  
 prostoročas 62  
 protažení 96  
 proton 34, 335, 394  
 proudění kapalin 131, 137  
 pružnost 94, p. v kroucení 106, p.  
     ve smyku 103, p. v tahu 96, p.  
     v torzi 106  
 průchod tepla rozhraním 316  
 průnik 496  
 průteplivé látky 320  
 první hlavní věta thermodynamická 253  
 přehráte páry 278, 284  
 přechlazení 277  
 přesnost vah 26  
 přesycené páry 278  
 příčné chvění tyčí 206, p. tlak siločar  
     348, p. vlnění 170, 173  
 přímohledný hranol 550  
 psychometr 295  
 pupila vstupní a výstupní 575  
 pyroelektrické zjevy 351  
 pyrometry 229  
 Quinckeova interferenční trubice 217  
 Radián 15  
 radioaktivita 504  
 radioaktivní přeměny 507  
 radiotelefonie 497  
 radiotelegrafie 479  
 radium 505  
 Ramsdenův okulár 586  
 Raoultovy zákony 299, 300  
 ráz koule 114  
 rázy (zvukové) 166  
 reakce exothermická a endothermická  
     321  
 reakční teplo 321  
 redukční faktor 424, 428  
 redukovaná délka kyvadla 81, r. d.  
     magnetu 360, r. isotherma 294, r.  
     magnet 360, r. rovnice stavová 293,  
     r. veličiny stavové 293  
 reflektory 594  
 refrakce astronomická 543  
 refraktometry 543  
 relativita 48, 62  
 relativní výška 198  
 relaxační doba 442  
 remanence 423  
 remanentní magnetismus 355  
 reostaty 378  
 resonance 189, 457  
 rezonátory (akust.) 212, r. elmg. 478  
 Reuschova konstrukce 540  
 Riessův elektrický teploměr 346

- rok 18, 94  
 rosný bod 295  
 rotace (curl) 38, r. (otáčení) 69  
 rotační impuls 91.  
 rotor 464  
 rovinná vlna 179  
 rozklad sil 51, r. světla 545  
 rozkladné napětí 401  
 rozkmit 43, 158  
 rozkvy 82  
 rozlišovací schopnost mikroskopu 589  
 rozměr fyzikálních jednotek 9  
 rozpadová konstanta 508  
 rozpínavost plynů 235  
 rozpouštěcí napětí 399, r. teplo 297  
 rozptylky 569  
 rozpustnost 297, r. plynů 307  
 roztažnost látek pevných 230, r. ka-  
 palin 233, r. plynů 235  
 roztoky 296  
 roztržité záření 500  
 Röntgenovy paprsky 498, R. spektra  
 502, R. spektrograf 502  
 rtuťová lampa 487, r. stupnice teplot  
 223, r. horizont 561  
 Ruhmkorffův induktor 475  
 Rydbergova konstanta 606  
 rychlost 42, r. postupných vln 169,  
 179, 181, r. světla 528, r. zvuku 213  
 Řádný paprsek 624  
 Saccharimetry 637  
 samoindukce 439  
 samoindukční elektromotorická síla 441  
 samostatný výboj 484  
 Savartova sířna 195  
 Seebeckova sířna 196  
 Segerovy kužele 230  
 selektivní absorpce 607  
 serie spektrálních čar 605  
 sextant 561  
 sférická vada 578  
 sférometr 12  
 shunt 429  
 Schlickův setrvačník 94  
 siemens 375  
 síla 48, s. odstředivá 85, s. zvuku 197  
 siločáry 328, 355, 360, 362  
 silotrubičky 329  
 silový tok el. 329, s. t. mg. 361  
 sinusová podmínka 578  
 sířny 195  
 skalár 34  
 skalární pole 37, s. součin 35  
 skin-effekt 445  
 skládání kmitů 160, 167, s. pohybů 44,  
 s. síl 50  
 skupenské teplo tání 276, s. t. varu  
 281, s. t. vypařovací 280  
 složky (v thermodynamice) 272  
 slyšení 220  
 směrodatná odchylka 6  
 směrové úhly 51  
 směsné krystaly 305  
 Snellův zákon 185  
 snížení bodu tání ledu tlakem 278, s.  
 b. mrazu roztoků 300  
 solární konstanta 320  
 Soleilova dvojdeska 638, S. kompen-  
 sátor 638, S. polarimetr 638  
 souhlasné stavy 293  
 spalné teplo 321  
 specifická hmota 27, s. náboj 490, s.  
 objem 27, s. otáčivost 636, s. spo-  
 třeby 385, 537, s. teplo 240, 243,  
 246, s. t. nasycených par 284  
 spektrální analýze 601, 606, s. záři-  
 vost 317  
 spektrograf 603  
 spektrometr 547  
 spektroskop 602  
 spektrum 603  
 spinthariskop 506  
 sploštění země 88  
 spojený zákon Boyle-Gay-Lussacův 297  
 spojitě nádoby 125  
 spojky 569  
 spojování článků 372, s. kondensátorů  
 345, s. proudovodičů 380  
 správnost vah 23  
 sprážení 191, 467  
 ssání elektriny 325  
 stáčení polarizační roviny 634  
 stav hodin 19  
 stavová rovnice ideálního plynu 236,  
 256, s. r. van der Waalsova 289  
 statický moment síly 70  
 stator 464  
 stereokomparátor 583  
 stereoskop 583  
 stlačitelnost 121  
 stojatá vlna elmg. 518, s. vlnění 175  
 Stokesovo pravidlo 609, S. vzorec 135,  
 154  
 strmost 496  
 Strouhalovy třecí tóny 205  
 strunák 203  
 struny 202

- střed hmotný 74, s. kyvu 83, s. rovnoběžných sil 74  
 středisko 75  
 střednice 99  
 střední disperze 548, s. volná dráha 485  
 střídavé napětí 447, s. proud 446  
 sublimace 283  
 sublimační teplo 283  
 summační tón 221  
 supravodivý stav 377  
 susceptibilita 418  
 světelná účinnost 537, s. rok 11, s. tok 533, s. výkon 385  
 světelnost (fotogr. objektivu) 597  
 svíčka 530  
 svítivost 532  
 svorkové napětí 375  
 syntonické koma 200  
  
 Šikmý ráz 116, š. vrh 52  
 šíření tlaku v kapalinách 123, š. tepla 313, š. zvuku 213  
 šroubový pohyb 69  
  
 Tangentová busola 424  
 tání 276  
 telefon 470  
 teleskopické zobrazování 551  
 teplota 222, t. v hudbě 201  
 tepelný diagram 262, t. ekvivalent práce 252, t. obsah 270, t. účinky proudu 384, t. záření 317  
 teploměry 227  
 teplota 222, t. zániku 355  
 teplotní koeficient odporu 376  
 terestrický okulár 593  
 termy 605  
 těžiště 74  
 theodolit 16  
 theorie 3, t. elektronová 335, t. elektřiny 323, 328, t. gravitace 62, t. magnetismu 355, t. světla 524  
 termika 222  
 thermodynamická stupnice teplot 225, t. potenciál 271  
 thermodynamika 250  
 thermoelektrina 386  
 thermograf 230  
 thermometrie 222  
 thermosloup 389  
 thermostat 230  
 Thomsonův vztah 457, T. zjev 391  
 tíhové zrychlení 87  
 tíže 60  
  
 tlakoměry 139  
 tlakový diagram 262  
 tlaky v kapalinách 122  
 tlumené kmity 55, t. oscilace 473  
 tlumivka 449, 457  
 tmavý prostor Faradayův 488, t. p. Crookesův 488  
 tón 196  
 torsní váhy 61, 107  
 totální reflexe 542  
 Töplerova vývěva 149  
 transformátory 465  
 transfuse 310  
 translace 69  
 transversální vlnění 170  
 triedr 594  
 trioda 494  
 trojbod 288  
 trojzvuk 200  
 třecí tóny 205  
 tření 117  
 třífázové proudy 468  
 tuhé těleso 69  
 tuhnutí 276, t. roztoků 303, t. slitin 304  
 turbulentní proudění 137  
 turmalinová deska 629, t. kleště 630  
 tvrdost 113  
 tyče (v hudbě) 205  
  
 Účinek síly 62  
 účinek 451  
 účinkové kvantum 503, 527  
 účinnost akumulátoru 404, ú. tepelného motoru 261, 264  
 úhel náběhu 155, ú. tření 117  
 úhlová zrcadla 560  
 ucho 219  
 Ulbrichtův kulový fotometr 537  
 ultrafialové záření 526  
 ultramikroskop 590  
 undulace 157  
 undulační theorie světla 524  
 unitární theorie fluidová 324  
 úplný odraz 186, 542  
 ústrojí hlasové 218  
 utajené teplo 273, 277  
 útlum 58  
 uzlové body 557  
 uzly 176  
  
 Vady čoček 575  
 váhy 21  
 vakuový spektrograf 502  
 valenční náboj 393  
 var 281  
 variace magnetických souřadnic 369



- vázaná energie 271, v. oscilátory 191  
 vedení tepla 314  
 vektor 34  
 vektorové pole 38, v. součin 36, v.  
   znázornění střídavých proudů 453  
 ventilové články 405  
 Ventzkeova stupnice 641  
 Vardetova konstanta 637  
 vibrace 157  
 vidění 582  
 Vidiův aneroid 141, V. manometr 144  
 vířivé proudy 437  
 viskosimetry 136  
 viskozita kapalin 134 v. plynů 153  
 vlhkost 294  
 vlnění 157, 172, 175, 179  
 vlnivá teorie světla 524  
 vlnočet 526, 601  
 vlnoplocha 183, 625  
 vlnostroj 173  
 vlnová délka 526, 611, v. mechanika  
   504, 527, v. rovnice 170  
 vnitřní energie 253, v. e. ideálního  
   plynu 255, v. odpor článku 375,  
   v. o. lampy 491, vnitřní tření ka-  
   palin 134, v. t. plynů 153  
 vodíková stupnice teplot 224  
 vodivost elektrická 374, v. tepelná 315  
 vodní hodnota 241, v. vývěva 133  
 volná energie 270, v. osa 89  
 volnost (v thermodynamice) 272  
 volt 336, 371  
 voltmetr 430  
 Voltův zjev 369  
 volumenometr 31  
 výboj 484  
 vyhasínající jiskra 481  
 výhřevnost 321  
 výkonnost 68, v. proudu 383, 450  
 vynucené kmity 189  
 výparné teplo 280  
 vypařování 281  
 vypuklost čočky 569  
 výronová teorie světla 524  
 výška zvuku 195  
 výtok kapalin 130, v. plynů 152  
 vývěvy 148  
 vyzářovací zákon 318  
 vzpěrná pevnost 110, v. pružnost 97  
 vztlak 124  
 Waltenhofenovo kyvadlo 437  
 watt 68, 384  
 wattmetr 433  
 Wattův regulátor 86  
 Wehneltův přerušovač 476  
 Wheatstoneův kaleidofon 168, W. mů-  
   stek 384  
 Wienův posunovací zákon 318  
 Wildův tlakoměr 140  
 Woodova slitina 306  
 X-paprsky 498  
 Záchvěvy 166  
 záporné světlo doutnavé 488  
 zářivost 317  
 zdroje tepla 320  
 Zeissův ponorný refraktometr 544  
 zesilovací koeficient 496  
 zesilovač lampový 496  
 zemské pole elektrické 352, z. p. mag-  
   netické 367  
 zkapalňování plynů 288  
 zklenutí obrazu 580  
 zkreslení obrazu 579  
 zorný úhel 583  
 zpětná vazba 497  
 zrcadla rovná 560, z. kulová 561  
 zrcadlové dalekohledy 594  
 zrychlení 42, z. tečné a dostředivé 46,  
   z. tíže 88  
 ztracená výška 131  
 zúžení paprsku 131  
 zvučnost 197  
 zvukový proud 197  
 zvony 211  
 zvýšení bodu mrazu roztoků 300  
 Žárové přístroje měřicí 385  
 žárovky 385  
 živá síla 65

